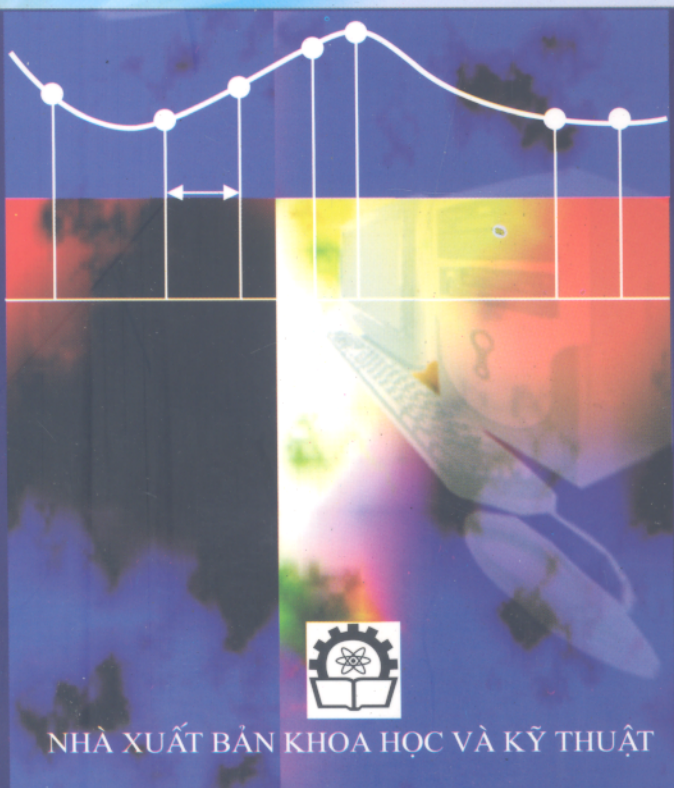
TS. HỒ VĂN SUNG

XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU ĐA TỐC ĐỘ VÀ DÀN LỌC

Lý thuyết và ứng dụng



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TS. HỒ VĂN SUNG

XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU ĐA TỐC ĐỘ VÀ DÀN LỌC

(LÝ THUYẾT VÀ ỨNG DỤNG)

In lần thứ nhất

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI - 2005

LỜI GIỚI THIỆU

Gần chục năm trở lại đây, các kỹ thuật xử lý số đa tốc độ và dàn lọc (Multirate Digital Signal Processing and Filter Banks) được ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực và đã trở thành những bộ phận then chốt trong các hệ thống thông tin hiện đại. Ứng dụng tiêu biểu nhất của kỹ thuật này là dùng để nén hình, nén tiếng, nén dữ liệu hoặc để mã hoá âm thanh và hình ảnh phục vụ cho công nghệ truyền hình nhiều kênh, đa phương tiện, cho xử lý tín hiệu thống kê và thích nghi trong các hệ thống viễn thông. Nhờ dàn lọc và các hệ thống xử lý số đa tốc độ, người ta đã tạo nên các hệ thống thu, phát và truyền dữ liệu dồn kênh phân chia theo thời gian TDM (Time Division Multiplexing), dồn kênh phân chia theo tần số FDM (Frequency Division Multiplexing) sử dụng tối đa độ rộng kênh truyền và tăng nhanh tốc độ truyền dữ liệu; Chúng là những bộ phận không thể thiếu được trong công nghệ đa sóng mang hiện đại nhất đang được thực thi rất có hiệu quả trong thế hệ thông tin di động 3G như OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) và MC-DS-CDMA (Multicarier - Direct Sequence - Code Division Multiple Access), và trong tương lai không xa hai công nghệ này sẽ hội tụ với nhau để tạo nên thế hệ thông tin di động 4G.

Xử lý số tín hiệu đa tốc độ và dàn lọc cũng là linh hồn của các modem thông tin tốc độ cao; các modem này không những chuyển tải thông tin nhanh, nhiều chiều mà còn có khả năng đáp ứng và thích nghi với môi trường truyền dẫn, như các modem của mạng điện lực PLC (Power Line Communication). Trong các modem này, các kỹ thuật điều chế đa sóng mang OFDM, OQAM (Orthogonal Multiplexed Quadrature Amplitude Modulation) dựa trên dàn lọc FFT đồng nhất đa pha đã khai thác được tối ưu dải phổ của đường truyền, do vậy, nếu tăng tần số phát thì hữu hượng dữ liệu, hữu hượng thông tin có thể tăng lên gấp bội, có nghĩa là dung năng của các modem này cũng tăng lên gấp bội. Các modem PLC hiện có trên thị trường đã đạt được tốc độ bit 14 Mbits/s và trong tương lai có thể lên tới 60 Mbits/s.

Như vậy, để nắm bắt các công nghệ thông tin tiên tiến và có khả năng thiết kế, thực thi các modem hiện đại, chúng ta cần nắm vững các kiến thức về các loại dàn lọc, các hệ thống nén, giãn dữ liệu, các kỹ thuật dồn kênh, mã hoá dữ liệu bằng con.x...v. Cuốn sách này đi sâu phân tích thiết kế các hệ thống thay đổi tốc độ mẫu, các loại dàn lọc từ dàn lọc đồng nhất đa pha, QMF (Quadrature Mirror Filter), điều chế cosine đến các loại dàn lọc cây phân nhánh có băng thông không đồng đều. Mỗi dàn lọc đều có sơ đồ thiết kế và có kết quả mô phỏng bằng phần mềm MATLAB để người đọc dễ tiếp thu, nắm bắt các kỹ thuật đã được trình bày bằng lý thuyết.

Toàn bộ cuốn sách được chia thành 3 phần, 8 chương và phần phụ lục

gồm các chương trình máy tính. Đó là những chương trình gốc, độc giả có thể mở rộng và triển khai tuỳ theo mục đích và đối tượng của mình. Trong mỗi chương, mục, chúng tôi đặc biệt đưa vào nhiều ví dụ rất cụ thể và thực tế minh hoạ và kiểm chứng các nguyên tắc lý thuyết, làm cho nội dung của cuốn sách gắn bó mật thiết với công nghệ thực tế.

Chúng tôi dành phần 1 để phân tích, thiết kế các hệ thống thông tin đa tốc độ và dàn lọc. Trong đó các kỹ thuật mẫu tín hiệu analog và kỹ thuật thay đổi tốc độ dữ liệu được trình bày trong chương 1. Chương 2 phân tích và thiết kế dàn lọc phân tích và tổng hợp khôi phục hoàn hảo dùng thuật toán nhanh FFT, bởi vì dàn lọc loại này là trái tim của công nghệ OFDM và DMT- ADSL (Discrete Multitone - Asymmetric Subscriber Line). Toàn bộ chương 3 là để phân tích, thiết kế các dàn lọc QMF (Quadrature Mirror Filter) và chương 4 dùng để phân tích thiết kế các dàn lọc giả QMF điều chế cosine. Các dàn lọc này có ứng dụng rất hữu hiệu trong mã hoá hình ảnh và tiếng nói và truyền dẫn dữ liệu dồn kênh (Transmultiplexer).

Phần 2 có 2 chương dành riêng cho việc phân tích và thiết kế các dàn lọc và mạch lọc thích nghi ở lĩnh vực tần số. Đây là lớp các loại mạch lọc mà các tập hệ số của nó có thể thay đổi nhờ các thuật toán nhanh LMS, RLS cho phép tạo nên các hệ thống xử lý thông minh thích nghi với môi trường truyền dẫn. Trong phần này chúng tôi đưa vào rất nhiều các ứng dụng như để lọc nhiễu thích nghi, nhận dạng hệ thống suy đoán và nhận dạng tín hiệu cũng như để cân bằng kênh, nâng cao chất lượng kênh truyền, ...

Chúng tôi dành trọn phần 3 để mô tả 3 ứng dụng tiêu biểu nhất của xử lý số tín hiệu đa tốc độ và dàn lọc. Đó là hệ thống mã hoá băng con nhiều kênh, hệ thống truyền dẫn dữ liệu dồn kênh, dùng dàn lọc QMF M-kênh và hệ thống truyền dẫn dữ liệu sử dụng kỹ thuật điều chế đa sóng mang OFDM dùng dàn lọc FFT đồng nhất nhiều kênh. Trong các hệ thống này, chúng tôi đều đưa ra sơ đồ thiết kế, các kết quả mô phỏng về đáp ứng tần số của các mạch lọc phân tích và tổng hợp, các sai số thiết kế cũng như phổ tín hiệu trước và sau khi mã hoá. Đây là ba hệ thống thông tin hiện đại nhất đang được triển khai áp dụng vào thực tế.

Cuốn sách này là tài liệu tham khảo tốt cho sinh viên các khoa công nghệ cả ngành Điện tử & Viễn thông lẫn Công nghệ Thông tin và cho cả các sinh viên đang học hay làm luận văn tốt nghiệp hoặc các học viên cao học và cho tất cả những ai quan tâm đến ngành công nghệ phát triển hết sức rực rỡ và đầy hứa hẹn này.

Mặc dù có nhiều cố gắng, song do thời gian hạn chế, nên cuốn sách có thể còn có những khiếm khuyết. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn và mong được qui độc giả đóng góp để lần tái bản sau cuốn sách được đầy đủ và trọn vẹn hơn. Mọi ý kiến xin gửi về theo địa chỉ: Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

Tác giả

PHẦN MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây kỹ thuật *xử lý tín hiệu số đa tốc độ* phát triển hết sức mạnh mẽ và được áp dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như nén tiếng nói và nén hình ảnh, trong công nghiệp video và audio số, trong xử lý tín hiệu thích nghi và thống kê. Kỹ thuật xử lý đa tốc độ này gắn chặt với bản chất tự nhiên của tín hiệu và được biểu diễn qua các phép biến đổi đặc biệt như phép biến đổi Fourier rời rạc (DFT) và Fourier ngắn hạn (STDFT) hay các phép biến đổi sóng con rời rạc (DWT). Các phép biến đổi này được sử dụng rất hiệu quả trong việc xây dựng các loại *dàn lọc* để phân tích, tổng hợp tín hiệu, nghiên cứu bản chất thay đổi theo thời gian của phổ của các tín hiệu này.

Ngoài ra, trong nhiều ứng dụng thực tế, tín hiệu với tốc độ mẫu đã cho cần được chuyển đổi thành một tín hiệu tương đương với tốc độ mẫu khác. Chẳng hạn trong audio số, có ba tốc độ truyền số liệu khác nhau thường xuyên được sử dụng: 32 kHz cho sóng phát thanh, 44,1 kHz cho đĩa compact và 48 kHz cho quay băng audio (DAT); hoặc như trong các ứng dụng video, tốc độ mẫu của tín hiệu video tổng hợp của hệ thống NTSC và của PAL tương ứng là 14,3181818MHz và 17,734475 MHz, trong khi tốc độ số liệu của tín hiệu video thành phần số lại là 13,5 MHz và 6,75 MHz cho các tín hiệu độ chói và sự khác nhau về mầu. Còn có nhiều ứng dụng mà tín hiệu ở lối vào và lối ra hay tại các nút trung gian khác nhau của hệ thống có tốc độ mẫu khác nhau sẽ thuận lợi hơn nhiều, bởi vì số lượng các phép tính toán sẽ giảm đi đáng kể nếu chọn được tốc độ số liệu hợp lý.

Để đạt tốc độ mẫu khác nhau tại các tầng khác nhau thì các hệ thống xử lý số đa tốc độ phải sử dụng *bộ tăng tốc độ mẫu* và *bộ giảm tốc độ mẫu*. Hai bộ phận này kết hợp một cách hợp lý với các phần tử cơ bản của hệ thống là bộ cộng, bộ nhân và bộ trễ đơn vị tạo thành hệ thống *xử lý số đa tốc độ*. Khi thay đổi tốc độ mẫu có thể sẽ làm thay đổi dạng phổ của tín hiệu gốc; Vì vậy cần nghiên cứu loại bỏ các ảnh hưởng không mong muốn này. Để tạo nên các hệ thống xử lý số tối ưu về phương diện tính toán, cũng như về phương diện tín hiệu, cần phải chọn cấu trúc sao cho số lượng các phép tính tại tốc độ mẫu đã cho phải là ít nhất và hiệu năng xử lý là cao nhất. Muốn vậy cần ghép nối tiếp các bộ tăng và giảm mẫu với các mạch lọc số một cách hợp lý. Ngoài ra, sự phối hợp giữa các bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với các bộ lọc cần được xem xét và phân tích để từ xây dựng các cấu trúc đa tầng có hiệu quả tính toán cao, trong số đó phép khai triển đa pha đóng vai trò then chốt.

Các loại dàn lọc khác nhau ứng dụng trong thông tin đa sóng mang đã được nghiên cứu, thiết kế và thực thi trong các hệ thống truyền dẫn đa tần và dồn kênh phân chia theo tần số, trong các hệ thống mã hoá băng con để mã hoá tiếng nói và hình ảnh. Các loại dàn lọc đặc biệt như QMF hay điều chế côsine được phân tích kỹ càng trong các chương 3 và 4. Các ứng dụng tiêu biểu của xử lý tín hiệu số đa tốc độ cũng đã nghiên cứu và thiết kế cho mã hoá tiếng nói dùng dàn lọc QMF cây 5 kênh. Kết quả mô phỏng và tính toán cũng được thực hiện trên phần mềm MATLAB.

PHẦN I

CÁC HỆ THỐNG XỬ LÝ SỐ ĐA TỐC ĐỘ VÀ DÀN LỌC

Chương I

TĂNG, GIẢM VÀ THAY ĐỔI TỐC ĐỘ MẪU

1.1. ĐẶC TRƯNG PHỔ CỦA CÁC BỘ TĂNG VÀ GIẢM TỐC ĐỘ MẪU

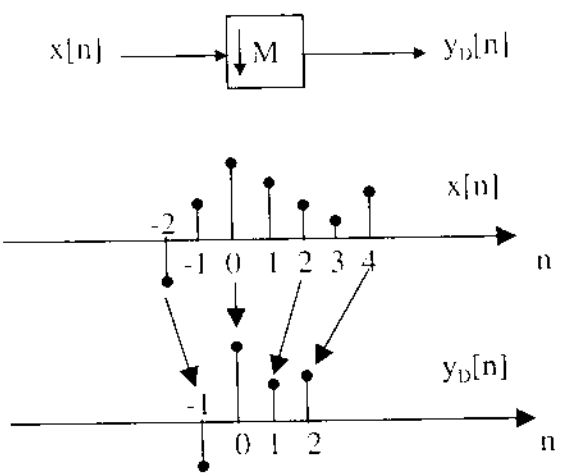
1.1.1 Bộ giảm tốc độ mẫu

Như đã biết, quan hệ giữa tín hiệu vào và ra của bộ *giảm tốc độ mẫu* hay còn gọi là *bộ nén* được biểu thị bởi hệ thức:

$$y_D[n] = x[Mn] \tag{1.1}$$

trong đó M là số nguyên.

Theo định nghĩa này thì chỉ những mẫu của tín hiệu lối vào x[n] ở những thời điểm bằng bội số của M thì được bộ giảm tốc độ mẫu giữ lại còn M-1 mẫu trước đó đã bị loại b, do đó số lượng mẫu trên một đơn vị thời gian ở lối ra đã bị giảm đi M lần. Vì thế mới có tên là bộ giảm tốc độ mẫu hay là bộ *giết mẫu* (tiếng Anh là *decimator*). Hình 1.1 mô tả tín hiệu lối vào và lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu với M = 2.



Hình 1.1. Tín hiệu vào và tín hiệu ra của bộ giảm tốc độ mẫu.

Bây giờ nếu lấy biến đổi -z hệ thức (1.1), thì quan hệ vào/ra trên phương diện biến đổi -z được biểu thị bằng:

$$Y_D(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[Mn]z^{-n} \tag{1.2}$$

Vế phải của (1.2) không thể biểu thị trực tiếp qua X(z), vì vậy chúng ta phải định nghĩa một dãy trung gian $x_1[n]$ có các giá trị của mẫu giống như của x[n] tại các thời điểm bằng bội số của M và bằng không tại các giá trị khác:

$$x_1[n] = \begin{cases} x[n], & n = 0, \pm M, \pm 2M, \ldots \\ 0, & \text{ở các giá trị khác} \end{cases} \tag{1.3}$$

Khi đó (1.2) có dạng:

$$Y_D(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[Mn]z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[Mn]z^{-n} =$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k]z^{-k/M} = X_1(z^{1/M}) \tag{1.4}$$

Bây giờ $x_1[n]$ có thể liên hệ với x[n] qua hệ thức $x_1[n] = c[n]x[n]$, ở đây c[n] được định nghĩa như sau:

$$c[n] = \begin{cases} 1, & n = 0, \pm M, \pm 2M, \ldots \\ 0, & n = \text{các giá trị khác} \end{cases} \tag{1.5}$$

c[n] còn được biểu thị dưới dạng khác như sau:

$$c[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} W_M^{kn} \tag{1.6}$$

trong đó $W_M = e^{-j2\pi/M}$.

Thay $x_1[n] = c[n]x[n]$ vào biểu thức biến đổi -z của nó, ta thu được:

$$X_1(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c[n]x[n]z^{-n} = \frac{1}{M}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\sum_{k=0}^{M-1} W_M^{kn}\right)x[n]x^{-n}$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]W_M^{kn}z^{-n}\right) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(zW_M^{-k}) \tag{1.7}$$

Do vậy, sau khi thay (1.7) vào (1.4), chúng ta sẽ thu được biến đổi -z của tín hiệu lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu liên hệ với biến đổi -z của tín hiệu lối vào theo hệ thức:

$$Y_D(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(z^{1/M} W_M^{-k}) \qquad (1.8)$$

Từ đây cũng có thể tìm được quan hệ giữa tín hiệu vào và ra của bộ giảm tốc độ mẫu là:

$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(e^{j(\omega-2\pi k)/M}) \qquad (1.9)$$

Như vậy, phổ của tín hiệu lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu bao gồm M phiên bản của tín hiệu lối vào bị dịch chuyển đồng đều một lượng bằng $2\pi/M$ với thừa số chia thang 1/M. Hệ thức (1.8) cũng cho thấy, sự giảm tốc độ mẫu luôn luôn gây nên sự *chồng phổ* của tín hiệu lối ra. Để thấy rõ điều này, chúng ta xét trường hợp bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M =2 với tín hiệu lối vào là x[n]. Đối với trường hợp này thì hệ thức (1.8) có dạng:

$$Y_D(z) = \frac{1}{2}\left[X(z^{1/2} W_2^0) + X(z^{1/2} W_2^1\right]$$

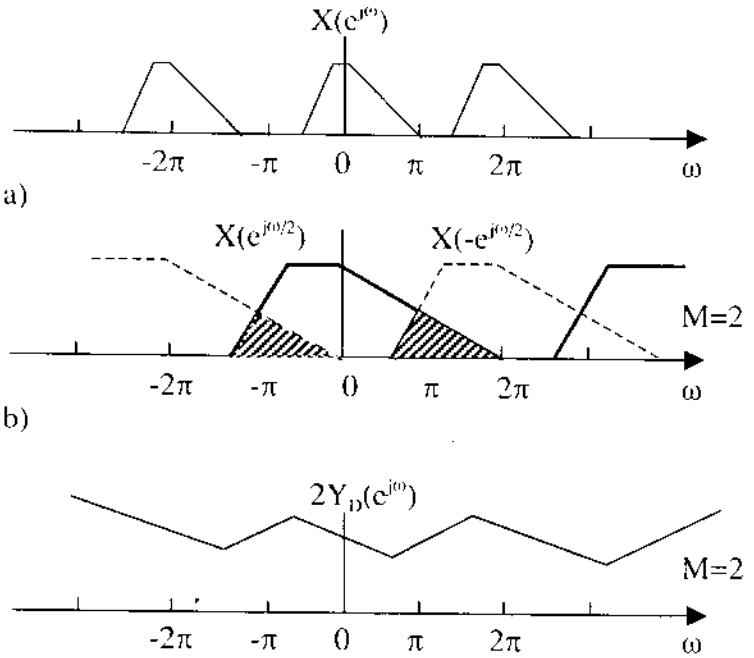
$$= \frac{1}{2}\left[X(z^{1/2}) + X(-z^{1/2})\right] \qquad (1.10)$$

và vì thế:

$$Y_D(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}\left[X(e^{j\omega/2}) + X(-e^{j\omega/2})\right] \qquad (1.11)$$

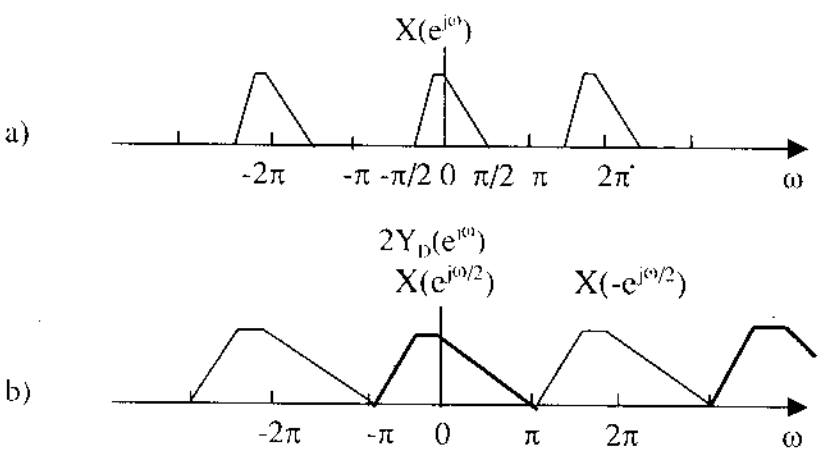
Nếu vẽ đồ thị phương trình (1.11) chúng ta sẽ thấy sự chồng phổ xảy ra giữa hai thành phần $X(e^{j\omega/2})$ và $X(-e^{j\omega/2})$. Thật vậy, đồ thị của $1/2X(e^{j\omega/2})$ trên hình 1.2b được vẽ bằng đường đậm nét, còn đồ thị của phần $1/2X(-e^{j\omega/2})$ thu được bằng cách dịch đồ thị của $1/2X(e^{j\omega/2})$ sang phải một lượng bằng 2π như đường nét đứt trên hình 1.2b, bởi vì ta có:

$$X(-e^{j\omega/2}) = X(e^{j(\omega-2\pi)/2}) \qquad (1.12)$$



Hình 1.2. Sự chồng phổ (miền gạch sọc) gây ra do giảm tốc độ mẫu.

Rõ ràng là đồ thị của hai số hạng trong biểu thức (1.11) có vùng chồng chéo lên nhau, do đó dạng gốc của phổ của tín hiệu lối vào $X(e^{j\omega})$ bị mất mát khi giảm tốc độ mẫu. Hiện tượng đó được gọi là *sự chồng phổ*. Để tránh sự chồng phổ này thì tín hiệu lối vào phải được *giới hạn dải* sao cho phổ của nó $X(e^{j\omega})$ bằng không khi $|\omega| \geq \pi/2$. Đối với trường hợp tổng quát với hệ số giảm tốc độ mẫu bằng M thì tín hiệu lối vào phải được *giới hạn dải* sao cho phổ của nó nằm trong vùng $|\omega| < \pi/M$ như mô tả trên hình 1.3 với M = 2.



Hình 1.3. Phổ tín hiệu lối vào và lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu không có chồng phổ.

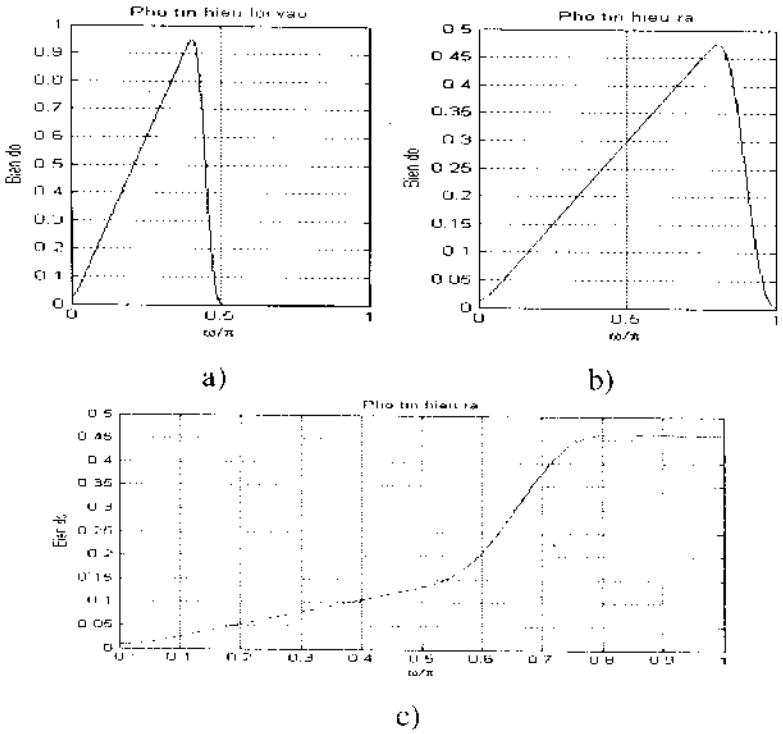
Chúng ta sẽ thấy hiện tượng chồng phổ xảy ra do sự giảm tốc độ mẫu nhờ MATLAB. Để nghiên cứu hiệu ứng này, chúng ta sử dụng hàm *fir2* để phát ra tín hiệu lối vào giới hạn dải với đáp ứng biên độ dạng tam giác.

Chương trình sau đây minh họa sự mẫu giảm với hệ số M = 2.

```
% Chương trình P1-1
% Hiệu ứng giảm tốc độ mẫu
% Sử dụng hàm FIR2 để tạo ra dãy lối vào giới hạn dải.
freq = [0 .42 .48 1];
mag = [0 1 0 0];
x=fir2(101,freq,mag);
[Xz,w]=freqz(x,1,512);
subplot(1,2,1);
plot(w/pi,abs(Xz));grid;
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu loi vao');
pause
% Phát mẫu lối ra.
M=2;
y=x([1:M:length(x)]);
[Yz,w]=freqz(y,1,512);
subplot(1,2,2);
plot(w/pi,abs(Yz));grid;
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu ra').
```

Phổ tín hiệu vào và ra cho trên hình 1.4.

Vì tín hiệu lối vào bị giới hạn dải đến tần số $\omega = \pi/2$, nên phổ lối ra gần giống như phổ lối vào chỉ khác là bị kéo dài gấp 2 lần trên trục tần số, còn biên độ thì giảm đi một nửa. Đối với trường hợp M = 3 (hình 1.4c), phổ tín hiệu lối ra bị biến dạng rất nhiều so với phổ lối vào; điều này là do sự chồng phổ gây ra.



Hình 1.4. a) Phổ của tín hiệu vào,; Phổ của tín hiệu ra của bộ giảm tốc độ mẫu: b) với M=2, c) với M=3.

1.1.2. Bộ tăng tốc độ mẫu

Bộ *tăng tốc độ mẫu* bởi hệ số L còn có tên gọi là *bộ nội suy* hay *bộ giãn nở* lấy tín hiệu lối vào là x[n] và lối ra là:

$$y_I[n] = \begin{cases} x[n/L], & n = 0, \pm L, \pm 2L, \ldots \\ 0, & \text{các giá trị khác} \end{cases} \tag{1.13}$$

Lấy biến đổi -z của $y_I[n]$, ta được:

$$Y_I(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_I[n] z^{-n} = \sum_{n=\text{bội của } L} x[n/L] z^{-n}$$

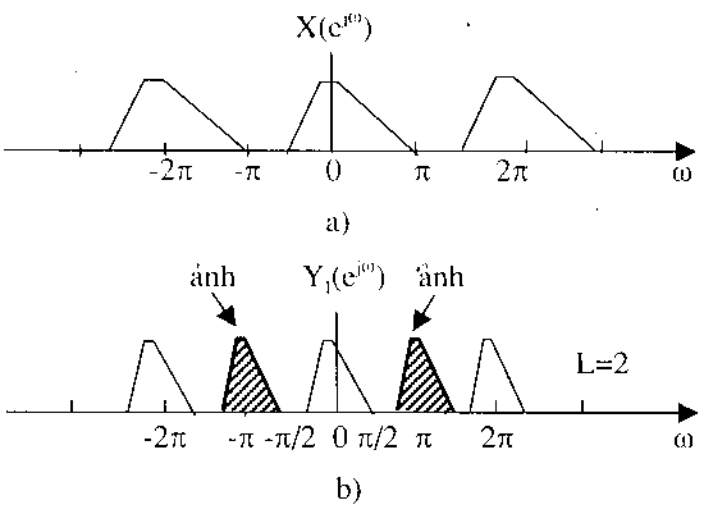
$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m] z^{-L.m} = X(z^L) \tag{1.14}$$

Từ biểu thức của biến đổi -z, chúng ta có thể thu được quan hệ giữa tín hiệu vào và ra của bộ tăng tốc độ mẫu trên lĩnh vực tần số bằng cách thay $z = e^{j\omega}$ vào (1.14):

$$Y_I(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega L}) \tag{1.15}$$

Từ đó ta thấy rằng, phổ của tín hiệu lối ra của bộ tăng tốc độ mẫu là các phiên bản của phổ của tín hiệu lối vào bị nén lại L lần, do vậy bộ tăng tốc độ mẫu không gây ra hiện tượng chồng phổ và vì vậy không làm mất thông tin. Các phiên bản bị nén được gọi là *ảnh* và như vậy, bộ tăng tốc độ mẫu tạo nên L-1 ảnh và gây nên hiệu ứng *ảnh*. Để khôi phục lại tín hiệu gốc, các ảnh này cần phải được loại bỏ, các mạch lọc thông dải sẽ đảm nhận chức năng này. Do vậy một bộ tăng tốc độ mẫu luôn luôn có hai thành phần: bộ phận tăng mẫu và mạch lọc mắc phía sau. Mạch lọc này được gọi là *mạch lọc tăng tốc độ mẫu*. Hình 1.5 mô tả phổ tín hiệu lối vào và lối ra của bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số L = 2.

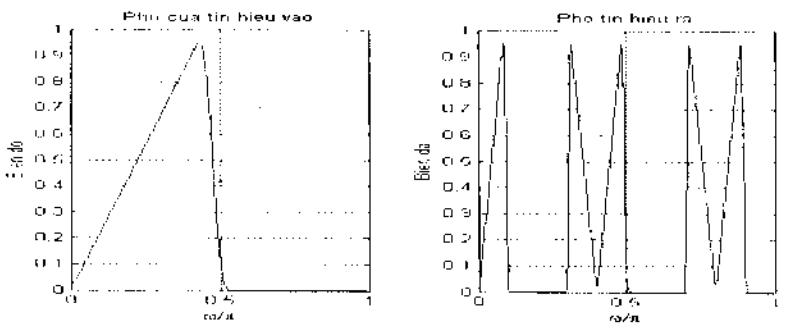
Chúng ta có thể minh họa sự tăng tốc độ mẫu nhờ MATLAB. Tín hiệu lối vào là một dãy nhân quả có chiều dài hữu hạn bằng 100 và đáp ứng tần số giới hạn dải được phát ra nhờ hàm fir2. Chương trình P1-2 sau đây viết cho bộ tăng tốc độ mẫu với L = 5. Do đó, phổ lối ra có 5 thành phần bao gồm phiên bản của tín hiệu lối vào và L-1 = 4 ảnh, như trên hình 1.6.



Hình 1.5. Biểu diễn bộ tăng tốc độ mẫu trên lĩnh vực tần số. Phổ của tín hiệu lối vào a) và của tín hiệu ra b) với L=2.

```
% Chương trình P1-2
% Hiệu ứng tăng tốc độ mẫu trong lĩnh vực tần số
% Dùng FIR2 để tạo ra dãy lối vào giới hạn dải
freq= [0 0.45 0.5 1];
mag = [0 1 0 0];
x=fir2(99,freq,mag);
[Xz,w] = freqz(x,1,512);
subplot(1,2,1);
plot(w/pi,abs(Xz));grid
```

```
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho cua tin hieu vao');
%Phat ra day mau tang toc do.
L=5;
Y=zeros(1,L*length(x));
Y([1:L:length(Y)])=x;
[Yz,w] = freqz(Y,1,512);
subplot(1,2,2);
plot(w/pi,abs(Yz));grid;
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu ra')
```

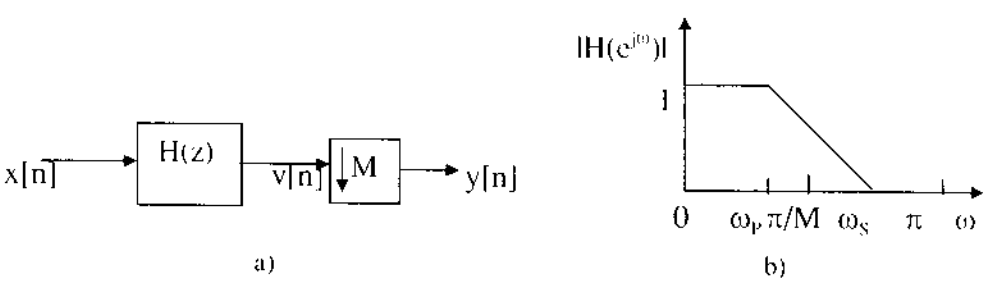


Hình 1.6. Phổ tín hiệu vào và ra của bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số L=5.

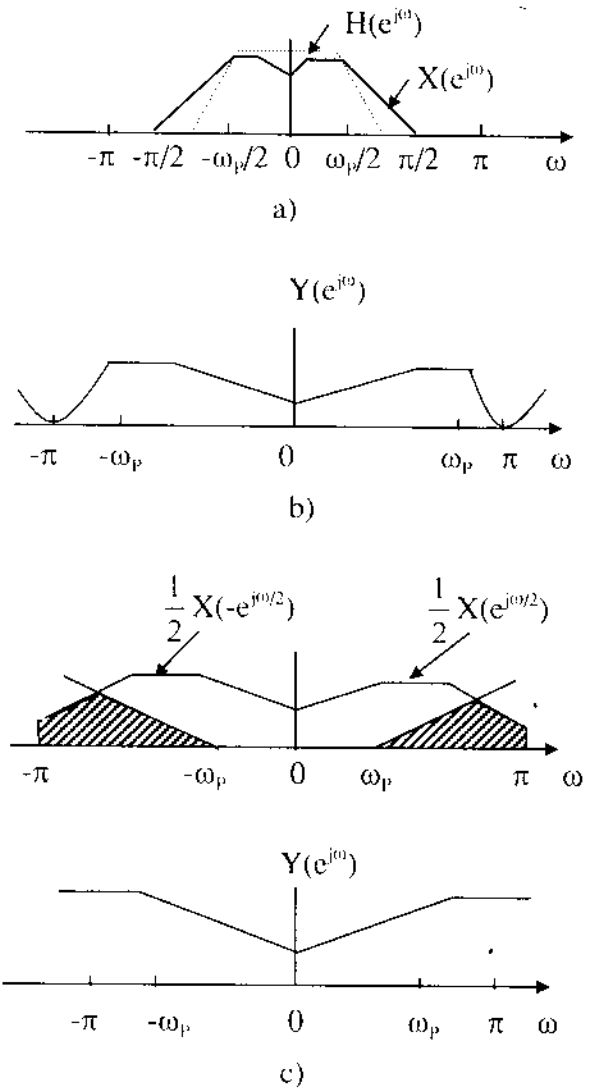
1.2. MẠCH LỌC TRONG CÁC HỆ THỐNG THAY ĐỔI TỐC ĐỘ MẪU

1.2.1. Mạch lọc giảm tốc độ mẫu

Trong nhiều ứng dụng, bộ giảm tốc độ mẫu thường được đặt trước một mạch lọc số thông thấp. Mạch lọc này đảm bảo cho tín hiệu giảm tốc độ mẫu được giới hạn dải ở trong vùng π/M và được gọi là *mạch lọc giảm tốc độ mẫu* (hình 1.7a).



Hình 1.7. a) Mạch giảm tốc độ mẫu hoàn chỉnh và b) đáp ứng tần số lý tưởng của mạch lọc giảm tốc độ mẫu.



Hình 1.8. a) Phổ của tín hiệu lối vào x[n], b) của tín hiệu lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu với x[n] đã được lọc trước, c) Phổ của tín hiệu ra của bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M=2 chưa được lọc trước, biểu thị vùng chồng phổ.

Đáp ứng biên độ của mạch lọc giảm tốc độ mẫu lý tưởng được cho bởi biểu thức sau:

$$|H(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1, & |\omega| \le \omega_p / M \\ 0, & \pi / M \le |\omega| \le \pi \end{cases} \qquad (1.16)$$

trong đó ω_p là tần số cao nhất cần được giữ lại trong tín hiệu được giảm tốc độ mẫu.

Hình 1.8 mô tả ảnh hưởng của mạch lọc giảm tốc độ mẫu lên đặc trưng tần số của tín hiệu lối ra y[n] của bộ giảm tốc độ mẫu với M = 2. Hình 1.8a vẽ phổ của tín hiệu lối vào x[n] và phổ của mạch lọc giảm tốc độ mẫu. Các mép dải thông và dải chặn của mạch lọc giảm tốc độ mẫu tương ứng là $\omega_p/2$ và $\pi/2$, ở đây ω_p cũng là tần số cao nhất của tín hiệu lối vào cần được bảo toàn ở lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu.

Từ (1.11) đáp ứng tần số $Y(e^{j\omega})$ của tín hiệu lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu có dạng:

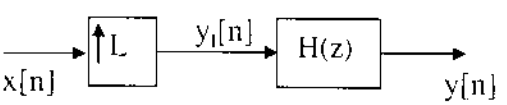
$$Y(e^{j\omega}) = \frac{1}{2}\{V(e^{j\omega/2}) + V(-e^{j\omega/2})\}$$

ở đây $V(e^{j\omega})$ là đáp ứng tần số của lối ra của mạch lọc giảm tốc độ mẫu. Vì được lọc trước, nên không có sự chồng phủ giữa hai phổ ở lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu (hình 1.8b).

Tuy nhiên, không thể khôi phục lại được hoàn chỉnh tín hiệu lối vào gốc x[n] từ phiên bản đã được giảm tốc độ mẫu y[n]. Mạch lọc H(z) được sử dụng để bảo toàn $X(e^{j\omega})$ trong vùng $|\omega| \le \omega_p/2$, nó có thể xây dựng lại phần này một cách chính xác từ y[n]. Nói cách khác, nếu x[n] không được lọc trước khi giảm tốc độ mẫu, thì 2 thành phần $1/2X(e^{j\omega})$ và $1/2X(-e^{j\omega})$ sẽ chồng phổ, kết quả ở lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu có sự chồng phổ rất mạnh (hình 18c). Cần lưu ý rằng tín hiệu lối vào x[n] tương ứng với đáp ứng tần số $X(e^{j\omega})$ có thể được khôi phục lại từ phiên bản giảm tốc độ mẫu của nó nếu thừa số giảm tốc độ mẫu bằng 4/3. Bộ giảm tốc độ mẫu với thừa số giảm tốc độ mẫu phân số như vậy sẽ được khảo sát trong phần sau.

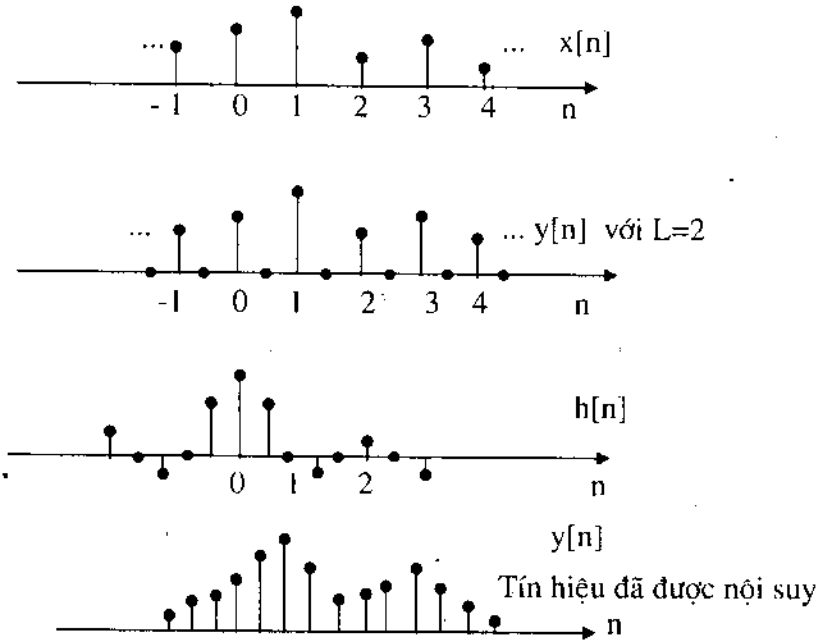
1.2.2. Mạch lọc tăng tốc độ mẫu

Đó là mạch lọc thông thấp; nó có nhiệm vụ loại bỏ toàn bộ các ảnh do sự tăng tốc độ mẫu sinh ra; vì thế mạch lọc này bao giờ cũng được mắc sau bộ tăng tốc độ mẫu. Đáp ứng tần số của mạch lọc tăng tốc độ mẫu này cũng có dạng giống như mạch lọc giảm tốc độ mẫu (hình 1.7b). Do vậy, một bộ tăng tốc độ mẫu hoàn chỉnh có sơ đồ khối cho trên hình 1.9.

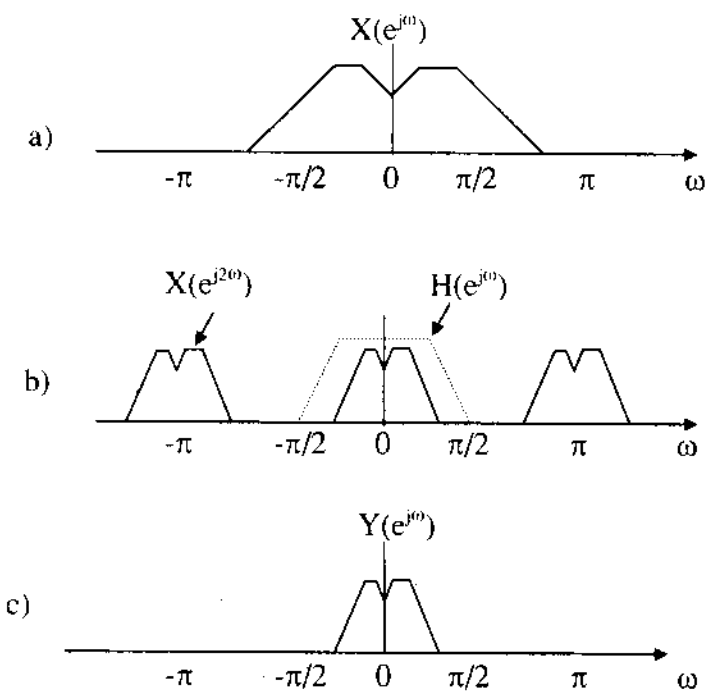


Hình 1.9. Sơ đồ khối của bộ tăng tốc độ mẫu hoàn chỉnh.

Trên lĩnh vực thời gian, y[n] là nhân chập của $y_I[n]$ với đáp ứng xung h[n] của mạch lọc tăng tốc độ mẫu H(z), kết quả là các mẫu giá trị không do bộ tăng tốc độ mẫu chèn vào bị loại bỏ bởi mạch lọc H(z). Hình 1.10 mô tả ảnh hưởng của mạch lọc tăng tốc độ mẫu trên lĩnh vực thời gian.



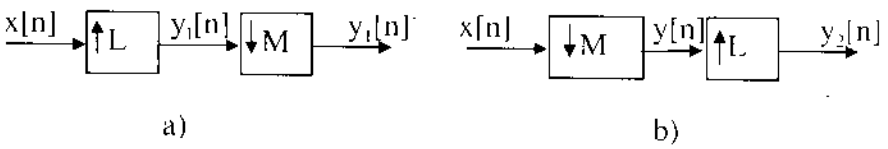
Hình 1.10. Ảnh hưởng của mạch lọc tăng tốc độ mẫu



Hình 1.11. Phổ của: a) tín hiệu lối vào, b) của tín hiệu lối ra của bộ tăng tốc độ mẫu, c) của tín hiệu lối ra của mạch lọc tăng tốc độ mẫu.

1.2.3. Thay đổi tốc độ mẫu bằng hệ số phân số hữu tỉ

Trong thực tế, các bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu nói trên được ghép xen kẽ với các thành phần của một mạch lọc số LTI. Hệ thống phức tạp như vậy thường được cấu tạo dưới dạng nối tiếp, bởi vì dạng này tiết kiệm được rất nhiều phép tính toán cùng các thành phần phần cứng. Trong phần này, chúng ta sẽ nghiên cứu một số dạng nối tiếp đặc biệt và một số dạng tương đương mà không làm thay đổi quan hệ vào-ra. Nhờ sự ghép nối tiếp bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu mà có thể thay đổi được tốc độ mẫu với hệ số bất kỳ (hình 1.12). Điều cần quan tâm là xác định một điều kiện để mạch ghép nối tiếp giữa một bộ giảm tốc độ mẫu với hệ số M với một bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L có thể trao đổi vị trí cho nhau mà không làm thay đổi quan hệ vào-ra. Có thể thấy ngay rằng điều đó có thể làm được khi và chỉ khi M và L là nguyên tố với nhau.



Hình 1.12. Hai cách sắp xếp khác nhau của bộ tăng và giảm tốc độ mẫu trong mạch nối tiếp.

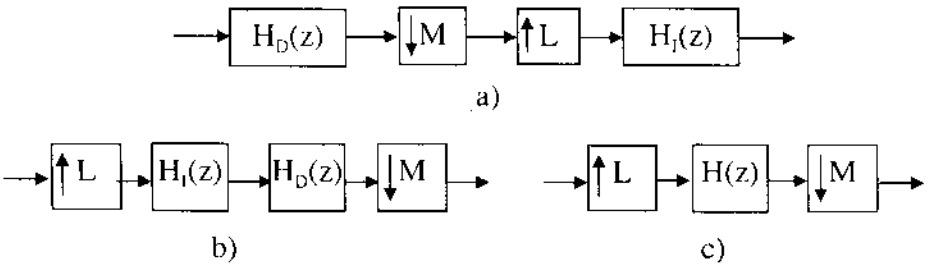
Hai mạch trên hình 1.12 là tương đương nhau khi M và L nguyên tố cùng nhau.

Như vậy, khi mắc nối tiếp một bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M với bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L thì sẽ tạo được bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M/L, hoặc nếu mắc nối tiếp một bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L với một bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M thì sẽ thu được một bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L/M. Có hai khả năng để thực hiện cách ghép nối tiếp như mô tả trên hình 1.13. Trong số các khả năng này, thì sơ đồ cho trong hình 1.13b là hiệu quả hơn cả, vì chỉ một trong hai mạch lọc $H_D(z)$ hoặc $H_I(z)$ thích hợp cho mạch lọc tăng tốc độ mẫu và mạch lọc giảm tốc độ mẫu phụ thuộc vào các tần số của dải chặn π/L hoặc π/M cái nào là cực tiểu. Cần lưu ý rằng trong các hệ thống có tốc độ mẫu thay đổi của hình 1.13, thì hệ thống (a) bảo toàn các thành phần tần số của tín hiệu ít hơn là hệ thống (b). Do vậy, cấu hình mong muốn để thay đổi tốc độ mẫu được chỉ ra trên hình 1.13c. Trong hình này thì mạch lọc H(z) có tần số cắt của dải chặn đã được chuẩn hoá là:

$$\omega_c = \min\left(\frac{\pi}{L}, \frac{\pi}{M}\right) \tag{1.17}$$

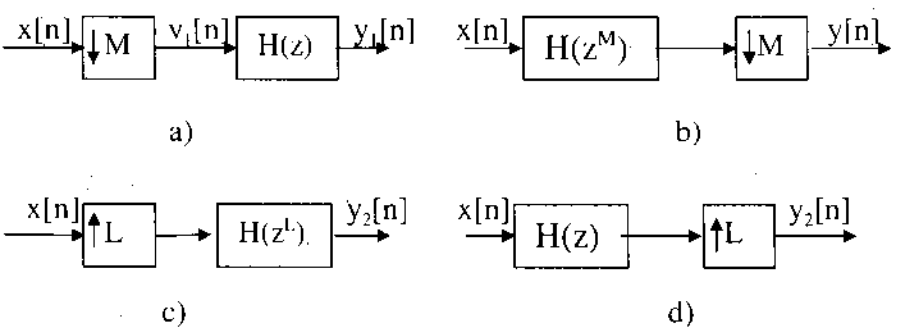
Mạch lọc này vừa loại bỏ các ảnh do bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L gây ra lại vừa loại bỏ hiện tượng chồng phổ do bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M

gây ra:



Hình 1.13. Sơ đồ tổng quát để tăng tốc độ mẫu hệ số L/M.

Ngoài ra, vị trí của các bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu trong một nhánh nối tiếp cũng có thể trao đổi cho các mạch lọc. Hình 1.14 cho thấy một số mạch tương đương trong một nhánh nối tiếp. Các mạch tương đương này suy ra được từ các biểu thức (1.8) và (1.14): Sơ đồ (a) tương đương sơ đồ (b) và (c) tương đương với (d).



Hình 1.14. Hai mạch ghép nối tiếp tương đương nhau(a)=(b); (c)= (d).

Chúng ta chứng minh sự tương đương giữa các hệ thức trên.

Ở hình a), biến đổi z của tín hiệu $v_1[n]$ có giá trị bằng:

$$V_1(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X(z^{1/M} W_M^k)$$

Do vậy biến đổi z của tín hiệu lối ra $y_1[n]$ là:

$$Y_1(z) = V_1(z).H(z)$$

$$= \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H(z)X(z^{1/M}W_M^k).$$

Còn ở sơ đồ b):

$$V_2(z) = H(z^M)X(z)$$

và

$$Y_2(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H(zW_M^{kM})X(z^{1/M}W_M^k) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H(z)X(z^{1/M}W_M^k).$$

Do vậy $Y_1(z) = Y_2(z)$.

Tương tự ta cũng chứng minh được sơ đồ c) tương đương sơ đồ d).

1.2.4. Các yêu cầu về tính toán

Như đã nói, các mạch lọc trong các bộ tăng, giảm tốc độ mẫu có thể được thiết kế hoặc bằng các mạch lọc số FIR hoặc IIR. Đối với các hệ thống xử lý đơn tốc độ thì người ta hay sử dụng các mạch lọc IIR, vì các mạch lọc này hiệu quả hơn FIR về phương diện tính toán; do đó mạch lọc IIR được ưa dùng cho những ứng dụng mà ở đấy cần được giảm thiểu sự tính toán. Trong các hệ thống xử lý đa tốc độ, thì điều này lại không hoàn toàn như vậy. Chẳng hạn, chúng ta hãy xét cấu trúc của một bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M. Nếu mạch lọc giảm tốc độ mẫu H(z) là một mạch lọc FIR chiều dài N được thực thi dưới dạng trực tiếp, thì khi đó:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k] \qquad (1.18)$$

Bây giờ, cứ M mẫu tín hiệu lối vào thì bộ giảm tốc độ mẫu cho mẫu thứ M đi ra lối ra. Do vậy trong biểu thức (1.18) chỉ cần tính các giá trị của n là những số nguyên lần của M cho lối ra y[n] và thực hiện các tính toán trong M-1 mẫu. Nhờ đó, đã tiết kiệm được M lần các phép tính toán. Mặt khác, nếu H(z) là một mạch lọc IIR bậc K với hàm truyền dạng:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{P(z)}{D(z)} \qquad (1.19)$$

trong đó:

$$P(z) = \sum_{n=0}^{K} p_n z^{-n}, \qquad D(z) = 1 - \quad {}_1 z^{-n} \qquad (1.20)$$

Nếu mạch lọc có cấu trúc dạng trực tiếp thì:

$$w[n] = -d_1w[n-1] - d_2w[n-2] - \ldots - d_kw[n-K] + x[n] \qquad (1.21a)$$

$$y[n] = p_0w[n] + p_1w[n-1] + \ldots + p_kw[n-K] \qquad (1.21b)$$

Vì y[n] được giảm tốc độ mẫu, nên khi tính y[n] sử dụng (1.21b) chỉ cần tính các giá trị của n bằng một số nguyên lần của M mà thôi. Tuy nhiên, tín hiệu trung gian w[n] trong (1.21a) phải được tính với tất cả các giá trị của n. Chẳng hạn, khi tính giá trị lối ra

$$y[M] = p_0w[M] + p_1w[M-1] + \ldots + p_kw[M-K]$$

thì K+1 giá trị liên tiếp của w[n] vẫn được yêu cầu. Vì thế, trong trường hợp này, việc tiết kiệm tính toán ít hơn hệ số M. Do vậy, hiệu quả tính toán khi sử dụng mạch lọc FIR cao hơn là dùng mạch lọc IIR. Ví dụ sau đây cho thấy sự so sánh rõ rệt hơn.

Ví dụ1.1. So sánh mức độ phức tạp trong tính toán của bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M được thực thi khi sử dụng mạch lọc giảm tốc độ mẫu FIR và IIR nếu tốc độ mẫu tín hiệu lối vào x[n] là F và số lượng phép nhân trên một giây ký hiệu là R_M.

Giải.

Đối với mạch lọc FIR có chiều dài N thì :

$$R_{FIR} = N \times F$$

Nếu mạch lọc này mắc nối tiếp sau bộ giảm tốc độ mẫu, thì:

$$R_{M,FIR} = N \times F/M$$

Đối với mạch lọc IIR bậc K thì:

$$R_{IIR} = (2K+1) \times F.$$

Nếu mạch lọc này mắc nối tiếp sau bộ giảm tốc độ mẫu thì:

$$R_{M,IIR} = K \times F + (K+1) \times F/M.$$

Vì thế trong trường hợp mạch lọc FIR chúng ta đã giảm bớt được các phép tính toán một thừa số M; Trong khi với mạch lọc IIR chúng ta chỉ tiết kiệm được thừa số M(2K+1)/[(M+1)K+1], với M=10, K=9 chỉ tiết kiệm được thừa số 1,9. Tuy nhiên, trong một số trường hợp các mạch lọc IIR cũng có hiệu quả tính toán cao hơn.

Đối với trường hợp các bộ tăng tốc độ mẫu, tình hình cũng tương tự, có nghĩa là nếu mạch lọc tăng tốc độ mẫu H(z) là một mạch lọc FIR thì tiết kiệm được tính toán với thừa số L, ngược lại, nếu mạch lọc tăng tốc độ mẫu là IIR thì sẽ tiết kiệm được ít hơn.

1.2.5. Thay đổi tốc độ mẫu nhờ MATLAB

Trong hộp công cụ xử lý tín hiệu của MATLAB có ba hàm số đặc biệt để tăng tốc độ mẫu, giảm tốc độ mẫu và thay đổi mẫu. Đó là các hàm số: *decimate, interp và resample.*

Hàm *decimate* được sử dụng để giảm tốc độ mẫu của véc tơ tín hiệu lối vào hệ số M và phát tín hiệu ra y theo lệnh :

y = decimate(x,M,N,'fir')

ở đây sẽ thiết kế mạch lọc fir thông thấp với tần số cắt π/M và chiều dài N.

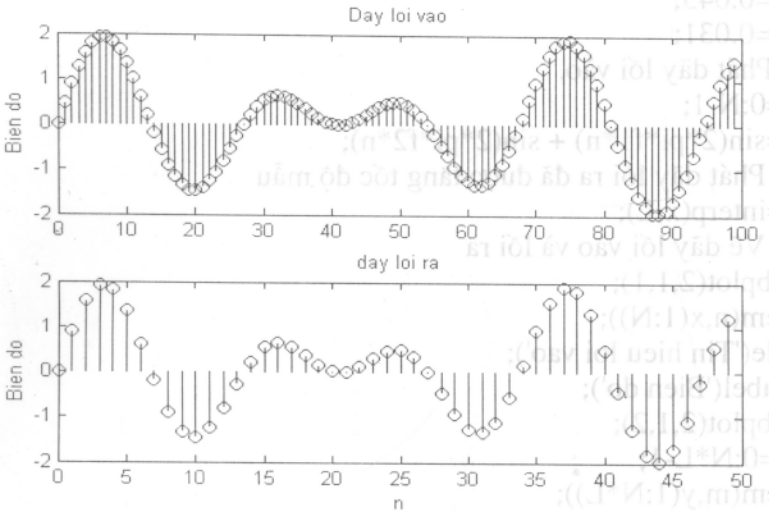
Ví dụ sau đây minh họa sự giảm tốc độ mẫu dùng MATLAB.

Ví dụ 1.2. Xét bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M bất kỳ khi tín hiệu lối vào là tổng của hai tín hiệu hình sin có tần số chuẩn f_1 và f_2 và có chiều dài N dùng mạch lọc thông thấp FIR 30-tap có tần số cắt của dải chặn là π/M. Áp dụng cho trường hợp N =100, M=2, f_1=0,043 và f_2 = 0,001.

Chương trình P1-3 minh họa quá trình này.

```
% Chương trình P1-3
% Minh họa quá trình giảm tốc độ mẫu.
clf;
N=100;
M=2;
f1=0.043;
f2=0.031;
n=0:N-1;
% Phát dãy lối vào;
x= sin(2*pi*f1*n)+sin(2*pi*f2*n);
%Phát dãy lối ra đã được giảm tốc độ mẫu .
y=decimate(x,M,'fir');
subplot(2,1,1);
stem(n,x(1:N));
title('Day loi vao');
; ylabel('Bien do');
subplot(2,1,2)
m=0:N/M-1;
stem(m,y(1:N/M));
title('day loi ra'); xlabel('n'); ylabel('Bien do');
```

Đồ thị cho trên hình 1.15.



Hình 1.15. Bộ giảm tốc độ mẫu số liệu lối vào hệ số M=2 dùng mạch lọc Fir.

Hàm *interp* có thể được sử dụng để tăng tốc độ mẫu của tín hiệu lối vào x[n] một hệ số L và phát tín hiệu lối ra y[n] theo lệnh sau:

y = interp(x,L,N,alpha)

hoặc:

[y,h]= interp(x,L,N,alpha),

trong đó h là hệ số của mạch lọc.

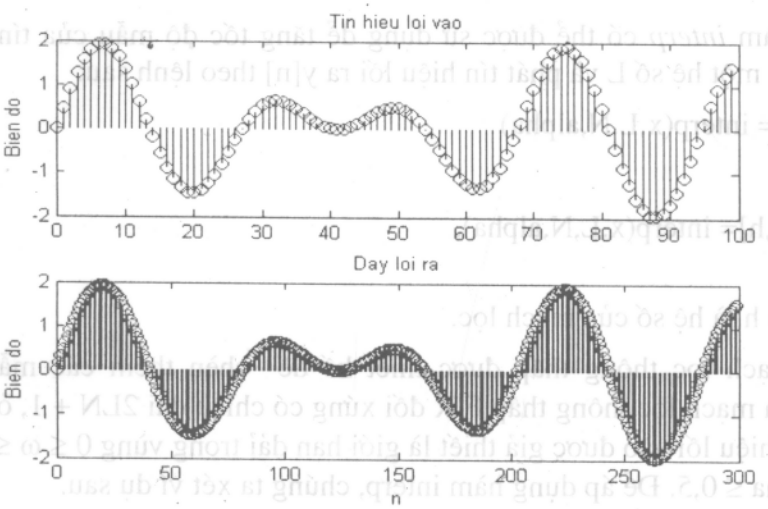
Mạch lọc thông thấp được thiết kế để chèn thêm các mẫu giá trị không là mạch lọc thông thấp FIR đối xứng có chiều dài 2LN + 1, ở đây N ≤ 10. Tín hiệu lối vào được giả thiết là giới hạn dải trong vùng 0 ≤ ω ≤ alpha, ở đây alpha ≤ 0,5. Để áp dụng hàm interp, chúng ta xét ví dụ sau.

Ví dụ 1.3. Giả sử x[n] là tín hiệu lối vào của bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L gồm hai dãy hình sin tần số là f_1 = 0,043 và f_2 = 0,031 và có chiều dài N = 50. Chương trình P1-4 sau đây cho thấy đồ thị của dãy vào và ra của bộ tăng tốc độ mẫu :

```
%Chương trình P1-4
% Minh họa qúa trình tăng tốc độ mẫu .
clf;
N=100;
```

```
L=3;
f1=0.043;
f2=0.031;
%Phát dãy lối vào.
n=0:N-1;
x=sin(2*pi*f1*n) + sin(2*pi*f2*n);
% Phát dãy lối ra đã được tăng tốc độ mẫu
y=interp(x,L);
% Vẽ dãy lối vào và lối ra
subplot(2,1,1);
stem(n,x(1:N));
title('Tin hieu loi vao');
ylabel('Bien do');
subplot(2,1,2);
m=0:N*L-1;
stem(m,y(1:N*L));
title('Day loi ra'); xlabel('n'); ylabel('Bien do');
```

Đồ thị cho trên hình 1.16



Hình 1.16. Tín hiệu vào và ra của bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L=3.

Cuối cùng, hàm *resample* trong MATLAB có thể được sử dụng để tăng tốc độ mẫu của tín hiệu lối vào với hệ số không nguyên, dạng L/M và phát ra tín hiệu lối ra y theo lệnh sau:

```
y= resample(x,L,M,R,beta)
```

y = resaple(x,L,M,h)

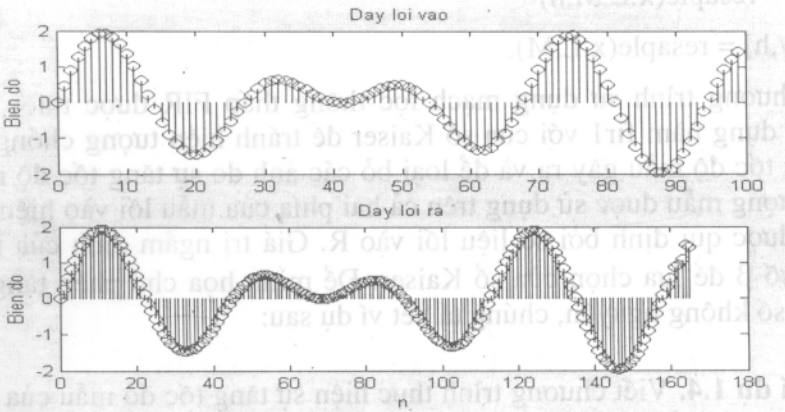
hay [y,h] = resaple(x,L,M).

Chương trình sử dụng mạch lọc thông thấp FIR được thiết kế bằng cách sử dụng hàm fir1 với cửa sổ Kaiser để tránh hiện tượng chồng phổ do sự giảm tốc độ mẫu gây ra và để loại bỏ các ảnh do sự tăng tốc độ mẫu gây ra. Số lượng mẫu được sử dụng trên cả hai phía của mẫu lối vào hiện tại x[n] có thể được qui định bởi số liệu lối vào R. Giá trị ngầm định của R là 10. Thông số β để lựa chọn cửa sổ Kaiser. Để minh họa cho phép tăng tốc độ mẫu hệ số không nguyên, chúng ta xét ví dụ sau:

Ví dụ 1.4. Viết chương trình thực hiện sự tăng tốc độ mẫu của tín hiệu lối vào x[n] là tổng của hai tín hiệu hình sin có tần số $f_1 = 0,43$ và $f_2 = 0,31$, bởi hệ số 5/3:

```
%Chương trình P1-5
% Minh họa chuyển đổi tốc độ mẫu
clf;
N=100;
L=5;
M=3;
f1=0.043;
f2=0.031;
% Phát tín hiệu lối vào
n=0:N-1;
x=sin(2*pi*f1*n) + sin(2*pi*f2*n);
y=resample(x,L,M);
subplot(2,1,1);
stem(n,x(1:N));
title('Day loi vao');
ylabel('Bien do');
subplot(2,1,2);
m=0:N*L/M-1;
stem(m,y(1:N*L/M));
title('Day loi ra');
xlabel('n'); ylabel('Bien do');
```

Đồ thị dãy lối vào và dãy lối ra của bộ tăng tốc độ mẫu hệ số 5/3 cho trên hình 1.17.



Hình 1.17. Tín hiệu vào và ra của bộ tăng tốc độ mẫu hệ số 5/3.

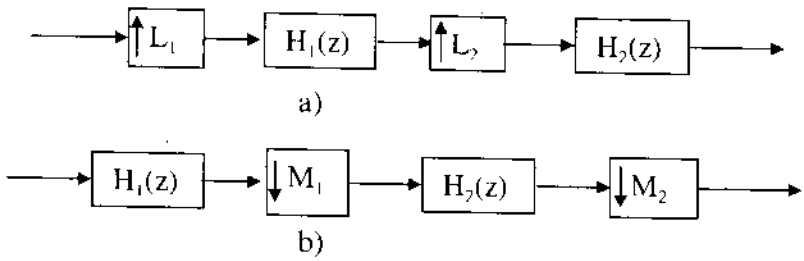
1.3. THIẾT KẾ CÁC BỘ TĂNG TỐC ĐỘ MẪU VÀ GIẢM TỐC ĐỘ MẪU ĐA TẦNG

Như đã biết, số lượng các phép tính số học phụ thuộc vào tốc độ của mẫu dữ liệu; do vậy, hiệu quả tính toán phụ thuộc rất nhiều vào cấu trúc mà ở đấy tốc độ mẫu dữ liệu có giá trị hợp lý. Điều đó được thực hiện nhờ thực hiện việc ghép nối tiếp các bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu với các tỉ số hợp lý, nhờ đó thu được cấu trúc đa tầng. Hình 1.18a và b minh họa bộ tăng tốc độ mẫu và bộ giảm tốc độ mẫu với cấu trúc hai tầng. Trong hai sơ đồ đó, thì bộ tăng tốc độ mẫu có hệ số $L = L_1xL_2$ được phân tích thành hai tầng với hai hệ số tăng tốc độ mẫu thành phần là L_1 và L_2 còn bộ giảm tốc độ mẫu có hệ số $M = M_1xM_2$ cũng được phân tích thành hai bộ giảm tốc độ mẫu thành phần; mỗi cái có hệ số giảm tốc độ mẫu lần lượt là M_1 và M_2. Đi liền với các bộ tăng hoặc giảm tốc độ mẫu thành phần là các mạch lọc $H_1(z)$ và $H_2(z)$ đóng vai trò loại bỏ ảnh và sự chồng phổ do các bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu gây nên.

Ví dụ 1.5. Thiết kế một bộ giảm tốc độ mẫu từ 12 kHz xuống 400 Hz (hình 1.19a). Các qui định đối với mạch lọc giảm tốc độ mẫu H(z) là : Mép của dải thông f_P = 180Hz, mép dải chặn f_S = 200Hz, độ mấp mô của dải thông $\delta_P = 0{,}002$, độ mấp mô của dải chặn $\delta_S = 0{,}001$. Các qui định này được chỉ trên hình 1.19b. Nếu chọn mạch lọc FIR pha tuyến tính đồng mấp mô thì bậc của nó được xác định từ công thức:

$$N = \frac{-20\log_{10}\sqrt{\delta_1\delta_2} - 13}{14{,}6\Delta f} \qquad (1.22)$$

trong đó $\Delta f = (f_S - f_P)/F$ là độ rộng của dải chuyển tiếp đã được chuẩn hoá.

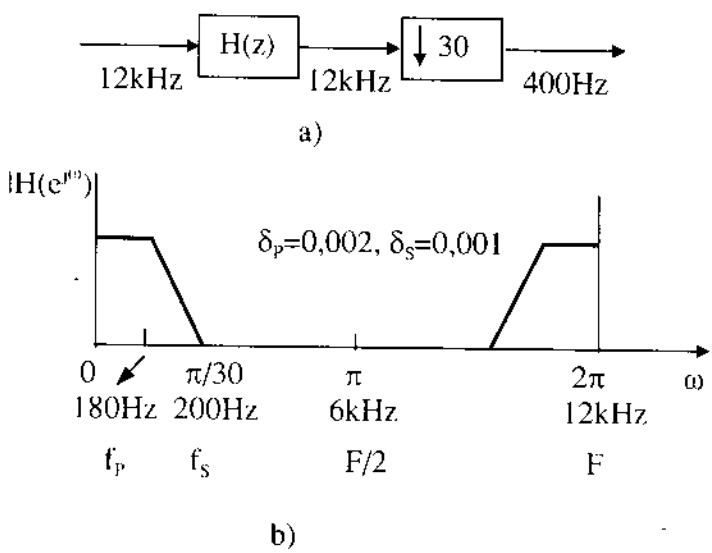


Hình 1.18. Cấu trúc của bộ tăng tốc độ mẫu 2-tầng a) và bộ giảm tốc độ mẫu 2-tầng b).

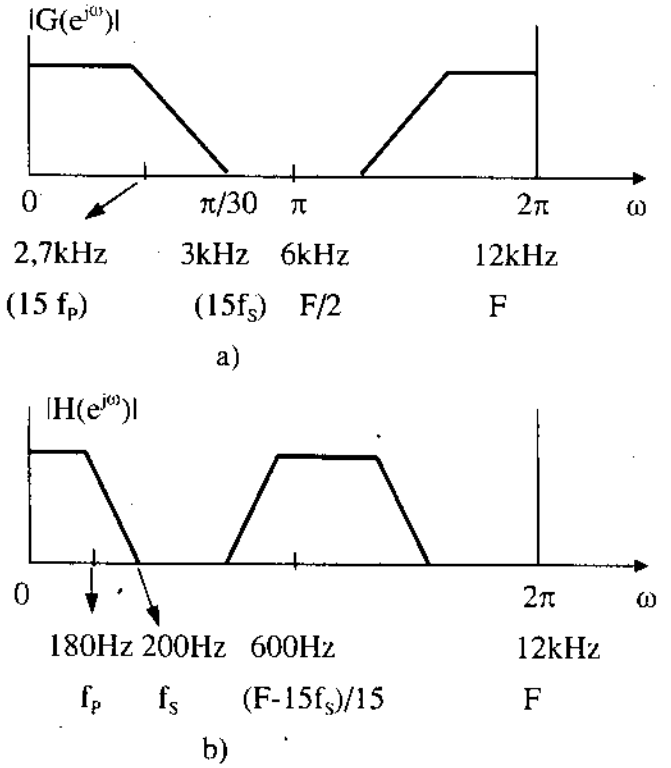
Với các qui định đã cho thì bậc được xác định từ công thức (1.22) cho kết quả là N = 1808. Do đó, số phép nhân trong một giây mà bộ giảm tốc độ mẫu phải thực hiện nếu chỉ sử dụng một bộ giảm tốc độ mẫu duy nhất với hệ số 30 là:

$$R_{M.H} = 1809.\frac{12000}{30} = 723600$$

Bây giờ, nếu chúng ta thực hiện H(z) dưới dạng nối tiếp của $G(z^{15})F(z)$, thì mạch lọc mẹ G(z) bây giờ phải có các qui định như trên hình 1.20, tương đương với vẽ lại hình 1.19b nhưng với các qui định tăng lên 15. Hình 1.20b vẽ đáp ứng biên độ của mạch lọc $G(z^{15})$. Đáp ứng mong muốn của F(z) cũng được vẽ trên hình 1.20b đó, bằng đường chấm chấm. Lưu ý rằng đáp ứng mong muốn của F(z) có dải chuyển tiếp rộng hơn, nên nó trải ra vùng giữa hai dải thông của $G(z^{15})$. Sơ đồ khối để thực thi $G(z^{15})F(z)$ cho trên hình 1.21a.



Hình 1.19. Minh họa thiết kế mạch lọc giảm tốc độ mẫu của ví dụ 1.5.



Hình 1.20. Thiết kế mạch lọc dựa trên phương pháp mạch lọc giảm tốc độ mẫu FIR.

Vì F(z) và $G(z^{15})$ mắc nối tiếp, nên độ mấp mô tổng thể dB bằng tổng độ mấp mô dB của dải thông của F(z) và $G(z^{15})$. Do vậy, chúng ta có thể cân bằng bằng cách thiết kế F(z) và G(z) có cùng độ mấp mô của dải thông là $\delta_p = 0{,}001$ (chứ không phải bằng 0,002). Ngoài ra để hệ thống tổng thể có độ mấp cô của dải chặn cũng tốt như của các hệ thống thành phần thì các qui định đối với δ_S cho cả F(z) lẫn G(z) có thể được giữ nguyên là $\delta_S = 0{,}001$. Do đó, các qui định đối với mạch lọc giảm tốc độ mẫu FIR là:

$$G(z) : \delta_P = 0{,}001, \quad \delta_S = 0{,}001, \quad \Delta f = 300/12000 \qquad (1.23a)$$

$$F(z) : \delta_P = 0{,}001, \quad \delta_S = 0{,}001, \quad \Delta f = 420/12000 \qquad (1.23b)$$

Bậc của các mạch lọc F(z) và G(z) vẫn được xác định từ công thức (1.22) là:

Bậc của G(z) : 129.

Bậc của F(z) : 92.

Như vậy, H(z) trong hình 1.19a đã được thay bằng $F(z)G(z^{15})$ trong hình 1.21a. Chiều dài của H(z) với cấu trúc thực thi trực tiếp là 1809 trong

khi chiều dài của $F(z)G(z^{15})$ là 92+15x129+1=2028. Có nghĩa là chiều dài của mạch lọc tổng thể đã tăng lên. Tuy nhiên, độ phức tạp về tính toán (số lượng các phép nhân trên một giây) của cấu trúc mới $F(z)G(z^{15})$ lại giảm đi đáng kể khi sử dụng các cấu trúc nối tiếp tương đương như đã được mô tả trên hình 1.14.

Bây giờ, nếu ta khai triển hệ số M của bộ giảm tốc độ mẫu trong hình 1.21a thành dạng M_1M_2, với $M_1 = 15$, $M_2 = 2$, như trên hình 1.21b sau đó nhờ cấu trúc nối tiếp tương đương, chuyển thành dạng như trên hình 1.21c. Từ đây thấy rằng để thực thi G(z) với tốc độ mẫu 800Hz nối tiếp bằng bộ giảm tốc độ mẫu hệ số 2 cần:

$$R_M = 130x(800/2) = 52000$$

phép tính nhân trên một giây.

Để thực thi F(z) nối tiếp bởi bộ giảm tốc độ mẫu hệ số 15 yêu cầu

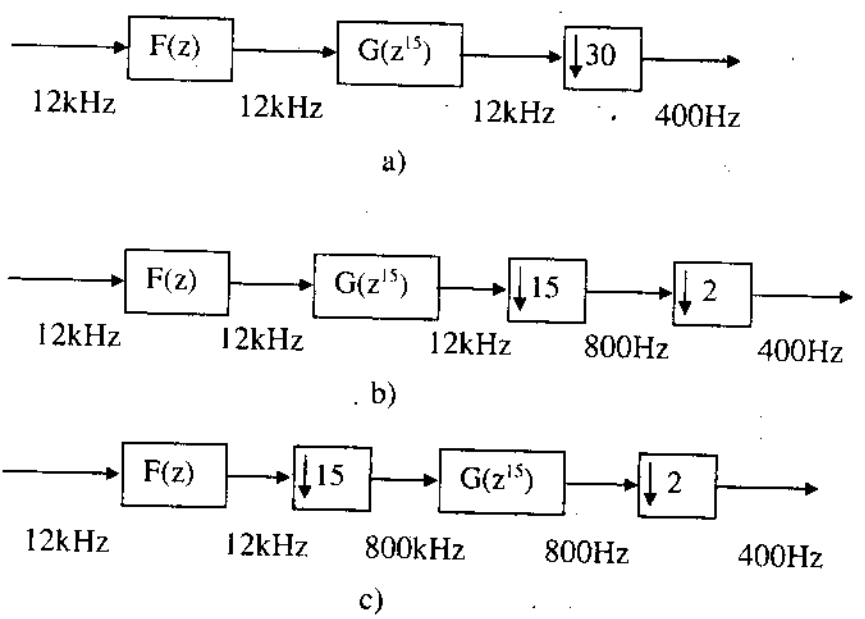
$$R_M = 93x(12000/15) = 744000$$

phép tính nhân trên một giây.

Như vậy, F(z) cần nhiều phép tính nhân trên một giây hơn G(z). Toàn bộ hệ thống cần

$$52000 + 74400 = 126400$$

phép nhân trên một giây, tức là khoảng 5,72 lần nhỏ hơn khi thực thi H(z) trực tiếp như trên hình 1.19a.



Hình 1.21: Cấu trúc tương đương của bộ giảm tốc độ mẫu từ 12kHz xuống 400Hz.

Bây giờ chúng ta lại phân tích bộ giảm tốc độ mẫu hệ số 15 thành hai bộ giảm tốc độ mẫu với hệ số 5 và 3, sau đó thiết kế bộ lọc giảm tốc độ mẫu F(z) dưới dạng $R(z)G(z^5)$ và tiến hành phương pháp tương tự như đã mô tả ở trên, chúng ta sẽ thu được cấu trúc của hình 1.22. Trong sơ đồ này, các mạch lọc giảm tốc độ mẫu R(z) và S(z) có các qui định sau đây:

$$S(z) : \delta_P = 0{,}0005,\ \delta_S = 0{,}001,\ \Delta f = 5x(420/12000) = 0{,}175.$$

$$R(z) : \delta_P = 0{,}0005,\ \delta_S = 0{,}001,\ \Delta f = 1620/12000 = 0{,}135.$$

Bậc của các mạch lọc S(z) và R(z) là:

Bậc của S(z) : 20.

Bậc của R(z) : 26.

Với cấu trúc này thì cần

$$R_{M.S} \doteq 21x(2400/3) = 16800$$

phép nhân trên một giây để thực thi S(z) và

$$R_{M.R} = 27x(12000/5) = 64800$$

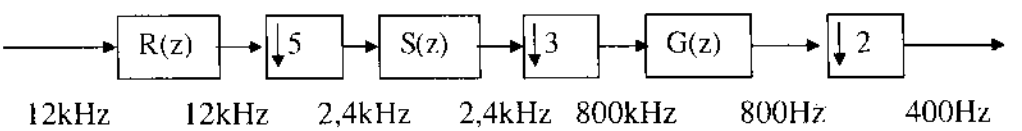
phép nhân trên một giây để thực thi R(z) khi tần số mẫu là 12kHz.

Kết quả là toàn bộ hệ thống cho trên hình 1.24 cần

$$R_{M.G} + R_{M.S} + R_{M.R} = 133600$$

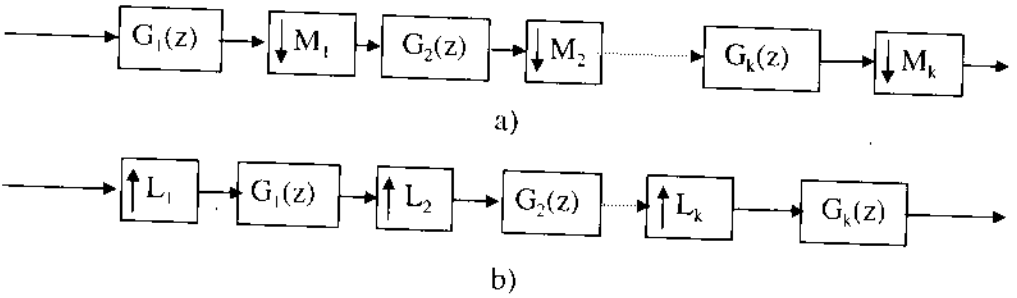
phép nhân trên một giây.

Kết quả trên cho thấy sự thực thi lớn hơn hai tầng không phải bao giờ cũng đưa đến kết quả tính toán đơn giản hơn.



Hình 1.22. Thực hiện bộ giảm tốc độ mẫu ba tầng từ 12kHz xuống 400Hz

Trong trường hợp tổng quát, nếu bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M được thực thi k tầng như chỉ ra trên hình 1.23a, ở đây $M = M_1M_2...M_k$. Với một M_k đã cho thì có k-1 lượng $M_1, M_2, ..., M_{k-1}$ các lựa chọn trong đó có một cách lựa chọn tối ưu mà với cách lựa chọn này thì sự thực thi đa tầng có mức độ phức tạp về tính toán là ít nhất. Việc xác định cấu trúc tối ưu đó phụ thuộc vào sự lựa chọn k và sự tổ hợp "tốt nhất" và vào thứ tự của $M_1, M_2, ..., M_k$ sao cho giảm thiểu số lượng các phép tính nhân trên một giây. Bộ tăng tốc độ mẫu đa tầng cũng có cấu trúc tương tự (hình 1.23b).



Hình 1.23. Thực hiện bộ giảm tốc độ mẫu đa tầng a) và bộ tăng tốc độ mẫu đa tầng b).

1.4. KHAI TRIỂN ĐA PHA

Biểu diễn đa pha là bước tiến bộ quan trong trong xử lý tín hiệu đa tốc độ. Biểu diễn này cho phép đơn giản hoá các kết quả lý thuyết và cho phép đơn giản hoá rất nhiều các phép tính toán khi thực thi các bộ tăng giảm tốc độ mẫu. Để giải thích quan điểm cơ bản của phương pháp này, chúng ta xét một dãy bất kỳ x[n] có biến đổi - z là:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n} \qquad (1.24)$$

Bây giờ, nếu chúng ta tách các hệ số đánh số chẵn và số lẻ với nhau thì thu được:

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[2n]z^{-2n} + z^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[2n+1]z^{-2n} \qquad (1.25)$$

Nếu đặt:

$$E_0(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[2n]z^{-n} \text{ và } E_1(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[2n+1]z^{-n} \qquad (1.26)$$

thì khi đó X(z) được viết dưới dạng:

$$X(z) = E_0(z^2) + z^{-1} E_1(z^2) \qquad (1.27)$$

Cách biểu diễn vừa trình bày có thể được áp dụng cho cả mạch lọc FIR lẫn IIR, nhân quả hoặc không nhân quả. Chẳng hạn $X(z) = 1 + 2z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3}$, thì với cách khai triển trên, ta tìm được:

$$E_0(z) = 1 + 3z^{-1}, \quad E_1(z) = 2 + 4z^{-1}$$

Còn đối với mạch lọc IIR có hàm truyền $H(z) = 1/(1-\alpha z^{-1})$ chúng ta có thể viết:

$$H(z) = \frac{1}{1-\alpha z^{-1}} = \frac{1}{1-\alpha^2 z^{-2}} + \frac{\alpha z^{-1}}{1-\alpha^2 z^{-2}}$$

Do đó $E_0(z) = 1/(1-\alpha^2 z^{-1})$ và $E_1(z) = \alpha/(1-\alpha^2 z^{-1})$.

Bây giờ mở rộng cho trường hợp số nguyên M, chúng ta cũng có thể khai triển X(z) như sau:

$$\begin{aligned} X(z) = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[nM] z^{-Mn} \\ & + z^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[Mn+1] z^{-Mn} \\ & \vdots \\ & + z^{-(M-1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[Mn+M-1] z^{-Mn} \end{aligned} \qquad (1.28)$$

hoặc có thể viết dưới dạng thuận tiện hơn:

$$X(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} E_k(z^M) \quad \text{(khai triển đa pha loại 1)} \qquad (1.29)$$

trong đó

$$E_k(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e_k[n] z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[Mn+k] z^{-n} \quad 0 \le k \le M-1 \qquad (1.30)$$

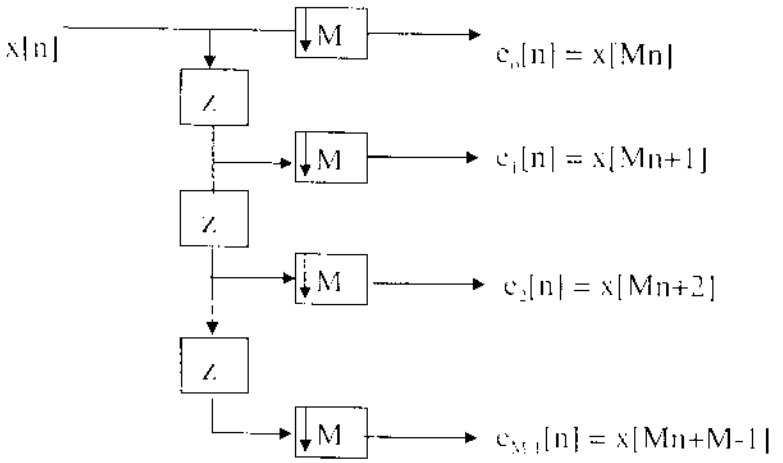
Phương trình (1.29) được gọi là khai triển đa pha loại 1; còn $E_k(z)$ là các thành phần đa pha của X(z); nó cũng chính là biến đổi - z của dãy con $e_k[n]$. Các dãy con $e_k[n]$ liên hệ với dãy gốc x[n] bằng hệ thức

$$e_k[n] = x[Mn+k] \quad 0 \le k \le M-1 \qquad (1.31)$$

Biểu thức khai triển đa pha loại 1 (1.29) có thể viết lại dưới dạng ma trận:

$$X(z) = [\,1 \; z^{-1} \ldots z^{-(m-1)}\,] \begin{bmatrix} E_0(z^M) \\ E_1(z_M) \\ \cdot \\ \cdot \\ E_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \qquad (1.32)$$

Phương trình này được thực thi trên sơ đồ hình 1.24:



Hình 1.24. Khai triển đa pha loại 1 dãy x[n] thành M-dãy con.

1.4.1. Khai triển đa pha một mạch lọc FIR

Để minh họa cho phương pháp này, xét mạch lọc FIR nhân quả có chiều dài bằng 9 với hàm truyền:

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + \ldots + b_7 z^{-7} + b_8 z^{-8} \qquad (1.33)$$

Bây giờ, chúng ta chia hàm truyền này theo các chỉ số chẵn và các chỉ số lẻ:

$$H(z) = (b_0 + b_2 z^{-2} + b_4 z^{-4} + b_6 z^{-6} + b_8 z^{-8}) + (b_1 z^{-1} + b_3 z^{-3} + b_5 z^{-5} + b_7 z^{-7}) \qquad (1.34)$$

$$= (b_0 + b_2 z^{-2} + b_4 z^{-4} + b_6 z^{-6} + b_8 z^{-8}) + z^{-1}(b_1 + b_3 z^{-2} + b_5 z^{-4} + b_7 z^{-6})$$

Do đó:

$$E_0(z) = b_0 + b_2 z^{-1} + b_4 z^{-2} + b_6 z^{-3} + b_8 z^{-4}$$
$$E_1(z) = b_1 + b_3 z^{-1} + b_5 z^{-2} + b_7 z^{-3} \qquad (1.35)$$

Khi đó H(z) được viết dưới dạng:

$$H(z) = E_0(z^2) + z^{-1} E_1(z^2) \qquad (1.36)$$

Hoặc bằng cách nhóm các số hạng của (1.33) theo các khác, chúng ta có thể biểu thị hàm truyền H(z) dưới dạng:

$$H(z) = E_0(z^3) + z^{-1} E_1(z^3) + z^{-2} E_2(z^3) \qquad (1.37)$$

trong đó:

$$E_0(z) = b_0 + b_3 z^{-1} + b_6 z^{-2}$$

$$E_1(z) = b_1 + b_4 z^{-1} + b_7 z^{-2} \qquad (1.38)$$
$$E_2(z) = b_2 + b_5 z^{-1} + b_8 z^{-2}$$

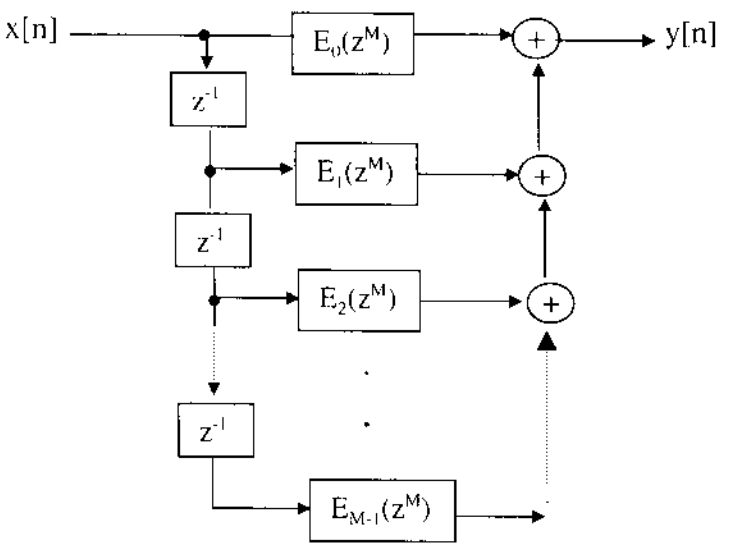
Tổng quát, nếu muốn hàm truyền H(z) có bậc N được khai triển thành thành M nhánh thì khai triển đa pha này có dạng như trong biểu thức (1.29), tức là:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} E_k(z^M) \qquad (1.39)$$

trong đó:

$$E_k(z^M) = \sum_{n=0}^{\lfloor (N+1)/M \rfloor} b_{Mn+k} z^{-n}, \; 0 \le k \le M-1 \qquad (1.40)$$

Trong đó ký hiệu $\lfloor x \rfloor$ chỉ lấy phần nguyên của x. $b_n = 0$ khi $n > N$.



Hình 1.25. Khai triển đa pha M nhánh của một mạch lọc FIR bậc N.

Sơ đồ thực thi khai triển đa pha M nhánh của mạch lọc FIR bậc N cho trên hình 1.25. Cần lưu ý rằng các mạch lọc con $E_k(z^M)$ trong khai triển đa pha của mạch lọc FIR H(z) cũng là một mạch lọc FIR và có thể được thực thi bằng bất kỳ phương pháp nào như đã mô tả trước đây. Tuy nhiên, để thu được dạng chính tắc trong cấu trúc tổng thể thì các bộ trễ trong tất cả các mạch lọc con phải được góp chung nhau lại. Dạng chuyển vị của khai triển đa pha loại 1 của mạch lọc FIR được cho bởi :

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} E_k(z^M) z^{-k} \qquad (1.40)$$

Hàm truyền này được thực thi bởi sơ đồ cấu trúc cho trên hình 1.26.

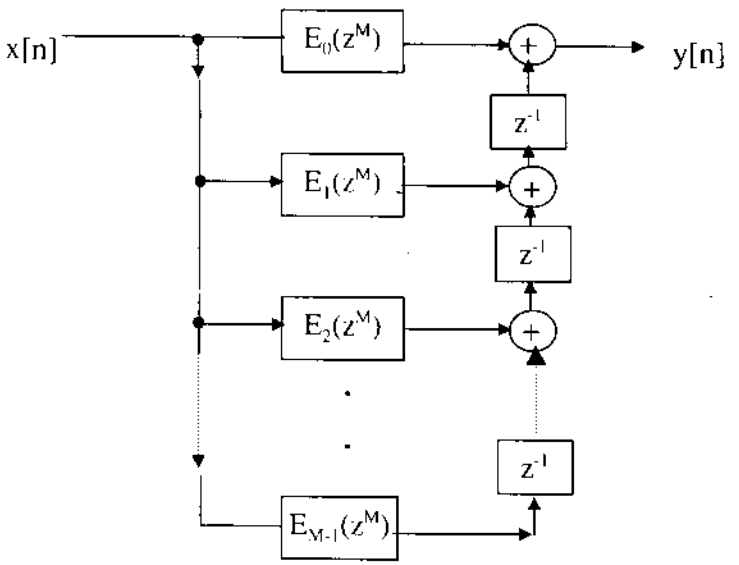
Bây giờ, nếu đặt:

$$R_k(z^M) = E_{M-1-k}(z^M),\ \ 0 \le k \le M-1 \qquad (1.41)$$

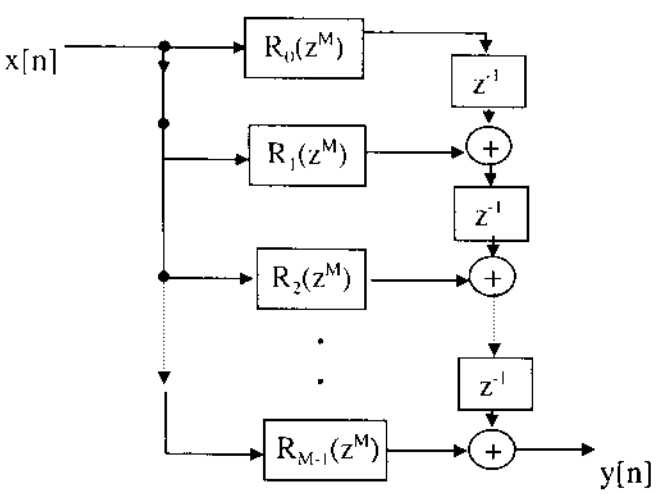
khi đó hàm truyền H(z) được khai triển dưới dạng:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} z^{-(M-1-k)} R_k(z^M) \qquad (1.42)$$

Sơ đồ cấu trúc thực thi hàm truyền theo khai triển (1.42) được vẽ trên hình 1.27. Khai triển (1.42) được gọi là *khai triển đa pha loại II*.



Hình 1.26. Dạng chuyển vị của khai triển đa pha M nhánh loại I của mạch lọc FIR bậc N.



Hình 1.27. Sơ đồ thực thi khai triển đa pha M nhánh loại II của mạch lọc FIR bậc N.

Nếu H(z) là hàm truyền của một mạch lọc FIR nhân quả bậc N-1 với $N = 2^M$ thì H(z) có thể khai triển thành dạng:

$$H(z) = [1\ z^{-1} \dots z^{-(M-1)}]\ \mathbf{H}_{DM} \begin{bmatrix} H_0(z^M) \\ H_1(z^M) \\ . \\ . \\ H_{M-1}(z^M) \end{bmatrix}$$

trong đó $\mathbf{H}_{DM}$ là ma trận Hadamard bậc MxM, còn $H_i(z)$ được biểu thị theo các thành phần đa pha $E_i(z)$ của H(z).

Chẳng hạn ta có thể thực hiện bộ giảm tốc độ mẫu hệ số 4 có hiệu quả tính toán cao nhờ sử dụng mạch lọc FIR pha tuyến tính có chiều dài bằng 16. Với cấu trúc này, ta sẽ thu được:

$$H(z) = [1\ z^{-1}\ z^{-2}\ z^{-3}]H_{D4} \begin{bmatrix} H_0(z^{-4}) \\ H_1(z^{-4}) \\ H_2(z^{-4}) \\ H_3(z^{-4}) \end{bmatrix} = [1\ z^{-1}\ z^{-2}\ z^{-3}] \begin{bmatrix} E_0(z^{-4}) \\ E_1(z^{-4}) \\ E_2(z^{-4}) \\ E_3(z^{-4}) \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được:

$$\begin{bmatrix} H_0(z^{-4}) \\ H_1(z^{-4}) \\ H_2(z^{-4}) \\ H_3(z^{-4}) \end{bmatrix} = H_{D4}^{-1} \begin{bmatrix} E_0(z^{-4}) \\ E_1(z^{-4}) \\ E_2(z^{-4}) \\ E_3(z^{-4}) \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z^{-4}) \\ E_1(z^{-4}) \\ E_2(z^{-4}) \\ E_3(z^{-4}) \end{bmatrix}$$

H(z) là mạch lọc FIR pha tuyến tính có chiều dài 16, nên nó có dạng:

$$H(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3} + b_4z^{-4} + b_5z^{-5} + b_6z^{-6} + b_7z^{-7}$$
$$+ b_7z^{-8} + b_6z^{-9} + b_5z^{-10} + b4z^{-11} + b_3z^{-12} + b_2z^{-13} + b_1z^{-14} + b_0z^{-15}$$

Từ đây tìm được:

$$E_0(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + b_3z^{-3},\ E_1(z) = b_4 + b_5z^{-1} + b_6z^{-2} + b_7z^{-3}$$

$$E_2(z) = b_2 + b_6z^{-1} + b_5z^{-2} + b_1z^{-3},\ E_0(z) = b_3 + b_7z^{-1} + b_1z^{-2} + b_5z^{-3}$$

Do vậy, từ phương trình ma trận trên, ta tìm được các ma trận $H_i(z)$:

$$H_0(z) = g_0 + g_1z^{-1} + g_1z^{-2} + g_0z^{-3},\ H_1(z) = g_2 + g_3z^{-1} - g_3z^{-2} - g_2z^{-3}$$

$$H_2(z) = g_4 + g_5z^{-1} - g_5z^{-2} - g_4z^{-3},\ H_3(z) = g_6 + g_7z^{-1} + g_7z^{-2} + g_8z^{-3}$$

ở đây:

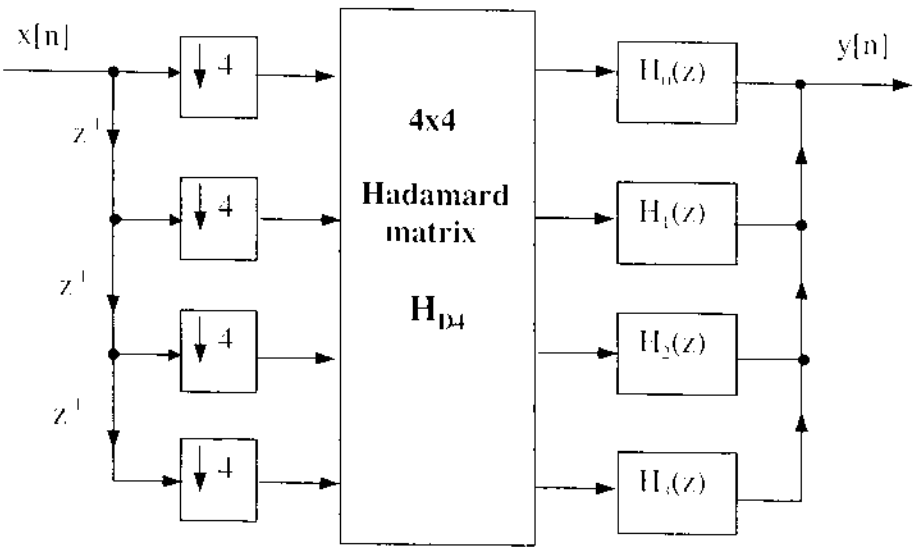
$$4g_0 = b_0 + b_1 + b_2 + b_3,\quad 4g_1 = b_2 + b_5 + b_6 + b_7$$

$$4g_2 = b_0 - b_1 + b_2 - b_3,\quad 4g_3 = b_2 - b_5 + b_6 - b_7$$

$$4g_4 = b_0 + b_1 - b_2 - b_3,\quad 4g_5 = b_4 + b_5 - b_6 - b_7$$

$$4g_6 = b_0 - b_1 - b_2 + b_3 \text{ và } 4g_7 = b_4 - b_5 - b_6 + b_7$$

Sơ đồ thực thi bộ giảm tốc độ hệ số 4 này cho trên hình 1.28:



Hình 1.28. Sơ đồ thực thi bộ giảm tốc độ mẫu hệ số 4.

Để thực thi bộ giảm tốc độ mẫu này chỉ cần 8 bộ nhân hệ số, còn số lượng tổng cộng các bộ trễ nói chung bằng 15, nhưng có thể rút gọn chỉ còn 3.

1.4.2. Khai triển đa pha mạch lọc IIR

Để khai triển mạch lọc IIR có hàm truyền $H(z) = N(z)/D(z)$ thành dạng đa pha M nhánh, thì trước hết người ta nhân cả đa thức ở tử số và mẫu số với một đa thức được lựa chọn một cách thích hợp rồi sau đó áp dụng phương pháp khai triển đa pha M nhánh cho $N'(z)$. Để minh họa cho cách làm này, tốt nhất là lấy một ví dụ.

Chẳng hạn, xét mạch lọc IIR có hàm truyền

$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 + 3z^{-4}}.$$

ở đây:

$$N(z) = 1 - 2z^{-1}, \text{ còn } D(z) = 1 + 3z^{-1}.$$

Bây giờ, muốn khai triển hàm truyền H(z) này thành dạng đa pha với M = 2, chúng ta nhân cả tử lẫn mẫu với đa thức $1 - 3z^{-1}$. Khi đó thu được:

$$H(z) = \frac{(1-2z^{-1})(1-3z^{-1})}{(1+3z^{-1})(1-3z^{-1})} = \frac{1-5z^{-1}+6z^{-2}}{1-9z^{-2}} = \left(\frac{1+6z^{-2}}{1-9z^{-2}}\right) + z^{-1}\left(\frac{-5}{1-9z^{-2}}\right)$$

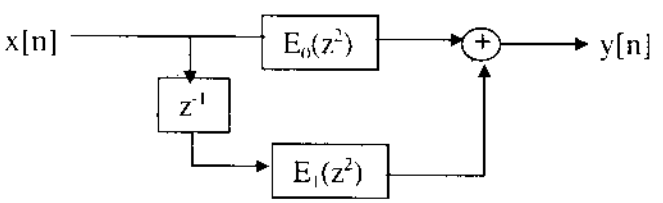
Do đó:

$$H(z) = E_0(z^2) + z^{-1}E_1(z^2)$$

ở đây:

$$E_0(z) = \frac{1+6z^{-1}}{1-9z^{-1}}, \qquad E_1(z) = \frac{-5}{1-9z^{-1}}$$

Sơ đồ thực thi cấu trúc đa pha 2 nhánh của H(z) cho trên hình 1.29.



Hình 1.29. Cấu trúc đa pha 2 nhánh của mạch lọc IIR bậc nhất.

Đối với mạch lọc IIR bậc cao hơn và hàm truyền có dạng phức tạp hơn thì phương pháp này vẫn được áp dụng. Tuy nhiên, khi sử dụng trong các cấu trúc đa tốc độ nhất định thì có thể tìm được những cấu trúc tối ưu hơn, chẳng hạn như trong ví dụ sau:

Hàm truyền của mạch lọc Butterworth thông thấp có dạng:

$$H(z) = \frac{0{,}0527864045(1+z^{-1})^5}{1+0{,}633436854z^{-2}+0{,}05572809z^{-4}}$$

Hàm truyền này có thể khai triển dưới dạng:

$$H(z) = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{0{,}10557281+z^{-2}}{1+0{,}10557281z^{-2}}\right) + z^{-1}\left(\frac{0{,}527864045+z^{-2}}{1+0{,}527864045z^{-2}}\right)\right]$$

Do đó $H(z) = E_0(z^2) + z^{-1}E_1(z^2)$

với:

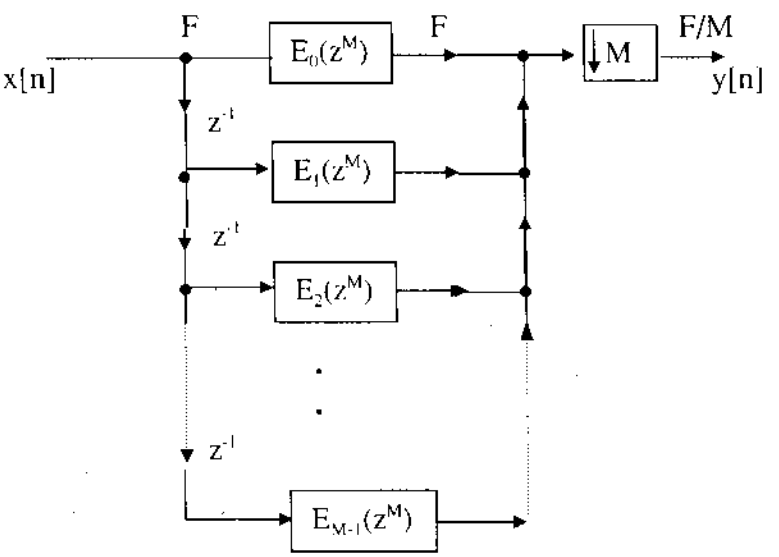
$$E_0(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{0{,}10557281 + z^{-1}}{1 + 0{,}10557281z^{-1}}\right), \quad E_1(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{0{,}527864045 + z^{-1}}{1 + 0{,}527864045z^{-1}}\right)$$

Trong khai triển giống như đa pha này, các hàm truyền nhánh là những mạch lọc truyền qua ổn định. Khai triển này không làm tăng bậc của toàn hệ thống.

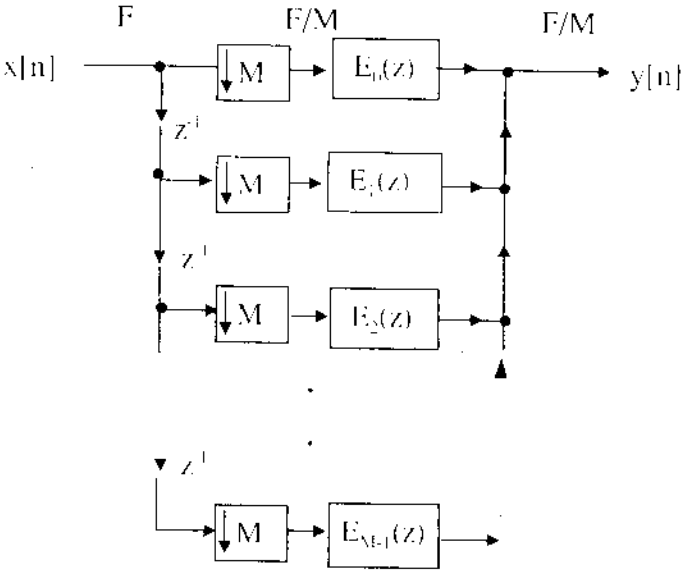
1.4.3. Cấu trúc của các bộ tăng và giảm tốc độ mẫu có hiệu suất tính toán cao

Nếu khai triển mạch lọc giảm tốc độ mẫu H(z) trong bộ giảm tốc độ mẫu nêu trong hình 1.7a thành dạng đa pha M nhánh, thì sẽ thu được một cấu trúc như trên hình 1.30 và sau đó áp dụng mạch tương đương thì sẽ thu được một cấu trúc mới như trên hình 1.31.

Hai dạng cấu trúc này có hiệu suất tính toán cao hơn nhiều cấu trúc thực thi dạng trực tiếp. Để minh họa cho quan điểm này, chúng ta giả thiết rằng mạch lọc giảm tốc độ mẫu H(z) là mạch lọc FIR thông thấp có chiều dài N với chu kỳ mẫu của tín hiệu lối vào là T = 1s. Bởi vì tín hiệu lối ra y[n] của bộ giảm tốc độ mẫu thu được bằng cách giảm tốc độ mẫu của tín hiệu lối ra v[n] của mạch lọc giảm tốc độ mẫu một thừa số M, nên chỉ cần tính v[n] tại n = ..., -2M, -M, 0, M, 2M,...Do đó các yêu cầu tính toán là N phép nhân và N-1 phép cộng trên một mẫu lối ra. Nhưng khi n tăng lên, các tín hiệu đã được lưu trữ trong các bộ ghi trễ sẽ thay đổi. Kết quả là, tất cả các phép tính chỉ cần được thực hiện hoàn toàn trong một chu kỳ mẫu, còn (M-1) chu kỳ mẫu sau đó thì khối tính toán sẽ nghỉ ngơi không làm gì cả.



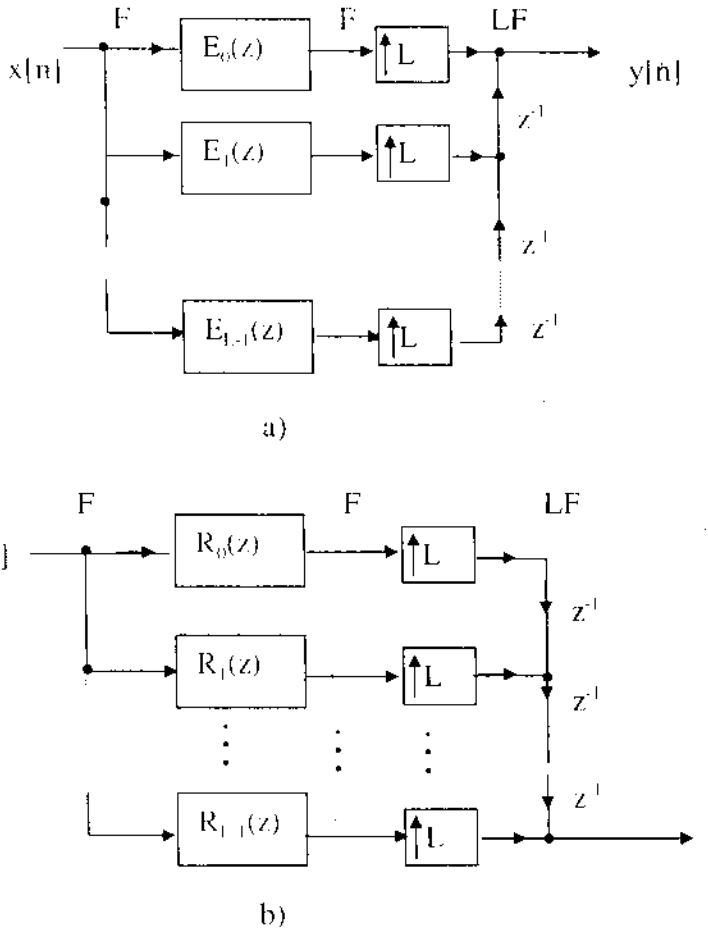
Hình 1.30. Cấu trúc của bộ giảm tốc độ mẫu dựa trên khai triển đa pha.



Hình 1.32 Một dạng cấu trúc khác của bộ giảm tốc độ mẫu dựa trên khai triển đa pha.

Đối với cấu trúc của hình 1.31 thì tình hình lại khác. Chẳng hạn, nếu mạch lọc con $E_k(z)$ có chiều dài là N_k, thì $N = \sum_{k=0}^{M-1} N_k$. Các yêu cầu tính toán của mạch lọc con thứ k này là N_k phép nhân và N_k-1 phép cộng trên mẫu lối ra, như vậy toàn bộ mạng đa pha sẽ là $\sum_{k=0}^{M-1} N_k$ = N phép nhân và $\sum_{k=0}^{M-1}(N_k - 1) + (M-1)$ = N-1 phép cộng trên mẫu lối ra của bộ giảm tốc độ mẫu. Tuy nhiên, trong cấu trúc này, các khối tính toán số học hoạt động tại tất cả các thời điểm của chu kỳ mẫu lối ra bằng M lần chu kỳ mẫu lối vào, có nghĩa số lượng tính toán trên một đơn vị thời gian đã giảm được M lần, hay nói cách khác cần N/M MPUs (multiplications per unit time: phép nhân trên một đơn vị thời gian) và (N-1)/M APUs (additions per unit time: phép cộng trên một đơn vị thời gian).

Đối với các bộ tăng tốc độ mẫu hệ số L như trên hình 1.32, chúng ta cũng thu được kết quả tương tự, nghĩa là nếu thực thi bộ tăng tốc độ mẫu dưới dạng khai triển đa pha thì chỉ yêu cầu N MPUs và (N-L) APUs.



Hình1.32. Hai cấu trúc có hiệu quả tính toán cao của bộ tăng tốc độ mẫu thực thi trên cơ sở (a) Khai triển đa pha loại I, (b) Khai triển đa pha loại II.

Cấu trúc của các bộ tăng tốc độ mẫu và giảm tốc độ mẫu có thể được thực thi hiệu quả hơn nữa nếu sử dụng các mạch lọc FIR pha tuyến tính; có nghĩa là các hệ số của chúng có tính chất đối xứng. Để chứng tỏ điều này, chúng ta hãy lấy một ví dụ thực thi một bộ giảm tốc độ mẫu hệ số M = 3 khi sử dụng mạch lọc FIR thông thấp có chiều dài 12 với đáp ứng xung có tính chất đối xứng chẵn:

$$H(z) = h[0] + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + h[3]z^{-3} + h[4]z^{-4} + h[5]z^{-5} + h[5]z^{-6} + \\ + h[4]z^{-7} + h[3]z^{-8} + h[2]z^{-9} + h[1]z^{-10} + h[0]z^{-11} \quad (1.43)$$

Khi đó khai triển đa pha hợp lý nhất là:

$$E_0(z) = h[0] + h[3]z^{-1} + h[5]z^{-2} + h[2]z^{-3}$$
$$E_1(z) = h[1] + h[4]z^{-1} + h[4]z^{-2} + h[1]z^{-3} \quad (1.44)$$
$$E_2(z) = h[2] + h[5]z^{-1} + h[3]z^{-2} + h[0]z^{-3}$$

Từ (1.44) cho thấy $E_1(z)$ là mạch lọc FIR pha tuyến tính vì các hệ số của nó có tính chất đối xứng chẵn, còn $E_2(z)$ là ảnh gương của $E_0(z)$. Các tính chất này có thể được khai thác để thực thi bộ giảm tốc độ mẫu chỉ sử dụng 6 bộ nhân và 11 bộ cộng hai lối vào.

1.5. BỘ CHUYỂN ĐỔI TỐC ĐỘ MẪU THEO TỈ SỐ BẤT KỲ

Có rất nhiều ứng dụng đòi hỏi phải xác định giá trị của tín hiệu thời gian rời rạc tại một thời điểm bất kỳ giữa một cặp liên tiếp nhau của các mẫu đã biết. Sự chuyển đổi tốc độ mẫu được sử dụng trong việc điều chỉnh thời gian trong các bộ thu thông tin số, xác định độ trễ thời gian, để khử tiếng vọng trong các modem hay để lái chùm tia và xác định hướng trong các mảng anten. Bài toán xác định nói trên có thể được giải quyết bằng cách nội suy dựa trên tín hiệu thời gian liên tục được tạo thành từ các mẫu liên tiếp nhau đã biết của một tín hiệu thời gian rời rạc đã cho và sau đó xác định giá trị của tín hiệu thời gian liên tục tại một thời điểm mong muốn. Quá trình nội suy này có thể được thực thi trực tiếp bằng cách thiết kế một mạch lọc tăng tốc độ mẫu dữ liệu. Việc thiết kế bộ chuyển đổi tốc độ mẫu toàn số với hệ số chuyển đổi bất kỳ là điều không đơn giản. Nhất là khi thừa số chuyển đổi là tỉ số của hai số nguyên có giá trị lớn hoặc là những số vô tỉ thì lại càng khó khăn và tốn kém.

1.5.1 Bộ chuyển đổi tốc độ mẫu lý tưởng

Về nguyên tắc, sự chuyển đổi tốc độ mẫu với thừa số bất kỳ có thể được thực hiện bằng cách chuyển tín hiệu số lối vào qua một mạch lọc thông thấp lý tưởng để khôi phục lại tín hiệu tương tự, sau đó cho tín hiệu tương tự này qua bộ mẫu lại với tốc độ mẫu mong muốn. Phương pháp này được mô tả trên hình 1.33. Nếu đáp ứng xung của mạch lọc thông thấp tương tự là $g_a(t)$, thì tín hiệu lối ra của mạch lọc này sẽ là:

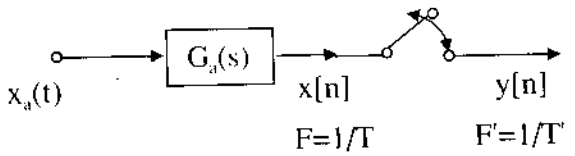
$$x_a(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] g_a(t - kT) \qquad (1.45)$$

Nếu mạch lọc tương tự được chọn sao cho bị giới hạn dải để tín hiệu lối ra của nó có tần số nằm trong vùng $F_g < F'/2$, với F' là tần số lấy mẫu mong muốn, khi đó lối ra $x_a(t)$ có thể được lấy mẫu lại với tốc độ F' và do đó lối ra $y[n]$ của bộ lấy mẫu lại tại một thời điểm mới $t = nT'$ được xác định bởi:

$$y[n] = x_a(nT') = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] g_a(nT' - kT) \qquad (1.46)$$

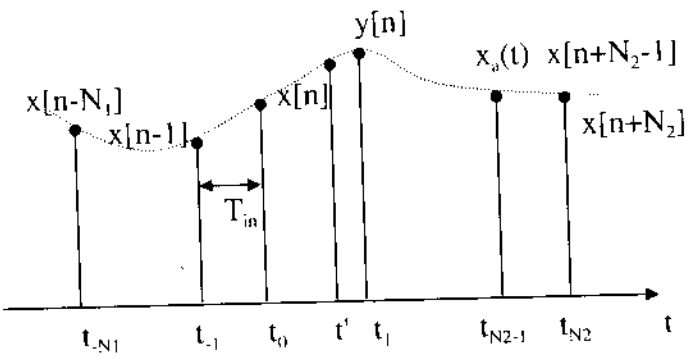
Vì đáp ứng xung $g_a(t)$ của mạch lọc thông thấp tương tự lý tưởng có chiều dài vô hạn và vì các mẫu $g_a(nT' - kT)$ phải được tính tại mỗi thời điểm

mẫu lối ra, nên sự thực thi thuật toán nội suy giới hạn dải lý tưởng của phương trình (1.46) dưới dạng chính xác là không thực tế. Do đó, trong thực tế, chỉ áp dụng phương pháp gần đúng để thực thi phương trình này.



Hình 1.34. Chuyển đổi tốc độ mẫu nhờ sự lấy mẫu lại tín hiệu tương tự, được khôi phục lại.

Vấn đề nội suy dựa trên tổng trọng số của các mẫu tín hiệu lối vào có thể được phát biểu như sau: Nếu cho $N_2 + N_1 + 1$ mẫu tín hiệu lối vào x[k], k = $-N_1,\ldots, N_2$, đã thu được bằng cách lấy mẫu tín hiệu tương tự $x_a(t)$ tại thời điểm $t = t_k = t_0 + kT_{in}$, hãy xác định giá trị của mẫu $x_a(t_0 + \alpha T_{in}) = y[\alpha]$ tại thời điểm $t' = t_0 + \alpha T_{in}$, trong đó $-N_1 \le \alpha \le N_2$. Hình 1.34 minh họa qua trình nội suy bởi thừa số bất kỳ. Cơ sở lý thuyết cho quá trình nội suy với thừa số bất kỳ được trình bày trong thuật toán nội suy Lagrange sau đây.



Hình 1.34. Minh họa quá trình nội suy bởi thừa số bất kỳ.

1.5.2. Thuật toán nội suy Lagrange

Đây là thuật toán chuyển đổi tín hiệu thời gian liên tục $x_a(t)$ bất kỳ thành một đa thức gần đúng $\hat{x}_a(t)$ theo công thức sau đây:

$$\hat{x}_a(t) = \sum_{k=-N1}^{N2} P_k(t)x[n+k] \tag{1.47}$$

trong đó $P_k(t)$ là các đa thức Lagrange được xác định bởi:

$$P_k(t) = \prod_{i=-N1}^{N2}\left(\frac{t-t_i}{t_k-t_i}\right), \quad -N_1 \le k \le N_2 \tag{1.48}$$

Vì :

$$P_k(t_r) = \begin{cases} 1, & k = r \\ 0, & k \neq r \end{cases}, \quad -N_1 \leq k \leq N_2 \qquad (1.49)$$

nên từ (1.47) suy ra:

$$\hat{x}_a(t) = x_a(t_k), \quad -N_1 \leq k \leq N_2 \qquad (1.50)$$

Giá trị của tín hiệu $x_a(t)$ tại thời điểm bất kỳ $t' = t_0 + \alpha T$ tính được từ (1.47) là:

$$\hat{x}_a(t') = \hat{x}_a(t_0 + \alpha T) = y[n] = \sum_{k=-N_1}^{N_2} P_k(\alpha) x[n+k] \qquad (1.51)$$

ở đây:

$$P_k(\alpha) = P_k(t_0 + \alpha T) = \prod_{\substack{i=-N_1 \\ i \neq k}}^{N_2} \left(\frac{\alpha - i}{k - i} \right), \; -N_1 \leq k \leq N_2 \qquad (1.52)$$

Sau đây, chúng ta sẽ xét một ví dụ minh họa áp dụng của thuật toán nội suy Lagrange để thiết kế bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với hệ số hữu tỉ.

Ví dụ 1.6. Thiết kế bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số hữu tỉ 3/2.

Giải: Để đơn giản, chúng ta sử dụng đa thức bậc ba với $N_1 = 2$, $N_2 = 1$, khi đó phương trình (1.51) có dạng:

$$y[n] = P_{-2}(\alpha)x[n-2] + P_{-1}(\alpha)x[n-1] + P_0(\alpha)x[n] + P_1(\alpha)x[n+1] \qquad (1.53)$$

trong đó

$$P_{-2}(\alpha) = \frac{(\alpha+1)\alpha(\alpha-1)}{-6} = \frac{1}{6}(-\alpha^3 + \alpha) \qquad (1.54)$$

$$P_{-1}(\alpha) = \frac{(\alpha+2)(\alpha(\alpha-1)}{2} = \frac{1}{2}(\alpha^3 + \alpha^2 - 2\alpha) \qquad (1.55)$$

$$P_0(\alpha) = \frac{(\alpha+2)(\alpha+1)(\alpha-1)}{-2} = -\frac{1}{2}(\alpha^3 + 2\alpha^2 - \alpha - 2) \qquad (1.56)$$

$$P_1(\alpha) = \frac{(\alpha+2)(\alpha+1)\alpha}{6} = \frac{1}{6}(\alpha^3 + 3\alpha^2 + 2\alpha) \qquad (1.57)$$

là các đa thức Lagrange liên quan.

Hình 1.35 minh họa các vị trí của mẫu của tín hiệu lối vào và lối ra đối với bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số 3/2.

Bây giờ tính ba giá trị của tín hiệu lối ra y[n], y[n+1], y[n+2] sử dụng

bốn mẫu của tín hiệu lối vào từ x[n-2] đến x[n+1]. Để tính y[n], từ hình 1.35 suy ra rằng giá trị của α trong phương trình (1.52) bây giờ ký hiệu là α_0 có giá trị bằng không. Khi đó ta có:

$$P_{-2}(\alpha_0) = 0, P_{-1}(\alpha_0) = 0\ ,$$

$$P_0(\alpha_0) = 1 \text{ và } P_1(\alpha_0) = 0 \qquad (1.58)$$

Để tính y[n+1], thì từ hình 1.35 suy ra α bây giờ ký hiệu là α_1 bằng 2/3. Khi đó:

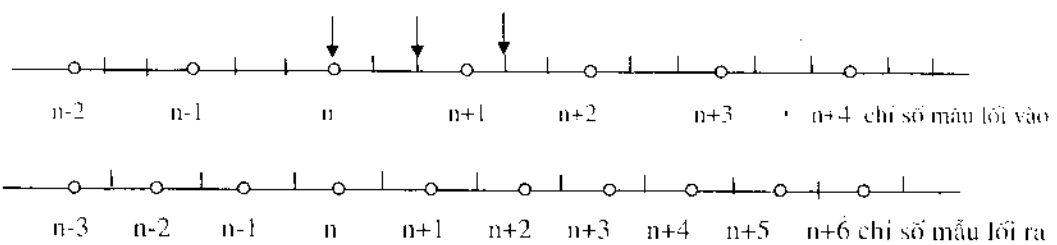
$$P_{-2}(\alpha_1) = 0{,}0617,\ P_{-1}(\alpha_1) = -0{,}2963,$$

$$P_0(\alpha_1) = 0{,}7407, P_1(\alpha_1) = 0{,}4938, \qquad (1.59)$$

Đối với y[n+2] thì α bây giờ gọi là α_2 bằng 4/3. Khi đó:

$$P_{-2}(\alpha_2) = -0{,}1728,\ \ P_{-1}(\alpha_2) = 0{,}7407,$$

$$P_0(\alpha_2) = -1{,}2963,\ \ P_1(\alpha_2) = 1{,}7284, \qquad (1.60)$$



Hình 1.35. Vị trí của các mẫu của tín hiệu lối vào và lối ra của bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số 3/2.

Kết hợp các kết quả thu được ở trên, ta có thể biểu diễn liên hệ giữa các mẫu của tín hiệu lối ra tại thời điểm n, n+1 và n+2 với các mẫu tín hiệu lối vào từ x[n-2] đến x[n+1] dưới dạng thuận tiện như sau

$$\begin{bmatrix} y[n] \\ y[n+1] \\ y[n+2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{-2}(\alpha_0) & P_{-1}(\alpha_0) & P_0(\alpha_0) & P_1(\alpha_0) \\ P_{-2}(\alpha_1) & P_{-1}(\alpha_1) & P_0(\alpha_1) & P_1(\alpha_1) \\ P_{-2}(\alpha_2) & P_{-1}(\alpha_2) & P_0(\alpha_2) & P_1(\alpha_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x[n-2] \\ x[n-1] \\ x[n] \\ x[n+1] \end{bmatrix}$$

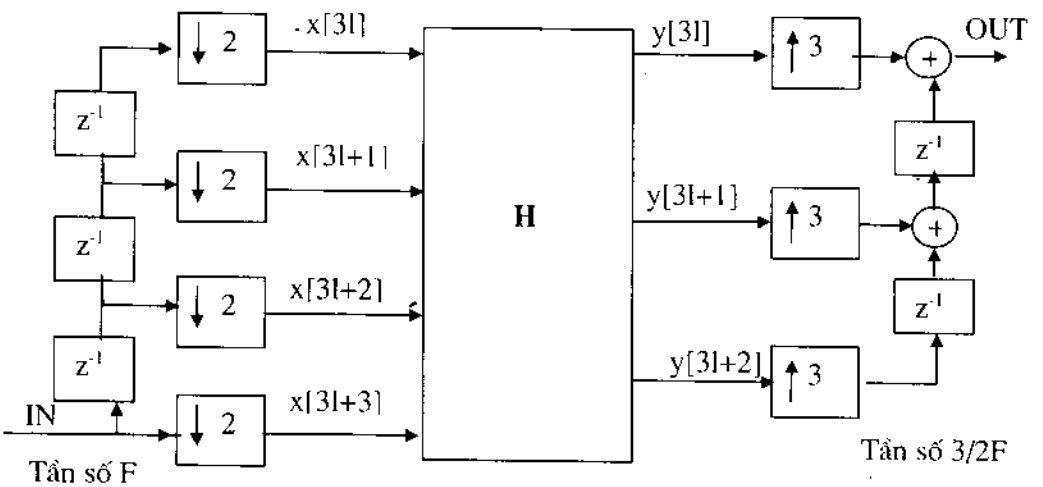
$$= \mathbf{H} \begin{bmatrix} x[n-2] \\ x[n-1] \\ x[n] \\ x[n+1] \end{bmatrix} \qquad (1.61)$$

trong đó **H** là ma trận hệ số khối. Đối với bài toán đang xét thì :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0{,}0617 & -0{,}2963 & 0{,}7407 & 0{,}4938 \\ -0{,}1728 & 0{,}7407 & -1{,}2963 & 1{,}7284 \end{bmatrix} \qquad (1.62)$$

Từ hình vẽ 1.35 cũng suy ra được các hệ số của mạch lọc để tính y[n+3], y[n+4] và y[n+5] cũng chính là các giá trị thu được từ ma trận hệ số (1.62). Điều đó có nghĩa là mạch lọc tăng tốc độ mẫu mong muốn là mạch lọc thay đổi với thời gian với chu kỳ bằng 3 mẫu.

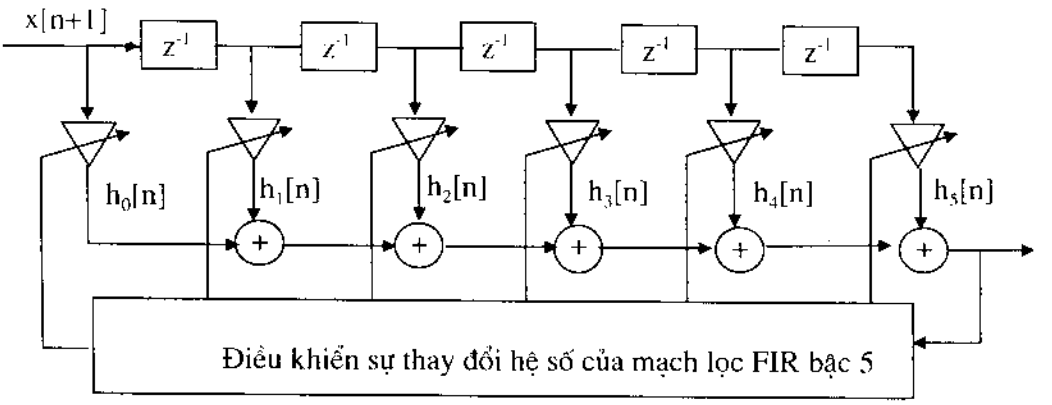
Sơ đồ thực thi bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với hệ số 3/2 dựa trên phương trình ma trận (1.61) cho trên hình 1.36. Ở đây cần lưu ý rằng độ trễ của hệ thống tổng thể tuần hoàn với chu kỳ bằng ba mẫu, do vậy mẫu lối ra y[n] thực tế chỉ xuất hiện tại chỉ số thời gian n+3.



l =.. ., -2, -1, 0, 1, 2,.. .

Hình 1.37. Sơ đồ thực thi bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với hệ số 3/2 theo phương trình 1.61.

Hình 1.37 là một dạng sơ đồ thực thi khác, ở đấy sử dụng mạch lọc FIR thay đổi theo thời gian. Các hệ số của mạch lọc FIR bậc ba thay đổi theo thời gian với chu kỳ ba mẫu và chỉ ra các giá trị như cho trong bảng 1.1.



Hình 1.37. Sơ đồ thực thi bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với hệ số 3/2 theo phương trình (1.61).

Bảng 1.1. Các hệ số của mạch lọc FIR thay đổi theo các chỉ số thời gian

Chỉ số thời gian	$h_0[n]$	$h_1[n]$	$h_2[n]$	$h_3[n]$	$h_4[n]$	$h_5[n]$
3l	$P_1(\alpha_0)$	$P_0(\alpha_0)$	$P_{-1}(\alpha_0)$	$P_{-2}(\alpha_0)$	0	0
3l+1	0	$P_1(\alpha_1)$	$P_0(\alpha_1)$	$P_{-1}(\alpha_1)$	$P_{-2}(\alpha_1)$	0
3l+2	0	0	$P_1(\alpha_2)$	$P_0(\alpha_2)$	$P_{-1}(\alpha_2)$	$P_{-2}(\alpha_2)$

Bộ chuyển đổi tốc độ mẫu nói trên cũng có thể được thực thi dưới dạng khác nữa nếu thay các đa thức Lagrange tính được từ (1.54) đến (1.57) vào phương trình (1.53)

$$y[n] = \alpha^3\left(-\frac{1}{6}x[n-2] + \frac{1}{2}x[n-1] - \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{6}x[n+1]\right)$$

$$+ \alpha^2\left(\frac{1}{2}x[n-1] - x[n] + \frac{1}{2}x[n+1]\right) +$$

$$+ \alpha\left(\frac{1}{6}x[n-2] - x[n-1] + \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{3}x[n+1]\right) + x[n] \qquad (1.63)$$

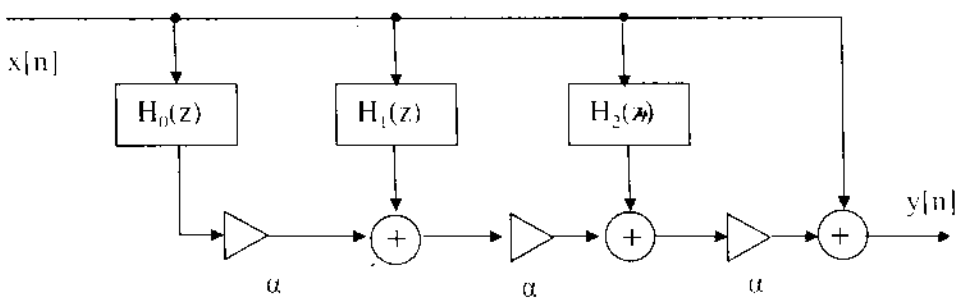
Mạch lọc số thực thi phương trình (1.63) cho trên hình 1.37. Trong sơ đồ này, ba mạch lọc FIR có hàm truyền dạng:

$$H_0(z) = -\frac{1}{6}z^{-2} + \frac{1}{2}z^{-1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}z$$

$$H_1(z) = -\frac{1}{2}z^{-1} - 1 + \frac{1}{2}z$$

$$H_2(z) = \frac{1}{6}z^{-2} - z^{-1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}z$$

Cần lưu ý rằng, trong sơ đồ hình 1.38 các hệ số của các mạch lọc $H_0(z)$, $H_1(z)$ và $H_2(z)$ không thay đổi mà chỉ có các bộ nhân α là thay đổi tuần hoàn theo chỉ số thời gian với chu kỳ bằng 3 như đã thấy ở trên.



Hình 1.38. Sơ đồ thực thi bộ chuyển đổi tốc độ mẫu với hệ số 3/2 sử dụng phương trình (1.63).

Chương 2

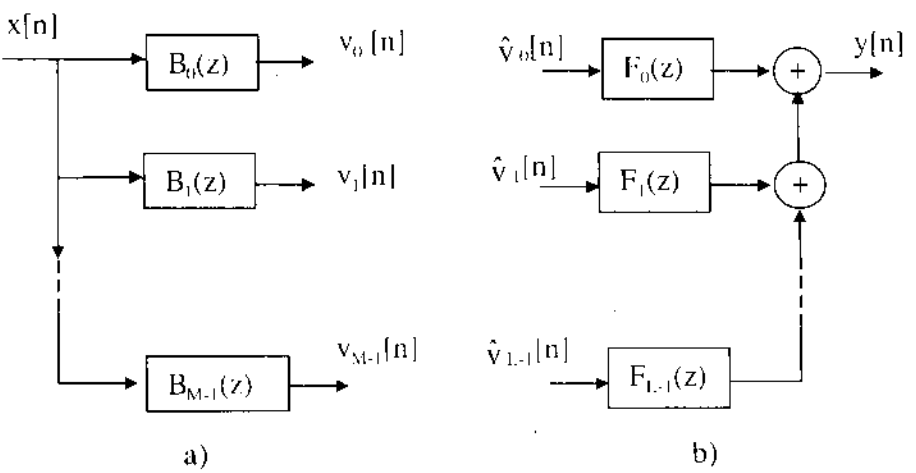
DÀN LỌC SỐ

Dàn lọc số là một tập hợp các mạch lọc số có một lối vào chung hoặc có một lối ra chung. Hình 2.1 vẽ hai trường hợp đó. Hệ thống ở trong hình 2.1a được gọi là *dàn lọc phân tích*, các mạch lọc $B_k(z)$ được gọi là *các mạch lọc phân tích*. Hệ thống này chia tín hiệu x[n] thành M tín hiệu $v_k[n]$ được gọi là *tín hiệu dải con*. Mỗi tín hiệu dải con chỉ chiếm một phần nhỏ của băng tần của tín hiệu gốc x[n]. Hay nói khác đi, băng tần của tín hiệu gốc đã bị chia ra thành M dải con.

Hệ thống trong hình 2.1b được gọi là *dàn lọc tổng hợp*; các mạch lọc $F_k(z)$ được gọi là các *mạch lọc tổng hợp*. Các mạch lọc tổng hợp kết hợp L tín hiệu dải con $v_k[n]$ thành một tín hiệu duy nhất y[n].

2.1. DÀN LỌC DFT ĐỒNG NHẤT

Ở đây ma trận MxM biến đổi Fourier rời rạc $\mathbf{W}_M$ được sử dụng như dàn lọc với độ rộng dải thông của các mạch lọc dải con đồng nhất và cách đều nhau.



Hình 2.1. (a) dàn lọc phân tích, (b) dàn lọc tổng hợp.

Để thiết kế dàn lọc DFT đồng nhất, ta xuất phát từ mạch lọc số thông thấp nhân quả có đáp ứng xung $h_0[n]$, vì vậy hàm truyền của nó là:

$$H_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_0[n]z^{-n} \qquad (2.1)$$

Mạch lọc này được gọi là mạch lọc prototype có thể là FIR hoặc IIR, do đó để không làm mất tính chất tổng quát, ở đây ta giả thiết là mạch lọc IIR, vì vậy cận tích phân lấy bằng vô cùng. Giả thiết mạch lọc prototype có tần số ở mép dải thông là ω_p và tần số ở mép của dải chặn là ω_s, xung quanh điểm π/M, với M là số nguyên bất kỳ, như mô tả trên hình 2.2a.

Bây giờ biến đổi mạch lọc prototype có đáp ứng xung $h_0[n]$ này thành các mạch lọc với đáp ứng xung $h_k[n]$ theo công thức:

$$h_k[n] = h_0[n]W_M^{-kn}, \qquad k=0,1,...,M-1 \qquad (2.2)$$

trong đó $W_M = e^{-j2\pi/M}$ vậy W_M^{-kn} chính là các thừa số DFT. Các mạch lọc với đáp ứng xung $h_k[n]$ có các hàm truyền là:

$$B_k(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h_k[n]z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} h_0[n]\left(zW_M^k\right)^{-n}, \qquad k=0,1,...,M-1 \qquad (2.3)$$

Tổng ở phía phải của (2.3) chính là biến đổi z của đáp ứng xung $h_0[n]$, nhưng với biến số z được thay bằng biến số mới zW_M^k. Hay nói khác đi, sau khi ánh xạ z thành zW_M^k thì $H_0(z)$ biến thành $H_0(zW_M^k)$. Do vậy:

$$B_k(z) = H_0(zW_M^k), \; k=0,1,...,M-1 \qquad (2.4)$$

Nếu thay $z = e^{j\omega}$ vào (2.4), chúng ta sẽ thu được đáp ứng tần số của các mạch lọc mới với hàm truyền $B_k(z)$:

$$B_k(e^{j\omega T}) = H_0(e^{j(\omega - 2\pi k/M)}), \qquad k=0, 1,...,M-1 \qquad (2.5)$$

Hay:

$$B_0(e^{j\omega T}) = H_0(e^{j\omega})$$

$$B_1(e^{j\omega T}) = H_0(e^{j(\omega - 2\pi/M)})$$

$$B_2(e^{j\omega T}) = H_0(e^{j(\omega - 4\pi/M)})$$

....

... ...

$$B_{M-1}(e^{j\omega T}) = H_0(e^{j(\omega - 2\pi(M-1)/M)})$$

Từ đây thấy rằng, các đáp ứng tần số $B_k(e^{j\omega})$ thu được bằng cách dịch chuyển đáp ứng tần số của mạch lọc thông thấp $H_0(e^{j\omega})$ về phía phải của trục tần số một số nguyên lần $2\pi/M$, như mô tả trên hình 2.2. Như vậy, từ

mạch lọc thông thấp nhân quả $H_0(z)$, nhờ phép đổi biến z thành zW_M^k, với k = 0, 1, ..., M-1, ta đã thu được M mạch lọc con. Các mạch lọc này là những phiên bản dịch chuyển của mạch lọc thông thấp $H_0(z)$. M mạch lọc này tạo thành một dàn lọc có cùng dải thông, và cùng biên độ; Có nghĩa là đáp ứng tần số của các mạch lọc con thành phần này có dạng giống hệt nhau. Vì vậy dàn lọc có tên gọi là *dàn lọc đồng nhất*.

M mạch lọc con đồng nhất có các hàm truyền cho trong (2.4) tạo thành dàn lọc phân tích: Chúng tách tín hiệu số x[n] thành M thành phần $v_k[n]$, mỗi tín hiệu thành phần chỉ chiếm một dải tần bằng $2\pi/M$ dải tần của tín hiệu gốc x[n]. Do vậy:

$$B_k(z) = \frac{V_k(z)}{X(z)}, \; k = 0,1,...,M-1 \qquad (2.6)$$

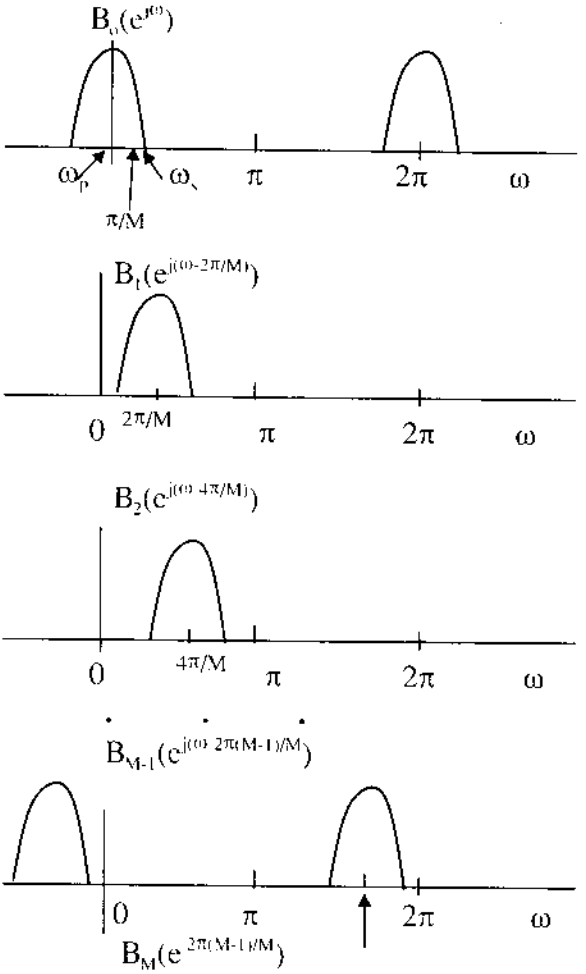
Ở đây X(z) là biến đổi z của tín hiệu số lối vào của dàn lọc.

Các mạch lọc $B_k(z)$, k =0,1,..., M-1 được tạo thành từ mạch lọc thông thấp $H_0(z)$, có thể là FIR hoặc IIR hoặc một mạch lọc ô mạng nào đó với điều kiện đó là mạch lọc nhân quả. Dàn lọc phân tích này có sơ đồ cho trên hình 2.1a.

Ví dụ 2.1. Thiết kế dàn lọc DFT đồng nhất với mạch lọc prototype là một mạch lọc thông thấp có tần số ở mép dải thông $\omega_p = 0{,}05\pi$ và tần số mép dải chặn $\omega_s = 0{,}125\pi$.

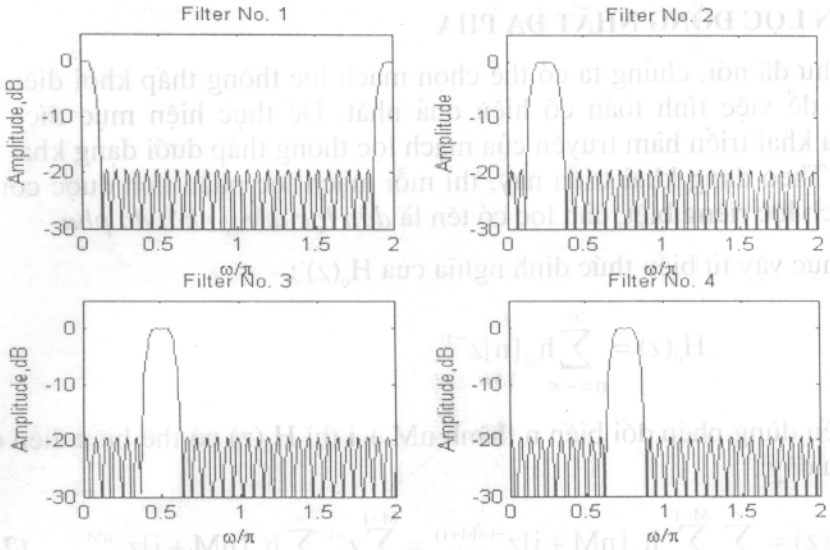
Giải: Để thiết kế, ta sử dụng phần mềm MATLAB, chương trình P2-1 sau đây thiết kế cho dàn lọc 8-kênh.

```
% Chương trình P2-1
% Thiết kế dàn lọc DFT đồng nhất
clf;
% Thiết kế mạch lọc prototype FIR thông thấp :
b = remez(23, [0 0.15 0.25 1], [1 1 0 0], [10 1]);
w = 0:2*pi/255:2*pi; n = 0:23;
for k = 1:4;
   c = exp(2*pi*(k-1)*n*i/4);
   FB =  b.*c;
   HB(k,:) = freqz(FB,1,w);
end
subplot(2,2,1)
plot(w/pi, abs(HB(1,:)));
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 1'); axis([0 2 -30 5]);
```

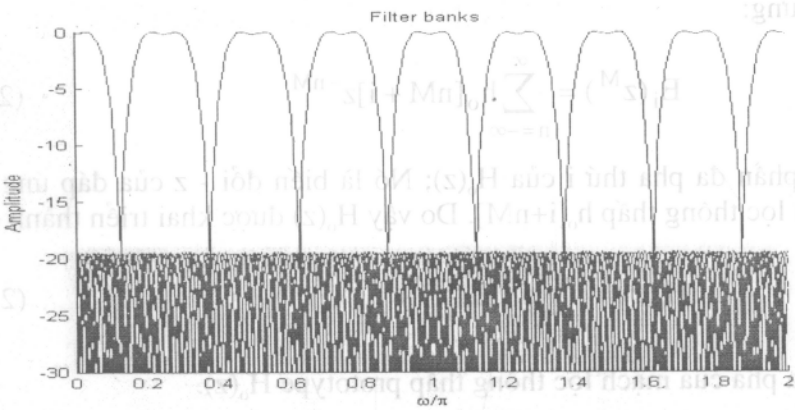


Hình 2.2. Mô tả đáp ứng tần số của một dàn M mạch lọc $B_k(z)$ đồng nhất.

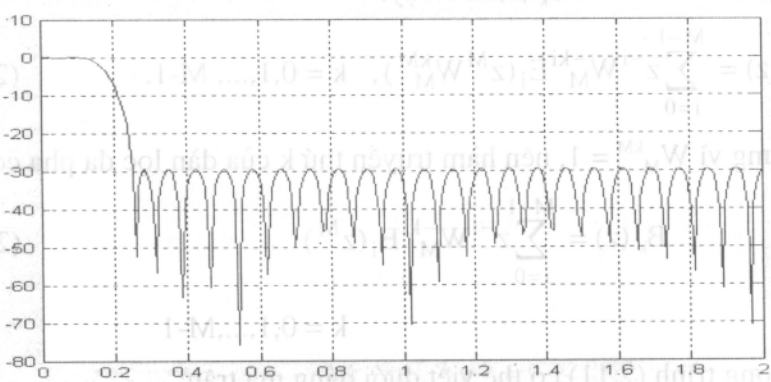
```
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(HB(2,:)));
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 2');axis([0 2 -30 5]);
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,abs(HB(3,:)));
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do')
% Vẽ đáp ứng biên độ của mỗi mạch lọc con;
title('Mach loc No. 3'); axis([0 2 -30 5]);
subplot(2,2,4)
plot(w/pi, abs(HB(4,:)));
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 4'); axis([0 2 -30 5]);
```



Hình 2.3. Đáp ứng tần số của 4 mạch lọc đầu tiên của dàn lọc DFT đồng nhất 8-kênh.



Hình 2.3a. Đáp ứng tần số của dàn lọc DFT đồng nhất 8-kênh.



Hình 2.3b. Đáp ứng tần số của mạch lọc prototype.

2.2. DÀN LỌC ĐỒNG NHẤT ĐA PHA

Như đã nói, chúng ta có thể chọn mạch lọc thông thấp khởi điểm như thế nào để việc tính toán có hiệu quả nhất. Để thực hiện mục đích này, chúng ta khai triển hàm truyền của mạch lọc thông thấp dưới dạng khai triển đa pha. Theo dạng khai triển này, thì mỗi mạch lọc phân tích được coi như một mạch lọc riêng biệt, dàn lọc có tên là *dàn lọc đồng nhất đa pha.*

Thực vậy từ biểu thức định nghĩa của $H_o(z)$:

$$H_o(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_o[n]z^{-n}$$

Nếu dùng phép đổi biến n thành nM + i thì $H_o(z)$ có thể biểu diễn dưới dạng sau đây:

$$H_o(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sum_{i=0}^{M-1} h_o[nM+i]z^{-(nM+i)} = \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i}\sum_{n=-\infty}^{\infty} h_o[nM+i]z^{-nM} \qquad (2.7)$$

Nhưng:

$$E_i(z^M) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_o[nM+i]z^{-nM} \qquad (2.8)$$

là thành phần đa pha thứ i của $H_o(z)$; Nó là biến đổi - z của đáp ứng xung của mạch lọc thông thấp $h_o[i+nM]$. Do vậy $H_o(z)$ được khai triển thành dạng:

$$H_o(z) = \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i}E_i(z^M) \qquad (2.9)$$

là dạng đa pha của mạch lọc thông thấp prototype $H_o(z)$.

Cũng như trước đây, nếu sử dụng phép ánh xạ $z \rightarrow zW_M^k$, thì hàm truyền $H_o(z)$ sẽ trở thành $B_k(z)$. Do vậy:

$$B_k(z) = \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i}W_M^{ki}E_i(z^M W_M^{kM}), \quad k = 0,1,\ldots, M-1. \qquad (2.10)$$

Nhưng vì $W_M^{kM} = 1$, nên hàm truyền thứ k của dàn lọc đa pha có dạng:

$$B_k(z) = \sum_{i=0}^{M-1} z^{-i}W_M^{ki}E_i(z^M) \qquad (2.11)$$

$$k = 0,1,\ldots,M-1$$

Phương trình (2.11) có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} B_0(z) \\ B_1(z) \\ B_2(z) \\ . \\ B_{M-1}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & . & . & 1 \\ 1 & W_M^{-1} & W_M^{-2} & . & W_M^{-(M-1)} \\ . & W_M^{-2} & W_M^{-4} & . & W_M^{-2(M-1)} \\ . & . & . & . & . \\ 1 & W_M^{-(M-1)} & W_M^{-2(M-1)} & . & W_M^{-(M-1)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z^M) \\ z^{-1}E_1(z^M) \\ z^{-2}E_2(z^M) \\ . \\ z^{-(M-1)}E_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ma trận hệ số của phương trình chính là ma trận nghịch đảo của ma trận hệ số của biến đổi Fourier rời rạc (DFT) nhân với M. Tức là ta có:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & . & . & 1 \\ 1 & W_M^{-1} & W_M^{-2} & . & W_M^{-(M-1)} \\ . & W_M^{-2} & W_M^{-4} & . & W_M^{-2(M-1)} \\ . & . & . & . & . \\ 1 & W_M^{-(M-1)} & W_M^{-2(M-1)} & . & W_M^{-(M-1)^2} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} 1 & 1 & . & . & 1 \\ 1 & W_M^{1} & W_M^{2} & . & W_M^{(M-1)} \\ . & W_M^{2} & W_M^{4} & . & W_M^{2(M-1)} \\ . & . & . & . & . \\ 1 & W_M^{(M-1)} & W_M^{2(M-1)} & . & W_M^{(M-1)^2} \end{bmatrix}^{-1}$$

$$= M[\mathbf{W}]^{-1} \quad (2.13)$$

trong đó [**W**] ký hiệu ma trận DFT.

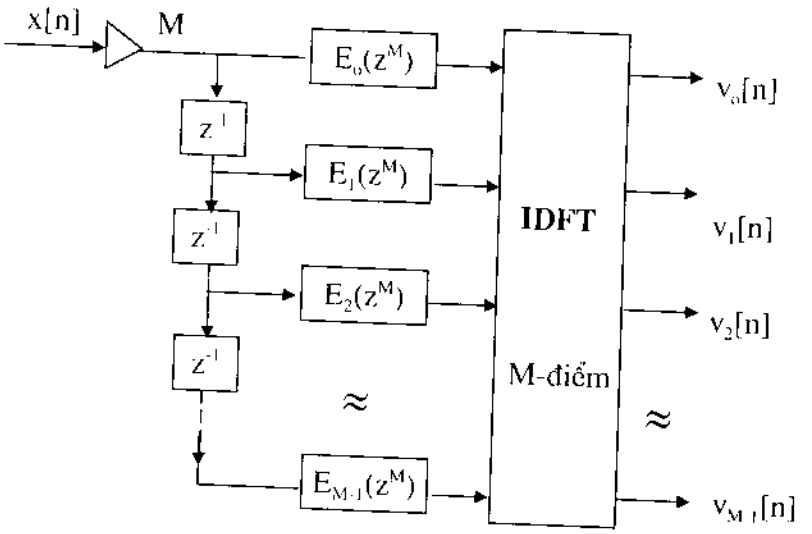
Nếu M là luỹ thừa của 2, thì ma trận này có thể được thực hiện nhờ thuật toán Fourier nhanh FFT, nhờ đó có thể tiết kiệm được rất nhiều tính toán. Với các ký hiệu này thì M hàm truyền của các mạch lọc thành phần sẽ được xác định từ phương trình sau đây:

$$\begin{bmatrix} B_0(z) \\ B_1(z) \\ B_2(z) \\ . \\ B_{M-1}(z)z \end{bmatrix} = M[\mathbf{W}]^{-1} \begin{bmatrix} E_0(z^M) \\ z^{-1}E_1(z^M) \\ z^{-2}E_2(z^M) \\ . \\ z^{-(M-1)}E_{M-1}(z^M) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Phương trình của dàn lọc đồng nhất đa pha này được thực thi trên sơ đồ hình (2.4). Độ phức tạp trong tính toán của dàn lọc đồng nhất đa pha tốt hơn rất nhiều khi thực thi trực tiếp. Chẳng hạn với dàn lọc phân tích đa pha kết hợp với DFT đồng nhất M-dải như mô tả trên hình 2.4 với mạch lọc prototype $H_0(z)$ là mạch lọc FIR N-tap thì chỉ cần thực hiện tổng cộng $(M/2)\log_2 M + N$ bộ nhân, trong khi nếu thực thi trực tiếp như trong hình 2.1a thì phải cần đến NM bộ nhân.

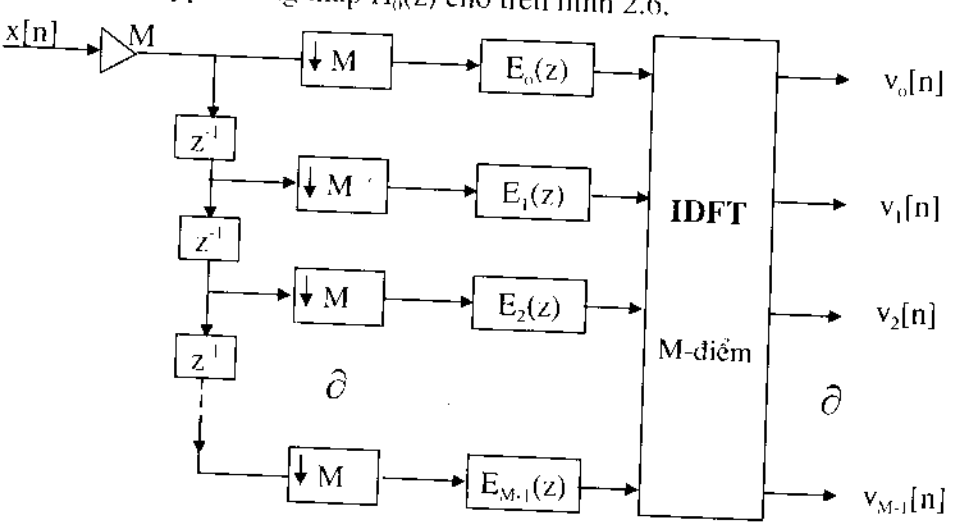
Dàn lọc phân tích nói trên còn có thể được thực thi hiệu quả hơn nữa nếu sử dụng các bộ giảm tốc độ mẫu với hệ số giảm tốc độ mẫu M. Thực vậy, nếu sử dụng các đồng nhất thức của khai triển tương đương như trên hình 2.5, chúng ta có thể vẽ lại hình 2.4 dưới dạng cho trên hình 2.5. Cấu trúc cho trên hình 2.5 cần thực hiện các bộ nhân và số lượng các bộ cộng

trên một đơn vị thời gian ít hơn M lần so với cấu trúc của hình 2.4, do vậy cấu trúc này còn hiệu quả hơn nữa về phương diện tính toán. Chẳng hạn với M = 32 và N = 50, nếu thực hiện dàn lọc phân tích đa pha kết hợp với FFT, thì cấu trúc của hình 2.4 cần (M/2) $\log_2 M$ + N = 136 +50=186 phép nhân, còn nếu thực thi theo cấu trúc hình 2.5 chỉ cần khoảng 6 phép nhân trên một mẫu của tín hiệu lối vào.

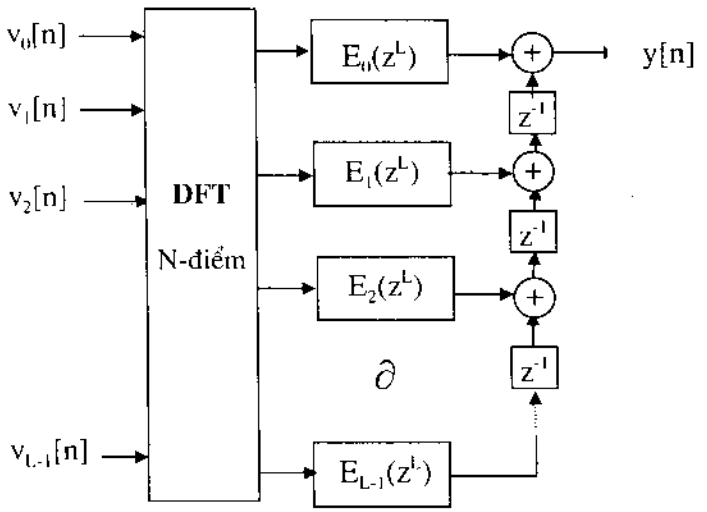


Hình 2.4. Sơ đồ thực thi dàn lọc đồng nhất đa pha.

Với cách làm tương tự, ta cũng có thể tìm được cấu trúc của dàn lọc tổng hợp đa pha kết hợp DFT gọi là *dàn lọc tổng hợp DFT đồng nhất đa pha*. Các cấu trúc dựa trên khai triển đa pha hiệu dụng loại I và loại II của mạch lọc prototype thông thấp $H_0(z)$ cho trên hình 2.6.



Hình 2.5. Dàn lọc phân tích DFT đồng nhất đa pha hiệu quả cao.



Hình 2.6. Dàn lọc tổng hợp DFT đồng nhất đa pha.

Ví dụ. Dàn lọc phân tích DFT 4-kênh được đặc trưng bằng bốn hàm truyền : $H_i(z) = V_i(z)/X(z)$, i = 0,1,2,3. Giả sử các hàm truyền của 4 mạch lọc con cho trước:

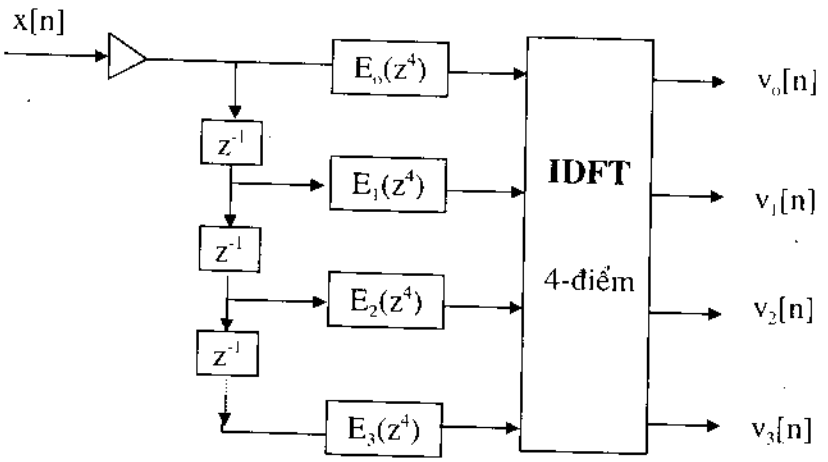
$$E_0(z) = 1 + 0{,}8z^{-1} - 0{,}8z^{-2},\ E_1(z) = 2 - 1{,}5z^{-1} + 3{,}1z^{-2}$$
$$E_2(z) = 4 - 0{,}9z^{-1} + 2{,}3z^{-2},\ E_3(z) = 1 + 3{,}7z^{-1} + 1{,}7z^{-2}$$

Từ đó ta có thể tìm được các hàm truyền từ phương trình ma trận sau:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ H_2(z) \\ H_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -J & -1 & J \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & J & -1 & -J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z^4) \\ Z^{-1}E_1(z^4) \\ Z^{-2}E_2(z^4) \\ Z^{-3}E_3(z^4) \end{bmatrix}$$

trong đó:

$$E_0(z^4) = 1 + 0{,}8z^{-4} - 0{,}8z^{-8},\ E_1(z^4) = 2 - 1{,}5z^{-4} + 3{,}1z^{-8}$$
$$E_2(z^4) = 4 - 0{,}9z^{-4} + 2{,}3z^{-8},\ E_3(z^4) = 1 + 3{,}7z^{-4} + 1{,}7z^{-8}$$

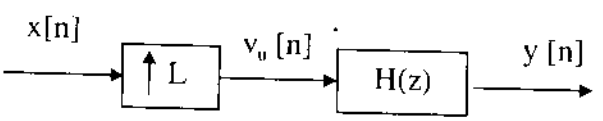


2.3. CÁC DÀN LỌC VÀ MẠCH LỌC ĐẶC BIỆT

Có nhiều ứng dụng trong đó sử dụng các loại hệ thống số đặc biệt chẳng hạn như mạch lọc bán dải, mạch lọc M dải và dàn lọc bù trừ công suất.

2.3.1. Các mạch lọc L - dải

Xét một bộ tăng tốc độ mẫu với thừa số L có sơ đồ :



Biến đổi –z giữa tín hiệu lối ra y[n] và lối vào liên quan với nhau bằng hệ thức:

$$Y(z) = H(z)X(z^L) \qquad (2.15)$$

trong đó H(z) là hàm truyền của mạch lọc tăng tốc độ mẫu. Nếu mạch lọc tăng tốc độ mẫu được thực hiện dưới dạng đa pha, tức là dạng :

$$H(z) = E_0(z^L) + z^{-1}E_1(z^L) + ...+z^{-(L-1)}E_{L-1}(z^L) \qquad (2.16)$$

Giả sử thành phần đa pha thứ không bằng hằng số, có nghĩa là $E_0(z^L) = c$, khi đó:

$$H(z) = c + z^{-1}E_1(z^L) + ...+z^{-(L-1)}E_{L-1}(z^L) \qquad (2.17)$$

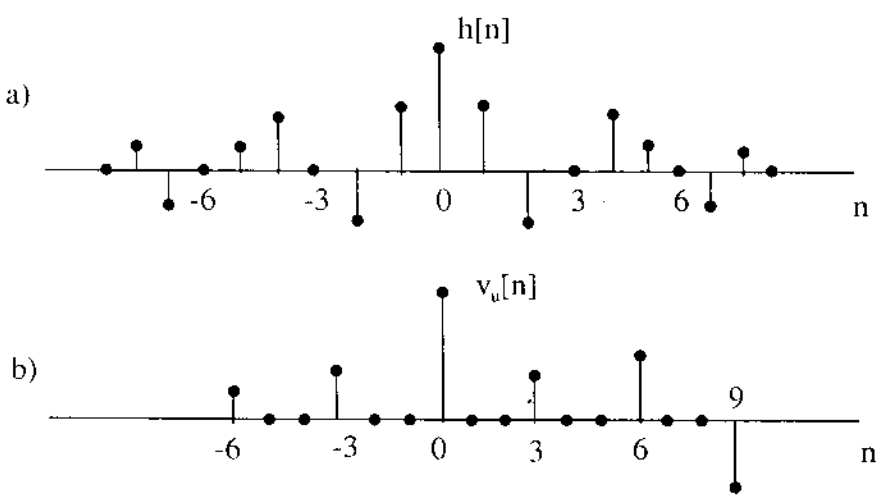
Do vậy:

$$Y(z) = cX(z^L) + \sum_{l=1}^{L-1} z^{-l}E_l(z^L)X(z^L) \qquad (2.18)$$

Lấy biến đổi – z ngược biểu thức (2.18) thu được y[Ln] = cx[n]. Trong thực tế có thể chọn thừa số định mức c = 1. Như vậy, mặc dù mạch lọc tăng tốc độ mẫu có chèn thêm các mẫu mới, nhưng các mẫu của tín hiệu lối vào vẫn được truyền ra lối ra nguyên vẹn, không bị biến dạng. Mạch lọc có tính chất này được gọi là mạch lọc L-dải hay còn gọi là mạch lọc Nyquist. Đáp ứng xung của mạch lọc này có nhiều giá trị không, vì vậy nó rất hấp dẫn về phương diện tính toán được biểu diễn bằng công thức:

$$h[Ln] = \begin{cases} c, & n = 0 \\ 0, & \text{các giá trị khác} \end{cases} \qquad (2.19)$$

Từ đây ta thấy h[n] có giá trị không cứ sau L mẫu (ngoại trừ tại n=0, h[0] = c). Hình 2.7 mô tả đáp ứng xung và tín hiệu lối vào với L = 3.



Hình 2.7. (a) Đáp ứng xung của mạch lọc ba-dải và (b) tín hiệu lối vào tiêu biểu cho một mạch lọc ba-dải.

Bây giờ giả thiết nếu thành phần đa pha thứ k bằng hằng số, tức là $E_k(z) = \alpha$, khi đó:

$$H(z) = E_0(z^L) + z^{-1}E_1(z^L) + ...+z^{-(k-1)}E_{k-1}(z^L) + \alpha z^{-k} +$$
$$+ z^{-(k+1)}E_{k+1}(z^L) + ... +z^{-(L-1)}E_{L-1}(z^L) \qquad (2.20)$$

Từ đây tìm được đáp ứng xung:

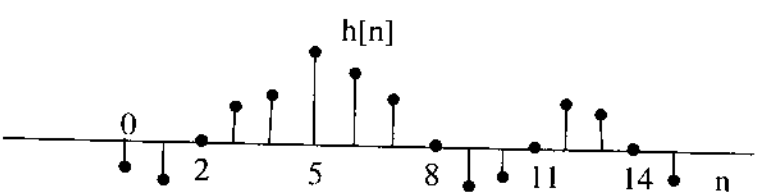
$$h[Ln+k] = \begin{cases} \alpha, & n = n_k \\ 0, \text{ các giá trị khác} \end{cases} \qquad (2.21)$$

Hình 2.8 cho thấy đáp ứng xung của mạch lọc ba-dải (L = 3), k = 2 và $n_k = 1$ (nếu $k = n_k = 0$, thì sẽ trở về trường hợp (2.19). Biến đổi – z của tín hiệu lối ra của bộ lọc tăng tốc độ mẫu L-dải là:

$$Y(z) = \alpha z^{-k}X(z^L) + \sum_{\substack{l=0 \\ l\neq k}}^{L-1} z^{-l}E_l(z^L)X(z^L) \qquad (2.22)$$

Điều này có nghĩa là các mẫu lối vào x[n] được truyền thẳng tới lối ra không bị biến dạng, theo qui tắc:

$$y[Ln+Ln_k+k] = \alpha x[n] \qquad (2.23)$$



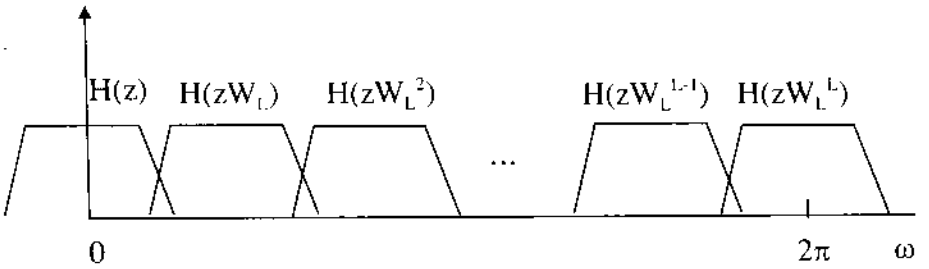
Hình 2.8. Đáp ứng xung của mạch lọc 3-dải, k=2, n_k=1.

Nếu H(z) thoả mãn (2.16), thì có thể thấy rằng

$$\sum_{k=0}^{L-1} H(zW_L^k) = L\alpha = 1 \quad (\text{giả sử chọn } \alpha=1/L) \qquad (2.24)$$

trong đó $W_L = e^{-j2\pi/L}$.

Vì đáp ứng tần số của $H(zW^k_L)$ là những phiên bản dịch chuyển của $H(e^{j\omega})$ những khoảng bằng nhau $2\pi/L$, nên ta có thể kết luận rằng tổng của tất cả các phiên bản bị trễ của $H(e^{j\omega})$ gần với hằng số như biểu thị trên hình 2.9. Cần lưu ý rằng các mạch lọc L-dải có thể là FIR hoặc IIR.



Hình 2.9. Các đáp ứng tần số của các mạch lọc L-dải.

2.3.2. Thiết kế các mạch lọc FIR L-dải pha tuyến tính

Giả sử thiết kế mạch lọc thông thấp L-dải pha tuyến tính với tần số cắt $\omega_c = \pi/L$ và đáp ứng tần số gần lý tưởng. Để thực hiện mạch lọc này, ta sử dùng phương pháp chuỗi Fourier bằng cách cho đáp ứng xung của mạch lọc thông thấp lý tưởng qua một cửa sổ hợp lý, khi đó đáp ứng xung thu được là:

$$h[n] = h_{LT}[n].w[n] \qquad (2.25)$$

ở đây, $h_{LT}[n]$ là đáp ứng xung của mạch lọc thông thấp lý tưởng với tần số cắt π/L, còn $w[n]$ là hàm cửa sổ thích hợp. Nếu

$$h_{LT}[n] = 0 \text{ khi } n = \pm L, \pm 2L, ..., \qquad (2.26)$$

thì phương trình (2.14) thoả mãn, ta sẽ thu được mạch lọc L-dải mong muốn.

Đáp ứng xung của mạch lọc thông thấp L-dải lý tưởng thỏa mãn điều kiện (2.26) với tần số cắt $\omega_C = \pi/L$ được chọn dưới dạng:

$$h_{LT}[n] = \frac{\sin(\pi n / L)}{\pi n}, \qquad -\infty \le n \le \infty \qquad (2.27)$$

Bây giờ để tìm mạch lọc thông thấp mong muốn chỉ cần cho đáp ứng xung lý tưởng này qua một cửa sổ thích hợp. Hay nói khác đi, dùng một cửa sổ thích hợp để cắt gọt đáp ứng xung lý tưởng nói trên thành đáp ứng xung có chiều dài mong muốn.

Mạch lọc thông thấp L-dải lý tưởng có đáp ứng xung có dạng như sau cũng thường được sử dụng để thiết kế mạch lọc thông thấp L-dải mong muốn với tần số cắt π/L:

$$h_{LT}[n] = \begin{cases} \dfrac{1}{L}, & n = 0 \\ \dfrac{2\sin(\Delta\omega n/2)}{\Delta\omega n} \cdot \dfrac{\sin(\pi n/L)}{\pi n}, & |n| > 0 \end{cases} \qquad (2.28)$$

Ngoài ra, người ta còn sử dụng mạch lọc cosine tăng để làm mạch lọc lý tưởng. Sau đây ta xét ví dụ minh họa cho thiết kế mạch lọc L-dải mong muốn dùng chương trình MATLAB.

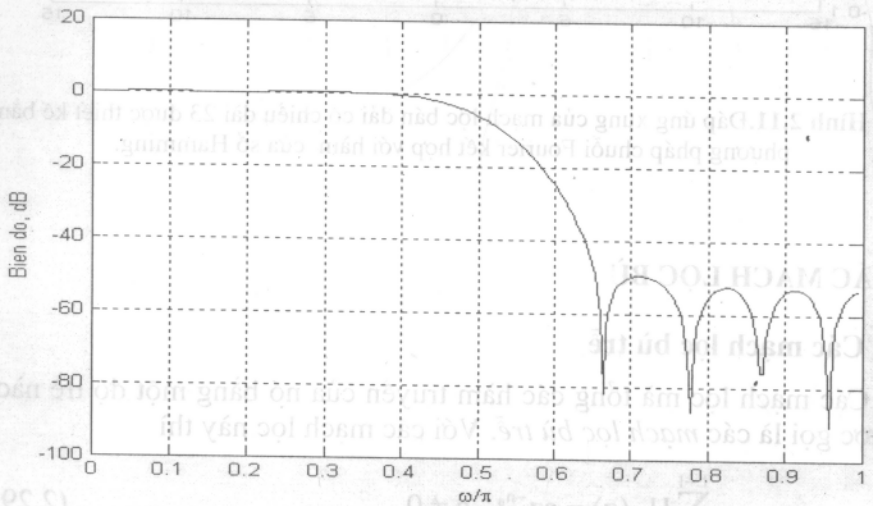
Ví dụ 2.2. Thiết kế mạch lọc thông thấp bán-dải (L=2) có chiều dài 23 bằng cách sử dụng phương pháp chuỗi Fourier vơí cửa sổ Hamming.

Giải. Để thiết kế, ta viết chương trình MATLAB sau :

```
% Chương trình 2-2
%Thiết kế mạch lọc thông thấp FIR L-dai
N=23;
L=2;
k=(N-1)/2;
n=-k:k;
b=sinc(n/L)/L;
win=hamming(N);
c=b.*win';
[h,w]=freqz(c,1,256);
g=20*log10(abs(h));
plot(w/pi,g);grid
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do, dB');
disp(c);
figure(2);
plot(n,c);
```

Hình 2.10 cho thấy đáp ứng tần số trong thang dB của mạch lọc bán dải (L=2) thiết kế theo phương pháp này. Hình 2.11 là đáp ứng xung của mạch lọc thu được và bảng ghi các hệ số của đáp ứng xung của mạch lọc đó là các phần tử của véc tơ cột c.

-0.0023 0.0000 0.0054 -0.0000
Columns 5 through 8
-0.0159 0.0000 0.0385 -0.0000
Columns 9 through 12
-0.0893 0.0000 0.3124 0.5000
Columns 13 through 16
0.3124 0.0000 -0.0893 -0.0000
Columns 17 through 20
0.0385 0.0000 -0.0159 -0.0000
Columns 21 through 23
0.0054 0.0000 -0.0023.



Hình 2.10. Đáp ứng tần số của mạch lọc bán dải với tần số cắt $\omega_c=\pi/2$.

Bảng trên cho thấy :

h[0] = 0,5;

h[1] = h[-1] = 0,3124; h[2] = h[-2] = 0;

h[3] = h[-3] = -0,0893; h[4] = h[-4] = 0;

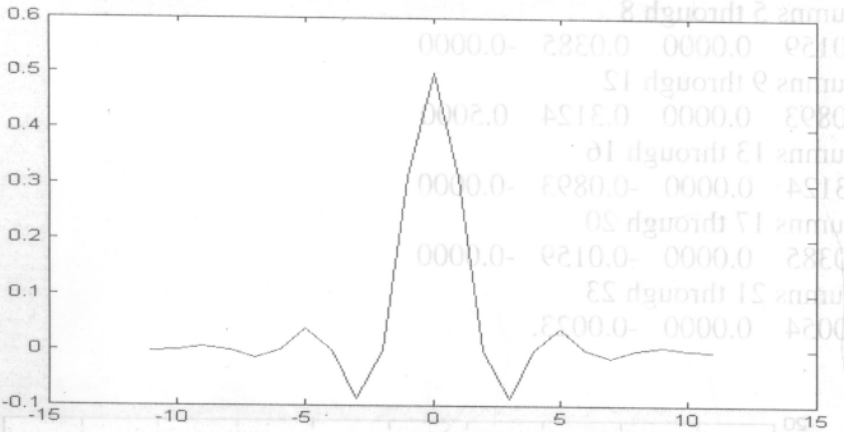
h[5] = h[-5] = 0,03854; h[6] = h[-6] = 0;

h[7] = h[-7] = -0,0159; h[8] = h[-8] = 0;

h[9] = h[-9] = 0,0054; h[10] = h[-10] = 0;

h[11] = h[-11] = 0,0023

Đáp ứng xung này có các hệ số với n = ±2, ±4,..., ±10 đều bằng không.



Hình 2.11. Đáp ứng xung của mạch lọc bán dải có chiều dài 23 được thiết kế bằng phương pháp chuỗi Fourier kết hợp với hàm cửa sổ Hamming.

2.4. CÁC MẠCH LỌC BÙ

2.4.1. Các mạch lọc bù trễ

Các mạch lọc mà tổng các hàm truyền của nó bằng một độ trễ nào đó thì được gọi là các *mạch lọc bù trễ*. Với các mạch lọc này thì

$$\sum_{k=0}^{L-1} H_k(z) = cz^{-n_0}, c \neq 0 \qquad (2.29)$$

Nếu phân tích tín hiệu x[n] thành L tín hiệu con dùng các mạch lọc phân tích $H_k(z)$, rồi sau đó cộng các tín hiệu con đó lại với nhau thì sẽ trở về tín hiệu gốc mà không có sự biến dạng mà chỉ bị trễ một lượng n_0.

Khi L=2, ta sẽ được một cặp mạch lọc có hàm truyền là $H_0(z)$ và $H_1(z)$. Vì chúng bù nhau nên hệ thức (2.29) bây giờ trở thành:

$$H_0(z) + H_1(z) = z^{-N/2} \qquad (2.30)$$

Nếu chọn $H_0(z)$ là mạch lọc FIR pha tuyến tính loại I, có nghĩa là nó đáp ứng tần số dạng:

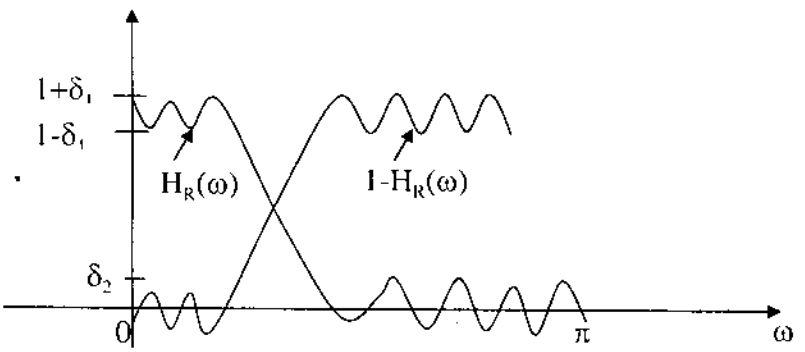
$$H_0(e^{j\omega}) = e^{-j\omega N/2} H_R(\omega) \qquad (2.31)$$

trong đó $H_R(\omega)$ là hàm số thực tuần hoàn và N/2 là số nguyên vì mạch lọc là

FIR loại I có N chẵn, thì mạch lọc $H_1(z)$ bù với nó sẽ có đáp ứng tần số là:

$$H_1(e^{j\omega}) = e^{-j\omega N/2}(1 - H_R(\omega)) \qquad (2.32)$$

Hình 2.12 cho thấy đáp ứng biên độ của hai mạch lọc bù nhau thu được khi sử dụng thuật toán McClellan-Parks.



Hình 2.12. Đáp ứng biên độ của cặp mạch lọc bù nhau.

Đối với L bất kỳ, ta có thể chọn các mạch lọc bù nhau dạng

$$H_k(z) = H(zW^k),\ 0 \le k \le M-1 \qquad (2.33)$$

với H(z) là mạch lọc L-dải có đáp ứng xung thoả mãn phương trình (2.14).

Nếu mạch lọc H(z) là mạch lọc thông thấp có độ rộng dải thông thích hợp thì các mạch lọc L-dải sẽ có đáp ứng tần số gần giống như dạng lý tưởng mô tả trên hình 2.9.

Ví dụ 2.3. Hai mạch lọc có hàm truyền :

$$H_0(z) = 0{,}015625(1+z^{-2})^4(1-4z^{-2}+5z^{-4}+5z^{-8}-4z^{-10}+z^{-12})$$

và

$$H_1(z) = -0{,}015625(1+z^{-2})^4(1+4z^{-2}+5z^{-4}+5z^{-8}+4z^{-10}+z^{-12})$$

là hai mạch lọc bù trễ, vì:

$$H_0(z) + H_1(z) = z^{-10}$$

2.4.2. Các mạch lọc bù công suất

Các mạch lọc có tổng công suất bằng hằng số

$$\sum_{k=0}^{M-1} \left|H_k(e^{j\omega})\right|^2 = c \quad \text{với mọi } \omega \tag{2.34}$$

thì được gọi là các *mạch lọc bù công suất*. Ở đây c là hằng số dương.

Tính chất trên tương đương với:

$$\sum_{k=0}^{M-1} H_k(z^{-1})H_k(z) = c \text{ , với mọi z} \tag{2.35}$$

Trong thực tế, các hàm truyền $H_k(z)$ thường có các hệ số thực, nên tính chất bù công suất được xác định khi c = 1.

Trường hợp một cặp mạch lọc bù công suất $H_0(z)$ và $H_1(z)$ có tần số ω_0 thoả mãn hệ thức

$$|H_0(e^{j\omega_0})|^2 = |H_1(e^{j\omega_0})|^2 = 1/2 \tag{2.36}$$

thì tần số góc ω_0 được gọi là *tần số giao nhau*. Tại tần số này, đáp ứng tần số của cả hai mạch lọc có hệ số khuyếch đại đều bằng 3dB nằm dưới giá trị cực đại. Chính vì thế tần số góc ω_0 còn được gọi là *tần số góc cắt 3dB* của cả hai mạch lọc.

Nếu hai hàm truyền $H_0(z)$ và $H_1(z)$ được biểu thị bằng:

$$H_0(z) = \frac{1}{2}\left[A_0(z) + A_1(z)\right] \tag{2.37a}$$

$$H_1(z) = \frac{1}{2}\left[A_0(z) - A_1(z)\right] \tag{2.37b}$$

Trong đó $A_0(z)$ và $A_1(z)$ là những hàm truyền qua ổn định, thì các hàm truyền $H_0(z)$ và $H_1(z)$ là một *cặp bù truyền qua*. Có nghĩa là tổng hai hàm truyền đó là một hàm truyền qua:

$$H_0(z) + H_1(z) = A(z) \tag{2.38}$$

ở đây A(z) là hàm truyền của một mach lọc truyền qua.

Rõ ràng hai mạch lọc $H_0(z)$ và $H_1(z)$ thoả mãn các phương trình (3.37a) và (3.37b) cũng vẫn tạo thành một cặp bù công suất.

2.4.3. Quan hệ giữa mạch lọc L-dải và các mạch lọc bù công suất

Xét mạch lọc L-dải có hàm truyền H(z) được biểu thị dưới dạng khai triển đa pha:

$$H(z) = \sum_{l=0}^{L-1} z^{-l} E_l(z^L) \qquad (2.39)$$

Bây giờ ta định nghĩa một hàm truyền mới $G(z) = \tilde{H}(z)H(z)$, ở đây $\tilde{H}(z) = H(1/z^*)$. Khi đó tập hợp các hàm truyền:

$$[E_0(z), E_1(z), E_2(z), ..., E_{L-1}(z)]$$

là bù công suất khi và chỉ khi G(z) là mạch lọc L-dải.

Để chứng minh tính chất trên, ta định nghĩa

$$H_r(z) = H(zW_L^{-r}) = \sum_{l=0}^{L-1} z^{-l} W_L^{lr} E_l(z^L), \quad 0 \le r \le L-1 \qquad (2.40)$$

với $W = e^{-j2\pi/L}$.

L hàm truyền (2.40) này có thể được viết dưới dạng ma trận

$$\underbrace{\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ . \\ . \\ H_{L-1}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}(z)} = \mathbf{W} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & z^{-1} & ... & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & ... & z^{-(L-1)} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\lambda}(z)} \underbrace{\begin{bmatrix} E_0(z^L) \\ E_1(z^L) \\ . \\ . \\ E_{L-1}(z^L) \end{bmatrix}}_{\mathbf{E}(z)} \qquad (2.41)$$

Trong đó **W** là ma trận vuông LxL DFT thoả mãn $\mathbf{W}^+\mathbf{W} = L\mathbf{I}$, với $\mathbf{W}^+$ là ma trận chuyển vị liên hợp của **W**. Nếu tập hợp các hàm truyền $[E_0(z), E_1(z), E_2(z), ..., E_{L-1}(z)]$ là bù công suất, thì khi đó $\tilde{\mathbf{E}}(z)\mathbf{E}(z) = c$, do vậy:

$$\tilde{\mathbf{H}}(z)\mathbf{H}(z) = \tilde{\mathbf{E}}(z)\tilde{\boldsymbol{\lambda}}(z)\mathbf{W}^+\mathbf{W}\boldsymbol{\lambda}(z)\mathbf{E}(z) = Lc \qquad (2.42)$$

Như vậy tập hợp các hàm truyền $H_k(z)$, $0 \le k \le L-1$ là bù công suất. Hay nói khác đi, $G(z) = \tilde{H}(z)H(z)$ thoả mãn:

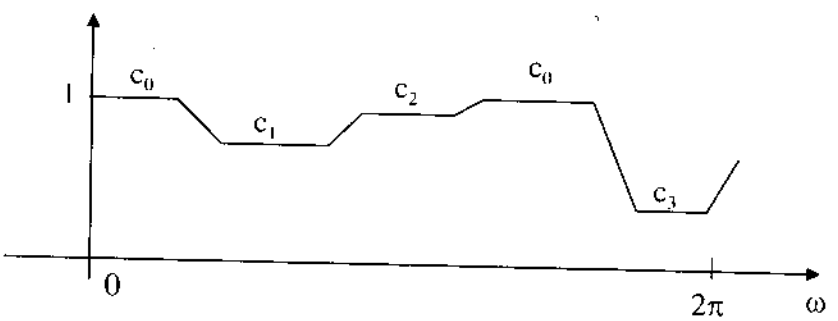
$$\sum_{k=0}^{L-1} G(zW_L^{-k}) = Lc \qquad (2.43)$$

là một mạch lọc L-dải.

Ngược lại, nếu giả thiết G(z) là mạch lọc L-dải thì có thể chứng minh được tập hợp các mạch lọc [$E_0(z)$, $E_1(z)$, $E_2(z)$, ..., $E_{L-1}(z)$] là bù công suất bằng cách lấy nghịch đảo phương trình (2.41) và thực hiện cách làm tương tự ở trên.

2.5. CÁC MẠCH LỌC ĐA MỨC CÓ THỂ ĐIỀU CHỈNH ĐƯỢC

Mạch lọc đa mức là những mạch lọc có đáp ứng biên độ có các giá trị không đổi trong mỗi miền tần số khác nhau. Dạng tiêu biểu của đáp ứng tần số của các mạch lọc loại này cho trên hình 2.15. Các mức c_k có thể là những số thực hoặc phức, giữa chúng có các miền chuyển tiếp. Nói chung, các đáp ứng đa mức thường là những đáp ứng thông thấp hoặc thông dải.

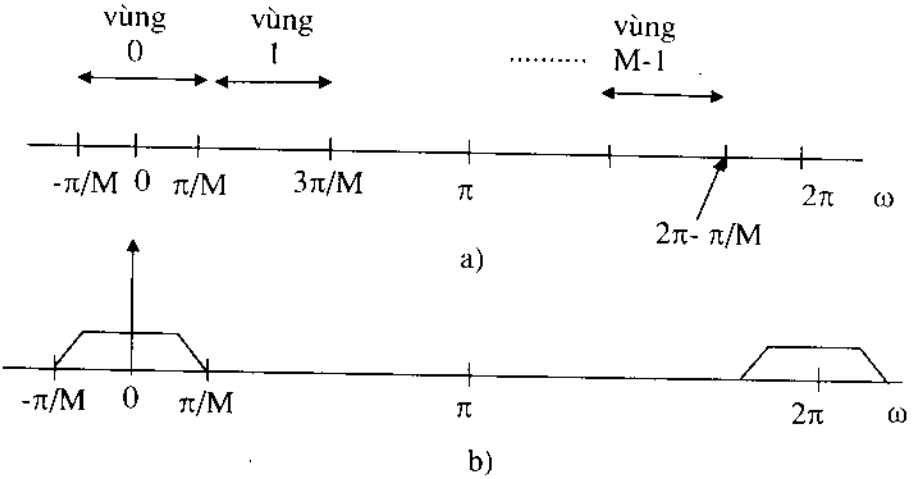


Hình 2.13. Đáp ứng tiêu biểu của một mạch lọc đa mức.

Trong phần này, ta xét mạch lọc đa mức G(z) có M miền có độ rộng bằng nhau và bằng $2\pi/M$ như trên hình 2.14a. Mạch lọc đa mức này có thể tìm được dưới dạng:

$$G(z) = \sum_{k=0}^{M-1} c_k H(zW^k) \qquad (2.44)$$

ở đây H(z) là mạch lọc M-dải có pha bằng không và có đáp ứng tần số như trên hình 2.14b.



Hình 2.14. (a) Sự phân vùng tần số của mạch lọc đa mức có độ rộng $2\pi/M$.
(b) Đáp ứng tần số của mạch lọc M-dải H(z) pha bằng không.

Hàm truyền G(z) cho trong (2.44) có thể được thực thi dưới dạng khai triển đa pha như trên hình 2.15. Điều đó có nghĩa là mạch lọc đa mức chính là một dàn lọc mà các tín hiệu thành phần ở lối ra có các mức biên độ c_k khác nhau. Các mức này biểu thị bằng các bộ nhân độc lập trên lối ra của mỗi nhánh con và giá trị của nó có thể điều chỉnh được mỗi khi thay đổi các giá trị của các bộ nhân c_k.

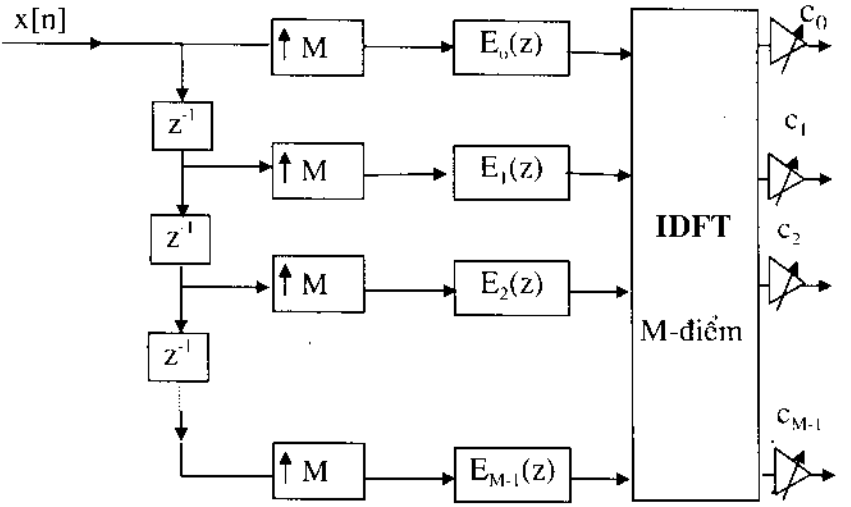
Trong thực thi thực tế, đáp ứng tần số của mạch lọc có thể xuất hiện những chỗ lồi, lõm trong các dải chuyển tiếp giữa các mức biên độ không đổi. Hiện tượng này xuất hiện nhiều hay ít phụ thuộc vào sự chồng phổ giữa hai đáp ứng liên tiếp nhau $H(zW^k)$ và $H(zW^{k+1})$ và vào hàm truyền của mạch lọc gốc H(z). Thực tế cho thấy hiện tượng trên có thể bị loại bỏ nếu mạch lọc H(z) là mạch lọc L-dải. Thật vậy, nếu trong miền chồng phổ chỉ do hai thành phần $H(zW^k)$ và $H(zW^{k+1})$, thì :

$$H(zW^k) + H(zW^{k+1}) \approx 1.$$

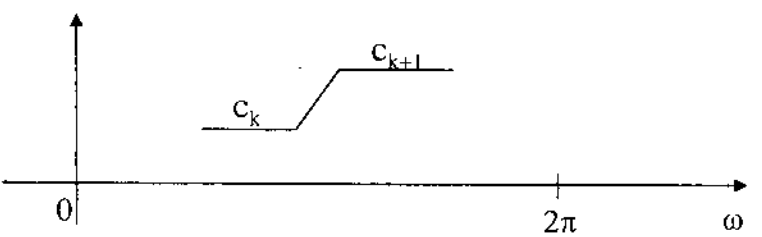
Điều này đồng nghĩa với

$$c_kH(zW^k) + c_{k+1}H(zW^{k+1}) \approx c_k + (c_{k+1} - c_k)H(zW^{k+1}) \qquad (2.45)$$

Hệ thức này được biểu thị trên hình 2.16. Rõ ràng là vùng chuyển tiếp từ c_k sang c_{k+1} thay đổi đơn điệu theo hàm bậc nhất, không có chỗ lồi, lõm do hiện tượng chồng phổ gây ra.



Hình 2.15. Sơ đồ thực thi mạch lọc đa mức có thể điều chỉnh được dưới dạng khai triển đa pha.



Hình 2.16. Vùng chuyển tiếp thay đổi đơn điệu không bị lồi, lõm do chồng phủ, khi sử dụng mạch lọc L-dải.

Chương 3

DÀN LỌC ẢNH GƯƠNG VUÔNG GÓC
(QMF: Quadrature-Mirror Filter Bank)

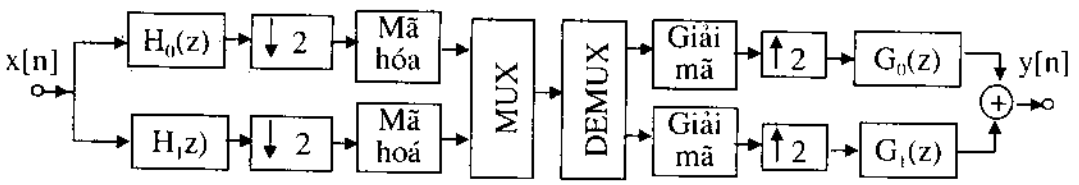
3.1. MỞ ĐẦU

Trong các hệ thống thông tin hiện đại, để tăng tốc độ truyền dẫn dữ liệu, tín hiệu thời gian-rời rạc thường được phân chia thành những tín hiệu con $\{v_k[n]\}$ nhờ dàn lọc phân tích và sau đó được xử lý rồi cuối cùng kết hợp lại với nhau nhờ dàn lọc tổng hợp để thu được tín hiệu lối ra y[n]. Nếu các tín hiệu con bị gới hạn dải đến một miền tần số hẹp hơn miền tần số của tín hiệu lối vào gốc, thì chúng có thể bị giảm tốc độ mẫu trước khi xử lý. Vì các mẫu của tín hiệu lối vào có tốc độ nhỏ hơn, nên việc xử lý các tín hiệu có tốc độ mẫu nhỏ hơn này được tiến hành thuận lợi và có hiệu quả hơn. Sau khi xử lý, các tín hiệu con này lại được tăng tốc độ mẫu và sau đó được kết hợp lại với nhau nhờ dàn lọc tổng hợp để trở thành tín hiệu có tốc độ mẫu cao hơn. Dàn lọc *ảnh gương vuông góc* (QMF) là dàn lọc thực hiện chức năng này rất có hiệu quả. Nếu hệ số tăng và giảm tốc độ mẫu bằng hoặc lớn hơn số lượng kênh của dàn lọc, thì tín hiệu lối ra y[n] giữ lại một số hoặc toàn bộ các tính chất của tín hiệu lối vào x[n] nếu cấu trúc của các mạch lọc được chọn lựa một cách hợp lý. Trong trường hợp đó dàn lọc được gọi là dàn lọc đã được lấy mẫu một cách tới hạn. Áp dụng tổng quát nhất của sơ đồ này là để mã hoá tín hiệu x[n]. Còn áp dụng khác là để thiết kế hệ thống xác định tính cá biệt của tiếng nói tương tự để cung cấp cho đàm thoại telephone. Trong chương này, chúng ta sẽ nghiên cứu các dàn lọc QMF 2-kênh và nhiều kênh.

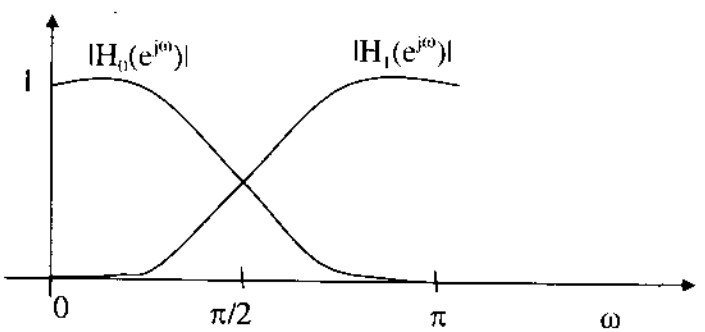
3.2. CẤU TRÚC CỦA DÀN LỌC QMF 2-KÊNH

Sơ đồ khối của một dàn lọc QMF dựa trên mã hoá và giải mã cho trên hình 3.1. Trong sơ đồ này, tín hiệu lối vào x[n] được phân tích thành hai tín hiệu dải con nhờ dàn lọc phân tích gồm hai mạch lọc $H_0(z)$ và $H_1(z)$, một cái là thông thấp còn cái kia là thông cao với tần số cắt $\pi/2$ như cho trên hình 3.2. Sau đó, các tín hiệu dải con $v_k[n]$ được đi qua bộ giảm tốc độ mẫu với hệ số 2. Mỗi tín hiệu dải con được mã hoá nhờ khai thác các tính chất phổ riêng biệt của tín hiệu. Các tín hiệu dải con sau khi mã hoá được kết hợp lại thành một dãy nhờ bộ dồn kênh (MUX) lưu trữ để sau này khôi phục lại hoặc được truyền đi. Ở đầu thu, các tín hiệu mã hoá trước tiên được khôi phục lại nhờ bộ phân kênh và bộ giải mã được sử dụng để tạo ra tín hiệu gần đúng như tín

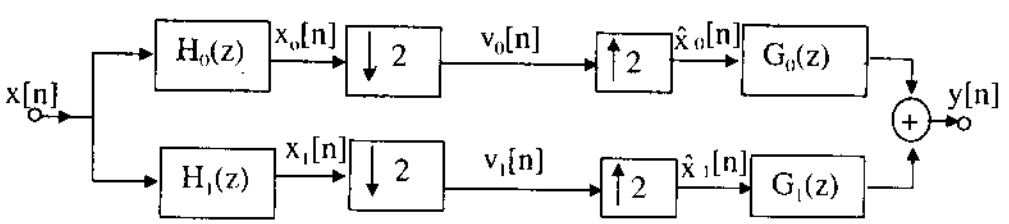
hiệu đã được giảm tốc độ mẫu gốc. Sau khi được giải mã, tín hiệu lại đi qua bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số 2 rồi sau đó đi qua dàn lọc tổng hợp gồm hai mạch lọc $G_0(z)$ và $G_1(z)$. Tín hiệu ở lối ra của hai mạch lọc này được cộng lại với nhau để thu được tín hiệu y[n]. Sơ đồ cho thấy, tín hiệu lối vào x[n] và tín hiệu lối ra y[n] có tốc độ mẫu là như nhau. Dàn lọc phân tích và tổng hợp QMF phải được thiết kế sao cho tín hiệu lối ra y[n] có dạng gần đúng nhất với tín hiệu lối vào x[n]. Điều này được thực hiện khi các sai số do sự tăng và giảm tốc độ mẫu do dàn lọc QMF gây ra được giảm thiểu tới mức thấp nhất. Để xét ảnh hưởng của riêng dàn lọc QMF gây ra mà không để ý đến sai số do bộ mã hoá và giải mã, ta xét sơ đồ cấu trúc cho trên hình 3.3.



Hình 3.1. Dàn lọc QMF 2-kênh dựa trên bộ mã hoá/giải mã.



Hình 3.2. Đáp ứng tần số của dàn lọc QMF phân tích.



Hình 3.3. Dàn lọc QMF 2-kênh tiêu biểu.

3.3. QUAN HỆ GIỮA CÁC TÍN HIỆU TRONG DÀN LỌC QMF

Để phân tích và nghiên cứu các đặc trưng của dàn lọc QMF 2-kênh, trước hết ta xét mối quan hệ gữa các tín hiệu trên phương diện biến đổi – z.

Các biểu thức biến đổi – z của các tín hiệu trung gian trong mạch lọc QMF và quan hệ giữa chúng với nhau và với tín hiệu lối vào x[n] và tín hiệu lối ra y[n] của dàn lọc là:

$$X_k(z) = H_k(z)X(z) \tag{3.1a}$$

$$V_k(z) = \frac{1}{2}\left[X_k(z^{1/2}) + X_k(-z^{1/2})\right] \tag{3.1b}$$

$$\hat{X}_k(z) = V_k(z^2) \tag{3.1c}$$

$$k = 0, 1.$$

Từ ba phương trình trên, ta thu được:

$$\hat{X}_k(z) = \frac{1}{2}\left[X_k(z\ \ ) + X_k(-z)\right] = \frac{1}{2}[H_k(z)X(z) + H_k(-z)X(-z)] \tag{3.2}$$

Biến đổi –z của tín hiệu lối ra y[n] của dàn lọc được xác định bằng:

$$Y(z) = G_0(z)\ \hat{X}_0(z) + G_1(z)\ \hat{X}_1(z) \tag{3.3}$$

Thay các giá trị $\hat{X}_k(z)$ thu được từ phương trình (3.2) vào (3.3) ta được:

$$Y(z) = \frac{1}{2}[\ H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)]\ X(z)\ +$$

$$+ \frac{1}{2}[\ H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)]\ X(-z) \tag{3.4}$$

Phương trình (3.4) có thể được viết dưới dạng ma trận

$$2Y(z) = [X(z)\ \ X(-z)] \underbrace{\begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) \\ H_0(-z) & H_1(-z) \end{bmatrix}}_{H(z)} \begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

Ma trận H(z) được gọi là ma trận thành phần chồng phổ (AC: alias component). Chính số hạng thứ hai trong phương trình (3.4) là nguyên nhân

gây ra sự chồng phổ, vì trong số hạng đó có chứa thành phần X(-z) là nguồn gốc gây ra sự chồng phổ ở trong bộ giảm mẫu và sự tạo ảnh ở trong bộ tăng mẫu .

Phương trình (3.4) cũng có thể được biểu diễn dưới dạng thuận lợi hơn

$$Y(z) = T(z)X(z) + A(z)X(-z) \tag{3.6}$$

trong đó:

$$T(z) = \frac{1}{2}[\,H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z)] \tag{3.7a}$$

được gọi là *hàm truyền méo dạng*, còn

$$A(z) = \frac{1}{2}[\,H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)] \tag{3.7b}$$

được gọi là *hàm truyền chồng phổ*.

3.4. DÀN LỌC QMF KHÔNG CHỒNG PHỔ

Như đã nói, trong dàn lọc QMF luôn luôn có bộ giảm tốc độ mẫu với hệ số 2. Bộ giảm tốc độ mẫu này chính là nguyên nhân gây ra sự chồng phổ. Tuy nhiên, nếu chọn các mạch lọc trong dàn lọc phân tích và tổng hợp tuân theo một điều kiện nào đó thì có thể tạo được các dàn lọc QMF hoàn hảo; Nghĩa là mạch lọc không gây ra sự chồng phổ. Do đó tín hiệu lối ra không bị méo cả về biên độ lẫn về pha. Điều kiện để mạch lọc khôi phục lại tín hiệu một cách hoàn hảo được thực hiện khi thành phần chồng phổ A(z) = 0. Điều kiện này tương đương với

$$[H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z)] = 0 \tag{3.8}$$

hay:

$$\frac{G_0(z)}{G_1(z)} = -\frac{H_1(-z)}{H_0(-z)} \tag{3.9}$$

Vì vậy, nếu các mạch lọc của dàn lọc phân tích $H_0(z)$ và $H_1(z)$ đã cho, thì ta có thể chọn

$$G_0(z) = C(z)H_1(-z) \text{ và } G_1(z) = -C(z)H_0(-z) \tag{3.10}$$

trong đó C(z) là hàm truyền phân thức nào đó, khi đó thành phần chồng phổ của dàn lọc QMF sẽ bằng không, trong trường hợp đó thì quan hệ giữa các biến đổi -z của tín hiệu vào và ra rút gọn về dạng đơn giản:

$$Y(z) = T(z)X(z) \tag{3.11}$$

với
$$T(z) = \frac{1}{2}[\,H_0(z)H_1(-z) - H_1(z)H_0(-z)] \tag{3.12}$$

Nếu thay $z = e^{j\omega}$, ta tìm được đáp ứng tần số của tín hiệu ra là:

$$Y(e^{j\omega}) = T(e^{j(\omega)})X(e^{j\omega}) = |\,T(e^{j\omega})|\, e^{j\Phi(\omega)}\,|X(e^{j\omega})| \tag{3.13}$$

Nếu T(z) là hàm truyền qua, tức là $|\,T(e^{j\omega})| = d$ với mọi ω, thì:

$$|\,Y(e^{j\omega})| = d|\,X(e^{j\omega})| \tag{3.14}$$

Điều này cho thấy đáp ứng biên độ của tín hiệu lối ra giống hệt đáp ứng biên độ của tín hiệu lối vào (với hệ số định mức d), có nghĩa là không bị méo khi đi qua dàn lọc. Dàn lọc như vậy được gọi là *dàn lọc bảo toàn biên độ*.

Nếu T(z) được chọn sao cho có pha tuyến tính dạng

$$\Phi(\omega) = \alpha\omega + \beta \tag{3.15}$$

khi đó:

$$\arg\{\,Y(e^{j\omega})\} = \arg\{\,X(e^{j\omega})\} + \alpha\omega + \beta \tag{3.16}$$

thì dàn lọc được gọi là *bảo toàn pha* nhưng biên độ thì bị biến dạng.

Nếu dàn lọc vừa không bị chồng phổ, vừa không bị méo pha và méo biên độ thì dàn lọc được gọi là hoàn hảo. Dàn lọc này có hàm truyền $T(z) = dz^{-m}$, có nghĩa là dàn lọc chỉ làm dịch pha của tín hiệu lối vào một lượng bằng m nào đó mà thôi.

Với mạch lọc này thì

$$Y(z) = dz^{-m}X(z) \tag{3.17}$$

Lấy biến đổi-z ngược hệ thức (3.17), ta thu được:

$$y[n] = dx[n-m] \tag{3.18}$$

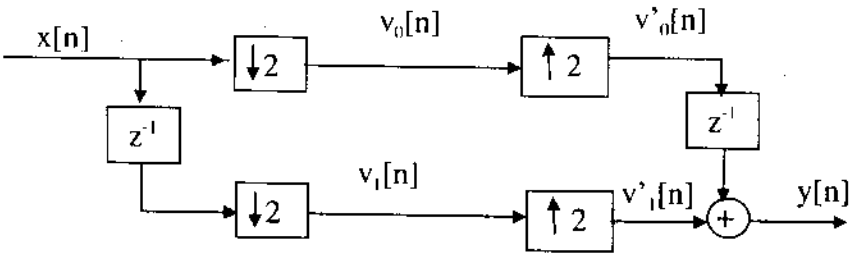
Rõ ràng, tín hiệu lối ra là một phiên bản bị dịch chuyển về phía phải trục thời gian m đơn vị của tín hiệu lối vào với hệ số định mức d.

Ví dụ 3.1. Nếu $H_0(z) = 1$, $H_1(z) = z^{-1}$, thì $G_0(z) = z^{-1}$, $G_1(z) = 1$, khi đó:

$$T(z) = \frac{1}{2}(z^{-1} + z^{-1}) = z^{-1}$$

$$A(z) = \frac{1}{2}(z^{-1} - z^{-1})$$

Dàn lọc này có sơ đồ cho trên hình 3.4.



Hình 3.4. Dàn lọc khôi phục lại hoàn hảo của ví dụ 3.1.

Từ sơ đồ trên ta thấy tín hiệu ra là một phiên bản của tín hiệu lối vào bị trễ 1 đơn vị.

Thật vậy, trên phương diện biến đổi z, quan hệ giữa các tín hiệu được viết dưới dạng:

$$V_0(z) = \frac{1}{2}X(z^{1/2}) + \frac{1}{2}X(-z^{1/2})$$

$$V_1(z) = \frac{z^{-1/2}}{2}X(z^{1/2}) - \frac{z^{-1/2}}{2}X(-z^{1/2})$$

$$V'_0(z) = \frac{1}{2}X(z) + \frac{1}{2}X(-z)$$

$$V'_1(z) = \frac{z^{-1}}{2}X(z) - \frac{z^{-1}}{2}X(-z)$$

$$Y(z) = z^{-1}V'_0(z) + V'_1(z) = z^{-1}X(z)$$

Chuyển sang lĩnh vực thời gian ta thu được: $y[n] = x[n-1]$.

3.5. THỰC HIỆN DÀN LỌC QMF KHÔNG CHỒNG PHỔ ĐƠN GIẢN

Dàn lọc QMF đơn giản nhất thu được khi

$$H_1(z) = H_0(-z) \tag{3.19}$$

Nếu các mạch lọc có các hệ số thực thì điều kiện trên tương đương với:

$$|H_1(e^{j\omega})| = |H_0(e^{j(\pi-\omega)})| \tag{3.20}$$

Điều đó có nghĩa là nếu $H_0(z)$ là một mạch lọc thông thấp thì $H_1(z)$ là một mạch lọc thông cao và ngược lại. Từ (3.20) cũng cho thấy $|H_1(e^{j\omega})|$ là một ảnh gương của $|H_0(e^{j\omega})|$ đối với trục đi qua vị trí $\pi/2$, gọi là *tần số vuông góc* ; Vì thế dàn lọc mới có tên là *dàn lọc ảnh gương vuông góc (QMF: Quadrature Mirror Filter Bank).*

Nếu các mạch lọc của dàn lọc phân tích được chọn như trong biểu thức (3.19), thì từ (3.10), với C(z) = 1, các mạch lọc trong dàn lọc tổng hợp sẽ có dạng:

$$G_0(z) = H_0(z), \quad G_1(z) = -H_1(z) = -H_0(-z) \tag{3.21}$$

Các hệ thức (3.19) và (3.20) cho thấy hai dàn lọc phân tích và hai dàn lọc tổng hợp của dàn lọc QMF loại này được xác định chủ yếu chỉ bằng một mình hàm truyền $H_0(z)$. Ngoài ra, hệ thức (3.21) còn chỉ ra rằng nếu $H_0(z)$ là mạch lọc thông thấp thì $G_0(z)$ cũng là mạch lọc thông thấp giống hệt như vậy, trong khi mạch lọc $G_1(z)$ lại là mạch lọc thông cao. Với cách lựa chọn như trên thì hàm truyền méo dạng T(z) sẽ có dạng:

$$T(z) = \frac{1}{2}[\,H^2_0(z) + H^2_1(z)] = \frac{1}{2}[\,H^2_0(z) - H^2_0(-z)] \tag{3.22}$$

Dàn lọc QMF nói trên sẽ được thực thi với hiệu quả tính toán cao nếu các mạch lọc phân tích và tổng hợp được thực thi dưới dạng khai triển đa pha:

$$H_0(z) = E_0(z^2) + z^{-1}E_1(z^2) \tag{3.23}$$

và do vậy:

$$H_1(z) = E_0(z^2) - z^{-1}E_1(z^2) \tag{3.24}$$

hai phương trình (3.23) và (3.24) được kết hợp lại dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z^2) \\ z^{-1}E_1(z^2) \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Tương tự, hai dàn lọc tổng hợp tìm được:

$$[G_0(z)\ \ G_1(z)] = [z^{-1}E_1(z^2)\ \ E_0(z^2)] \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

Sơ đồ thực thi dàn lọc QMF 2-kênh dùng khai triển đa pha theo các phương trình (3.25) và (3.26) được vẽ trên hình 3.5a. Hình 3.5b là sơ đồ cấu trúc có hiệu quả tính toán cao hơn nhờ sử dụng các cấu trúc nối tiếp tương đương. Nếu mạch lọc $H_0(z)$ có bậc là N, tức là đáp ứng xung $h_0[n]$ của nó có N+1 hệ số. Do vậy mỗi mạch lọc $E_0(z)$ và $E_1(z)$ có (N+1)/2 hệ số. Vì thế, sơ đồ hình 3.5b cho thấy dàn lọc phân tích cần tổng cộng N+1 phép nhân và phép cộng, tức là:

$$\frac{N+1}{2}\text{MPU và } \frac{N+1}{2}\text{APU}$$

Dàn lọc tổng hợp cũng cần từng ấy phép tính.

Trong trường hợp khai triển đa pha, hàm truyền biến dạng của dàn lọc QMF nói trên có biểu thức đơn giản là:

$$T(z) = 2z^{-1}E_0(z^2)E_1(z^2) \qquad (3.27)$$

Ví dụ 3.2. Xét dàn lọc QMF với mạch lọc phân tích:

$$H_0(z) = 1 + z^{-1}.$$

Khi đó thành phần đa pha sẽ là:

$$E_0(z^2) = 1,\ E_1(z^2) = 1$$

Từ (3.24) tìm được:

$$H_1(z) = 1 - z^{-1}$$

Các mạch lọc của dàn lọc tổng hợp của dàn lọc QMF không có chồng phổ suy ra từ (3.26) là:

$$G_0(z) = z^{-1}E_1(z^2) + E_0(z^2) = 1 + z^{-1},$$

$$G_1(z) = z^{-1}E_1(z^2) - E_0(z^2) = -1 + z^{-1}.$$

Hàm truyền méo dạng:

$$T(z) = 2z^{-1}$$

3.6. DÀN LỌC FIR QMF

3.6.1. Dàn lọc FIR QMF không chồng phổ

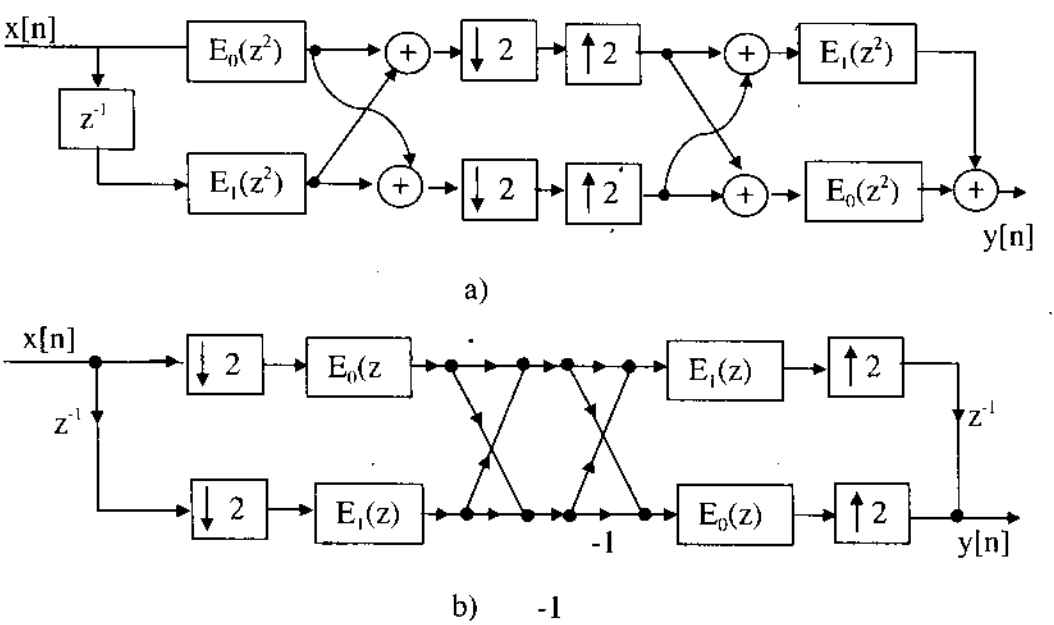
Mục tiêu của phần này là thiết kế một dàn lọc QMF với các mạch lọc trong dàn lọc phân tích và tổng hợp là những mạch lọc FIR. Giả sử mạch lọc phân tích prototype là mạch lọc FIR pha tuyến tính bậc N có hàm truyền :

$$H_0(z) = \sum_{n=0}^{N} h_0[n]z^{-n} \tag{3.28}$$

trong đó $h_0[n]$ là đáp ứng xung của mạch lọc FIR thông thấp pha tuyến tính loại I hoặc loại II. Có nghĩa là đáp ứng xung thoả mãn điều kiện đối xứng $h_0[n] = h_0[N-n]$. Do đó đáp ứng tần số của mạch lọc prototype có thể viết dưới dạng:

$$H_0(e^{j\omega}) = |H_0(e^{j\omega})|e^{-j\omega N/2} \tag{3.29}$$

ở đây hàm biên độ $|H_0(e^{j\omega})|$ là hàm số thực của ω.



Hình 3.5. Thực thi dàn lọc QMF đa pha: a) Cấu trúc QMF đa pha dạng trực tiếp. b) Cấu trúc có hiệu quả tính toán cao.

Thay (3.29) vào (3.22), ta sẽ thu được đáp ứng tần số của hàm truyền méo dạng đối với dàn lọc QMF :

$$T(e^{j\omega}) = \frac{e^{-jN\omega}}{2}[|H_0(e^{j\omega})|^2 - (-1)^N|H_0(e^{j(\pi-\omega)})|^2] \qquad (3.30)$$

Từ đây ta thấy rằng nếu N chẵn thì $T(e^{j\omega}) = 0$ tại $\omega = \pi/2$, có nghĩa là tín hiệu lối ra của dàn lọc bị méo dạng nghiêm trọng. Vì vậy để tránh nhược điểm này phải chọn N lẻ. Trong trường hợp đó thì biểu thức (2.30) có dạng:

$$T(e^{j\omega}) = \frac{e^{-jN\omega}}{2}[|H_0(e^{j\omega})|^2 - (-1)^N|H_0(e^{j(\pi-\omega)})|^2]$$

$$= \frac{e^{-jN\omega}}{2}[|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j(\omega)})|^2] \qquad (3.31)$$

Biểu thức này cho thấy dàn lọc QMF 2-kênh sử dụng các mạch lọc phân tích và tổng hợp là những mạch lọc FIR pha tuyến tính sẽ khôi phục lại tín hiệu một cách hoàn hảo nếu:

$$[|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j(\omega)})|^2] = 1 \qquad (3.32)$$

Có nghĩa là hai mạch lọc của dàn lọc phân tích là những mạch lọc bù công suất. Cần lưu ý rằng hai dàn lọc trong ví dụ 3.1 và 3.2 là những trường hợp ngoại lệ, chúng không thể khôi phục lại tín hiệu một cách hoàn hảo nếu sử dụng các mạch lọc phân tích là những mạch lọc FIR pha tuyến tính bù công suất.

Từ (3.30) có thể thấy rằng dẫn lọc QMF loại này không bị méo pha, nhưng sẽ luôn luôn có méo biên độ, trừ khi $|T(e^{j\omega})|$ là hằng số với mọi ω. Nếu $H_0(z)$ là một mạch lọc thông thấp lý tưởng có $|H_0(e^{j\omega})| \approx 1$ trong dải thông và $|H_0(e^{j\omega})| \approx 0$ trong dải chặn, thì khi đó $H_1(z)$ sẽ là mạch lọc thông cao gần với lý tưởng có dải thông gần trùng với dải chặn của $H_0(z)$ và ngược lại. Kết quả là $|T(e^{j\omega})| \approx 1/2$ ở trong các dải thông của cả $H_0(z)$ lẫn $H_1(z)$. Do đó sự méo dạng biên độ chỉ xảy ra trong vùng chuyển tiếp của các mạch lọc này. Mức độ méo dạng được xác định bởi mức độ chồng phổ giữa các đáp ứng bình phương biên độ của chúng. Sự méo dạng này có thể được giảm thiểu nếu sự chồng phổ được kiểm soát nhờ việc lựa chọn giá trị ở mép dải thông của $H_0(z)$.

Phương pháp giảm thiểu sự méo dạng biên độ là tối ưu hoá các hệ số của đáp ứng xung của mạch lọc prototype nhờ sự trợ giúp của máy tính để điều chỉnh lặp đi lặp lại sao cho điều kiện:

$$[|H_0(e^{j\omega})|^2 + |H_1(e^{j(\omega)})|^2] = 1$$

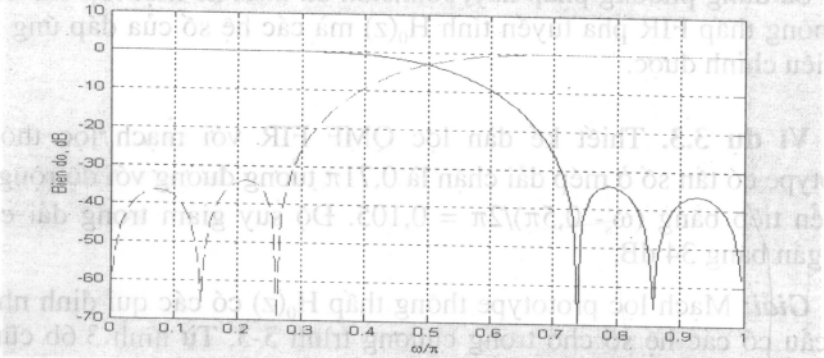
được thoả mãn với tất cả các giá trị của ω.

Sử dụng phương pháp này, Johnston đã thiết kế một lớp các các mạch lọc thông thấp FIR pha tuyến tính $H_0(z)$ mà các hệ số của đáp ứng xung có thể điều chỉnh được.

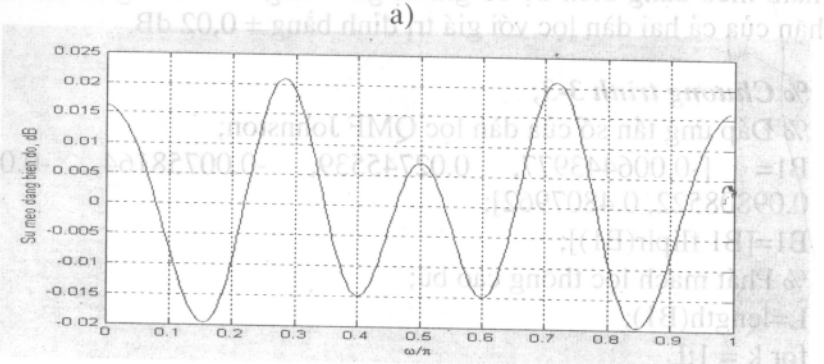
Ví dụ 3.3. Thiết kế dàn lọc QMF FIR với mạch lọc thông thấp prototype có tần số ở mép dải chặn là $0,71\pi$ tương đương với độ rộng của dải chuyển tiếp bằng $(\omega_s - 0,5\pi)/2\pi = 0,105$. Độ suy giảm trong dải chặn cực tiểu, gần bằng 34 dB.

Giải: Mạch lọc prototype thông thấp $H_0(z)$ có các qui định như bài ra yêu cầu có các hệ số cho trong chương trình 3-3, Từ hình 3.6b cũng nhận thấy hàm méo dạng biên độ có giá trị gần bằng 0 dB trong cả dải thông lẫn dải chặn của cả hai dàn lọc với giá trị đỉnh bằng ± 0,02 dB.

```
% Chương trình 3-3;
% Đáp ứng tần số của dàn lọc QMF Johnston;
B1= [-0.006443977, 0.02745539, -0.00758164, -0.0913825,
0.09808522, 0.4807962];
B1=[B1 fliplr(B1)];
% Phát mạch lọc thông cao bù;
L=length(B1);
for k = 1:L
   B2(k) = ((-1)^k)*B1(k);
end
%Tính đáp ứng biên độ của hai mạch lọc;
[H1z,w] = freqz(B1,1,256);
   h1=abs(H1z); g1 = 20*log10(h1);
   [H2z,w] = freqz(B2,1,256);
   h2 = abs(H2z); g2 = 20*log10(h2);
 %Vẽ đáp ứng biên độ của hai mạch lọc;
 figure(1)
   plot(w/pi,g1,'-',w/pi,g2,'--');grid
   xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do, dB')
   % Tính tổng của cac đáp ứng bình phương biên độ;
   for i = 1:256,
      sum(i) = (h1(i)*h1(i)) + (h2(i)*h2(i));
   end
   d = 10*log10(sum);
   %Vẽ sự méo dạng biên độ;
   figure(2)
   plot(w/pi,d); grid;
   xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Sự méo dạng biên độ, dB');
```



a)



b)

Hình 3.6. Đáp ứng tần số của dàn lọc QMF Johnston: Biên độ. (b) Sai số khôi phục dB.

3.6.2. Dàn lọc FIR QMF khôi phục tín hiệu hoàn hảo

Dàn lọc FIR 2-kênh có thể khôi phục lại tín hiệu một cách hoàn hảo, nghĩa là không có sự méo dạng biên độ, pha thì tuyến tính, được thực hiện nếu hai mạch lọc của dàn lọc phân tích $H_0(z)$ và $H_1(z)$ thoả mãn điều kiện bù công suất (3.32). Để thiết lập phương trình thiết kế tổng quát cho mọi dàn lọc FIR QMF, xuất phát từ biến đổi -z của tín hiệu lối ra của toàn bộ dàn lọc theo phương trình (2.4) dưới dạng ma trận

$$Y(z) = \frac{1}{2}[G_0(z)\ \ G_1(z)]\begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

Từ đó thu được:

$$Y(-z) = \frac{1}{2}[G_0(-z)\ \ G_1(-z)]\begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix} \qquad (3.34)$$

Kết hợp hai phương trình trên ta được:

$$\begin{bmatrix} Y(z) \\ Y(-z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \\ G_0(-z) & G_1(-z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{2}\ \mathbf{G}^{(m)}(\mathbf{z})[\ \mathbf{H}^{(m)}(z)]^T \begin{bmatrix} X(z) \\ X(-z) \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

trong đó:

$$\mathbf{G}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} G_0(z) & G_1(z) \\ G_0(-z) & G_1(-z) \end{bmatrix}, \mathbf{H}^{(m)}(z) = \begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) \\ H_0(-z) & H_1(-z) \end{bmatrix} \tag{3.36}$$

là các ma trận điều chế.

Từ (3.35) suy ra rằng để khôi phục lại tín hiệu một cách hoàn chỉnh không có méo dạng thì biến đổi z của tín hiệu lối ra phải liên hệ với biến đổi z của tín hiệu lối vào theo hệ thức:

$$Y(z) = z^{-l}X(z) \tag{3.37a}$$

và tương ứng

$$Y(-z) = (-z)^{-l}\,X(-z) \tag{3.37b}$$

Thay các hệ thức (3.37a) và (3.37b) vào (3.35), ta sẽ thu được điều kiện để khôi phục tín hiệu hoàn hảo là:

$$\frac{1}{2}\mathbf{G}^{(m)}(z)[\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T = \begin{bmatrix} z^{-l} & 0 \\ 0 & (-z)^{-l} \end{bmatrix} \tag{3.38}$$

Từ điều kiện cho thấy, nếu các mạch lọc phân tích $H_0(z)$ và $H_1(z)$ cho biết thì có thể xác định được các dàn lọc tổng hợp để điều kiện khôi phục lại hoàn chỉnh được thực hiện:

$$\mathbf{G}^{(m)}(z) = 2\begin{bmatrix} z^{-l} & 0 \\ 0 & (-z)^{-l} \end{bmatrix}\{[\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T\}^{-1} \tag{3.39}$$

Hay:

$$G_0(z) = \frac{2z^{-l}}{\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)}H_1(-z) \tag{3.40}$$

$$G_1(z) = -\frac{2z^{-l}}{\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)}H_0(-z) \tag{3.41}$$

trong đó:

$$\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)] = H_0(z)H_1(-z) - H_0(-z)H_1(z) \qquad (3.42)$$

với l là số lẻ nguyên dương.

Nếu các dàn lọc phân tích $H_0(z)$ và $H_1(z)$ là FIR thì các mạch lọc tổng hợp $G_0(z)$ và $G_1(z)$ cũng là FIR khi

$$\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)] = cz^{-k} \qquad (3.43)$$

với c là hằng số thực còn k là số nguyên dương. Trong trường hợp này thì hai mạch lọc tổng hợp sẽ tìm được dưới dạng:

$$G_0(z) = \frac{2}{c} z^{-(l-k)} H_1(-z) \qquad (3.44)$$

$$G_1(z) = -\frac{2}{c} z^{-(l-k)} H_0(-z) \qquad (3.45)$$

3.6.3. Dàn lọc QMF FIR trực giao

Giả sử $H_0(z)$ là mạch lọc FIR bậc N lẻ thoả mãn điều kiện đối xứng mũ như trong phương trình sau

$$H_0(z)H_0(z^{-1}) + H_0(-z)H_0(-z^{-1}) = 1 \qquad (3.46)$$

và nếu ta chọn

$$H_1(z) = z^{-N} H_0(-z^{-1}) \qquad (3.47)$$

thì khi đó định thức $\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)]$ theo (2.42) sẽ thu được

$$\det[\mathbf{H}^{(m)}(z)] = -z^{N}(H_0(z)H_0(z^{-1}) + H_0(-z)H_0(-z^{-1})) = -z^{-N} \qquad (3.48)$$

Nếu so sánh phương trình này với phương trình (3.43), ta thấy c = -1 và k = N.

Nếu chọn các mạch lọc phân tích như trong (3.47), thì các mạch lọc tổng hợp thoả mãn điều kiện khôi phục lại hoàn hảo theo các hệ thức (3.44) và (3.45) sẽ thu được dưới dạng sau:

$$G_0(z) = 2z^{-N}H_0(z^{-1}), \quad G_1(z) = 2z^{-N}H_1(z^{-1}) \qquad (3.49)$$

Cần lưu ý rằng nếu $H_0(z)$ là một mạch lọc FIR nhân quả thì ba mạch lọc còn lại cũng là những mạch lọc FIR nhân quả. Trong trường hợp này thì

$$|G_i(e^{j\omega})| = |H_i(e^{j\omega})|, \; i = 1,2. \qquad (3.50)$$

và

$$|H_0(-e^{j\omega})| = |H_1(e^{j\omega})| \qquad (3.51)$$

Vì vậy, nếu $H_0(z)$ là hàm truyền của mạch lọc thông thấp với các hệ số thực, thì $H_1(z)$ sẽ là hàm truyền của mạch lọc thông cao cũng với các hệ

số thực. Trong trường hợp này, dàn lọc đối xứng mũ thoả mãn điều kiện khôi phục lại hoàn hảo được gọi là *dàn lọc trực giao*.

Vậy vấn đề thiết kế dàn lọc trực giao qui về việc thiết kế một mình mạch lọc thông thấp đối xứng mũ $H_0(z)$. Để thực hiện mục tiêu này, ta có thể thiết kế mạch lọc $F(z) = H_0(z)H_0(z^{-1})$ có bậc chẵn, sau đó dùng phương pháp phân tích thành thừa số phổ của nó để xác định $H_0(z)$. Lúc này, điều kiện đối xứng mũ (3.46) cho thấy F(z) là một mạch lọc thông thấp bán dải với đáp ứng tần số $F(e^{j\omega})$ không âm. Mạch lọc như vậy có thể thu được bằng cách cộng một số hạng không đổi với một mạch lọc thông thấp bán dải bậc chẵn có pha bằng không Q(z). Khi đó sẽ thu được:

$$F(e^{j\omega}) = Q(e^{j\omega}) + K \geq 0 \text{ với mọi } \omega \qquad (3.52)$$

Mạch lọc bán dải Q(z) có thể được thiết kế bằng bất kỳ phương pháp nào như đã mô tả trong chương 6, tập 2 giáo trình xử lý số tín hiệu.

Như vậy, để thiết kế mạch lọc $H_0(z)$, ta tiến hành các bước như sau:

1. Thiết kế mạch lọc thông thấp bán dải FIR với các hệ số thực bậc 2N với N là số lẻ nguyên dương $Q(z) = \sum_{n=-N}^{N} q[n]z^{-n}$.

2. Giả sử δ là độ mấp mô của dải chặn của $Q(e^{j\omega})$, hãy xác định $F(z) = Q(z) + \delta$ sao cho $F(e^{j\omega}) \geq 0$ với mọi ω. Chú ý rằng nếu q[n] là đáp ứng xung của Q(z) thì đáp ứng xung của F(z) sẽ có dạng:

$$f[n] = \begin{cases} q[n] + \delta, & \text{voi } n = 0 \\ q[n], & \text{voi } n \neq 0 \end{cases} \qquad (3.53)$$

3. Xác định thừa số phổ $H_0(z)$ của F(z).

Ví dụ 3.4. Xét mạch lọc F(z) đã được thiết kế có hàm truyền là:

$$F(z) = \frac{1}{16}(-z^3 + 9z + 16 + 9z^{-1} - z^{-3})$$

Hãy xác định $H_0(z)$.

Giải: Ta thấy F(z) là mạch lọc FIR có 4 điểm không nằm tại z = -1, 1 điểm không tại $z = 2 - \sqrt{3}$ và một điểm không tại $z = 2 + \sqrt{3}$. Do đó thừa số phổ $H_0(z)$ của F(z) tìm được là:

$$H_0(z) = -0{,}3415(1 + z^{-1})^2(1 - (2 - \sqrt{3})z^{-1})$$

$$= -0{,}3415(1 + 1{,}77320508z^{-1} + 0{,}4641016z^{-2} - 0{,}2679492z^{-3})$$

Từ đó, theo (3.57) ta tìm được mạch lọc phân tích thông cao $H_1(z)$

$H_1(z) = z^{-3}H_0(-z^{-1}) = -0,3415(0,2679492 + 0,4641016z^{-1} - 1,7320508z^{-2} + z^{-3})$.

Hai mạch lọc tổng hợp cũng tìm được:

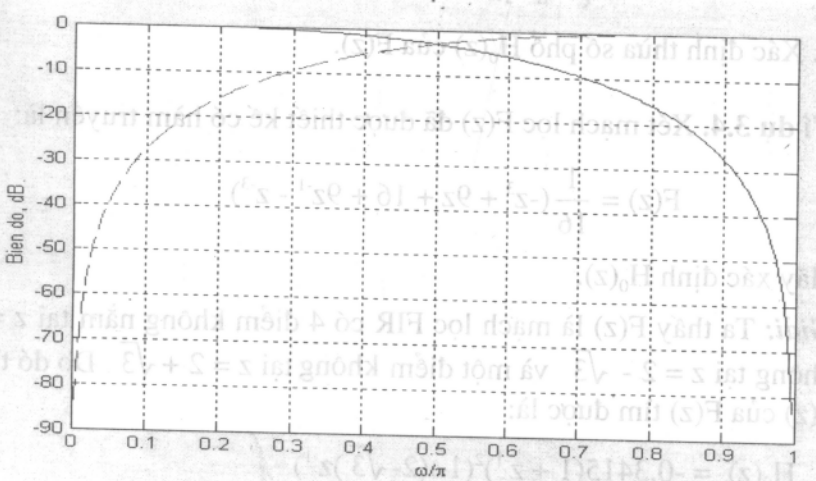
$G_0(z) = -0,683025(0,2679491 + 0,4641016z^{-1} - 1,7320508z^{-2} + z^{-3})$

$G_1(z) = -0,683025(1 - 1,77320508z^{-1} + 0,4641016z^{-2} + 0,2679491z^{-3}$

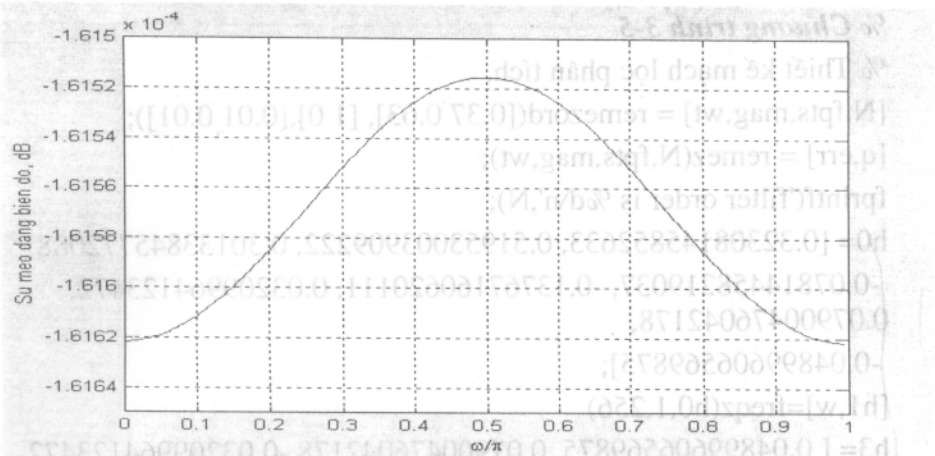
Đáp ứng biên độ của hai mạch lọc phân tích cho trên hình 3.7. Hình 3.8 cho giá trị biến dạng biên độ của hai mạch lọc trong dàn lọc phân tích.

Giữa $H_0(z)$ và $F(z)$ ta có một số nhận xét như sau:

Thứ nhất, bậc của mạch lọc bán dải $F(z)$ được biểu diễn dưới dạng 4K +2, với K là số nguyên dương, nên bậc của mạch lọc $H_0(z)$ sẽ là $N = 2K + 1$. Rõ ràng N là một số nguyên dương lẻ. Hai là các điểm không của $F(z)$ biểu hiện dưới dạng các nhóm đối xứng gương qua vòng tròn đơn vị và các điểm không nằm trên vòng tròn đơn vị. Do vậy có thể nhóm một nửa số lượng các điểm không này để tạo thành các điểm không cho $H_0(z)$. Chẳng hạn, để $H_0(z)$ có pha cực tiểu, có thể nhóm tất cả các điểm không nằm bên trong vòng tròn đơn vị với một nửa điểm không nằm trên vòng tròn đơn vị làm các điểm không cho mạch lọc $H_0(z)$. Tương tự, nếu muốn $H_0(z)$ là mạch lọc thông thấp có pha cực đại thì lấy các điểm không nằm ngoài vòng tròn đơn vị và một nửa các điểm không nằm trên vòng tròn đơn vị. Thứ ba là tần số ở mép của dải chặn của $F(z)$ và của $H_0(z)$ là như nhau. Nếu độ suy giảm cực tiểu trong dải chặn của $H_0(z)$ là α_s dB, thì độ suy giảm cực tiểu trong dải chặn của $F(z)$ sẽ là $2\alpha_s + 6,02$ dB.



Hình 3.7. Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích của ví dụ 3.4.



Hình 3.9. Méo dạng biên độ của dàn lọc phân tích của ví dụ 3.4.

Ví dụ 3.5. Thiết kế mạch lọc thông thấp đối xứng mũ hệ số thực $H_0(z)$ với các qui định sau : mép dải chặn $\omega_s = 0{,}63\pi$, độ suy giảm cực tiểu của dải chặn là $\alpha_s = 12$dB. Khi đó các qui định đối với F(z) sẽ là:

Mép dải chặn $\omega_s = 0{,}63\pi$, độ suy giảm cực tiểu của dải chặn $\alpha_s = 40$ dB. Vì thế, độ mấp mô của dải chặn $\delta_s = 0{,}01$. Đó cũng là độ mấp mô của dải thông. Mép của dải thông $\omega_p = \pi - 0{,}63\pi = 0{,}37\pi$.

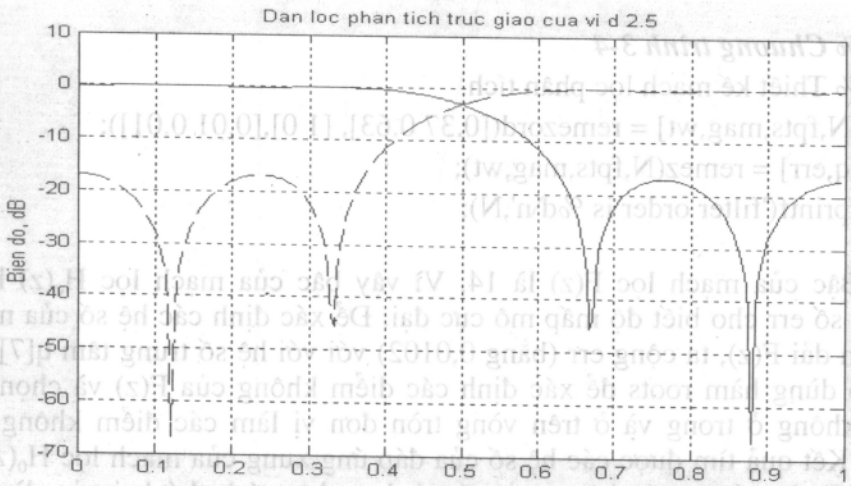
Trong MATLAB dùng hàm remezord để tìm bậc của F(z) và sử dụng hàm remez. Chương trình 3-4 cho thiết kế mạch lọc này.

```
% Chương trình 3-4
% Thiết kế mạch lọc phân tích.
[N,fpts,mag,wt] = remezord([0.37 0.63], [1 0],[0.01 0.01]);
[q,err] = remez(N,fpts,mag,wt);
fprintf('filter order is %d\n',N);
```

Bậc của mạch lọc F(z) là 14. Vì vậy bậc của mạch lọc $H_0(z)$ là 7. Thông số err cho biết độ mấp mô cực đại. Để xác định các hệ số của mạch lọc bán dải F(z), ta cộng err (bằng 0,0102) với với hệ số trung tâm q[7], rồi sau đó dùng hàm roots để xác định các điểm không của F(z) và chọn các điểm không ở trong và ở trên vòng tròn đơn vị làm các điểm không của $H_0(z)$. Kết quả tìm được các hệ số của đáp ứng xung của mạch lọc $H_0(z)$ và từ (2.47) tìm được các hệ số của mạch lọc phân tích thứ hai của dàn lọc QMF FIR trực giao 2-kênh. Các hệ số đó cho trong chương trình 3-5 sau đây.

```
% Chương trình 3-5
% Thiết kế mạch lọc phân tích.
[N,fpts,mag,wt] = remezord([0.37 0.63], [1 0],[0.01 0.01]);
[q,err] = remez(N,fpts,mag,wt);
fprintf('filter order is %đ\n',N);
h0= [0.32308145852633, 0.51953003909222, 0.30133845772088,
 -0.07814458219037, -0.13767160620111, 0.03209964123472,
0.07900476042178,
 -0.04899606569875];
[h1,w]=freqz(h0,1,256)
h3= [ 0.04899606569875, 0.07900476042178,-0.03209964123472,
 -0.13767160620111, 0.07814458219037, 0.30133845772088,
-0.51953003909222,0.32308145852633];
[h2,w]=freqz(h3,1,256);
plot(w/pi,20*log10(abs(h1)),'-', w/pi, 20*log10(abs(h2)),'--'); grid;
Title('đáp ứng tần số của dàn lọc phân tích').
xlabel('\omega/\pi');
ylabel('Bien do, dB').
```

Đồ thị cho trên hình 2.9.



Hình 3.9. Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích QMF 2-kênh trực giao của ví dụ 3.5.

3.6.4. Dàn lọc lưỡng trực giao

Khi thiết kế dàn lọc trực giao 2-kênh, mạch lọc bán dải bậc chẵn pha bằng không F(z) được biểu thị dưới dạng:

$$F(z) = H_0(z)H_0(z^{-1})$$

Vì hai mạch lọc $H_0(z)$ và $H_0(z^{-1})$ có cùng đáp ứng biên độ, do vậy không thể thiết kế được dàn lọc khôi phục hoàn hảo với các mạch lọc phân tích và tổng hợp có pha tuyến tính. Tuy nhiên, có thể vẫn giữ được điều kiện khôi phục hoàn hảo với các mạch lọc pha tuyến tính bằng cách lựa chọn phương pháp khai triển thành thừa số, chẳng hạn khai triển F(z) thành thừa số theo dạng như sau:

$$F(z) = z^N H_0(z)H_1(-z) \tag{3.54}$$

Hay để đảm bảo tính nhân quả của mạch lọc, công thức trên được viết lại dưới dạng:

$$z^{-N}F(z) = H_0(z)H_1(-z) \tag{3.55}$$

trong đó $z^{-N}F(z)$ là mạch lọc nhân quả bậc 2N, còn $H_0(z)$ và $H_1(-z)$ là những mạch lọc pha tuyến tính.

Với cách khai triển này, thì ma trận điều chế $\mathbf{H}^{(m)}(z)$ sẽ có dạng:

$$\det \mathbf{H}^{(m)}(z) = H_0(z)H_1(-z) - H_0(-z)H_1(z) = z^{-N}[F(z) + F(-z)] = z^{-N} \tag{3.56}$$

thoả mãn điều kiện khôi phục hoàn hảo (3.43). Dàn lọc được thiết kế bằng cách sử dụng phương pháp khai triển như trong (3.54) được gọi là *dàn lọc lưỡng trực giao*.

Hai dàn lọc tổng hợp được cho bởi:

$$G_0(z) = H_1(-z),\ G_1(z) = -H_0(-z) \tag{3.57}$$

Ví dụ 3.6. Dàn lọc F(z) trong ví dụ 3.4 có thể được phân tích theo nhiều cách khác nhau để thu được các dàn lọc phân tích $H_0(z)$ và $H_1(z)$ là những mạch lọc FIR pha tuyến tính. Chẳng hạn nếu chọn:

$$H_0(z) = \frac{1}{8}(-1 + 2z^{-1} + 6z^{-2} + 2z^{-3} - z^{-4}),\ H_1(-z) = \frac{1}{2}(1 + 2z^{-1} + z^{-2})$$

như là các thừa số khai triển của F(z). Vì vậy:

$$H_1(z) = \frac{1}{2}(1 - 2z^{-1} + z^{-2})$$

Hoặc nếu chọn:

$$H_0(z) = \frac{1}{8}(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-4}), \quad H_1(-z) = \frac{1}{2}(-1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3})$$

như các khai triển của F(z) thì các mạch lọc phân tích

$$H_0(z) = \frac{1}{8}(1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-4}), \quad \text{và } H_1(z) = \frac{1}{2}(-1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3})$$

là những mạch lọc phân tích có pha tuyến tính.

3.7. DÀN LỌC QMF IIR KHÔNG CHỒNG PHỔ

Bây giờ nếu các mạch lọc trong dàn lọc tổng hợp và phân tích là các mạch lọc IIR, thì với các điều kiện không có sự chồng phổ (3.10) và không có sự méo dạng biên độ (3.19), hoặc có thể loại bỏ hoàn toàn hai hiện tượng trên nếu hàm truyền méo dạng T(z) được đưa về dạng hàm truyền qua, tức là đáp ứng biên độ của nó bằng hằng số trong toàn bộ dải tần.

Với quan điểm đó, ta có thể chọn :

$$E_0(z) = \frac{1}{2}A_0(z) \text{ và } E_1(z) = \frac{1}{2}A_1(z) \tag{3.58}$$

trong đó $A_0(z)$ và $A_1(z)$ là những hàm truyền của hệ thống truyền qua được lựa chọn sao cho đáp ứng biên độ của chúng bằng đơn vị, tức là $|A_0(e^{j\omega}) = |A_1(e^{j\omega})| = 1$.

Do vậy, các mạch lọc phân tích của dàn lọc QMF 2-kênh sẽ có dạng:

$$H_0(z) = \frac{1}{2}[A_0(z^2) + z^{-1}A_1(z^2)] \tag{3.59a}$$

$$H_1(z) = \frac{1}{2}[A_0(z^2) - z^{-1}A_1(z^2)] \tag{3.59b}$$

Hai phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_0(z^2) \\ z^{-1}A1(z^2) \end{bmatrix} \tag{3.60}$$

Các mạch lọc trong dàn lọc tổng hợp cũng tìm được dưới dạng ma trận:

$$[G_0(z)\ \ G_1(z)] = \frac{1}{2}[z^{-1}A_1(z)\ \ A_0(z^2)]\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix} \qquad (3.61)$$

Hay:

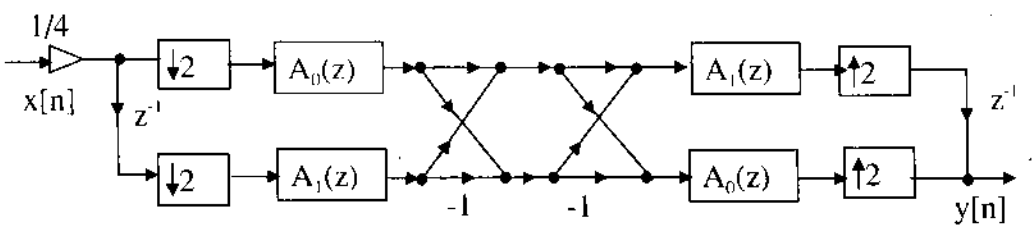
$$G_0(z) = \frac{1}{2}[A_0(z^2) + z^{-1}A_1(z^2)] = H_0(z) \qquad (3.62a)$$

$$G_1(z) = \frac{1}{2}[-A_0(z^2) + z^{-1}A_1(z^2)] = -H_1(z) \qquad (3.62b)$$

Sơ đồ thực thi dàn lọc QMF 2-kênh với các mạch lọc phân tích và tổng hợp thoả mãn các phương trình (3.62a) và (3.62b) được mô tả trên hình 3.10.

Hàm truyền méo dạng biên độ bây giờ cũng là truyền qua và được biểu diễn dưới dạng:

$$T(z) = \frac{z^{-1}}{2}A_0(z^2)A_1(z^2) \qquad (3.63)$$



Hình 3.10. Dàn lọc QMF 2-kênh bảo toàn biên độ nhờ khai triển đa pha các mạch lọc truyền qua.

Ví dụ 3.7. Thiết kế dàn lọc QMF IIR với mạch lọc prototype thông thấp có tần số của dải thông $\omega_p = 0{,}4\pi$, tần số dải chặn $\omega_s = 0{,}6\pi$, độ suy giảm của dải chặn $\delta_s = 0{,}0155$.

Giải: Mạch lọc thích hợp với các qui định trên là mạch lọc elliptic có độ mấp mô trong dải thông tương ứng là $\delta_p = 0{,}00012013$. Hay trong thang dB, độ mấp mô của dải chặn và dải thông là $R_p = 0{,}0010435178$ và $R_s = 36{,}193366$. Bậc thấp nhất của mạch lọc được xác định nhờ hàm ellipord trong MATLAB là 5. Từ đó xác định được hàm truyền của mạch lọc elliptic bán dải bậc 5 này nhờ hàm ellip. Từ hàm truyền ta có thể vẽ được đáp ứng biên độ của mạch lọc và dùng hàm tf2zp xác định được vị trí của các điểm

không và điểm cực sau đó dùng hàm zplane để vẽ giản đồ điểm cực/điểm không.

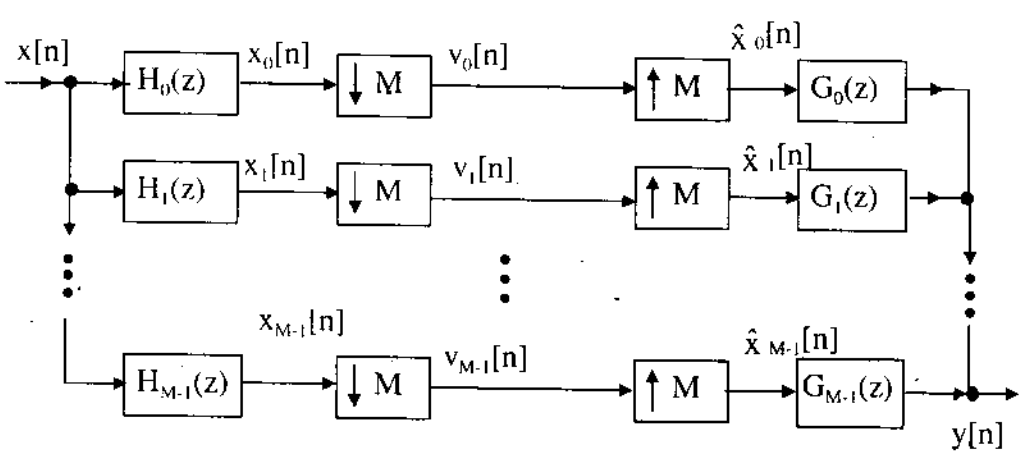
Sau khi gắn kết các điểm cực với nhau ta thu được hàm truyền của mạch lọc truyền qua $A_0(z)$ và $A_1(z)$ của dàn lọc IIR :

$$A_0(z) = \frac{z^{-2} + 0{,}2368041466}{1 + 0{,}23680414466z^{-2}}, \quad A_1(z) = \frac{z^{-2} + 0{,}7149039978}{1 + 0{,}7149039978z^{-2}}$$

3.8. DÀN LỌC QMF M-KÊNH

Đối với dàn lọc QMF 2-kênh, chúng ta đã khảo sát trường hợp đặc biệt khi các mạch lọc phân tích của dàn lọc thoả mãn điều kiện $H_0(-z) = H_1(z)$. Trong phần này, chúng ta xét trường hợp tổng quát hơn, trong đó điều kiện $H_0(-z) = H_1(z)$ không được áp đặt một cách tiên quyết, có nghĩa là chúng ta nghiên cứu lý thuyết khử chồng phổ, điều kiện để khôi phục hoàn hảo đưa ra được những mô hình hiệu quả gắn với dàn lọc giảm tốc độ mẫu cực đại M-kênh như chỉ ra trên hình 3.11. Từ lý thuyết tổng quát này sẽ suy ra trường hợp riêng khi cho M = 2.

Trong dàn lọc M-kênh, tín hiệu lối vào x[n] được tách thành M tín hiệu con $x_k[n]$ nhờ M mạch lọc phân tích $H_k(z)$. Sau đó, mỗi tín hiệu con $x_k[n]$ được giảm tốc độ mẫu với hệ số M để thành tín hiệu $v_k[n]$. Các tín hiệu đã được giảm mẫu $v_k[n]$ lại tiếp tục cho qua bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số M và sau đó kết hợp lại với nhau nhờ dàn lọc tổng hợp $G_k(z)$ để tạo ra tín hiệu ở lối ra y[n] .



Hình 3.11. Cấu trúc của dàn lọc QMF M-kênh.

3.8.1. Quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc QMF M-kênh

Để thuận tiện cho việc thiết lập các quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc, ta sử dụng biến đổi - z. Khi đó, biến đổi - z của tín hiệu con thứ k được cho bởi:

$$X_k(z) = H_k(z)X(z) \tag{3.64}$$

và biến đổi - z của các tín hiệu con đã được giảm tốc độ mẫu là:

$$V_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z^{1/M}W^l)X(z^{1/M}W^l) \tag{3.65}$$

với $W = W_M = e^{-j2\pi/M}$.

Do đó, biến đổi -z của tín hiệu lối ra của các bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số M là:

$$\hat{X}_k(z) = V_k(z^M) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z\ W^l)X(z\ W^l) \tag{3.66}$$

và biến đổi -z của tín hiệu đã được khôi phục, tín hiệu lối ra của dàn lọc tổng hợp là:

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z)\hat{X}_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} X(zW^l)\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z) \tag{3.67}$$

Phương trình trên được viết lại dưới dạng tiện lợi hơn

$$Y(z) = \sum_{l=0}^{M-1} A_k(z)X(zW^l) \tag{3.68}$$

ở đây:

$$A_l(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z), \quad 0 \le l \le M-1 \tag{3.69}$$

Dàn lọc phân tích và tổng hợp gây ra sự chồng phổ và sự tạo ảnh cũng như sự méo biên độ và pha.

3.8.1.1. Sự chồng phổ và tạo ảnh

Sự có mặt của thành phần $X(zW^l)$ là do các bộ tăng và giảm tốc độ mẫu gây ra. Vì vậy thành phần này được gọi là số hạng chồng phổ thứ l, còn $A_l(z)$ được gọi là hệ số khuếch đại của số hạng chồng phổ thứ l đó. Vì vậy, sự chồng phổ có thể được loại bỏ đối với mọi lối vào khả dĩ x[n] khi và chỉ khi

$$A_l(z) = 0 \text{ với } \quad 1 \le l \le M-1 \tag{3.70}$$

3.8.1. Quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc QMF M-kênh

Để thuận tiện cho việc thiết lập các quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc, ta sử dụng biến đổi - z. Khi đó, biến đổi - z của tín hiệu con thứ k được cho bởi:

$$X_k(z) = H_k(z)X(z) \tag{3.64}$$

và biến đổi - z của các tín hiệu con đã được giảm tốc độ mẫu là:

$$V_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z^{1/M}W^l)X(z^{1/M}W^l) \tag{3.65}$$

với $W = W_M = e^{-j2\pi/M}$.

Do đó, biến đổi -z của tín hiệu lối ra của các bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số M là:

$$\hat{X}_k(z) = V_k(z^M) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z\ W^l)X(z\ W^l) \tag{3.66}$$

và biến đổi -z của tín hiệu đã được khôi phục, tín hiệu lối ra của dàn lọc tổng hợp là:

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z)\hat{X}_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} X(zW^l)\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z) \tag{3.67}$$

Phương trình trên được viết lại dưới dạng tiện lợi hơn

$$Y(z) = \sum_{l=0}^{M-1} A_k(z)X(zW^l) \tag{3.68}$$

ở đây:

$$A_l(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z), \quad 0 \le l \le M-1 \tag{3.69}$$

Dàn lọc phân tích và tổng hợp gây ra sự chồng phổ và sự tạo ảnh cũng như sự méo biên độ và pha.

3.8.1.1. Sự chồng phổ và tạo ảnh

Sự có mặt của thành phần $X(zW^l)$ là do các bộ tăng và giảm tốc độ mẫu gây ra. Vì vậy thành phần này được gọi là số hạng chồng phổ thứ l, còn $A_l(z)$ được gọi là hệ số khuếch đại của số hạng chồng phổ thứ l đó. Vì vậy, sự chồng phổ có thể được loại bỏ đối với mọi lối vào khả dĩ x[n] khi và chỉ khi

$$A_l(z) = 0 \text{ với } \quad 1 \le l \le M-1 \tag{3.70}$$

3.8.1. Quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc QMF M-kênh

Để thuận tiện cho việc thiết lập các quan hệ giữa các tín hiệu trong dàn lọc, ta sử dụng biến đổi - z. Khi đó, biến đổi - z của tín hiệu con thứ k được cho bởi:

$$X_k(z) = H_k(z)X(z) \tag{3.64}$$

và biến đổi - z của các tín hiệu con đã được giảm tốc độ mẫu là:

$$V_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z^{1/M}W^l)X(z^{1/M}W^l) \tag{3.65}$$

với $W = W_M = e^{-j2\pi/M}$.

Do đó, biến đổi -z của tín hiệu lối ra của các bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số M là:

$$\hat{X}_k(z) = V_k(z^M) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} H_k(z\ W^l)X(z\ W^l) \tag{3.66}$$

và biến đổi -z của tín hiệu đã được khôi phục, tín hiệu lối ra của dàn lọc tổng hợp là:

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{M-1} G_k(z)\hat{X}_k(z) = \frac{1}{M}\sum_{l=0}^{M-1} X(zW^l)\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z) \tag{3.67}$$

Phương trình trên được viết lại dưới dạng tiện lợi hơn

$$Y(z) = \sum_{l=0}^{M-1} A_k(z)X(zW^l) \tag{3.68}$$

ở đây:

$$A_l(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H_k(zW^l)G_k(z), \quad 0 \le l \le M-1 \tag{3.69}$$

Dàn lọc phân tích và tổng hợp gây ra sự chồng phổ và sự tạo ảnh cũng như sự méo biên độ và pha.

3.8.1.1. Sự chồng phổ và tạo ảnh

Sự có mặt của thành phần $X(zW^l)$ là do các bộ tăng và giảm tốc độ mẫu gây ra. Vì vậy thành phần này được gọi là số hạng chồng phổ thứ l, còn $A_l(z)$ được gọi là hệ số khuếch đại của số hạng chồng phổ thứ l đó. Vì vậy, sự chồng phổ có thể được loại bỏ đối với mọi lối vào khả dĩ x[n] khi và chỉ khi

$$A_l(z) = 0 \text{ với } \quad 1 \le l \le M-1 \tag{3.70}$$

Bây giờ, để trình bày quan điểm loại bỏ chồng phổ, ta xét trường hợp với M = 3. Trong trường hợp này, điều kiện loại bỏ chồng phổ được thể hiện trong hai hệ thức sau đây:

$$H_0(zW)G_0(z) + H_1(zW)G_1(z) + H_2(zW)G_2(z) = 0 \qquad (3.71)$$

và

$$H_0(zW^2)G_0(z) + H_1(zW^2)G_1(z) + H_2(zW^2)G_2(z) = 0 \qquad (3.72)$$

Hình 3.13 (a) - (c) chỉ ra các đáp ứng biên độ của ba mạch lọc phân tích $H_0(z)$, $H_1(zW)$ và $H_2(zW)$ cùng với ba phiên bản đã được dịch chuyển của chúng.

Tín hiệu đi vào mạch lọc $G_0(z)$ chứa các thành phần

$$H_0(z)X(z),\ H_0(zW)X(zW) \text{ và } H_0(zW^2)X(zW^2) \qquad (3.73)$$

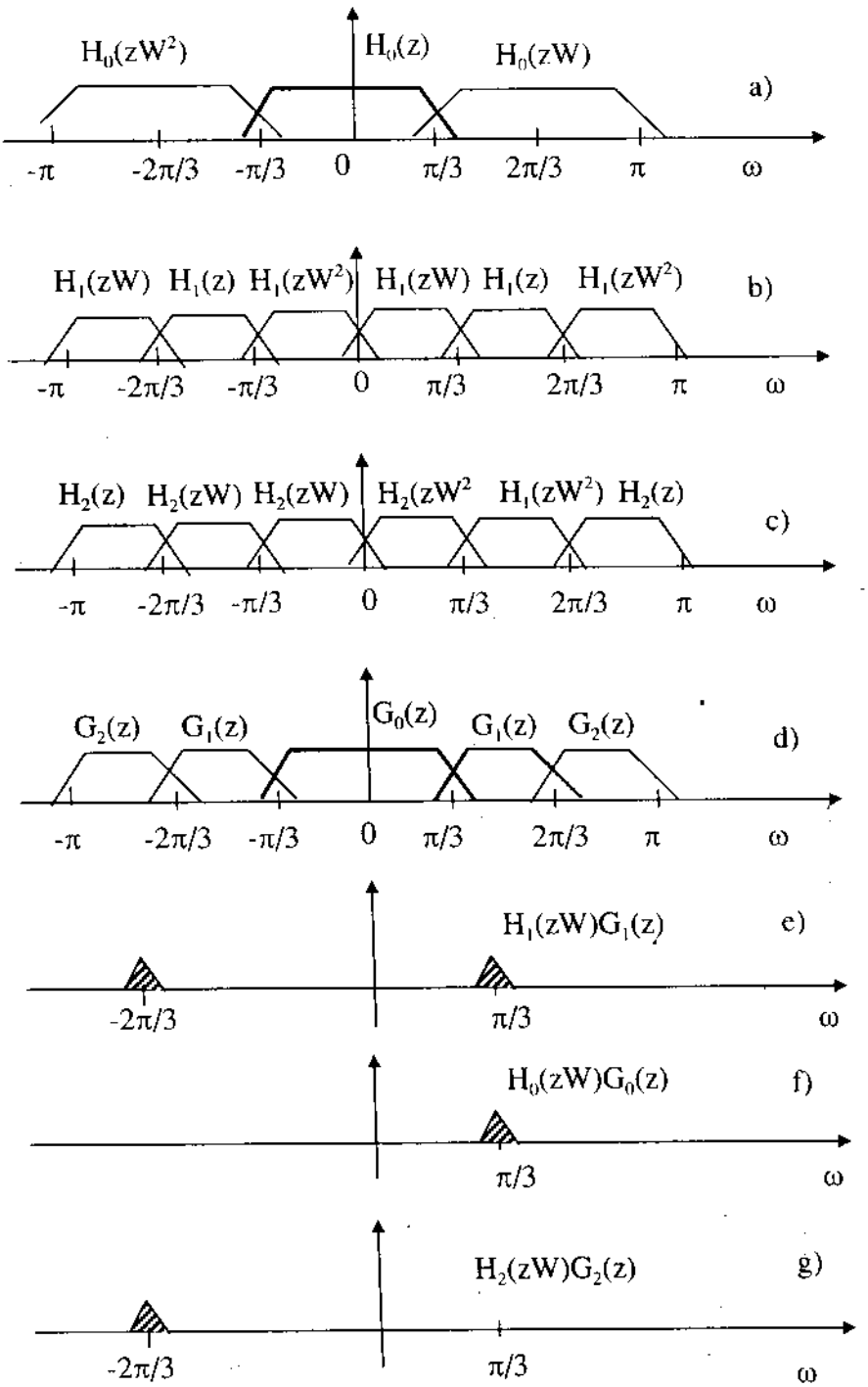
Để loại bỏ được sự chồng phổ và sự tạo ảnh, thì mạch lọc $G_0(z)$ phải có nhiệm vụ loại bỏ được các thành phần chứa các số hạng $X(zW)$ và $X(zW^2)$. Điều đó được thực hiện nếu $G_0(z)$ suy giảm hết các thành phần $H_0(zW)$ và $H_0(zW^2)$ chỉ giữ lại thành phần $H_0(z)$. Điều đó có nghĩa là đáp ứng biên độ của $|G_0(e^{j\omega})|$ có dạng gần giống như $|H_0(e^{j\omega})|$ như chỉ ra trên hình 3.13(d). Các đáp ứng tần số của $G_1(z)$ và $G_2(z)$ với cùng một lý do như vậy cũng được vẽ trên cùng hình vẽ.

Như vậy tín hiệu lối ra của $G_0(z)$ là một phiên bản đã được lọc thông thấp của x[n] cộng với một số thành phần chồng phổ. Tương tự, lối ra của $G_1(z)$ là một phiên bản đã được lọc thống dải của x[n] cộng với một số thành phần chồng phổ. Giả sử các mạch lọc là lý tưởng với đáp ứng:

$$H_k(e^{j\omega}) = G_k(e^{j\omega}) = \begin{cases} \sqrt{M}, & \text{(dải thông)} \\ 0, & \text{(dải chặn)} \end{cases} \qquad (3.74)$$

thì tín hiệu lối ra y[n] = x[n], nghĩa là tín hiệu được khôi phục hoàn hảo.

Tuy nhiên, trong thực tế, các mạch lọc không phải là lý tưởng, vì vậy chúng không loại bỏ được hoàn toàn các phiên bản đã được dịch chuyển $H_k(zW)$ và $H_k(zW^2)$, vì vậy ba số hạng trong (3.71) không có số hạng nào bằng không. Các thành phần chồng phổ còn dư này được biểu thị trong hình 3.12e-g. Các đáp ứng của $H_0(zW)G_0(z)$ và $H_1(zW)G_1(z)$ có sự chồng phổ với nhau và các đáp ứng của $H_1(zW)G_1(z)$ và $H_2(zW)G_2(z)$ cũng như vậy. Từ phân tích trên cho thấy để sự chồng phổ được loại bỏ hoàn toàn thì phải chọn các mạch lọc tổng hợp sao cho chúng có khả năng loại bỏ được các thành phần chồng phổ đó.



Hình 3.12. a),b), c) Đáp ứng biên độ của các mạch lọc phân tích và của các phiên bản dịch chuyển; d) Đáp ứng biên độ của các mạch lọc tổng hợp; e), f), g) Các số hạng chồng phổ với l =1.

3.8.1.2. Sự méo dạng biên độ và pha

Như đã biết, dàn lọc QMF M-kênh là một hệ thống thay đổi đối với thời gian với chu kỳ M. Giả sử các số hạng chồng phổ đã được loại bỏ bằng cách chọn $A_k(z) = 0$ với $k > 0$, thì biến đổi -z của tín hiệu ra liên hệ với biến đổi - z của tín hiệu lối vào bằng hệ thức đơn giản sau:

$$Y(z) = T(z)X(z) \tag{3.75}$$

trong đó T(z) là hàm truyền méo dạng:

$$T(z) = A_0(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H_k(z)G_k(z) \tag{3.76}$$

Vì thế khi sự chồng phổ được loại bỏ thì dàn lọc QMF M-kênh là một hệ thống LTI với hàm truyền T(z). Như đã phân tích trên, nếu $|T(e^{j\omega})|$ không phải là hằng số, có nghĩa là T(z) không phải là hệ thống truyền qua, thì sẽ có sự méo dạng biên độ, nếu T(z) có pha phi tuyến thì dàn lọc sẽ gây ra sự méo dạng về pha.

Tóm lại, nếu $H_k(z)$ và $G_k(z)$ loại bỏ được hoàn toàn sự chồng phổ và T(z) thuần tuý là một bộ trễ $T(z) = cz^{-n_0}$, $c \neq 0$, thì dàn lọc không có sự chồng phổ và cũng không gây ra sự méo dạng biên độ và pha. Dàn lọc QMF M-kênh như vậy được gọi là *dàn lọc khôi phục hoàn hảo*. Khi đó, tín hiệu lối ra của dàn lọc có dạng $y[n] = cx[n-n_0]$.

3.8.2. Ma trận truyền

Phương trình (2.69) có thể được viết dưới dạng ma trận như sau:

$$M\underbrace{\begin{bmatrix} A_0(z) \\ A_1(z) \\ . \\ . \\ A_{M-1}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{A(z)}} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_0(z) & H_1(z) & . & . & H_{M-1}(z) \\ H_0(zW) & H_1(zW) & . & . & H_{M-1}(zW) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ H_0(zW^{M-1}) & H_1(zW^{M-1}) & . & . & H_{M-1}(zW^{M-1}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{H^{(m)}}} \underbrace{\begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \\ . \\ . \\ G_{M-1}(z) \end{bmatrix}}_{\mathbf{G(z)}} \tag{3.77}$$

Để loại bỏ chồng phổ, ta phải buộc tất cả các phần tử ở vế phải của phương trình (3.77) bằng không (trừ phần tử trên cùng). Do đó điều kiện để không có chồng phổ có thể được viết dưới dạng:

$$H^{(m)}(z)G(z) = t(z) \tag{3.78}$$

trong đó :

$$\mathbf{t}(z) = \begin{bmatrix} MA_0(z) \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MT(z) \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.79}$$

Ma trận MxM $\mathbf{H}^{(m)}(z)$ được gọi là *ma trận điều chế dàn lọc phân tích.* Với cách viết dưới dạng ma trận này, thì biến đổi -z của tín hiệu lối ra y[n] có thể được biểu thị bằng:

$$Y(z) = A^T(z)X(z) = \frac{1}{M}\mathbf{G}^T(z)[\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T X(z) \tag{3.80}$$

trong đó:

$$\mathbf{X}(z) = \begin{bmatrix} X(z) \\ X(zW) \\ . \\ . \\ X(zW^{M-1}) \end{bmatrix} \tag{3.81}$$

Như vậy, khi các mạch lọc phân tích $H_k(z)$ đã cho, thì hiện tượng chồng phổ có thể được loại bỏ nếu chọn các mạch lọc tổng hợp theo dạng sau:

$$\mathbf{G}(z) = [\mathbf{H}^{(m)}(z)]^{-1}\,\mathbf{T}(z) \tag{3.82}$$

Ngoài ra, để dàn lọc khôi phục hoàn chỉnh, chỉ cần yêu cầu $\mathbf{t}(z)$ có dạng:

$$\mathbf{t}(z) = \begin{bmatrix} z^{-n_0} \\ 0 \\ . \\ . \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.83}$$

3.8.3. Biểu diễn đa pha

Trong các phần trên ta đã phân tích biểu diễn đa pha và cho thấy biểu diễn này rất hữu ích không chỉ về mặt lý thuyết mà cả trong thực tế kỹ thuật. Để thấy được các ứng dụng của lý thuyết dàn lọc nhờ biểu diễn đa pha, trước tiên ta xét biểu diễn đa pha loại I của hàm truyền của mạch lọc phân tích thứ k

$$H_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-k} E_{kl}(z^M) \tag{3.84}$$

hoặc dưới dạng ma trận:

$$\mathbf{h}(z) = \mathbf{E}(z)\mathbf{e}(z) \tag{3.84a}$$

với :

$$\mathbf{h}(z) = \begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ . \\ . \\ H_{M-1}(z) \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{e}(z) = \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ . \\ . \\ z^{M-1} \end{bmatrix}$$

và

$$\mathbf{E}(z) = \begin{bmatrix} E_{00}(z^M) & E_{01}(z^M) & . & . & E_{0,M-1}(z^M) \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ E_{M-1,0}(z^M) & E_{M-1,1}(z^M) & . & . & E_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix} \tag{3.85}$$

Ma trận $\mathbf{E}(z)$ được gọi là *ma trận thành phần đa pha loại I.* Hình 3.13a vẽ sơ đồ thực thi biểu diễn đa pha loại I của dàn lọc phân tích. Với cách làm tương tự, ta có thể biểu diễn dàn lọc tổng hợp dưới dạng *đa pha loại II* như sau:

$$G_k(z) = \sum_{l=0}^{M-1} z^{-(M-l-1)} R_{lk}(z^M), \quad 0 \le k \le M-1 \tag{3.86}$$

hoặc dưới dạng ma trận

$$\mathbf{g}^T(z) = z^{-(M-1)}\, \mathbf{e}^{\wedge}(z)\mathbf{R}(z) \tag{3.87}$$

với:

$$\mathbf{g}(z) = [G_0(z)\ \ G_1(z)\ \ \ldots\ G_{M-1}(z)] \tag{3.88a}$$

$$\mathbf{e}^{\wedge}(z) = [1 \;\; z \;\; \ldots \;\; z^{M-1}] = \mathbf{e}^{T}(z^{-1}) \qquad (3.88b)$$

và:

$$\mathbf{R}(z) = \begin{bmatrix} R_{00}(z^M) & R_{01}(z^M) & \cdot\;\cdot & R_{0,M-1}(z^M) \\ R_{10}(z^M) & R_{11}(z^M) & \cdot\;\cdot & R_{1,M-1}(z^M) \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot & \cdot \\ R_{M-1,0}(z^M) & R_{M-1,1}(z^M) & \cdot\;\cdot & R_{M-1,M-1}(z^M) \end{bmatrix} \qquad (3.88c)$$

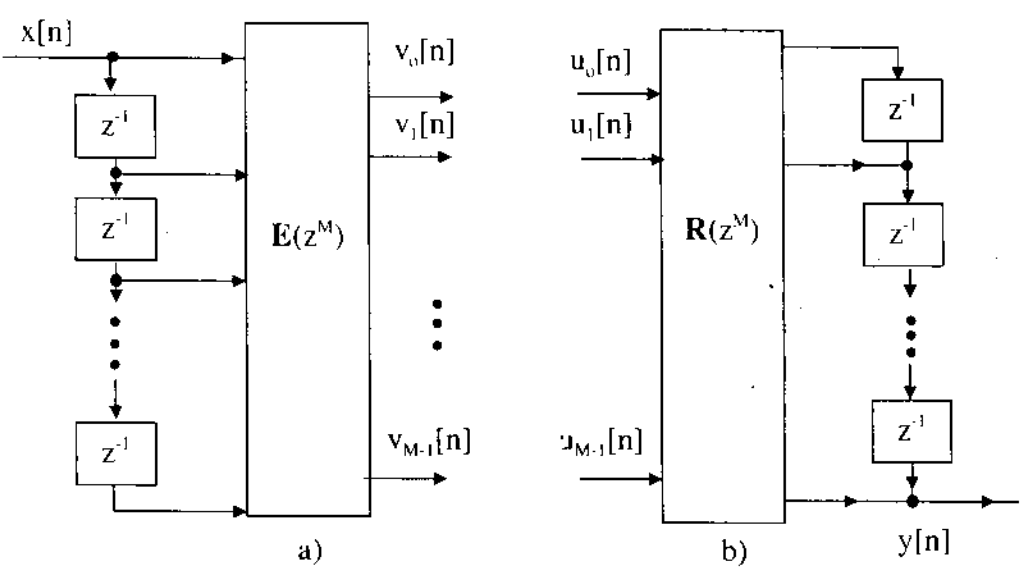
Ma trận **R**(z) được gọi là *ma trận thành phần đa pha loại II*. Sơ đồ thực thi cấu trúc của dàn lọc tổng hợp theo biểu diễn đa pha loại II cho trên hình 3.13b.

Sử dụng khai triển đa pha loại I và loại II của dàn lọc phân tích và dàn lọc tổng hợp vào trong hình 3.11, ta sẽ thu được sơ đồ thực thi tương đương của dàn lọc QMF M-kênh như trên hình 3.14.

Nếu phối hợp các ma trận **E**(z) và **R**(z) thành ma trận **P**(z) theo dạng:

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) \qquad (3.89)$$

thì sẽ thu được một cấu trúc mới có dạng hết sức đơn giản như mô tả trên hình 3.13.



Hình 3.13. a) Biểu diễn đa pha loại I của dàn lọc phân tích;
b) Biểu diễn đa pha loại II của dàn lọc tổng hợp.

Quan hệ giữa ma trận điều chế $\mathbf{H}^{(m)}(z)$ và ma trận thành phần đa pha $\mathbf{E}(z)$ có thể tìm được dễ dàng từ các phương trình (3.77) và (3.85). Trước hết ta thấy:

$$[\mathbf{H}^{(m)}(z)]^T = [\mathbf{h}(z)\ \ \mathbf{h}(zW)\ \ \ldots\ \mathbf{h}(zW^{M-1})]$$
$$= \mathbf{E}(z^M)[\mathbf{e}(z)\ \ \mathbf{e}(zW)\ \ \ldots\ \mathbf{e}(zW^{M-1})] \qquad (3.90)$$

Ngoài ra, từ (3.85) ta cũng thấy

$$\mathbf{e}(zW^k) = \mathbf{D}(z)\begin{bmatrix} 1 \\ W^{k} \\ . \\ . \\ W^{-k(M-1)} \end{bmatrix} \qquad (3.91)$$

ở đây:

$$\mathbf{D}(z) = \mathrm{diag}[1\ \ z^{-1}\ \ \ldots\ \ z^{-(M-1)}] \qquad (3.92)$$

Sử dụng (3.92) vào trong (3.90), ta sẽ thu được phương trình ma trận mô tả quan hệ giữa ma trận điều chế $\mathbf{H}(z)$ và ma trận thành phần đa pha loại I $\mathbf{E}(z)$

$$\mathbf{H}(z) = \mathbf{W}^{*}\mathbf{D}(z)\mathbf{E}^{T}(z^{M}) \qquad (3.93)$$

trong đó $\mathbf{W}$ là ma trận DFT MxM .

3.8.4. Điều kiện khôi phục hoàn hảo

Từ hình 3.14 và 3.15 cho thấy, nếu ma trận $\mathbf{P}(z)$ được chọn sao cho thoả mãn điều kiện:

$$\mathbf{P}(z) = \mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) = c\mathbf{I} \qquad (3.94)$$

trong đó c là hằng số còn $\mathbf{I}$ là ma trận đơn vị MxM.

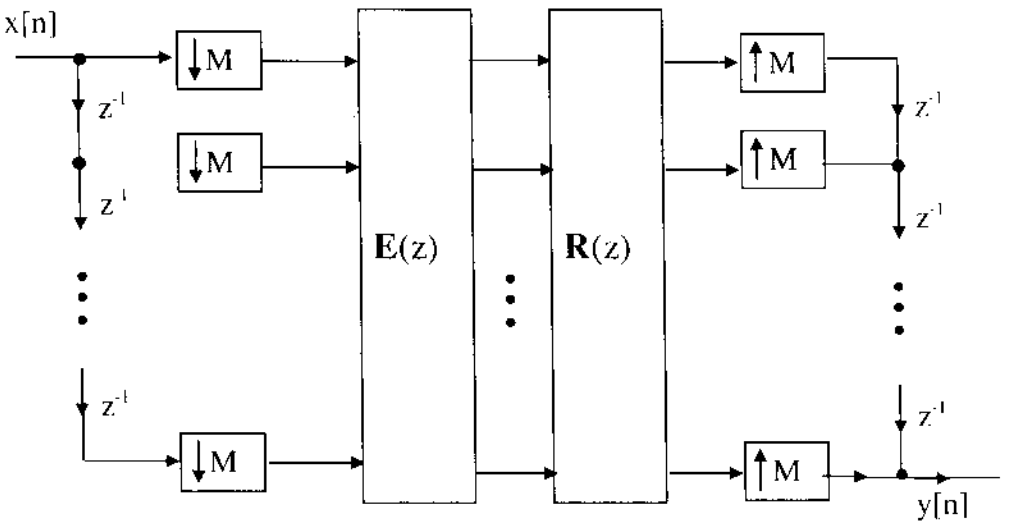
Khi đó sơ đồ cấu trúc của dàn lọc có dạng như trên hình 3.16. So sánh sơ đồ hình 3.16 với 3.11 ta thấy sơ đồ hình 3.16 chỉ là một trường hợp đặc biệt của sơ đồ hình 3.11. Đó là dàn lọc QMF M-kênh với các mạch lọc phân tích và tổng hợp có dạng:

$$H_k(z) = z^{-k}, \quad G_k(z) = z^{-(M-1-k)}, \qquad 0 \le k \le M-1 \qquad (3.95)$$

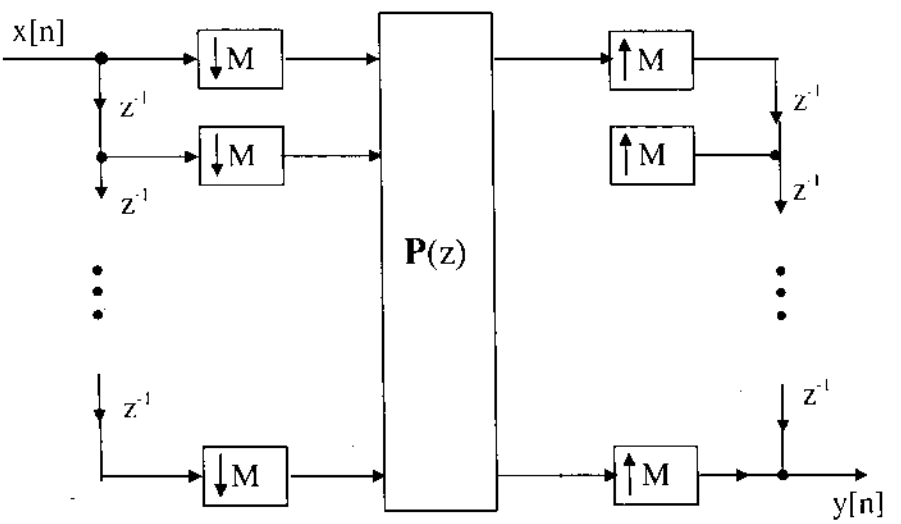
Khi đó biến đổi -z của tín hiệu lối ra liên hệ với biến đổi - z của tín hiệu lối vào thu được bằng cách thay hệ thức này vào (3.67).

$$Y(z) = z^{-(M-1)}X(z), \qquad (3.95b)$$

tức là y[n] = x[n-M+1], hệ thống khôi phục hoàn hảo tín hiệu lối vào.



Hình 3.14. Sơ đồ cấu trúc của dàn lọc QMF M-kênh dựa trên biểu diễn đa pha của dàn lọc phân tích và tổng hợp.

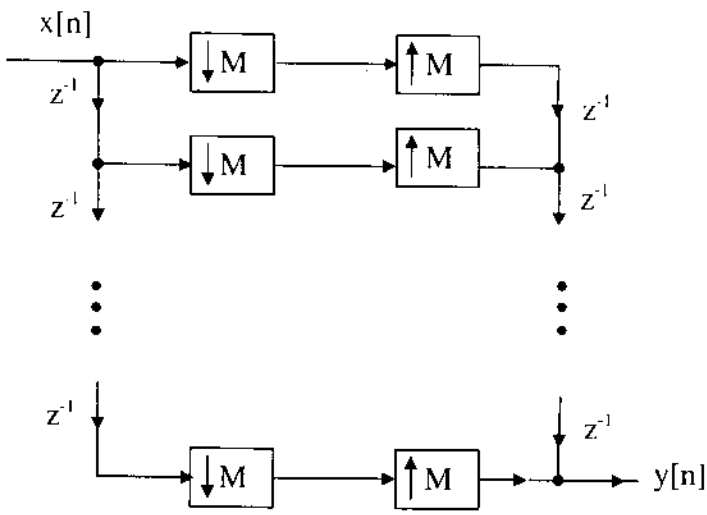


Hình 3.15. Sơ đồ cấu trúc đơn giản hoá của dàn lọc QMF M-kênh dựa trên biểu diễn đa pha của dàn lọc phân tích và tổng hợp.

Bây giờ, nếu thay (3.95) vào (3.69) ta thu được:

$$A_l(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} z^{-k} W^{-lk} z^{-(M-1-k)} = z^{-(M-1)}\left(\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} W^{-lk}\right) \qquad (3.96)$$

Từ các phần trên, ta đã biết rằng nếu $A_0(z) = 1$ và $A_l(z) = 0$ với mọi $l \neq 0$ thì hàm truyền méo dạng $T(z) = z^{-(M-1)}$. Hay nói khác đi, cấu trúc của hình 3.16 là một dàn lọc QMF M-kênh khôi phục hoàn hảo. Trong trường hợp này, các mạch lọc phân tích và tổng hợp có thể được xác định từ ví dụ sau đây.



Hình 3.16. Sơ đồ cấu trúc của dàn lọc QMF M-kênh khôi phục hoàn hảo.

Ví dụ 3.8. Tìm các mạch lọc phân tích và tổng hợp của dàn lọc 2-kênh khôi phục hoàn hảo có sơ đồ cho trên hình 3.17.

Giải: So sánh với hình 3.14 ta thấy $\mathbf{E}(z) = \mathbf{T}$ và $\mathbf{R}(z) = c\mathbf{T}^{-1}$. Nếu điều kiện khôi phục hoàn hảo được thực hiện thì tín hiệu lối ra sẽ có dạng $y[n] = c.x[n-1]$. Bây giờ tìm các mạch lọc phân tích và tổng hợp để điều kiện khôi phục hoàn hảo được thoả mãn. Từ (3.84) và (3.88) ta có:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \end{bmatrix} = \mathbf{E}(z^2)\begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \end{bmatrix}, \qquad [G_0(z)\ \ G_1(z)] = [z^{-1}\ \ 1]\,\mathbf{R}(z^2)$$

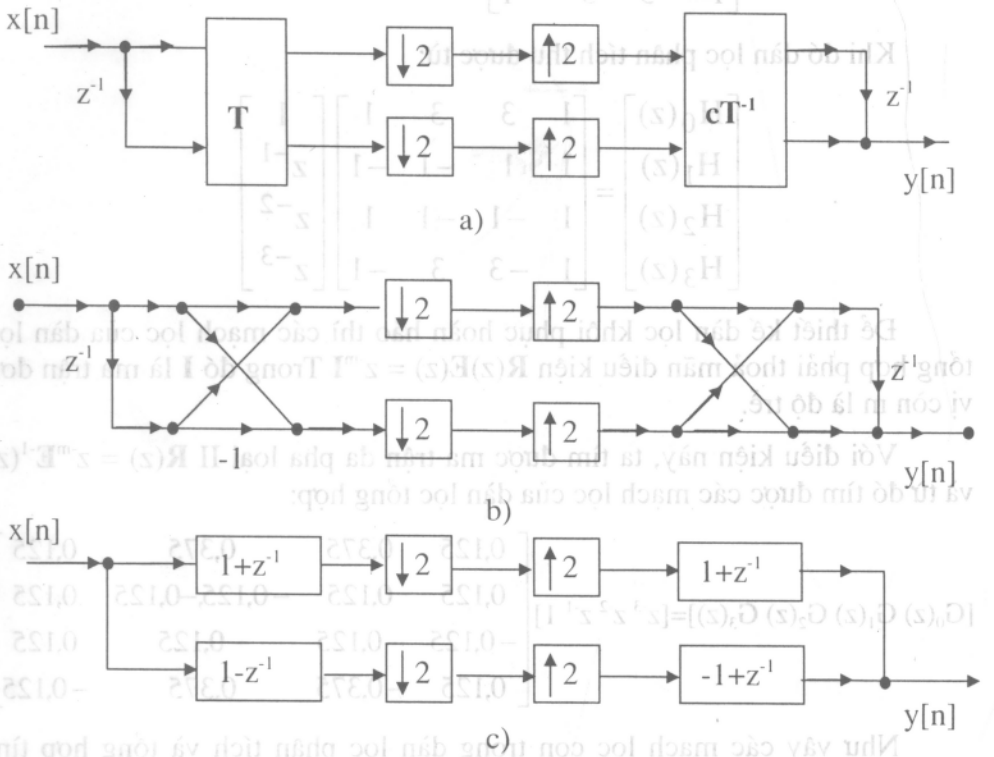
Nếu lấy $c = 2$ và

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \text{ do vậy } \qquad c.\mathbf{T}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}$$

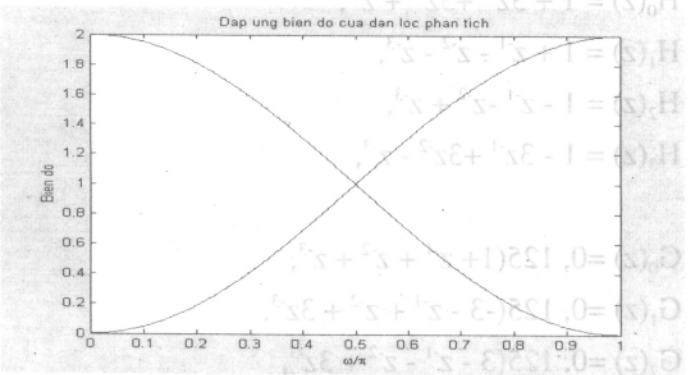
Kết quả này cho trong hình 2.17b và có thể được vẽ lại như trong hình 3.17c. Với các ma trận đã cho có thể tính được các mạch lọc phân tích và tổng hợp

$$H_0(z) = 1 + z^{-1}, \qquad H_1(z) = 1 - z^{-1}$$
$$G_0(z) = 1 + z^{-1}, \qquad G_1(z) = -1 + z^{-1}$$

Đáp ứng biên độ của hai mạch lọc phân tích cho trên hình 3.18.



Hình 3.17. Dàn lọc QMF 2-kênh phôi phục hoàn hảo của ví dụ 3.8.



Hình 3.18. Đáp ứng biên độ của các mạch lọc phân tích QMF khôi phục hoàn hảo 2-kênh của ví dụ 3.8.

Đối với dàn lọc 4-kênh, nếu chọn ma trận $\mathbf{T} = \mathbf{E}(z^4)$ có dạng như sau:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

Khi đó dàn lọc phân tích thu được từ:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ H_2(z) \\ H_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \\ z^{-3} \end{bmatrix}$$

Để thiết kế dàn lọc khôi phục hoàn hảo thì các mạch lọc của dàn lọc tổng hợp phải thoả mãn điều kiện $\mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) = z^{-m}\mathbf{I}$ Trong đó $\mathbf{I}$ là ma trận đơn vị còn m là độ trễ.

Với điều kiện này, ta tìm được ma trận đa pha loại II $\mathbf{R}(z) = z^{-m}\mathbf{E}^{-1}(z)$ và từ đó tìm được các mạch lọc của dàn lọc tổng hợp:

$$[G_0(z)\ G_1(z)\ G_2(z)\ G_3(z)] = [z^{-3}\ z^{-2}\ z^{-1}\ 1] \begin{bmatrix} 0{,}125 & 0{,}375 & 0{,}375 & 0{,}125 \\ 0{,}125 & 0{,}125 & -0{,}125 & -0{,}125 \\ -0{,}125 & -0{,}125 & -0{,}125 & 0{,}125 \\ 0{,}125 & -0{,}375 & 0{,}375 & -0{,}125 \end{bmatrix}$$

Như vậy các mạch lọc con trong dàn lọc phân tích và tổng hợp tìm được:

$$H_0(z) = 1 + 3z^{-1} + 3z^{-2} + z^{-3},$$

$$H_1(z) = 1 + z^{-1} - z^{-2} - z^{-3},$$

$$H_2(z) = 1 - z^{-1} - z^{-2} + z^{-3},$$

$$H_3(z) = 1 - 3z^{-1} + 3z^{-2} - z^{-3},$$

và

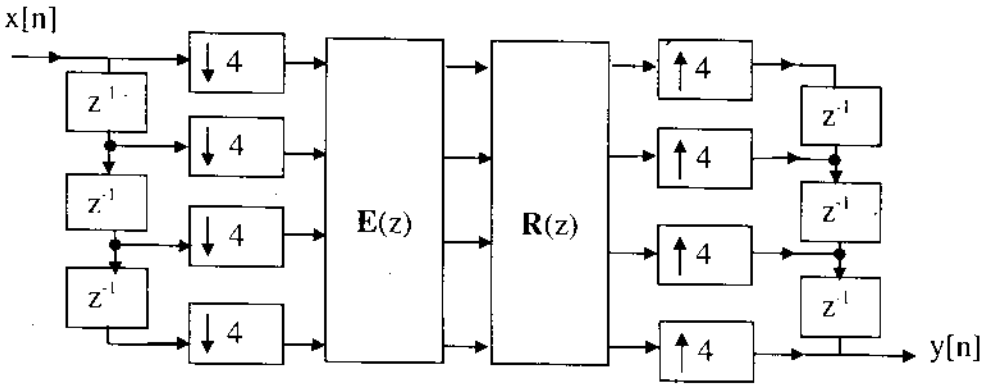
$$G_0(z) = 0,125(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3},$$

$$G_1(z) = 0,125(-3 - z^{-1} + z^{-2} + 3z^{-3},$$

$$G_2(z) = 0,125(3 - z^{-1} - z^{-2} + 3z^{-3},$$

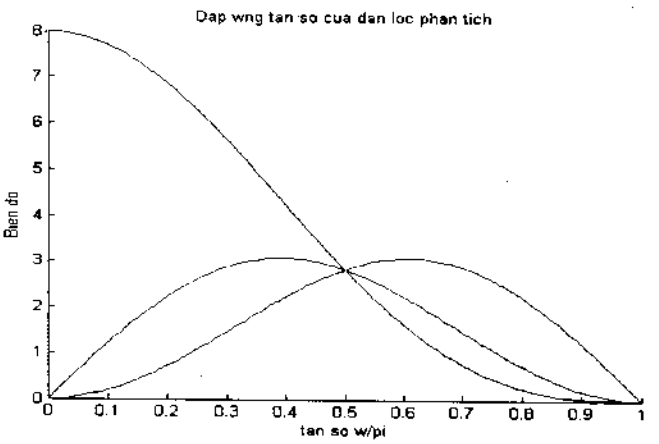
$$G_3(z) = 0,125(-1 + z^{-1} - z^{-2} + z^{-3}$$

Sơ đồ thực thi dàn lọc khôi phục hoàn hảo này cho trên hình sau:

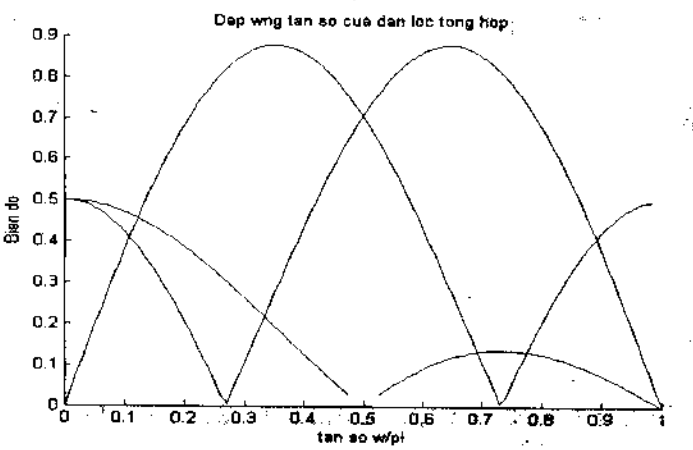


Hình 3.19. Sơ đồ thực thi dàn lọc khôi phục hoàn hảo 4-kênh.

Đáp ứng tần số của các mạch lọc phân tích và tổng hợp của dàn lọc này cho trên hình 3.20a và b.



a)



b)

Hình 3.20. Đáp ứng tần số của mạch lọc trên hình 3.19.

Ví dụ 3.9. Tìm các mạch lọc phân tích và tổng hợp của dàn lọc 3-kênh khôi phục hoàn hảo có sơ đồ cho trên hình 3.21. Tín hiệu tối ra của dàn lọc là $y[n] = dx[n-2]$.

Giải: Trong trường hợp này thì

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{P}, \text{ và } \mathbf{R}(z) = d\mathbf{P}^{-1}$$

xét với

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Vậy, từ (3.84) và (3.85) ta có:

$$\begin{bmatrix} H_0(z) \\ H_1(z) \\ H_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ z^{-1} \\ z^{-2} \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được:

$$H_0(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}, \quad H_1(z) = 1 - z^{-1} + z^{-2}, \; H_2(z) = 1{,}5 - 1{,}5z^{-2}$$

Giả sử lấy d = 4, khi đó:

$$d.\mathbf{P}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

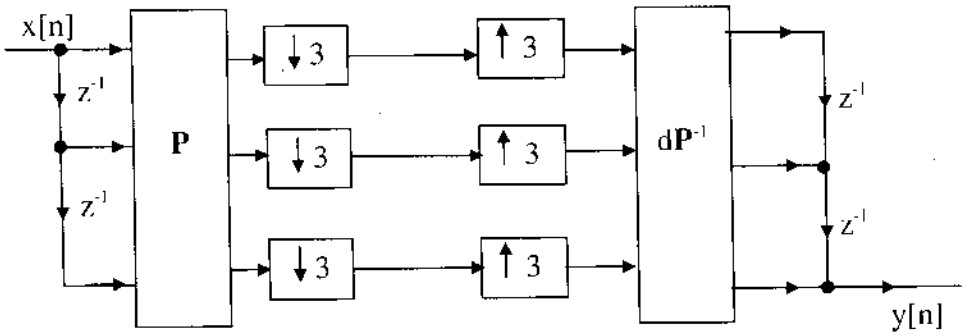
Do vậy:

$$\begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \\ G_2(z) \end{bmatrix} = [z^{-2} \quad z^{-1} \quad 1] \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

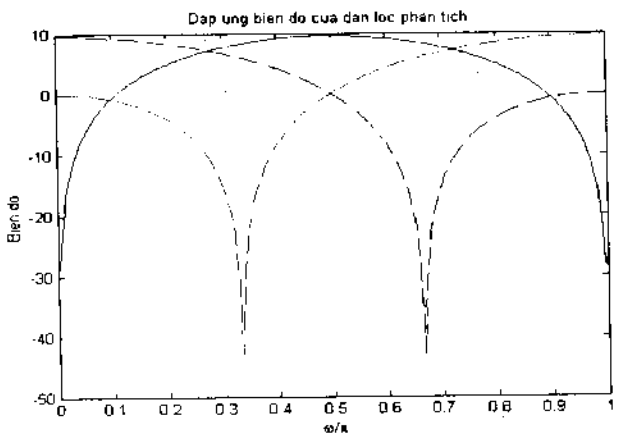
Từ đó tìm được:

$$G_0(z) = 1 + 2z^{-1} + z^{-2}, \quad G_1(z) = 1 - 2z^{-1} + z^{-2}, \; G_2(z) = -2 + 2z^{-2},$$

Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích cho trên hình 3.22.



Hình 3.21. Sơ đồ dàn lọc khôi phục hoàn hảo của ví dụ 3.9.



Hình 3.22. Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích của ví dụ 3.9.

Từ các ví dụ trên cho thấy, nếu cho biết các mạch lọc của dàn lọc phân tích M-kênh, thì ma trận đa pha **E**(z) cũng được xác định. Do đó điều kiện khôi phục hoàn hảo của dàn lọc QMF M-kênh có thể được thiết kế một cách dễ dàng bằng cach xây dựng một dàn lọc tổng hợp với ma trận đa pha **R**(z) = $[\mathbf{E}(z)]^{-1}$. Tuy nhiên, trong thực tế, việc thiết kế ma trận E(z) M x M có nghịch đảo là điều không dễ dàng. Phương pháp đảm bảo **E**(z) luôn có nghịch đảo là chọn dưới dạng ma trận unita như sau:

$$\widetilde{\mathbf{E}}(z)\mathbf{E}(z) = c\mathbf{I}, \quad \text{với mọi } z \tag{3.97}$$

ở đây, $\widetilde{\mathbf{E}}(z)$ là ma trận liên hợp của **E**(z) là chuyển vị của $\mathbf{E}(z^{-1})$ với mỗi hệ

số được thay bằng liên hợp của nó. Như vậy nếu chọn $\mathbf{R}(z) = \widetilde{\mathbf{E}}(z)$, thì dàn lọc sẽ thỏa mãn điều kiện khôi phục hoàn hảo.

Ví dụ thiết kế dàn lọc QMF M-kênh khôi phục hoàn hảo dùng các mạch lọc FIR, ta có thể chọn ma trận $\mathbf{E}(z)$ dưới dạng sau:

$$\mathbf{E}(z) = \mathbf{E}_R(z)\,\mathbf{E}_{R-1}(z)\ldots\mathbf{E}_1(z)\,\mathbf{E}_0(z) \tag{3.98}$$

trong đó $\mathbf{E}_0$ là một ma trận unita hằng số và

$$\mathbf{E}_i(z) = \mathbf{I} - \mathbf{v}_i[\mathbf{v}_i^*]^T + z^{-1}\mathbf{v}_i[\mathbf{v}_i^*]^T \tag{3.99}$$

Ở đây, $\mathbf{v}_i$ là một ma trận cột bậc M có chuẩn bằng đơn vị, tức là $[\mathbf{v}_i^*]^T\mathbf{v}_i = 1$.

Với cách làm này, ta có thể tạo được một hàm đối tượng phù hợp rồi sau đó tối ưu hóa nó để thu được hàm truyền của các mạch lọc thỏa mãn các qui định về dải thông và dải chặn mong muốn. Để đạt được mục tiêu này, hàm đối tượng thích hợp được cho bởi:

$$\Phi = \sum_{k=0}^{L-1} \int_{\text{dai chan thu k}} \left|H_k(e^{j\omega})\right|^2 d\omega, \tag{3.100}$$

Các thông số tối ưu là các phần tử của $\mathbf{v}_i$ và $\mathbf{E}_0$.

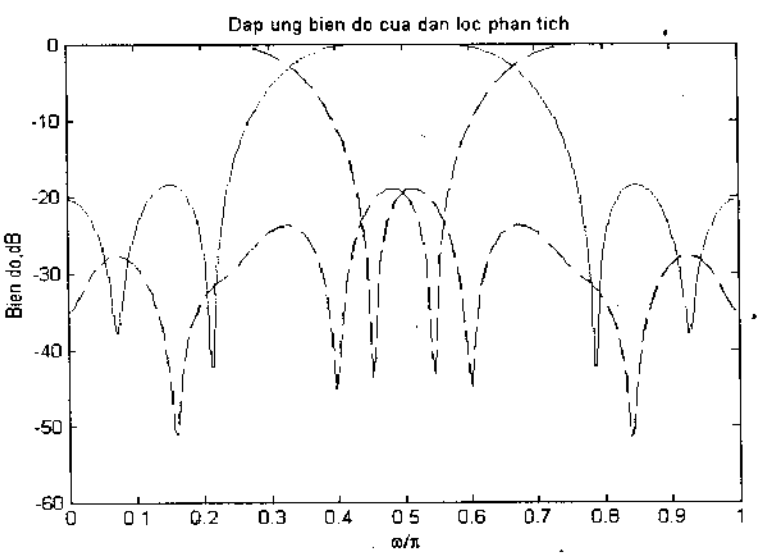
Ví dụ 3.10. Thiết kế dàn lọc QMF 3-kênh khôi phục hoàn hảo FIR với độ rộng dải thông là $\pi/3$. Như vậy, dải thông của mạch lọc phân tích thông thấp $H_0(z)$ là từ 0 đến $\pi/3$, của mạch lọc phân tích $H_1(z)$ là từ $\pi/3$ đến $2\pi/3$ và dải thông của mạch lọc phân tích $H_2(z)$ là từ $2\pi/3$ đến π. Theo phương pháp trên thì hàm đối tượng cần được tối ưu hóa có dạng:

$$\Phi = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \left|H_0(e^{j\omega})\right|^2 d\omega + \int_0^{\frac{\pi}{3}-\varepsilon} \left|H_1(e^{j\omega})\right|^2 d\omega + \int_{\frac{2\pi}{3}+\varepsilon}^{\pi} \left|H_1(e^{j\omega})\right|^2 d\omega + \int_0^{\frac{2\pi}{3}-\varepsilon} \left|H_2(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$$

Các hệ số của đáp ứng xung của các mạch lọc phân tích $\{h_k[n]\}$, k = 0, 1, 2 cho trong bảng sau với bậc của mạch lọc N = 14.

n	$h_0[n]$	$h_1[n]$	$h_2[n]$
0	-0,0429753	-0,09927704	0,0429888
1	0,0000139	0,0000008	-0,000139
2	0,1489104	0,0087654	-0,1489217
3	0,2971954	0,0000226	0,2972354
4	0,3537539	0,1864025	-0,3537496
5	0,2672266	-0,0000020	0,2672007
6	0,0870758	-0,3543303	-0,0870508
7	-0,0521155	-0,0000363	-0,0520909
8	-0,0875973	0,3564594	0,0875756
9	-0,0427096	-0,0000049	-0,0427067
10	0,0474530	-0,1931082	-0,0474452
11	0,0429618	0,0000230	0,0429677
12	0,0	0,0	0,0
13	-0,0232765	-0,0000026	-0,0232749
14	0,0000022	0,0	0,0000022

Các hệ số của mạch lọc tổng hợp được xác định nhờ công thức $g_k[n] = h_k[14-n]$ với k = 0,1,2. Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích trong thang dB cho trên hình 3.23. Các mạch lọc này có độ suy giảm trong dải chặn khoảng 20 dB.



Hình 3.22. Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích của ví dụ 3.10.

3.8.5. Dàn lọc QMF M-kênh khôi phục hoàn hảo bậc cao

Như các ví dụ trên cho thấy, điều kiện khôi phục hoàn hảo có thể được thực hiện ngay khi lấy **E**(z) là ma trận hằng số không kỳ dị. Tuy nhiên trong thực tế, người ta thường sử dụng các ma trận **E**(z) có bậc cao hơn vì chúng sẽ tạo ra các mạch lọc phân tích $H_k(z)$ cũng có bậc cao hơn, khi đó, đáp ứng biên độ $|H_k(e^{j\omega})|$ sẽ có độ suy giảm của dải chặn cao hơn và độ dốc cũng cao hơn.

Một cách để thu được dàn lọc bậc cao hơn, ta chọn ma trận **E**(z) FIR có dạng

$$\mathbf{E}(z) = R_j(z)\Lambda(z)R_{j-1}\ldots)\Lambda(z)R_0 \qquad (3.101)$$

trong đó:

$$\Lambda(z) = \begin{bmatrix} I_{M-1} & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix} \qquad (3.102)$$

$\mathbf{R}_j$ là các ma trận hằng số MxM không kỳ dị và I_{M-1} là ma trận đơn vị. Khai triển này cho thấy dàn lọc được tạo thành nhờ mắc nối tiếp các ma trận hằng số không kỳ dị R_j

Định thức của ma trận **E**(z) là $[\det\mathbf{E}(z)] = \alpha z^{-j}$, $\alpha \neq 0$, thoả mãn điều kiện khôi phục hoàn hảo.

Sơ đồ cấu trúc của dàn lọc phân tích QMF M-kênh bậc cao cho trên hình 3.24.

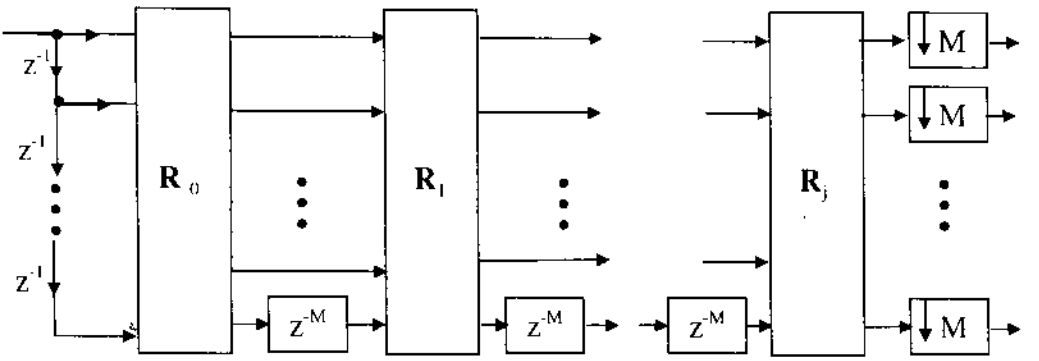
Với E(z) được chọn như trong (3.101), thì **R**(z) bằng:

$$\mathbf{R}(z) = z^{-j}\mathbf{E}^{-1}(z) = R_0^{-1}\Gamma(z)R_1^{-1}\ldots\Gamma(z)R_j^{-1} \qquad (3.103)$$

ở đây:

$$\Gamma(z) = \begin{bmatrix} z^{-1}I_{M-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (3.104)$$

Sơ đồ cấu trúc của dàn lọc tổng hợp QMF M-kênh bậc cao cho trên hình 3.25.



Hình 3.24. Dàn lọc phân tích QMF M-kênh bậc cao khôi phục hoàn hảo.

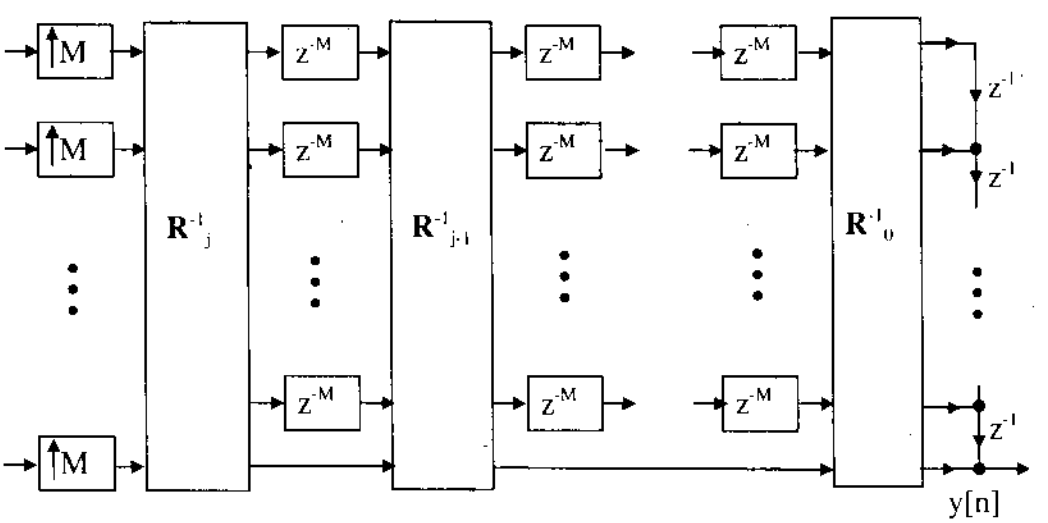
Ví dụ 3.11. Thiết kế dàn lọc QMF 3-kênh khôi phục hoàn hảo với các mạch lọc phân tích và tổng hợp bậc 5.

Trong trường hợp này chọn j = 1, các ma trận R_0 và R_1 được chọn như sau

$$R_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}, R_1 = R_0^T$$

Do đó:

$$R_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$



Hình 3.25. Dàn lọc tổng hợp QMF M-kênh bậc cao khôi phục hoàn hảo.

Như đã chọn thì ma trận R_1^{-1} là chuyển vị của R_0^{-1}. Từ đó tìm được:

$$\mathbf{E}(z) = R_1\Lambda(z)R_0 = \begin{bmatrix} 5+z^{-1} & 2+2z^{-1} & z^{-1} \\ 2+2z^{-1} & 1+4z^{-1} & 2z^{-1} \\ z^{-1} & z^{-1} & z^{-1} \end{bmatrix}$$

Sử dụng (3.84), các mạch lọc phân tích thu được là:

$$H_0(z) = 5 + 2z^{-1} + z^{-3} + 2z^{-4} + z^{-5}$$
$$H_1(z) = 2 + z^{-1} + 2z^{-3} + 4z^{-4} + 2z^{-5}$$
$$H_2(z) = z^{-3} + 2z^{-4} + z^{-5}$$

Các mạch lọc tổng hợp thu được là:

$$\mathbf{R}(z) = R_0^{-1}\Gamma(z)R_1^{-1} = \begin{bmatrix} z^{-1} & -2z^{-1} & 3z^{-1} \\ -2z^{-1} & 5z^{-1} & -8z^{-1} \\ 3z^{-1} & -8z^{-1} & 1+13z^{-1} \end{bmatrix}$$

Sử dụng (3.88) sẽ thu được các mạch lọc tổng hợp

$$G_0(z) = 3z^{-3} - 2z^{-4} + z^{-5}$$
$$G_1(z) = -8z^{-3} + 5z^{-4} - 2z^{-5}$$
$$G_2(z) = 1+13z^{-3} - 8z^{-4} + 3z^{-5}$$

Các ví dụ vừa xét trên đây có các mạch lọc phân tích và tổng hợp đều là FIR. Ví dụ sau đây cho trường hợp mạch lọc phân tích là FIR trong khi các mạch lọc tổng hợp lại là IIR.

Ví dụ 3.12. Xét dàn lọc 2-kênh mà hai mạch lọc phân tích liên hệ với nhau bằng hệ thức $H_1(z) = H_0(-z)$, vì thế dàn lọc phân tích có dạng (3.25) và

$$\mathbf{E}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_0(z) & 0 \\ 0 & E_1(z) \end{bmatrix}$$

Từ đó tìm được:

$$\mathbf{R}(z) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{E_0(z)} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{E_1(z)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Dàn lọc có sơ đồ cấu trúc như trên hình 3.26. Trong trường hợp này, dàn lọc khôi phục hoàn hảo có các mạch lọc tổng hợp là nghịch đảo của các thành phần đa pha của $H_0(z)$. Các mạch lọc tổng hợp có dạng

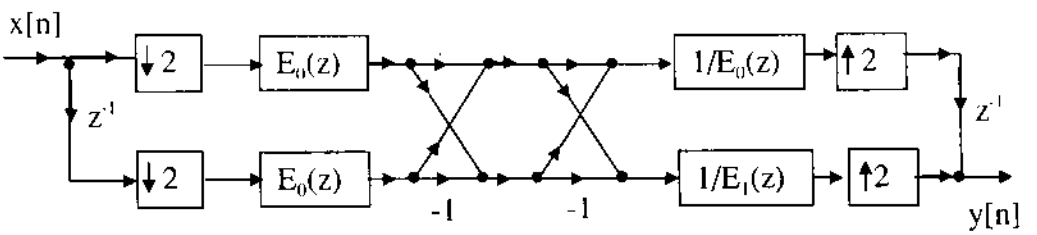
$$G_0(z) = \frac{1}{E_1(z^2)} + z^{-1}\frac{1}{E_0(z^2)},\ G_1(z) = -\frac{1}{E_1(z^2)} + z^{-1}\frac{1}{E_0(z^2)},$$

Các mạch lọc tổng hợp này ổn định nếu tất cả các điểm không của $E_1(z)$ nằm bên trong vòng tròn đơn vị. Trong trường hợp này, tức là với $H_1(z) = H_0(-z)$, không có cách nào có thể thu được dàn lọc khôi phục hoàn hảo nếu cả hai dàn lọc đều là FIR. Giả sử $E_0(z) = 2 + z^{-1}$ thì khi đó

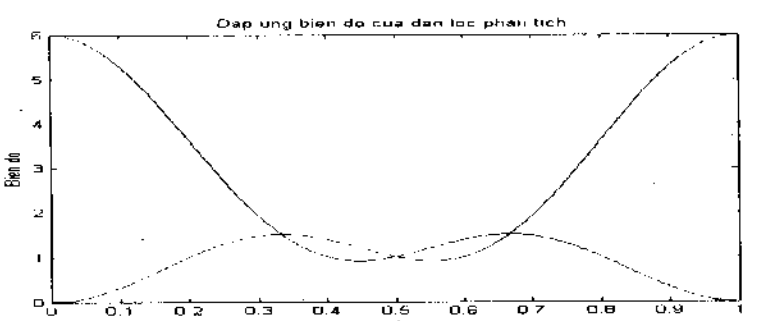
$$H_0(z) = 2 + 2z^{-1} + z^{-2} + z^{-3},\ H_1(z) = H_0(-z) = 2 - 2z^{-1} + z^{-2} - z^{-3}$$

$$G_0(z) = \frac{0{,}5(1+z^{-1})}{1+0{,}5z^{-2}},\quad G_1(z) = \frac{0{,}5(-1+z^{-1})}{1+0{,}5z^{-2}}$$

Đáp ứng biên độ của hai mạch lọc phân tích cho trên hình 3.27.



Hình 3.26. Dàn lọc QMF khôi phục hoàn hảo có dàn lọc phân tích FIR trong khi dàn lọc tổng hợp là IIR.



Hình 3.27. Đáp ứng biên độ của hai mạch lọc phân tích của ví dụ 3.11.

Chương 4

DÀN LỌC GIẢ QMF ĐIỀU CHẾ COSINE (PSEUDO-QMF)

Dàn lọc điều chế cô-sin M-kênh được thiết kế dựa trên một mạch lọc prototype. Trong hệ thống này, tất cả M mạch lọc của dàn lọc phân tích và tổng hợp đều bắt nguồn từ mạch lọc prototype $P_0(z)$ nhờ điều chế cô-sin. Phương pháp thiết kế này có nhiều ưu điểm. Trước hết là về mặt giá thành. Chẳng hạn giá thành của toàn bộ dàn lọc phân tích bằng giá thành của một mạch lọc cộng với giá thành điều chế ban đầu. Ngoài ra quá trình điều chế lại có thể thực hiện nhờ thuật toán nhanh DCT. Dàn lọc tổng hợp có cùng giá thành như dàn lọc phân tích. Trong quá trình thiết kế chỉ cần tối ưu hóa các hệ số của mạch lọc mà số lượng các hệ số cần phải tối ưu lại rất ít bởi vì chỉ phải tối ưu hóa các hệ số của mạch lọc prototype.

Dàn lọc điều chế cô-sin có tính chất gần giống như dàn lọc khôi phục hoàn hảo. Bởi vì độ suy giảm trong dải chặn của các mạch lọc phân tích có thể thiết kế vô cùng lớn, nên giữa các kênh gần kề nhau hầu như không có sự chồng phổ. Tuy nhiên, trong thực tế không thể thiết kế dàn lọc khôi phục hoàn hảo lý tưởng cũng như không thể thiết kế được các mạch lọc có độ suy giảm của dải chặn vô cùng lớn được mà chỉ có thể xây dựng dàn lọc hoàn hảo gần như QMF, vì thế mới có tên gia QMF. Các mạch lọc giả QMF thỏa mãn các yêu cầu thiết kế nếu độ suy giảm của dải chặn đủ cao.

4.1. PHƯƠNG PHÁP THIẾT KẾ DÀN LỌC GIẢ QMF M-KÊNH

Dàn lọc giả- QMF bắt nguồn từ dàn lọc DFT đồng nhất. Giả sử ta có mạch lọc thông thấp prototype:

$$P_0(z) = \sum_{n=0}^{N} p_0[n]z^{-n} \tag{4.1}$$

trong đó đáp ứng xung đơn vị $p_0[n]$ là các hệ số thực với tần số cắt tại $\pi/2M$ và N là bậc của mạch lọc FIR.

Bây giờ ta tạo ra một loạt mạch lọc với các hệ số thực nhờ phép điều

chế cosin chứ không phải bằng điều chế e-mũ phức như trong dàn lọc DFT. Điều này có thể thực hiện được bằng cách: Đầu tiên tạo ra 2M mạch lọc phức dùng điều chế e-mũ phức, sau đó kết hợp thành cặp các mạch lọc thích hợp lại với nhau để được các mạch lọc với hệ số thực. Thật vậy, nhờ sự điều chế phức tại các tần số $(2k+1)\pi/2M = (k+0,5)\pi/M$, ta thu được $Q_k(z)$ mạch lọc từ mạch lọc prototype $P_0(z)$ như sau:

$$Q_k(z) = P_0(zW_{2M}^{k+0,5}),\ 0 \le k \le 2M-1 \qquad (4.2)$$

ở đây $W_{2M} = e^{j\pi/M}$.

Các mạch lọc vừa thu được có đáp ứng xung là:

$$q_k[n] = p_0[n]W_{2M}^{kn}$$

Rõ ràng, nhờ sự điều chế phức, các mạch lọc $Q_k(z)$ có đáp ứng xung $q_k[n]$ có các giá trị phức. Đáp ứng xung của $Q_0(z)$ là một phiên bản dịch chuyển sang phải của đáp ứng của $P_0(z)$ một lượng bằng $\pi/2M$. Sơ đồ dòng tín hiệu thực thi dàn lọc này cho trên hình 4.1.

Từ (4.2) ta thu được:

$$|Q_k(e^{j\omega})| = |Q_{2M-1-k}(e^{-j\omega})|$$

Điều này cho thấy đáp ứng xung của $Q_{2M-1-k}(z)$ là liên hợp phức của đáp ứng xung của $Q_k(z)$, với $0 \le k \le M-1$. Do vậy sự tạo cặp giữa $Q_k(z)$ với $Q_{2M-1-k}(z)$ sẽ tạo thành mạch lọc có đáp ứng xung có các hệ số là những số thực.

Mạch lọc prototype $P_0(z)$ thông thấp có đáp ứng xung $p_0[n]$ là thực, vì vậy $|P(e^{j\omega})|$ đối xứng đối với $\omega = 0$. Đây là mạch lọc thông thấp tiêu biểu với tần số cắt bằng $\pi/2M$ như mô tả trên hình 4.2a.

Từ (4.2), ta tìm được đáp ứng tần số của các thành phần đa pha của $P_0(z)$ là:

$$Q_k(e^{j\omega}) = P_0(e^{j(\omega-k\pi/M)}) \qquad (4.3)$$

Hệ thức này cho thấy đáp ứng tần số của các thành phần đa pha $Q_k(e^{j\omega})$ là những phiên bản của đáp ứng $P_0(e^{j\omega})$ dịch chuyển sang phải một lượng bằng $k\pi/M$ như mô tả trên hình 4.2b. Từ hình vẽ ta nhận thấy rằng các đáp ứng $|Q_k(e^{j\omega})|$ và $|Q_{2M-1-k}(e^{-j\omega})|$ là ảnh của nhau đối với tần số $\omega = 0$. Vì vậy, các thành phần này là những ứng cử viên thích hợp cho việc kết hợp chúng

lại với nhau để tạo thành mạch lọc có các hệ số thực. Độ rộng dải thông của mạch lọc kết hợp bằng $2\pi/M$, gấp đôi độ rộng dải thông của mạch lọc prototype $P_0(z)$.

4.2. XÁC ĐỊNH CÁC MẠCH LỌC PHÂN TÍCH HỆ SỐ THỰC

Để xác định các mạch lọc phân tích, ta định nghĩa các tín hiệu trung gian:

$$U_k(z) = c_k P_0(zW^{k+0.5}) = c_k Q_k(z) \tag{4.4}$$

và

$$V_k(z) = c_k^* P_0(zW^{k+0.5}) = c_k^* Q_{2M-1-k}(z) \tag{4.5}$$

Bây giờ xây dựng M mạch lọc phân tích từ các biến số trung gian nói trên theo công thức:

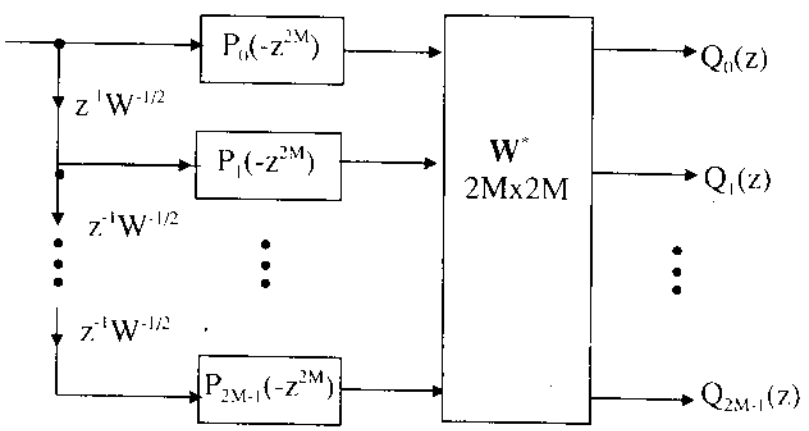
$$H_k(z) = \alpha_k U_k(z) + \alpha_k^* V_k(z), \qquad 0 \le k \le M-1 \tag{4.6}$$

ở đây, c_k và α_k là những hằng số có giá trị tuyệt đối bằng đơn vị.

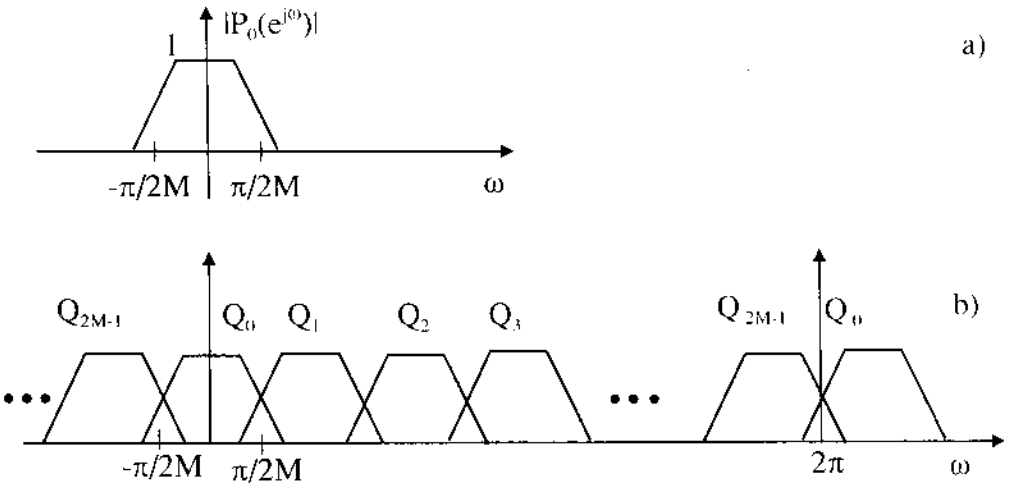
Vì mạch lọc prototype $P_0(z)$ là mạch lọc FIR bậc N và các hệ số của nó là thực, nên tất cả các mạch lọc phân tích:

$$H_k(z) = \sum_{n=0}^{N} h_k[n] z^{-n}, \quad 0 \le k \le M-1 \tag{4.7}$$

cũng là FIR có bậc $\le N$ và các hệ số $h_k[n]$ của nó cũng là thực, trong khi các hệ số của $U_k(z)$ và $V_k(z)$ liên hợp phức với nhau.

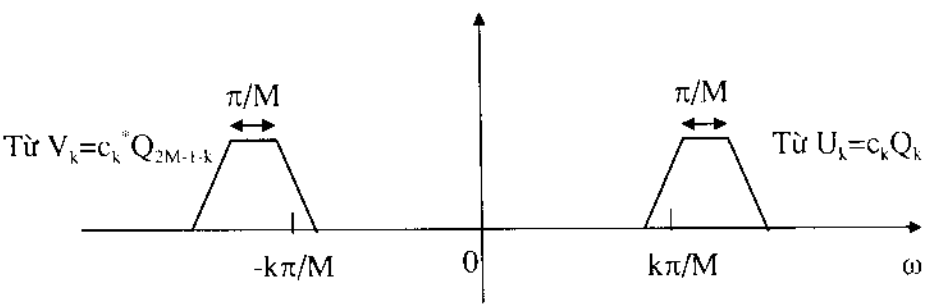


Hình 4.1. Dàn lọc phân tích giả-QMF được tạo thành từ mạch lọc prototype $P_0(z)$. Ở đây $P_m(z)$, $0 \le m \le 2M-1$, là các thành phần đa pha của $P_0(z)$.



Hình 4.2.a) Đáp ứng biên độ của mạch lọc prototype $P_0(z)$;
b) Đáp ứng biên độ của các phiên bản của $P_0(z)$ bị dịch chuyển-sang phải .

Đáp ứng biên độ của dàn lọc phân tích thứ k cho trên hình 4.3.



Hình 4.3. Đáp ứng biên độ của mạch lọc phân tích thứ k $H_k(z)$.

4.3. LOẠI BỎ CHỒNG PHỔ

Như đã biết ở lối ra của $H_k(z)$ có các thành phần chồng phổ $H_k(zW_M^l)X(zW_M^l)$, ngoài ra các mạch lọc tổng hợp $G_k(z)$ có dải thông trùng khít với dải thông của các mạch lọc phân tích, nên các mạch lọc tổng hợp có thể chọn dưới dạng:

$$G_k(z) = \sum_{n=0}^{N} g_k[n]z^{-n} = b_kU_k(z) + b_k^*V_k(z), \quad 0 \le k \le M-1 \qquad (4.8)$$

ở đây b_k có giá trị bằng đơn vị. Các hằng số a_k, b_k, c_k được lựa chọn như thế nào để tránh được sự chồng phổ và sự biến dạng về pha.

Trong trường hợp tổng quát, lối ra của $G_k(z)$ có các thành phần $H_k(zW_M^l)X(zW_M^l)$ đối với mọi giá trị của l, với $0 \le l \le M-1$. Tuy nhiên, nếu độ suy giảm của dải chặn của $G_k(z)$ đủ cao, thì chỉ có một số thành phần là có ảnh hưởng đáng kể đến sự chồng phổ, còn các thành phần khác hầu như không gây ra sự chồng phổ vì vậy có thể bỏ qua.

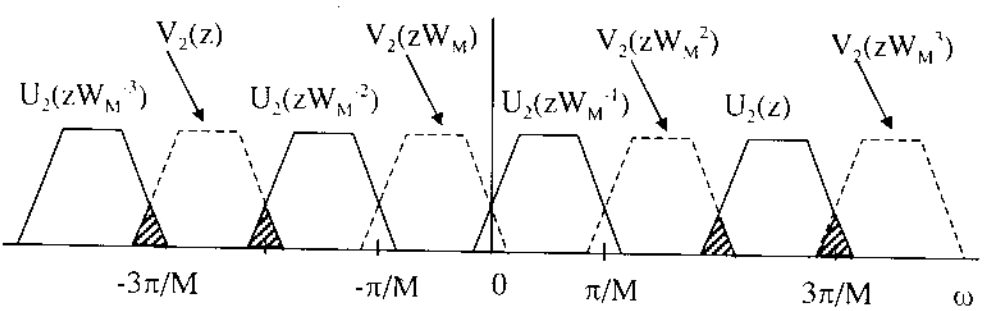
Chẳng hạn xét lối ra của kênh thứ hai $G_2(z)$ có các thành phần $H_2(zW_M^l)X(zW_M^l)$. Hình 4.4 cho thấy các phiên bản dịch chuyển $U_2(zW_M^l)$ và $V_2(zW_M^l)$. Từ hình vẽ nhận thấy các đáp ứng của $U_2(zW_M)$ và $U_2(zW_M^{-1})$ không chồng phủ với đáp ứng của $U_2(z)$. Thế nhưng các đáp ứng của $U_2(zW_M^{-2})$ và $U_2(zW_M^{-3})$lại chồng phủ với đáp ứng của $V_2(z)$. Cũng như vậy, các đáp ứng của $V_2(zW_M^2)$ và của $V_2(zW_M^3)$ chồng phủ với $U_2(z)$. Điều đó có nghĩa rằng chỉ các thành phần $X(zW_M^l)$ ứng với các chỉ số :

$$l = -(k+1), -k, k, k+1 \quad \text{ở lối ra của } G_k(z) \tag{4.9}$$

và các thành phần $X(zW_M^l)$ ứng với các chỉ số

$$l = -k, -(k-1), (k-1), k \text{ ở lối ra của } G_{k-1}(z) \tag{4.10}$$

là gây ra sự chồng phổ.



Hình 4.4. Minh họa các thành phần chồng phổ với đáp ứng của mạch lọc tổng hợp chính $|G_k(e^{j\omega})|$.

Chọn a_k và b_k để tránh chồng phổ

Như đã phân tích, ở lối ra của các mạch lọc tổng hợp $G_{k-1}(z)$ và $G_k(z)$ luôn luôn có các thành phần chồng phổ $X(zW_M^{\pm k})$, vì vậy ta cố gắng chọn $G_{k-1}(z)$ và $G_k(z)$ như thế nào để các thành phần này bị loại bỏ khi chúng được cộng lại với nhau. Điều này sẽ được thực hiện nếu các hệ số a_k và b_k thỏa mãn một số điều kiện ràng buộc nào đó.

Thực vậy, phần $b_k^* V_k(z)$ của $G_k(z)$ có các thành phần chồng phổ:

$$(a_k b_k^* U_k(zW_M^{-k})V_k(z))X(zW_M^{-k}) +$$

$$+ (a_k b_k^* U_k(zW_M^{-(k+1)})V_k(z))X(zW_M^{-(k+1)}) \qquad (4.11)$$

Tương tự, thành phần tần số âm $b_{k-1}^* V_{k-1}(z)$ của $G_{k-1}(z)$ có các thành phần chồng phổ:

$$(a_{k-1} b_{k-1}^* U_{k-1}(zW_M^{-(k-1)})V_{k-1}(z))X(zW_M^{-(k-1)}) +$$

$$+ (a_{k-1} b_{k-1}^* U_{k-1}(zW_M^{-k})V_{k-1}(z))X(zW_M^{-k}) \qquad (4.12)$$

Do đó thành phần chồng phổ $X(zW_M^{-k})$ có thể bị loại bỏ nếu:

$$(a_k b_k^* U_k(zW_M^{-k})V_k(z) + (a_{k-1} b_{k-1}^* U_{k-1}(zW_M^{-k})V_{k-1}(z) = 0 \qquad (4.13)$$

Thay các biểu thức định nghĩa của $U_k(z)$ và $V_k(z)$ từ (4.4) và (4.5) và sử dụng điều kiện $|c_k| = |c_{k-1}| = 1$; khi đó (4.13) sẽ có dạng:

$$(a_k b_k^* + a_{k-1} b_{k-1}^*)V_{k-1}(z)V_k(z) = 0 \qquad (4.14)$$

Từ đây suy ra điều kiện để sự chồng phủ bị loại bỏ là:

$$(a_k b_k^* + a_{k-1} b_{k-1}^*) = 0$$

hay

$$a_k b_k^* = - a_{k-1} b_{k-1}^* \quad k = 1 \le k \le M-1 \qquad (4.15)$$

4.4. LOẠI BỎ SỰ MÉO PHA

Sau khi sự chồng phổ đã được loại bỏ, ta trở lại vấn đề loại bỏ sự méo pha. Như đã nói, để tránh sự méo pha thì hàm méo dạng T(z) phải được lựa chọn sao cho nó có pha tuyến tính. Điều này được thực hiện khi các mạch lọc phân tích và tổng hợp được lựa chọn theo điều kiện ảnh gương:

$$g_k[n] = h_k[N-n] \qquad (4.16)$$

hoặc tương đương với biến đổi - z:

$$G_k(z) = z^{-N} H_k(z^{-1}) = z^{-N} \tilde{H}(z) \qquad (4.17)$$

Khi đó hàm T(z) có dạng:

$$\begin{aligned} T(z) &= \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} G_k(z)H_k(z) \\ &= \frac{z^{-N}}{M}\sum_{k=0}^{M-1} H_k(z^{-1})H_k(z) \end{aligned} \qquad (4.18)$$

Như vậy:

$$MT(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega} \sum_{k=0}^{M-1} \left| H_k(e^{j\omega}) \right|^2 \tag{4.19}$$

Rõ ràng T(z) có pha tuyến tính. Bây giờ ta phải chọn các hệ số a_k, b_k và c_k như thế nào để các thành phần $U_k(z)$ và $V_k(z)$ cũng có pha tuyến tính.

4.4.1. Chọn c_k để đảm bảo $U_k(z)$ và $V_k(z)$ có pha tuyến tính

Cho đến nay, ta chưa nói đến pha của mạch lọc prototype $P_0(z)$. Để đơn giản, ta chọn mạch lọc prototype có pha tuyến tính, nghĩa là đáp ứng xung của nó thỏa mãn điều kiện:

$$p_0[n] = p_0[N-n] \tag{4.20}$$

hay:

$$\tilde{P}_0(z) = z^N P_0(z) \tag{4.21}$$

Khi đó ta thu được đáp ứng tần số:

$$P_0(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega/2} |P_0(e^{j\omega})| \tag{4.22}$$

Bây giờ ta chọn c_k sao cho các mạch lọc hệ số phức $U_k(z)$ và $V_k(z)$ có cùng pha tuyến tính như $P_0(z)$. Từ (4.4) ta có:

$$U_k(e^{j\omega}) = c_k W^{-(k+0,5)N/2} e^{-jN\omega/2} |P_0(e^{j[\omega-\pi(k+0,5)/M]}| \tag{4.23}$$

Nếu chọn:

$$c_k = W^{(k+0,5)N/2} \tag{4.24}$$

thì:

$$U_k(e^{j\omega}) = e^{-jN\omega/2} |P_0(e^{j[\omega-\pi(k+0,5)/M]}| \tag{4.25}$$

có nghĩa là $U_k(z)$ có pha $\Phi(\omega) = -N\omega/2$ tuyến tính giống như $P_0(z)$.

Kết quả tương tự cũng tìm được đối với $V_k(z)$.

4.4.2. Chọn b_k để đảm bảo chắc chắn hệ thức $G_k(z) = z^{-N}H_k(z^{-1})$

Vì $U_k(z)$ và $V_k(z)$ có pha tuyến tính, nên ta có thể viết:

$$\tilde{U}_k(z) = z^N U_k(z), \qquad \tilde{V}_k(z) = z^N V_k(z) \tag{4.26}$$

Khi đó hệ thức (4.6) cho ta:

$$z^{-N}\tilde{H}_k(z) = a_k^* U_k(z) + a_k V_k(z) \qquad (4.27)$$

Nếu chọn :

$$b_k = a_k^* \qquad (4.28)$$

thì phía phải của phương trình (4.28) sẽ trở thành $G_k(z)$ có nghĩa là điều kiện ảnh gương của các mạch lọc phân tích và tổng hợp được thỏa mãn.

4.4.3. Chọn a_k

Hệ số cuối cùng cần chọn là a_k. Như đã thấy ở trên, điều kiện chống chồng phổ được thực hiện khi $a_k^2 = -a_{k-1}^2$

có nghĩa là:

$$a_k = \pm j\, a_{k-1} \qquad (4.29)$$

Các hệ số a_k được lựa chọn sao cho các thành phần chéo dạng $U_0(z)V_0(z)$ và $U_{M-1}(z)V_{M-1}(z)$ bằng không, có nghĩa là:

$$T(z) \approx \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\left(U_k^2(z) + V_k^2(z)\right) \qquad (4.30)$$

Điều này được thực hiện nếu:

$$a_k = (-1)^k j\, a_{k-1} \quad \text{với} \quad 0 \le k \le M-1 \qquad (4.31)$$

4.5. ĐÁP ỨNG XUNG CỦA DÀN LỌC

Đáp ứng xung của các mạch lọc phân tích $h_k[n]$ từ hệ thức:

$$a_k U_k(z) = e^{j\varphi_k} c_k P_0(zW^{k+0,5})$$

$$= e^{j\varphi_k} W^{(k+0,5)N/2} \sum_{n=0}^{N} p_0[n] W^{-(k+0,5)n} z^{-n} \qquad (4.32)$$

Như vậy các hệ số của đáp ứng xung là:

$$e^{j\varphi_k}\, W^{(k+0,5)N/2}\, p_0[n]\, W^{-(k+0,5)n} \qquad (4.33)$$

Còn các hệ số của số hạng thứ hai trong (4.4) thu được bằng cách lấy liên hợp phức hệ thức (4.33). Sau khi cộng hai hệ thức này với nhau ta thu được $h_k[n]$ bằng hai lần phần thực của (4.33) tức là:

$$h_k[n] = 2p_0[n]\cos[\frac{\pi}{M}(k+0,5)(n-\frac{N}{2})+\varphi_k] \qquad (4.34)$$

Các mạch lọc tổng hợp cũng thu được bằng cách thay a_k bằng b_k và φ_k bằng $-\varphi_k$, nghĩa là:

$$g_k[n] = 2p_0[n]\cos\left[\frac{\pi}{M}(k+0,5)(n-\frac{N}{2})-\varphi_k\right] \qquad (4.35)$$

Nói chung, các mạch lọc phân tích và tổng hợp không có pha tuyến tính mặc dù mạch lọc prototype $p_0[n]$ và T(z) có pha tuyến tính. Tất cả các mạch lọc phân tích và tổng hợp liện hệ với $p_0[n]$ nhờ điều chế cosine, do đó chỉ cần thiết kế tối ưu một mình mạch lọc prototype $p_0[n]$.

4.6. THIẾT KẾ MẠCH LỌC THÔNG THẤP PROTOTYPE

Thiết kế dàn lọc điều chế cosine qui về việc thiết kế mạch lọc prototype - dải M $p_0[n]$. Để đáp ứng biên độ của hàm truyền méo dạng T(z) bằng phẳng đối với tất cả các trị của ω thì mạch lọc prototype phải thỏa mãn hai điều kiện sau:

$$|P_0(e^{j\omega})|^2 + |P_0(e^{j(\omega-\pi/M)})|^2 = 1 \qquad 0 < \omega < \pi/M \qquad (4.36)$$

và

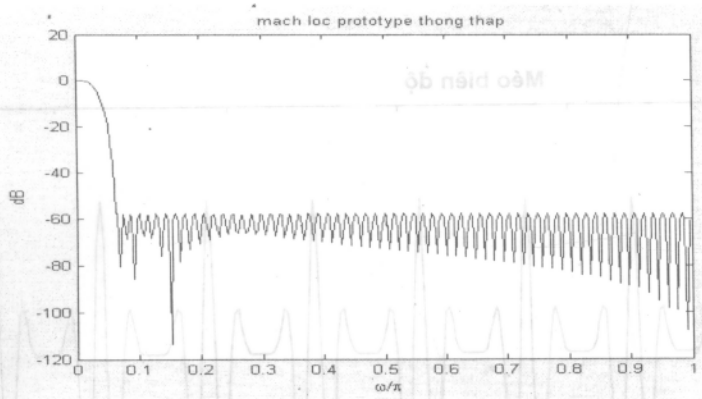
$$|P_0(e^{j\omega})| = 0 \quad \text{khi} \quad \omega > \pi/M \qquad (4.37)$$

Dàn lọc QMF không có méo dạng khi (4.36) được thỏa mãn một cách chính xác và sẽ không có chồng phổ giữa các kênh liên tiếp nhau nếu hệ thức (4.37) được duy trì. Việc thiết kế mạch lọc FIR dải-M thỏa mãn cả hai điều kiện trên một cách đồng thời là không thể được. Ở đây ta sử dụng phương pháp thiết kế mạch lọc prototype thông thấp của Parks-McClellan. Hai điều kiện trên được thỏa mãn một cách gần đúng nhờ việc điều chỉnh lặp đi lặp lại mép của dải thông để tối thiểu hóa hàm đối tượng

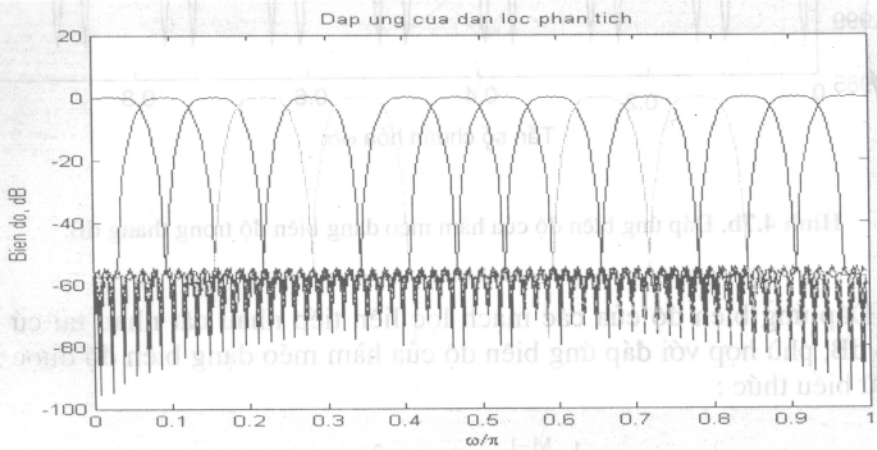
$$\Phi = \max_{0<\omega<\pi/M}\left\{\left|P_0(e^{j\omega})\right|^2 + \left|P_0(e^{j(\omega-\pi/M)})\right|^2 - 1\right\} \qquad (4.38)$$

Bậc của mạch lọc, mép của dải chặn tại π/M và sai số được giữ cố định trong quá trình tối ưu hóa.

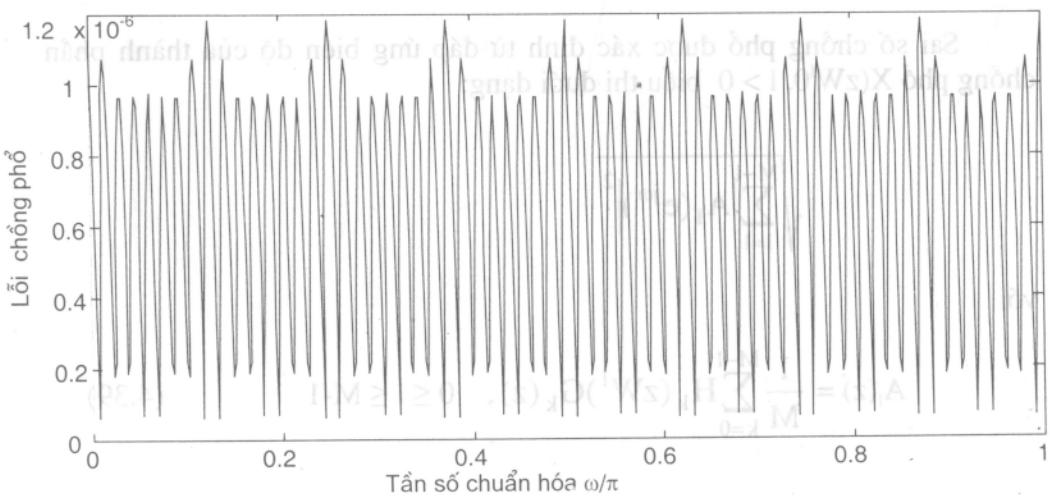
Ví dụ: Thiết kế dàn lọc giả QMF điều chế cosine 16-kênh dùng mạch lọc prototype có bậc 128. Trong MATLAB ta sử dụng hàm opt_filter để thiết kế mạch lọc thông thấp.



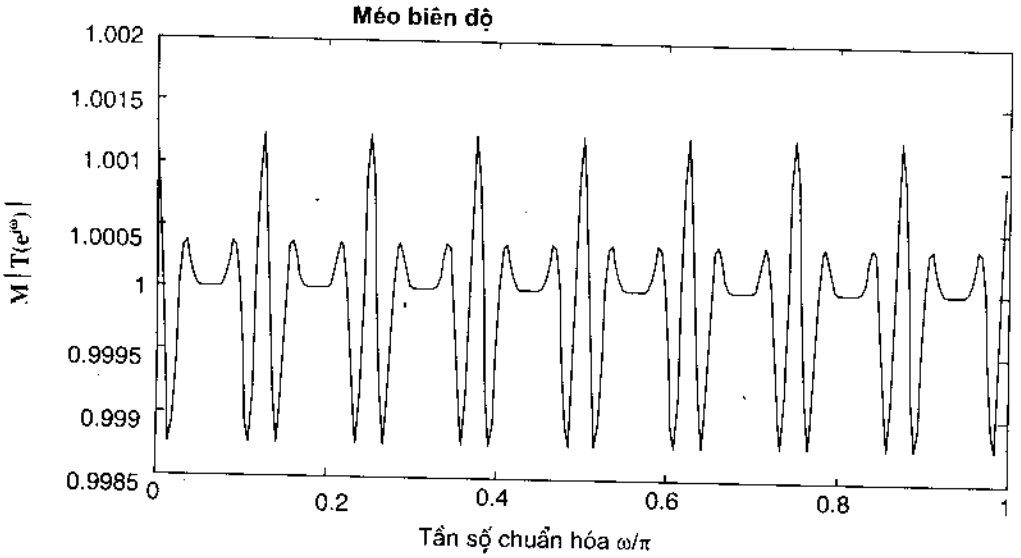
Hình 4.5. Đáp ứng biên độ của mạch lọc prototype thông thấp.



Hình 4.6. Đáp ứng biên độ của 16 mạch lọc phân tích.



Hình 4.7a. Đáp ứng biên độ của lỗi chồng phổ trong thang dB.



Hình 4.7b. Đáp ứng biên độ của hàm méo dạng biên độ trong thang dB.

Đáp ứng biên độ của các mạch lọc liên tiếp nhau cắt nhau tại cứ sau mỗi 3 dB, phù hợp với đáp ứng biên độ của hàm méo dạng biên độ được xác định từ biểu thức :

$$|T(e^{j\omega})| = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\left|H_k(e^{j\omega})\right|^2$$

Sai số chồng phổ được xác định từ đáp ứng biên độ của thành phần chồng phổ $X(zW^l 0, l > 0$ biểu thị dưới dạng:

$$\sqrt{\sum_{l=1}^{M-1}\left|A_l(e^{j\omega})\right|^2}$$

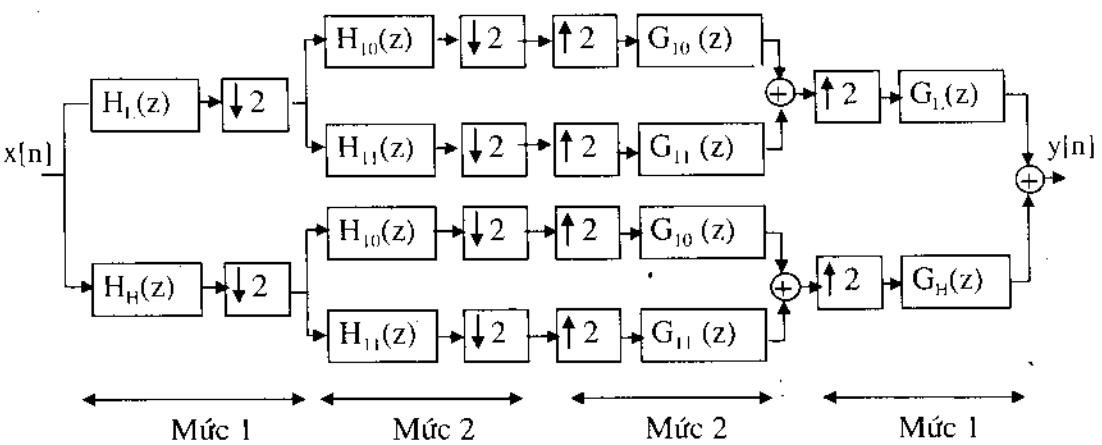
với

$$A_l(z) = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}H_k(zW^l)G_k(z), \quad 0 \le l \le M\text{-}1 \qquad (4.39)$$

4.7. DÀN LỌC ĐA MỨC

4.7.1. Dàn lọc QMF cấu trúc kiểu phân nhánh

Xét dàn lọc có cấu trúc như trên hình 4.8. Ở đây tín hiệu được phân thành hai nhánh con và sau khi giảm tốc độ mẫu thì mỗi nhánh con lại được tách thành hai và lại được giảm mẫu. Các nhánh con sau đó lại được tổ hợp lại với nhau cứ mỗi lần hai bằng cách sử dụng dàn lọc QMF hai kênh. Dàn lọc này có tên gọi là dàn lọc cấu trúc cây nhị phân bị giảm tốc độ mẫu cực đại. Toàn bộ dàn lọc cây 4 kênh nói trên có thể được vẽ lại dưới dạng khác như trên hình 4.8 với M =4.



Hình 4.8. Cấu trúc của dàn lọc cây QMF - 4 kênh, 2 mức giảm tốc độ mẫu cực đại.

Các mạch lọc phân tích và tổng hợp trong biểu diễn tương đương liên hệ với các mạch lọc phân tích và tổng hợp của dàn lọc cây hai mức như sau:

$$H_0(z) = H_L(z)H_{10}(z^2),$$

$$H_1(z) = H_L(z)H_{11}(z^2) \qquad (4.40a)$$

$$H_2(z) = H_H(z)H_{10}(z^2),$$

$$H_3(z) = H_H(z)H_{11}(z^2) \qquad (4.40b)$$

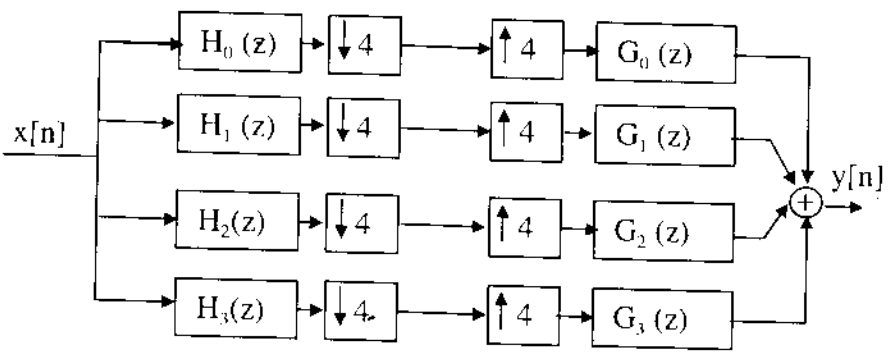
$$G_0(z) = G_L(z)G_{10}(z^2),$$

$$G_1(z) = G_L(z)G_{11}(z^2) \qquad (4.40c)$$

$$G_2(z) = G_H(z)G_{10}(z^2),$$

$$G_3(z) = G_H(z)G_{11}(z^2) \qquad (4.40d)$$

Từ các phương trình trên cho thấy mỗi mạch lọc phân tích là nối tiếp của hai mạch lọc trong đó một mạch lọc có một dải thông và một dải chặn duy nhất còn mạch lọc thứ hai có hai dải thông và hai dải chặn. Dải thông của mạch lọc nối tiếp là vùng tần số ở đấy các dải thông của hai mạch lọc thành phần chồng phủ lên nhau. Nói khác đi dải chặn của mạch lọc nối tiếp được tạo thành từ ba miền tần số khác nhau. Trong ba vùng tần số này thì có hai vùng tần số dải thông của mạch lọc này trùng khít với dải chặn của mạch lọc kia, trong khi vùng tần số thứ ba thì cả hai dải chặn chồng phủ lên nhau. Kết quả, đáp ứng biên độ của mạch lọc nối tiếp trong ba miền của dải chặn là không bằng nhau, đặc trưng cho sự suy giảm của dải chặn không đồng đều.

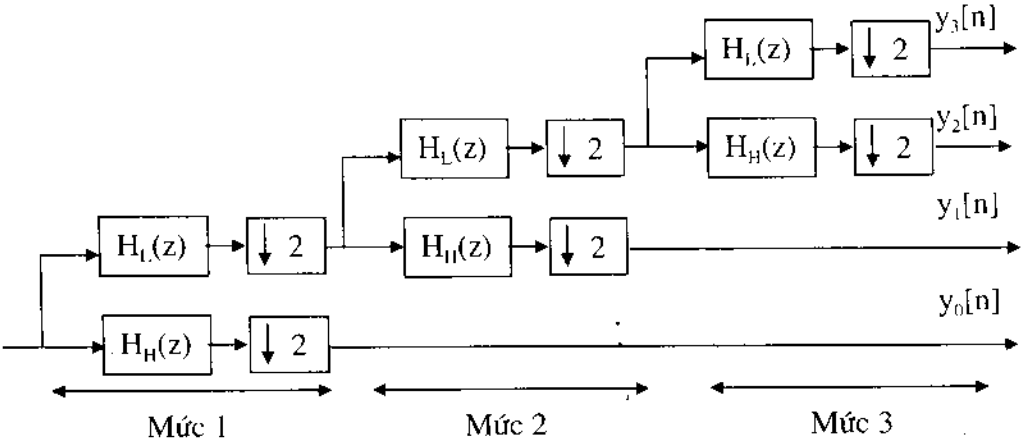


Hình 4.9. Cấu trúc tương đương của dàn lọc cây 4-kênh của hình 4.8.

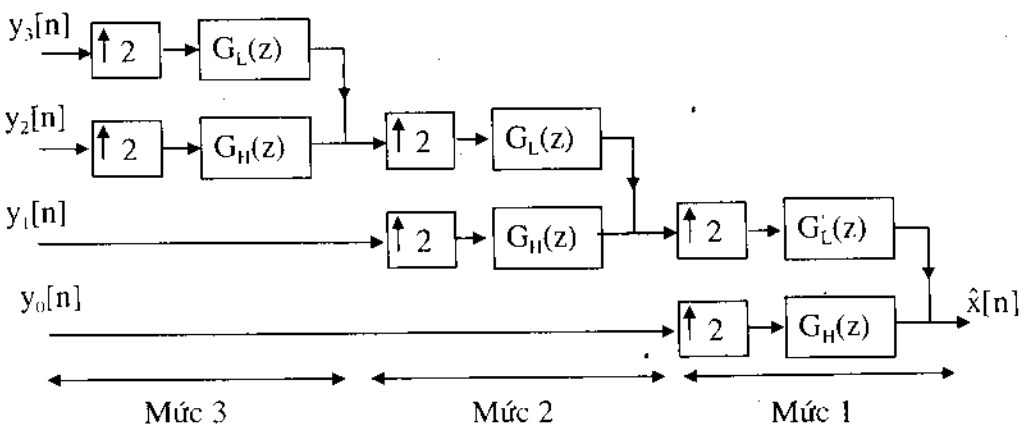
4.7.2. Dàn lọc có độ rộng dải thông không đều nhau

Thuật toán phân tích đa phân giải

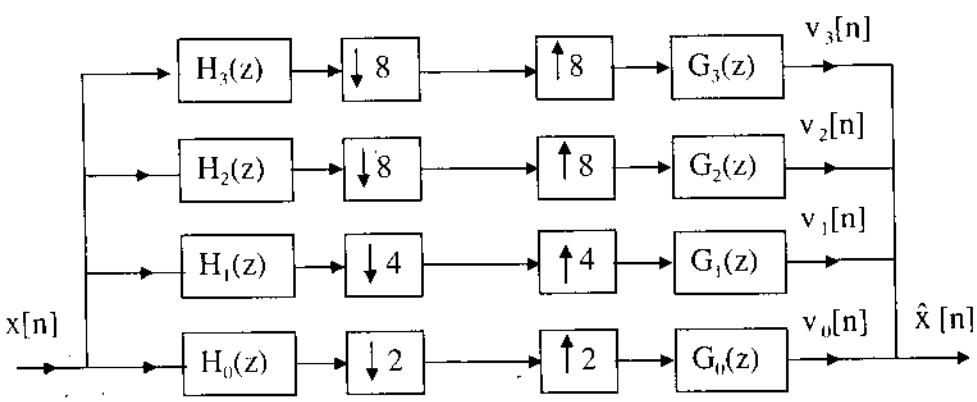
Bây giờ ta áp dụng thuật toán đa phân giải cho mạch lọc phân tích QMF 2-kênh như trên hình 4.10. Trên hình vẽ ta thấy thấy nhánh trên cùng của dàn lọc được tách thành đôi theo cặp thông thấp/thông cao $H_L(z)$ và $H_H(z)$ như vậy thu được dàn lọc phân tích ba mức. Nếu trong dàn lọc tổng hợp ta cũng áp dụng thuật toán phân tích tương tự thì thu được dàn lọc QMF ba mức 4- kênh như trên hình 4.10b. Biểu diễn tương đương của dàn lọc này cho trên hình 4.10c.



a)



b)



c)

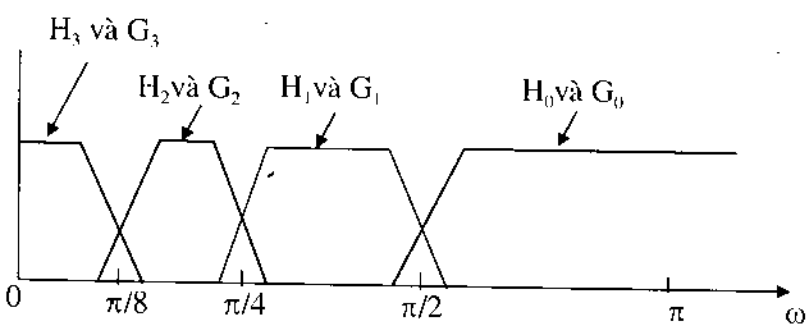
Hình 4.10. a) Dàn lọc phân tích cây QMF 3-mức 4-kênh; b) Dàn lọc tổng hợp cây QMF 3-mức 4-kênh; c) Cấu trúc tương đương của dàn lọc cây QMF 4-kênh.

Các mạch lọc trong dàn lọc tương đương liên hệ với các mạch lọc của dàn lọc phân tích và tổng hợp theo các hệ thức sau:

$$H_0(z) = H_L(z)H_L(z^2)H_L(z^4),$$
$$H_1(z) = H_L(z)H_L(z^2)H_H(z^4),$$
$$H_2(z) = H_L(z)H_H(z^2),$$
$$H_3(z) = H_H(z)$$

$$G_0(z) = G_L(z)G_L(z^2)G_L(z^4),$$
$$G_1(z) = G_L(z)G_L(z^2)G_H(z^4),$$
$$G_2(z) = G_L(z)G_H(z^2),$$
$$G_3(z) = G_H(z). \qquad (4.41)$$

Đáp ứng biên độ tiêu biểu của các mạch lọc phân tích và tổng hợp của dàn lọc câu QMF 3 mức 4-kênh cho trên hình 4.11.



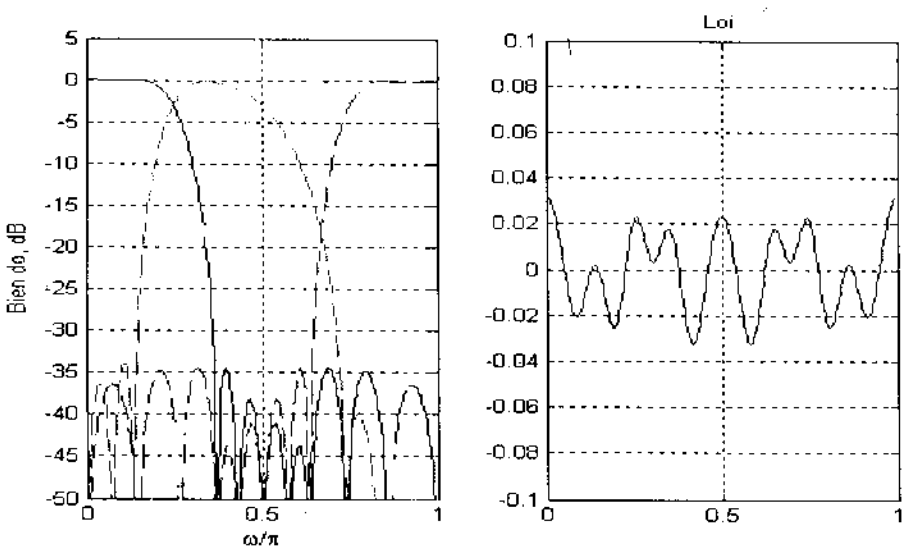
Hình 4.11. Đáp ứng biên độ tiêu biểu của các mạch lọc phân tích và tổng hợp trong dàn lọc cây QMF 3-mức 4-kênh.

Các tín hiệu lối ra của các mạch lọc tổng hợp $v_k[n]$ được gọi là các thành phần đa phân giải. Chẳng hạn, tín hiệu $v_3[n]$ biểu thị thành phần tần số thấp của tín hiệu lối vào x[n]. Cần lưu ý rằng các thành phần đa phân giải có cùng tốc độ mẫu như x[n]. Tín hiệu $v_2[n]$ là thành phần thông dải của x[n]. Có nghĩa là nếu dàn lọc là hoàn hảo thì tín hiệu lối ra khỏi dàn lọc $\hat{x}[n]$ đúng bằng tín hiệu lối vào của dàn lọc x[n].

Vì độ rộng dải thông của các mạch lọc phân tích và tổng hợp không bằng nhau, nên cấu trúc này thuộc loại dàn lọc không đồng đều có thể được

phát sinh từ dàn lọc mẹ QMF 2-kênh đồng nhất. Các dàn lọc QMF không đồng nhất này thường được sử dụng trong xử lý tiếng nói và trong nén và mã hóa hình ảnh.

Hình 4.12 là đáp ứng biên độ và lỗi thiết kế của dàn lọc cây 4 mức.



Hình 4.12. Đáp ứng biên độ của 4 mạch lọc phân tích và lỗi thiết kế.

PHẦN HAI

MẠCH LỌC THÍCH NGHI

Chương 5

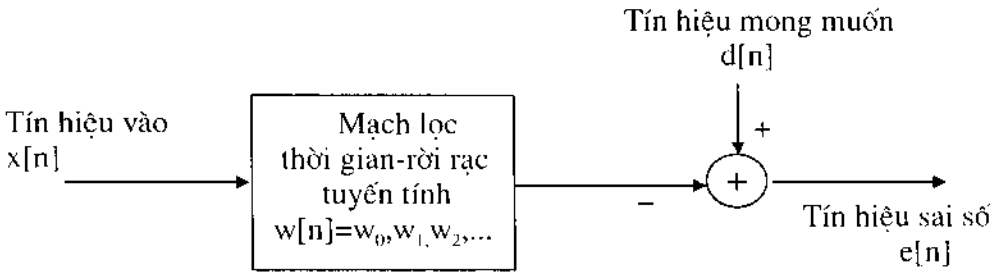
MẠCH LỌC TUYẾN TÍNH TỐI ƯU

5.1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Thuật ngữ lọc dùng để chỉ tất cả các hệ thống có khả năng khôi phục lại dạng của các thành phần tần số của tín hiệu lối vào để tạo ra tín hiệu lối ra thỏa mãn các yêu cầu mong muốn. Vì vậy mạch lọc (hay nói chung là các hệ thống) có thể tuyến tính hoặc phi tuyến. Ở đây ta chỉ xét các mạch lọc tuyến tính; tức là những mạch lọc mà các tính chất của chúng tuân theo nguyên lý chồng chất. Giản đồ khối của mạch lọc như vậy cho trên hình 1.2. Trong sơ đồ này, tín hiệu lối vào là một dãy thời gian- rời rạc w[n], mạch lọc được đặc trưng bởi đáp ứng xung h[n] còn tín hiệu lối ra ở thời điểm n là một dãy y[n]. Lối ra này được sử dụng để xác định một đáp ứng mong muốn d[n]. Trong trường hợp mạch lọc thích nghi, các hệ số của mạch lọc phải được chọn lựa sao cho dãy tín hiệu mong muốn có dạng phù hợp nhất với tín hiệu lối vào. Điều này có thể được thực hiện nếu dãy tín hiệu sai số e[n] hội tụ về không nhanh nhất. Để làm được điều này ta phải tối ưu hóa một *hàm sai số* được xác định theo phương pháp *thống kê* hoặc theo phương pháp *quyết định*. Đối với phương pháp thống kê, thì hàm sai số được sử dụng là giá trị toàn phương trung bình của tín hiệu sai số e[n]. Nếu tín hiệu vào và tín hiệu mong muốn là những tín hiệu dừng, thì việc cực tiểu hóa sai số toàn phương trung bình đưa đến một mạch lọc rất nổi tiếng đó là *mạch lọc Wiener*, được gọi là tối ưu theo nghĩa toàn phương trung bình. Hầu hết các thuật toán thích nghi là áp dụng cho các loại mạch lọc Wiener. Trong phương pháp quyết định, cách chọn hàm sai số là một *tổng trọng số của tín hiệu sai số toàn phương*. Việc cực tiểu hóa hàm này dẫn đến một mạch lọc tối ưu đối với dãy dữ liệu đã cho.

Như vậy mạch lọc được thiết kế hoặc bằng các công thức thống kê hoặc bằng các công thức xác định. Trong các thiết kế xác định, cần phải tính toán một số đại lượng trung bình khi sử dụng dãy dữ liệu đã cho mà mạch lọc cần xử lý. Nói cách khác, để thiết kế được mạch lọc Wiener cần phải biết trước các tính chất thống kê của các tín hiệu cơ sở. Trong trường hợp này

các dãy tín hiệu cơ sở thường được giả thiết là ergodic, có nghĩa là tín hiệu dừng và trung bình theo thời gian bằng trung bình thống kê.



Hình 5.1. Giản đồ khối của bài toán lọc thống kê.

Mặc dù phép đo trực tiếp các giá trị trung bình của tín hiệu có thể được thực hiện để thu được những thông tin cần thiết cho việc thiết kế mạch lọc Wiener hoặc các mạch lọc tối ưu, nhưng trong nhiều ứng dụng thực tế, các giá trị trung bình của tín hiệu lại được sử dụng theo cách dán tiếp, trong đó sai số lối ra của mạch lọc tương quan với các mẫu của tín hiệu vào của mạch lọc theo một số cách và sử dụng kết quả của phương trình đệ quy để điều chỉnh các hệ số của mạch lọc theo kiểu lặp. Giải bài toán mạch lọc thích nghi theo kiểu lặp có rất nhiều ưu điểm:

Khi tính toán trực tiếp các giá trị trung bình và ứng dụng chúng để tính các hệ số của mạch lọc yêu cầu phải tích lũy một lượng lớn các mẫu tín hiệu. Thế nhưng, nếu tính toán bằng phương pháp lặp lại không đòi hỏi phải tích lũy các mẫu tín hiệu; Do đó *tiết kiệm được lượng lớn các bộ nhớ.*

Nghiệm lặp không đưa thêm vào độ trễ cho tín hiệu lối ra của mạch lọc.

Sử dụng phương pháp lặp có thể đưa đến các lời giải thích nghi có khả năng tự hiệu chỉnh. Có nghiã là nếu các tính chất thống kê của tín hiệu thay đổi đối với thời gian, thì nhờ nghiệm lặp, các hệ số của mạch lọc có thể tự điều chỉnh để thích nghi với các tính chất thống kê mới.

Nghiệm lặp, nói chung rất được ưa chuộng vì nó dễ mã hóa trong phần mềm và dễ thực thi trong phần cứng hơn các nghiệm không-lặp.

5.2. CẤU TRÚC CỦA CÁC MẠCH LỌC THÍCH NGHI

Cấu trúc thương được sử dụng trong mạch lọc thích nghi là cấu trúc ngang mô tả trên hình 5.2. ở đây, mạch lọc thích nghi có một lối vào x[n] và một lối ra là y[n]. Dãy d[n] là tín hiệu mong muốn của dãy lối vào, x[n]. Phương trình sai phân mô tả quan hệ giữa lối vào và lối ra của mạch lọc cho bởi:

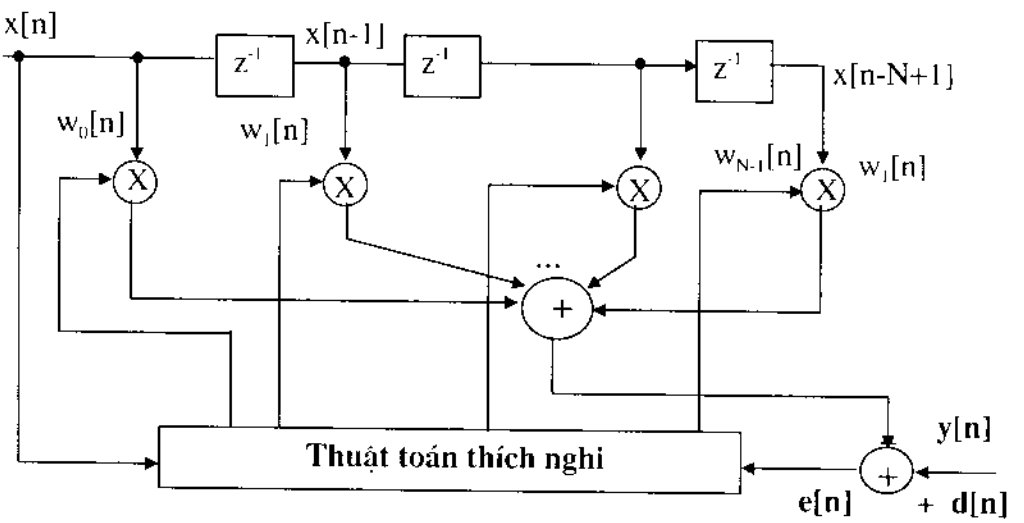
$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} w_k[n]x[n-k] \qquad (5.1)$$

trong đó: $w_k[n]$ là táp trọng số (các hệ số) và N là chiều dài của mạch lọc.

Tín hiệu lối vào x[n-k] với k = 0,1,2, ..., N-1, là táp tín hiệu lối vào. Táp trọng số $w_k[n]$ có thể thay đổi đối với thời gian và được điều khiển bằng thuật toán thích nghi.

Trong một số áp dụng, các mẫu lối vào không chứa các mẫu trễ. Khi đó cấu trúc của mạch lọc thích nghi có dạng như trên hình 5.3. Sơ đồ này được gọi là tổ hợp tuyến tính bởi vì lối ra của nó là một tổ hợp tuyến tính của các tín hiệu thu được khác nhau tại các táp lối vào của nó:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} w_k[n]x_k[n] \qquad (5.2)$$

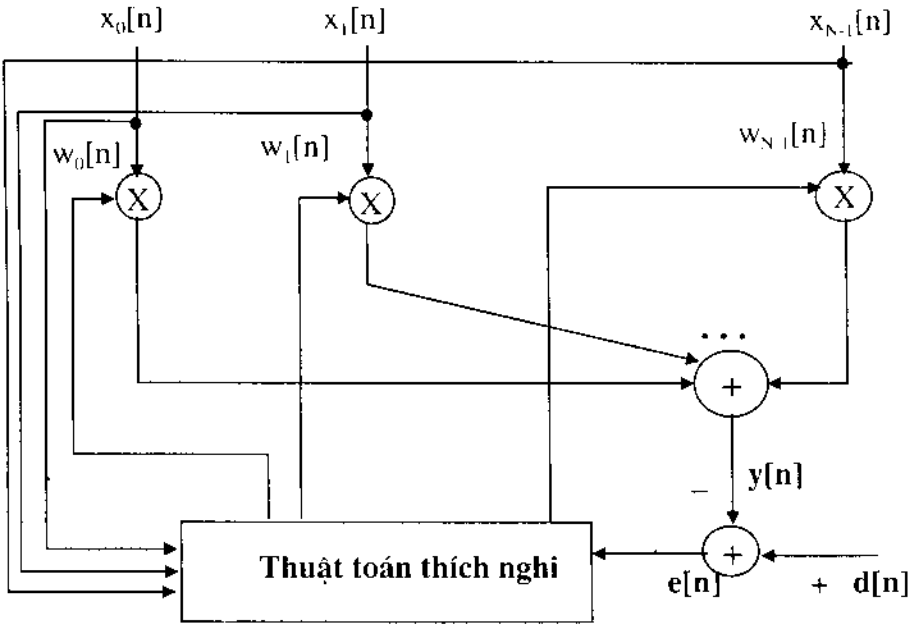


Hình 5.2. Cấu trúc của một mạch lọc ngang thích nghi.

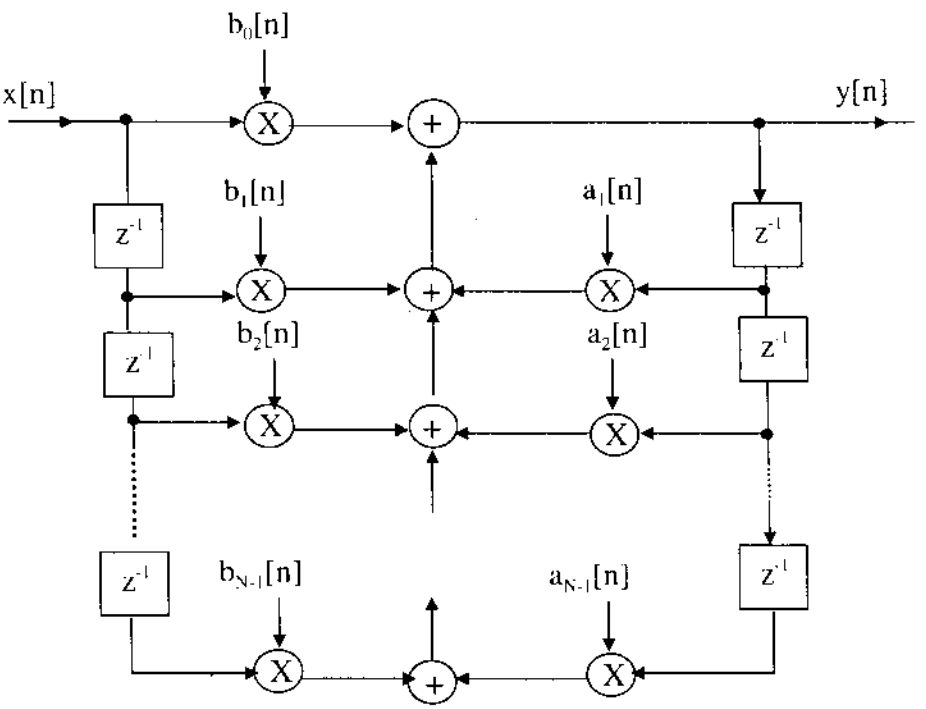
Điều đó cho thấy cấu trúc tổ hợp tuyến tính tổng quát hơn cấu trúc ngang.

Cấu trúc của các hình 5.2. và 5.3 là cấu trúc không đệ qui, có nghĩa là việc tính toán các mẫu lối ra ở thời điểm hiện tại không liên quan đến các mẫu lối ra trước đó. Do đó trong sơ đồ dòng tín hiệu sẽ không có mạch phản hồi. Vì vậy các mạch lọc thích nghi cho trên hình 5.2 và 5.3 là những mạch lọc FIR, có đáp ứng xung chiều dài hữu hạn gồm N mẫu. Mạch lọc thích nghi có sơ đồ cấu trúc cho trên hình 5.4 lại có đáp ứng xung có chiều dài vô hạn (IIR). Mạch lọc này được biểu diễn bằng phương trình sai phân đệ qui như sau:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} b_k[n]x[n-k] - \sum_{k=1}^{N-1} a_k[n]y[n-k] \qquad (5.3)$$



Hình 5.3. Cấu trúc của một tổ hợp tuyến tính thích nghi.



Hình 5.4. Cấu trúc của mạch lọc thích nghi IIR.

Ở đây $b_k[n]$ và $a_k[n]$ là các táp trọng số của mạch nuôi trước (feedforward) và của mạch phản hồi. Vì việc điều chỉnh các hệ số của mạch lọc IIR thích nghi khó hơn rất nhiều mạch lọc FIR nên các mạch lọc thích nghi IIR ít gặp trong thực tế. Ngoài ra, các mạch lọc thích nghi IIR rất khó ổn định. Tuy nhiên hàm sai số của sai số toàn phương trung bình của mạch lọc này lại thường có rất nhiều điểm cực tiểu địa phương. Điều này dẫn đến tính hội tụ của của mạch lọc tại các điểm cực tiểu địa phương chứ không phải ở cực tiểu tổng quát của hàm sai số. Chính vì các lý do trên mà trong thực tế, các mạch lọc thích nghi được sử dụng trong nhiều trường hợp thực tế, trong khi các mạch lọc IIR thích nghi chỉ được sử dụng trong các trường hợp đặc biệt. Ngoài hai cấu trúc trên, trong một số trường hợp, người ta còn sử dụng các cấu trúc mắt cáo. Nói chung cấu trúc mắt cáo phức tạp hơn cấu trúc FIR hay IIR, tuy nhiên, trong một số ứng dụng chúng lại thể hiện nhiều ưu điểm so với các cấu trúc trực tiếp chẳng hạn như trong tiên đoán tuyến tính xử lý tiếng nói.

Các loại mạch lọc mô tả trên là các mạch lọc tuyến tính vì các mẫu lối ra của chúng là tổ hợp tuyến tính của các mẫu lối vào và các mẫu lối ra trước đó. Trong một số ứng dụng, người ta còn sử dụng các mạch lọc thích nghi phi tuyến. Đối với các loại mạch lọc thích nghi phi tuyến cần các thống kê bậc cao hơn bởi vì tín hiệu mong muốn cần tách ra lại bị lẫn trong các quá trình thống kê không phải dạng gausien. Có hai loại mạch lọc thích nghi phi tuyến cơ bản. Đó là các mạch lọc thích nghi phi tuyến dựa trên chuỗi Volterra và mạng neural. Giáo trình này không đề cập đến mạch lọc thích nghi phi tuyến. Bạn đọc nào quan tâm đến vấn đề này xin tham khảo sách của S. Haykin[4].

5.3. MẠCH LỌC WIENER FIR

5.3.1. Trường hợp các hệ số giá trị thực

Xét mạch lọc có sơ đồ cho trên hình 5.2. trong đó x[n] là lối vào của mạch lọc, d[n] là lối ra mong muốn được giả thiết là một quá trình dừng giá trị thực. táp trọng số của mạch lọc là $w_0, w_1, ..., w_{N-1}$ cũng là giá trị thực. Ta biểu diễn dãy lối vào và táp trọng số của mạch lọc là những véc tơ:

$$w = [w_0\ w_1 ... w_{N-1}]^T \tag{5.4}$$

và

$$x[n] = \{x[n]\ x[n-1]. ..\ x[n-N+1]\}^T \tag{5.5}$$

Ký hiệu T là ma trận chuyển vị.

Khi đó lối ra của mạch lọc sẽ là:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} w_k x[n-k] = \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n] \tag{5.6}$$

Hoặc cũng có thể viết:

$$y[n] = \mathbf{x}^T[n]\mathbf{w} \tag{5.7}$$

Vì $\mathbf{w}^T\mathbf{x}[n]$ là một vô hướng nên bằng chuyển vị của nó, tức là $\mathbf{w}^T\mathbf{x}[n] = (\mathbf{w}^T\mathbf{x}[n])^T = \mathbf{x}^T[n]\mathbf{w}$. Do đó ta có thể viết:

$$e[n] = d[n] - y[n] = d[n] - \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n] = d[n] - \mathbf{x}^T[n]\mathbf{w} \tag{5.8}$$

Đối với mạch lọc Wiener, hàm hiệu năng được lựa chọn là sai số toàn phương trung bình:

$$\xi = E[|e[n]|^2] \tag{5.9}$$

Trong đó ký hiệu E[.] là kỳ vọng thống kê. Trong trường hợp này, hàm phí tổn ξ cũng được gọi là tiêu chuẩn sai số toàn phương trung bình. Thay (5.8) vào (5.9) ta thu được:

$$\xi = E[(d[n] - \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n])(d[n] - \mathbf{x}^T[n]\mathbf{w})] \tag{5.10}$$

Khai triển (5.10) và chú ý $\mathbf{w}$ có thể đưa ra ngoài toán tử E[.] vì nó không phải là biến số thống kê, ta thu được:

$$\xi = E[d^2[n] - \mathbf{w}^T E[\mathbf{x}[n]d[n]] - E[d[n]\mathbf{x}^T[n]]\mathbf{w} + \mathbf{w}^T E[\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]]\mathbf{w} \tag{5.11}$$

Bây giờ nếu ta định nghĩa véc tơ tương quan chéo bậc Nx1:

$$\mathbf{p} = E[\mathbf{x}[n]d[n]] = [p_0\ p_1\ p_2 \cdots p_{N-1}]^T \tag{5.12}$$

và ma trận tự tương quan:

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]] = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{01} & r_{02} & \cdots & r_{0,N-1} \\ r_{10} & r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1,N-1} \\ r_{20} & r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2,N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{N-1,0} & r_{N-1,1} & r_{N-1,2} & \cdots & r_{N-1,N-1} \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

và chú ý rằng $E[d[n]\mathbf{x}^T[n]] = \mathbf{p}^T$, và $\mathbf{w}^T\mathbf{p} = \mathbf{p}^T\mathbf{w}$, ta sẽ thu được:

$$\xi = E[d^2[n]] - 2\,\mathbf{w}^T\mathbf{p} + \mathbf{w}^T\mathbf{R}\mathbf{w} \tag{5.14}$$

Để thu được dãy táp trọng số ứng với hàm phí tổn ξ có giá trị cực tiểu, ta cần phải giải hệ phương trình được tạo thành từ đạo hàm bậc nhất của ξ đối với mỗi táp trọng số w_i bằng không, tức là:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = 0, \qquad \text{với } i = 0, 1, 2, ..., N-1 \tag{5.15}$$

Các phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\nabla \xi = 0 \tag{5.16}$$

ở đây ∇ là toán tử vi phân được xác định như một véc tơ cột :

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial w_0} \; \frac{\partial}{\partial w1} \cdots \frac{\partial}{\partial w_{N-1}} \right]^T \tag{5.17}$$

Để tìm các đạo hàm riêng của ξ đối với các táp trọng số w_i của mạch lọc, trước hết phải khai triển hệ thức (5.14) thành dạng tường minh:

$$\xi = E[d^2[n]] - 2\sum_{k=0}^{N-1} p_k w_k + \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} w_k w_m r_{km} \tag{5.18}$$

Tổng kép trong (5.18) có thể khai triển dưới dạng:

$$\sum_{k=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{N-1} w_k w_m r_{km} = \sum_{\substack{k=0 \\ k\neq i}}^{N-1}\sum_{\substack{m=0 \\ m\neq i}}^{N-1} w_k w_m r_{km} + w_i \sum_{\substack{k=0 \\ k\neq i}}^{N-1} w_k r_{ki} + w_i \sum_{\substack{m=0 \\ m\neq k}}^{N-1} w_m r_{km} + w_i^2 r_{ki} \tag{5.19}$$

Thay (5.19) vào (5.18), sau đó lấy đạo hàm riêng phần của ξ theo w_i và thay thế m cho k ta được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2p_i + \sum_{k=0}^{N-1} w_k (r_{ki} + r_{ik}), \text{ với } i = 0, 1, 2, .., N-1. \tag{5.20}$$

Trong trường hợp này, ta thấy:

$$r_{ki} = E[x[n-k]x[n-i]] = \Phi_{xx}[i-k] \tag{5.21}$$

ở đây $\Phi_{xx}[i-k]$ là hàm tự tương quan của x[n].

Tương tự:

$$r_{ik} = \Phi_{xx}[k-i] \tag{5.22}$$

Do tính chất đối xứng của hàm tự tương quan $\Phi_{xx}[k] = \Phi_{xx}[-k]$, ta thu được:

$$r_{ki} = r_{ik} \tag{5.23}$$

Thay (5.23) vào phương trình (5.20) ta được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2p_i + 2\sum_{k=0}^{N-1} r_{ik} w_k), \text{ với } i = 0, 1, 2, .., N-1. \tag{5.24}$$

Phương trình trên có thể biểu diễn dưới dạng ma trận:

$$\nabla\xi = 2\mathbf{Rw} - 2\mathbf{p} \tag{5.25}$$

Đặt $\nabla\xi = 0$ ta sẽ thu được phương trình tối ưu hóa táp trọng số của mạch lọc Wiener :

$$\mathbf{Rw}_0 = \mathbf{p} \tag{5.26}$$

Đây là phương trình Wiener- Hopf đối với véc tơ trọng số tối ưu $\mathbf{w}_0$:

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} \tag{5.27}$$

Thay giá trị $\mathbf{w}_0$ vừa tìm được từ phương trình Wiener - Hopf và $\mathbf{Rw}_0 = \mathbf{p}$ vào phương trình (5.14) ta sẽ tìm được giá trị cực tiểu của hàm phí tổn ξ:

$$\begin{aligned}\xi_{min} &= E[d^2[n]\,] - \mathbf{w}_o^T\,\mathbf{p} \\ &= E[d^2[n]] - \mathbf{w}_o^T\mathbf{Rw}_o \end{aligned} \tag{5.28}$$

Đó là sai số cực tiểu mà mạch lọc Wiener FIR W(z) có thể đạt được khi táp trọng số của nó là nghiệm của phương trình Wiener - Hopf; Có nghĩa là nghiệm tối ưu (5.27).

5.3.2. Trường hợp hệ số giá trị phức

Trong thực tế thông tin số, ta thường gặp các quá trình ngẫu nhiên có giá trị phức. Chẳng hạn như trong truyền dẫn số liệu người thường dùng kỹ thuật điều chế PSK hoặc QAM, ở đấy các tín hiệu dải cơ sở được tách thành hai thành phần thực và ảo của một tín hiệu phức. Khi thực thi các mạch lọc thích nghi trên lĩnh vực tần số hay các dàn lọc thích nghi băng con thì lại làm việc với các tín hiệu phức mặc dù tín hiệu gốc có thể là thực. Đối với các tín hiệu phức, phương trình Wiener giữ nguyên dạng như đối với tín hiệu thực nghĩa là:

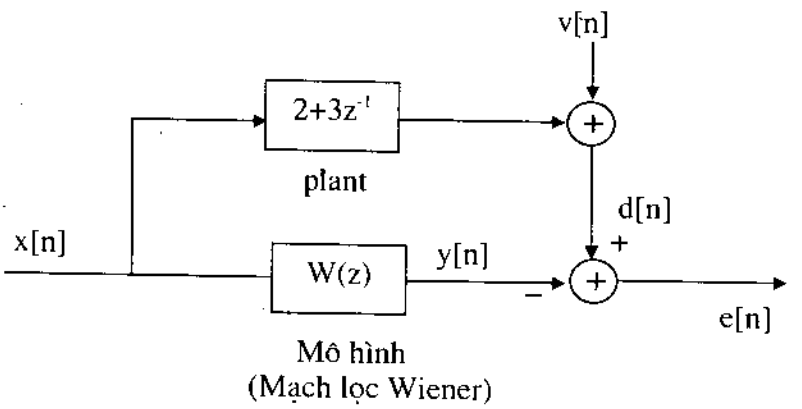
$$\mathbf{R}\mathbf{w}_0 = \mathbf{p} \tag{5.29}$$

ở đây $\mathbf{R} = E[\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^H[n]]$ và $\mathbf{p} = E[\mathbf{x}[n]d^*[n]]$ với ký hiệu H là chuyển vị liên hợp phức hoặc Hermitic và * là liên hợp phức.

Giá trị cực tiểu của hàm phí tổn giống như đối với trường hợp hệ số thực:

$$\begin{aligned}\xi_{min} &= E[d^2[n]] - \mathbf{w}_o^H \mathbf{p} \\ &= E[d^2[n]] - \mathbf{w}_o^H \mathbf{R}\mathbf{w}_o\end{aligned} \tag{5.30}$$

Ví dụ 5.1. Xét bài toán mô hình hóa hay còn gọi là nhận dạng hệ thống như trên hình 5.5.



Hình 5.5. Mô hình hóa hệ thống bằng mạch lọc Wiener.

Trong bài toán trên, plant là một hệ thống hai táp có nhiễm tạp âm v[n] ở lối ra. Mạch lọc Wiener cũng là mạch lọc 2 táp w_0 và w_1 được sử dụng để nhận dạng các thông số của plant. Cả mạch lọc Wiener lẫn plant đều chung lối vào x[n]. Đó là quá trình ngẫu nhiên trắng, dừng có phương sai bằng đơn vị. Tạp âm cộng thêm v[n] có giá trị trung bình bằng không và phương sai $\sigma^2_v = 0{,}1$ và không tương quan với x[n]. Bây giờ ta phải tính các giá trị của w_0 và w_1 để $E\{e^2[n]\}$ có giá trị cực tiểu.

Trước hết phải tính các ma trận **R** và **p** để thu được các giá trị tối ưu của w_0 và w_1 tối ưu hóa $E\{e^2[n]\}$. Trong trường hợp này thì:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E\{x^2[n]\} & E\{x[n]x[n-1]\} \\ E\{x[n-1]x[n]\} & E\{x^2[n-1]\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.31}$$

Vì x[n] là trắng nên $E\{x[n]x[n-1]\} = E\{x[n-1]x[n]\} = 0$, còn phương sai bằng 1 có nghĩa là $E\{x^2[n]\} = E[x^2[n-1]\} = 1$.

Ngoài ra cần lưu ý rằng:

$$d[n] = 2x[n] + 3x[n-1] + v[n]$$

Do vậy:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} E\{x[n]d[n]\} \\ E\{x[n-1]d[n]\} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E\{x[n](2x[n] + 3x[n-1] + v[n])\} \\ E\{x[n-1](2x[n] + 3x[n-1] + v[n])\} \end{bmatrix} \qquad (5.32)$$

Sau khi khai triển biểu thức dưới dấu kỳ vọng toán và lưu ý rằng :

$$E\{x^2[n]\} = E\{x^2[n-1]\} = 1$$

và

$$E\{x[n]x[n-1]\} = E\{x[n]v[n]\} = E\{x[n-1]v[n]\} = 0,$$

ta thu được:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad (5.33)$$

Tương tự ta thu được:

$$E\{d^2[n]\} = E\{(2x[n]+3x[n-1]+v[n])^2\}$$

$$= 4E\{x^2[n]\} + 9E\{x^2[n-1]\} + \sigma^2_v = 13,1 \qquad (5.34)$$

Thay các giá trị vừa tính được vào (1.14) ta tìm được hàm phí tổn ξ:

$$\xi = 13,1 - 4w_0 - 6w_1 + w_0^2 + w_1^2 \qquad (5.35)$$

Đây là một parabol tròn xoay trong không gian ba chiều ξ, w_0 và w_1. Hình 5.6 vẽ parabol này. Ta có thể kiểm tra thấy rằng táp trọng số tối ưu của mạch lọc Wiener được cho bởi (5.27) đối với ví dụ này tìm được:

$$\begin{bmatrix} w_{0,0} \\ w_{0,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

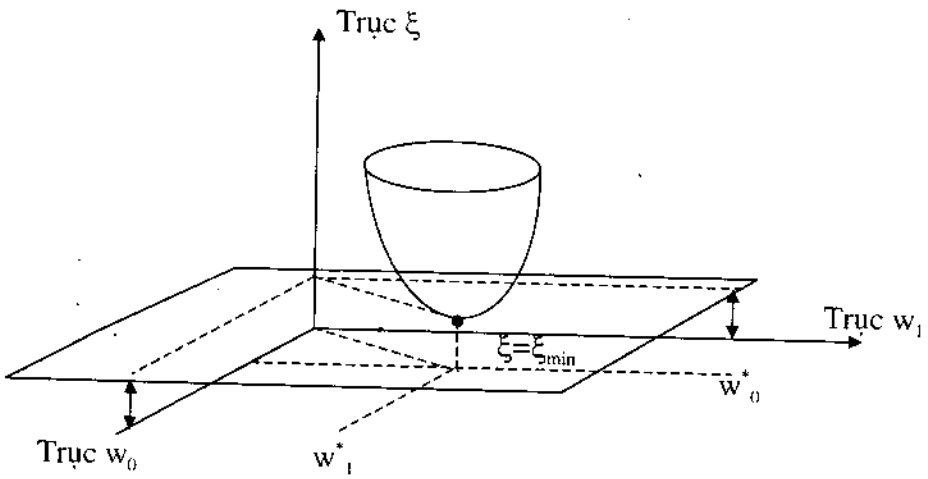
Từ đó tìm được giá trị cực tiểu của hàm phí tổn ξ:

$$\xi_{min} = 13,1 - [2\ 3]\begin{bmatrix}2\\3\end{bmatrix} = 0,1$$

Rõ ràng các giá trị này trùng với điểm cực tiểu của parabol tròn xoay

$$\xi = 0,1 + (w_0 - 2)^2 + (w_1 - 3)^2$$

như vẽ trên hình 5.6.



Hình 5.6. Mặt phí tổn của bài toán nhận dạng hệ thống.

5.4. NGUYÊN LÝ TRỰC GIAO

Trong phần này chúng ta sẽ trình bày một phương pháp khác để thiết kế các mạch lọc Wiener. Phương pháp này cũng là hệ quả của những phần trước và là một phiên bản được đơn giản hóa, nhưng lại làm sáng tỏ hơn khái niệm về mạch lọc Wiener.

Như đã biết, bài toán mạch lọc Wiener bắt nguồn từ hàm phí tổn hay còn gọi là hàm phí tổn (cost function):

$$\xi = E\{e^2[n]\}$$

Lấy đạo hàm theo w_i ; i = 0, 1, 2, ..., N-1, và sau khi trao đổi thứ tự toán tử kỳ vọng toán E{.} cho toán tử đạo hàm ta được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = E\left\{2e[n]\frac{\partial e[n]}{\partial w_i}\right\}, \text{ với } i = 0, 1, ..., N-1 \qquad (5.36)$$

ở đây: $e[n] = d[n] - y[n]$.

Vì d[n] độc lập với táp trọng số, nên ta thu được:

$$\frac{\partial e[n]}{\partial w_i} = -\frac{\partial y[n]}{\partial w_i} = -x[n-i] \qquad (5.37)$$

ở đây ta đã sử dụng $y[n] = \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n]$ từ (5.6). Thay (5.37) vào (5.36) ta thu được:

$$\frac{\partial \xi}{\partial w_i} = -2E\{e[n]x[n-i]\}, \text{ với } i = 0, 1, 2, ..., N-1 \qquad (5.38)$$

Ta đã biết, nếu táp trọng số của mạch lọc Wiener có giá trị tối ưu thì hàm giá trị sai số xác định e[n] sẽ không tương quan với dãy tín hiệu lối vào của mạch lọc. Lúc đó đạo hàm của hàm phí tổn đối với táp trọng số của mạch lọc sẽ bằng không. Do vậy, ta thu được:

$$E\{e_0[n]x[n-i]\} = 0 \text{ với } i = 0, 1, 2, ..., N-1 \qquad (5.39)$$

trong đó: $e_0[n]$ là sai số xác định khi táp trọng số của mạch lọc đạt giá trị tối ưu. Đấy là nội dung của *nguyên lý trực giao*.

Nguyên lý trực giao là kết quả hết sức tinh túy của lý thuyết mạch lọc Wiener thường xuyên được sử dụng để đưa ra một cách đơn giản những kết quả mà không một phương pháp nào có thể làm được như vậy.

Do kết quả tất yếu của nguyên lý trực giao, ta suy ra rằng dãy lối ra của mạch lọc cũng không tương quan với dãy sai số xác định khi táp trọng số của mạch lọc đạt giá trị tối ưu. Nghĩa là:

$$E\{e_0[n]y_0[n]\} = E\left\{e_0[n]\sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}x[n-i]\right\}$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}E\{e_0[n]x[n-i]\} \qquad (5.40)$$

ở đây $y_0[n]$ là dãy lối ra của mạch lọc Wiener khi táp trọng số đạt tới giá trị tối ưu.

Thay (5.39) vào (5.40), ta thu được:

$$E\{e_0[n]y_0[n]\} = 0 \qquad (5.41)$$

Như vậy dãy lối ra của mạch lọc Wiener tối ưu và dãy sai số xác định

trực giao với nhau.

Danh từ trực giao thường được sử dụng để chỉ một cặp biến số ngẫu nhiên không tương quan với nhau. Nó bắt nguồn từ thực tế là: các biến số ngẫu nhiên với moment thứ hai hữu hạn tạo nên một không gian tuyến tính các tích nội. Tích nội trong không gian này được định nghĩa là sự tương quan giữa các phần tử của nó. Đặc biệt, nếu x và y là hai phần tử của không gian tuyến tính của các biến số ngẫu nhiên, thì tích nội của x và y được định nghĩa là $E\{xy\}$, khi x và y giá trị thực hoặc tổng quát hơn $E\{xy^*\}$ khi x và y giá trị phức. Hoàn toàn giống như trong không gian Euclid với các phần tử là những véc-tơ, các khái niệm tực giao, phép chiếu không gian con cũng có thể được định nghĩa cho không gian các biến số ngẫu nhiên.

Nhờ tính chất trực giao trong không gian các biến số ngẫu nhiên, ta tìm được một dạng biểu diễn khác của phương trình Wiener-Hopf xuất phát từ cực tiểu hóa sai số toàn phương trung bình:

$$e_0[n] = d[n] - \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i} x[n-i] \qquad (5.42)$$

Trong đó $w_{0,i}$ là các giá trị của táp trọng số tối ưu của mạch lọc Wiener. Thay (5.42) vào hệ thức trực giao (5.39) và sau khi sắp xếp lại ta thu được:

$$\sum_{k=0}^{N-1} E\{x[n-i]x[n-k]\} w_{0,k} = E\{d[n]x[n-i]\}, \text{ với } i = 0, 1, 2, \ldots, N-1 \qquad (5.43)$$

Nhưng $E\{x[n-i]x[n-k]\} = \mathbf{r}_{ik}$ và $E\{d[n]x[n-i]\} = p_i$, nên (1.43) được viết lại dưới dạng:

$$\sum_{k=0}^{N-1} r_{ik} w_{0,k} = p_i \text{ , với } i = 0, 1, 2, \ldots, N-1 \qquad (5.44)$$

Đây chính là dạng khai triển của phương trình (5.26).

Với cách biểu diễn này thì giá trị của hàm phí tổn cực tiểu tìm được dưới dạng:

$$\begin{aligned} \xi_{min} &= E\{e_0^2[n]\} \\ &= E\{e_0[n]\,(d[n] - y[n])\} \\ &= E\{e_0[n]\, d[n]\} - E\{e_0[n]\, y_0[n]\} \\ &= E\{e_0[n]\, d[n]\} \end{aligned} \qquad (5.45)$$

ở đây ta đã sử dụng hệ thức trực giao giữa $e_0[n]$ và $y_0[n]$.

Thay giá trị $e_0[n]$ từ (5.42) vào (5.46) thu được:

$$\xi_{min} = E\left\{\left(d[n] - \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}x[n-i]\right)d[n]\right\} =$$

$$= E[d^2[n]\} - \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}E\{d[n]x[n-i]\} =$$

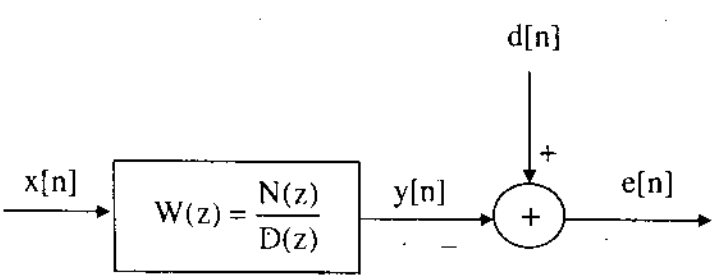
$$= E\{d^2[n]\} - \sum_{i=0}^{N-1} w_{0,i}p_i \qquad (5.46)$$

Đây chính là biểu thức khai triển của (5.28).

5.5. CÁC MẠCH LỌC WIENER KHÔNG GIỚI HẠN

Trong phần này ta sẽ xét trường hợp táp trọng số của mạch lọc Wiener kéo dài tới vô cùng, nghĩa là chiều dài của đáp ứng xung của nó không bị giới hạn. Trong trường hợp đó thì hàm phí tổn ξ và hàm truyền tối ưu của hệ thống sẽ có dạng như thế nào.

Xét mạch lọc Wiener như trên hình 5.7. Trong đó hàm truyền W(z) của mạch lọc có thể không nhân quả và là IIR. Để đơn giản tính toán ta cũng xét trường hợp tín hiệu và các thông số của hệ thống có giá trị thực sau đó chuyển sang giá trị phức. Nếu lấy biến số phức z trên vòng tròn đơn vị, tức là $|z| = 1$ thì có nghĩa là $z^* = z^{-1}$ và nếu các hệ số của hàm truyền W(z) là thực thì $W^*(1/z^*) = W(z^{-1})$ đối với mọi giá trị z và $W(z^{-1}) = W^*(z)$ khi $|z| = 1$.



Hình 5.7. Giản đồ khối của mạch lọc Wiener không hạn chế.

5.5.1. Hàm phí tổn tổng quát

Đối với mạch lọc Wiener thì hàm phí tổn là sai số toàn phương trung bình:

$$\xi = E\{e^2[n]\}$$

Nhưng $e[n] = d[n] - y[n]$ nên

$$\xi = E\{d^2[n]\} + E\{y^2[n]\} - 2E\{y[n]d[n]\}$$

Hay:

$$\xi = \Phi_{dd}(0) + \Phi_{yy}(0) - 2\Phi_{yd}(0) \qquad (5.47)$$

trong đó $\Phi_{dd}(0)$ và $\Phi_{yd}(o)$ là các hàm tự tương quan và tương quan chéo.

Thay hai số hạng sau của (5.47) bằng biến đổi -z ngược của chúng, ta thu được:

$$\xi = \Phi_{dd}(0) + \frac{1}{2\pi j}\oint_C \Phi_{yy}(z)\frac{dz}{z} - \frac{2}{2\pi j}\oint_C \Phi_{yd}(z)\frac{dz}{z} \qquad (5.48)$$

Theo sơ đồ trên thì x[n] và y[n] liên hệ với nhau, nên đối với d[n] bất kỳ ta luôn có:

$$\Phi_{yd}(z) = W(z)\Phi_{xd}(z)$$

Do vậy khi z được lựa chọn nằm trên vòng tròn đơn vị thì:

$$\Phi_{yy}(z) = |W(z)|^2\Phi_{xx}(z)$$

Như đã nói W(z) là hàm truyền với các hệ số thực nên $|W(z)|^2 = W(z)W^*(z)$ và $W^*(z) = W(z^{-1})$. Khi đó (5.48) được viết lại dưới dạng:

$$\xi = \Phi_{dd}(0) + \frac{1}{2\pi j}\oint_C \left[W^*(z)\Phi_{xx}(z) - 2\Phi_{xd}(z)\right]W(z)\frac{dz}{z} \qquad (5.49)$$

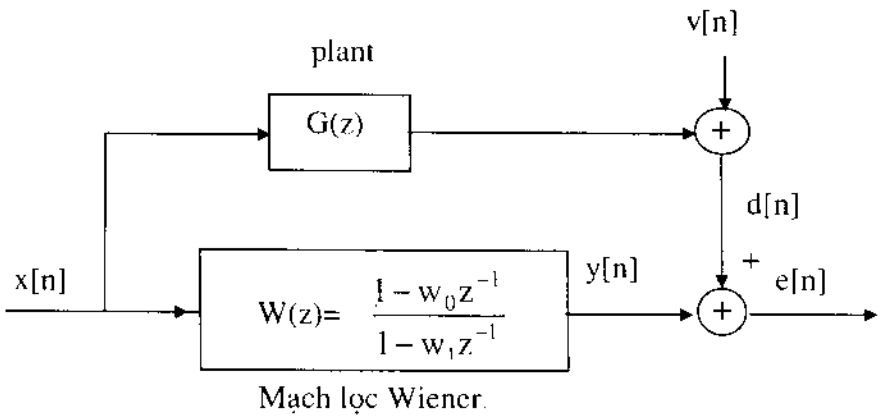
Vòng lấy tích phân C là vòng tròn đơn vị.

Hàm sai số (5.49) là dạng tổng quát để tính hàm phí tổn của một mạch lọc Wiener với hàm truyền W(z) bất kỳ. Nó có thể FIR hay IIR, nhân quả hoặc không nhân quả. Nếu mạch lọc là FIR thì ta hàm phí tổn ξ (5.49) sẽ có dạng đúng như (5.18). Bây giờ ta xét trường hợp khi W(z) là hàm truyền IIR.

Ví dụ 5.2. Nhận dạng hệ thống bằng mạch lọc Wiener IIR.

Giả sử ta cần nhận dạng một plant có hàm truyền G(z) bằng hệ thống

IIR bậc nhất như trên hình 5.8.



Hình 5.8. Nhận dạng hệ thống nhờ mạch lọc Wiener IIR.

Giả sử dãy lối vào x[n] là quá trình ngẫu nhiên trắng có trung bình bằng không và phương sai bằng đơn vị và không tương quan với tạp âm cộng thêm v[n]. Điều đó có nghĩa là:

$$\Phi_{xx}(z) = 1 \text{ và } \Phi_{vx}(z) = 0 \tag{5.50}$$

ở đây cần lưu ý rằng d[n] là lối ra của plant có lẫn tạp âm v[n] khi được kích thích tín hiệu x[n] ở lối vào.

Như vậy đáp ứng của plant G(z) đối với quá trình ngẫu nhiên x[n] ở lối vào sẽ là:

$$\Phi_{xd}(z) = G(z^{-1})\,\Phi_{xx}(z) \tag{5.51}$$

Thay các giá trị vừa tìm được vào (5.49) ta thu được hàm phí tổn ξ:

$$\xi = \Phi_{dd}(0) + \frac{1}{2\pi j}\oint \frac{1-w_0z^{-1}}{1-w_1z^{-1}}\frac{1-w_0z}{1-w_1z}\frac{dz}{z} - \frac{2}{2\pi j}\oint \frac{1-w_0z^{-1}}{1-w_1z^{-1}}G(z^{-1})\frac{dz}{z}$$

Sử dụng định lý số dư tính các tích phân vòng ở trên và giả thiết $G(z^{-1})$ không có điểm cực ở bên trong vòng tròn đơn vị, ta thu được:

$$\xi = \Phi_{dd}(0) + \frac{w_1-w_0}{w_1}\cdot\frac{1-w_0w_1}{1-w_1^2} + \frac{w_0}{w_1} - 2\left[\frac{w_1-w_0}{w_1}G(w_1^{-1}) + \frac{w_0}{w_1}G(\infty)\right]$$

Đây là hàm phí tổn của mạch lọc Wiener IIR. Kết quả cho thấy, mặc

dù ta chọn ví dụ rất đơn giản nhưng hàm phí tổn cũng rất phức tạp. Trường hợp mạch lọc có hàm truyền W(z) bậc cao thì còn phức tạp hơn, do đó cũng rất khó để vận dụng được nó. Ngoài ra đối với trường hợp này có thể xuất hiện nhiều cực tiểu địa phương do vậy việc tìm cực tiểu chính tổng thể của hàm phí tổn ξ là nhiệm vụ hết sức phức tạp. Vì lý do đó nên trong thực tế thường gặp mạch lọc ngang FIR hơn là các mạch lọc IIR.

5.5.2. Hàm truyền tối ưu

Bây giờ ta tìm hàm truyền tối ưu cho mạch lọc Wiener không giới hạn, tức là khi đáp ứng xung trải dài đến vô cùng.

Theo nguyên lý trực giao, ta có:

$$E\{e_0[n]x[n-i]\} = 0 \text{ với } i = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots, \quad (5.52)$$

trong đó $e_0[n]$ là sai số xác định tối ưu được xác định từ biểu thức:

$$e_0[n] = d[n] - \sum_{k=-\infty}^{\infty} w_{0,k} x[n-k] \quad (5.53)$$

ở đây $w_{0,k}$ là các mẫu của đáp ứng xung mạch lọc Wiener đã được tối ưu hóa.

Thay (5.53) vào (5.52) ta được:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} w_{0,k} E\{x[n-k]x[n-i]\} = E\{d[n]x[n-i]\} \quad (5.54)$$

Nhưng $E\{x[n-k]x[n-i] = \Phi_{xx}(i-k)$ và $E\{d[n]x[n-i]\} = \Phi_{dx}(i)$, nên (5.54) có thể được viết lại dưới dạng:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} w_{0,k} \Phi_{xx}(i-k) = \Phi_{dx}(i), \text{ với } i = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots, \quad (5.55)$$

Phương trình (5.55) thỏa mãn đối với mọi giá trị của i, nên lấy biến đổi -z cả hai vế của nó ta được:

$$\Phi_{xx}(z)W_0(z) = \Phi_{dx}(z) \quad (5.56)$$

Phương trình này chính là *phương trình Wiener- Hopf dưới dạng biến đổi- z của mạch lọc Wiener không hạn chế*. Từ đó tìm được biến đổi - z của mạch lọc Wiener tối ưu $W_0(z)$:

$$W_0(z) = \frac{\Phi_{dx}(z)}{\Phi_{xx}(z)} \quad (5.57)$$

và đáp ứng tần số của mạch lọc Wiener tối ưu cũng tìm được:

$$W_0(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{dx}(e^{j\omega})}{\Phi_{xx}(e^{j\omega})} \tag{5.58}$$

Như vậy, *đáp ứng tần số của mạch lọc Wiener tại tần số ω nào đấy bằng tỉ số của mật độ phổ công suất chéo giữa tín hiệu mong muốn d[n] và tín hiệu lối vào x[n] với mật độ phổ công suất của tín hiệu lối vào x[n] tại tần số ω đó.*

Ta có thể biểu diễn sai số toàn phương trung bình cực tiểu cho bài toán lọc Wiener tổng quát bằng cách thay (5.57) vào (5.49), ta được:

$$\xi_{min} = \Phi_d(0) - \frac{1}{2\pi j}\oint W_0(z)\Phi_{xd}(z)\frac{dz}{z} \tag{5.59}$$

Ở đây, đối với trường hợp $|z| = 1$, chúng ta đã sử dụng:

$$|W_0(z)|^2 = W_0(z)W_0^*(z)$$

$$= W_0(z)\frac{\Phi_{dx}^*(z)}{\Phi_{xx}^*(z)}$$

$$= W_0(z)\frac{\Phi_{xd}(z)}{\Phi_{xx}(z)} \tag{5.60}$$

Vì trên vòng tròn đơn vị thì $\Phi_{dx}^*(z) = \Phi_{xd}(z)$ và $\Phi_{xx}^*(z) = \Phi_{xx}(z)$.

Thay $z = e^{j\omega}$ vào (5.59) ta thu được

$$\xi_{min} = \Phi_{dd}(0) - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} W_0(e^{j\omega})\Phi_{xd}(e^{j\omega})d\omega \tag{5.61}$$

5.6. CÁC ỨNG DỤNG CỦA MẠCH LỌC WIENER

Trong mục này ta sẽ khảo sát ba ứng dụng đặc biệt của mạch lọc Wiener. Đó là nhận dạng hệ thống, mô hình hóa ngược và để khử nhiễu.

5.6.1. Nhận dạng hệ thống

Sơ đồ khối của hệ thống nhận dạng cho trên hình 5.9. Hệ thống plant có hàm truyền G(z) cần được nhận dạng bởi mạch lọc Wiener W(z). Tín hiệu

lối vào của plant là u[n] nhiễm tạp âm cộng thêm $v_i[n]$ được sử dụng như dãy lối vào của mạch lọc Wiener. Dãy tạp âm $v_i[n]$ có thể do biến tử được sử dụng để tạo các mẫu của lối vào của plant gây nên. Dãy lối ra của lối ra của plant d'[n] nhiễm tạp âm bổ sung $v_0[n]$ để thành d[n] được so sánh với dãy lối ra của mạch lọc Wiener y[n]. Hiệu số giữa chúng d[n] - y[n] là dãy sai số e[n], còn được gọi là *sai số xác định mô hình*. Dãy sai số xác định mô hình e[n] tác động vào thuật toán *điều khiển thích nghi* để điều chỉnh các hệ số của mạch lọc thích nghi sao cho nó đạt đến giá trị tối ưu nhanh nhất; khi đó sai số sẽ có gía trị cực tiểu. Mạch lọc cùng với thuật toán điều khiển thích nghi tạo thành hệ thống *lọc thích nghi*.

Thông thường các dãy u[n], $v_i[n]$ và $v_0[n]$ là dừng, có giá trị trung bình bằng không và không tương quan với nhau.

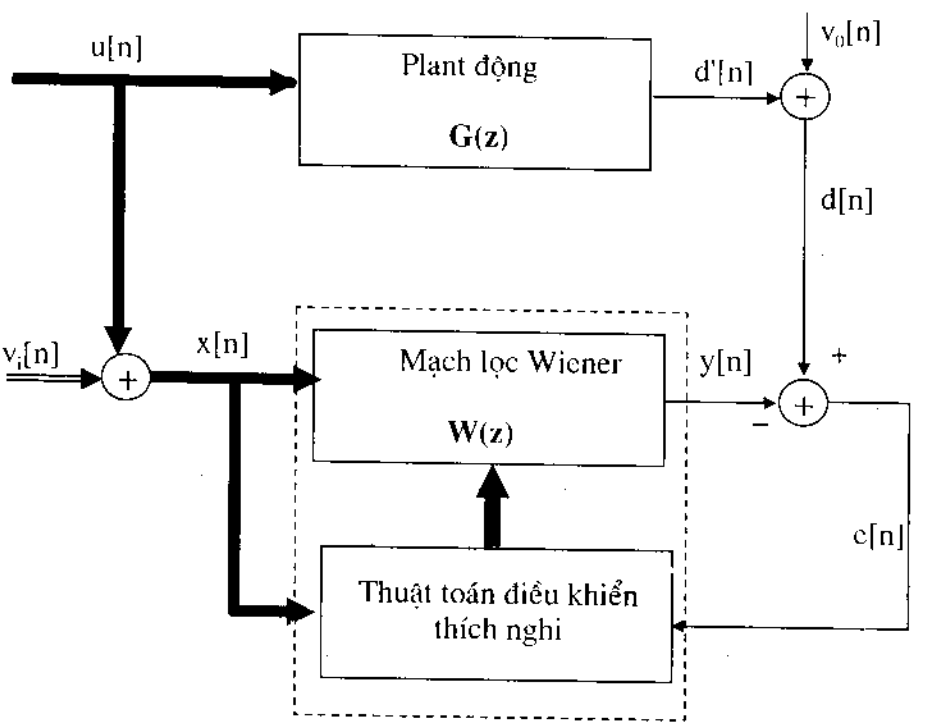
Theo sơ đồ thì tín hiệu lối vào của mạch lọc Wiener là:

$$x[n] = u[n] + v_i[n] \tag{5.62}$$

và tín hiệu lối ra mong muốn là:

$$d[n] = g[n]*u[n] + v_0[n] \tag{5.63}$$

trong đó g[n] là đáp ứng xung đơn vị của hệ thống cần nhận dạng G(z), ký hiệu * là nhân chập.



Hình 5.9. Sơ đồ khối của thiết bị nhận dạng hệ thống.

Để thu được hàm truyền tối ưu của mạch lọc Wiener, trước tiên phải tìm các hàm mật độ xác suất $\Phi_{xd}(z)$ và $\Phi_{xx}(z)$.

Ta thấy:

$$\Phi_{xx}(z) = E\{x[n]x[n-k]\}$$

$$= E\{(u[n] + v_i[n])(u[n-k] + v_i[n-k])\}$$

$$= E\{u[n]u[n-k]\} + E\{u[n]v_i[n-k]\}$$

$$+ E\{v_i[n]u[n-k]\} = E\{v_i[n]v_i[n-k]\} \qquad (5.64)$$

Vì u[n] và $v_i[n]$ không tương quan với nhau, nên số hạng thứ hai và thứ ba trong biểu thức phía phải của (5.64) bằng không, vì vậy ta thu được:

$$\Phi_{xx}(k) = \Phi_{uu}(k) + \Phi_{v_iv_i}(k) \qquad (5.65)$$

Lấy biến đổi- z cả hai phía (5.65) ta được:

$$\Phi_{xx}(z) = \Phi_{uu}(z) + \Phi_{v_iv_i}(z) \qquad (5.66)$$

Để tìm $\Phi_{dx}(z)$ ta cần lưu ý rằng chỉ có u[n] là chung cho x[n] và d[n] và các tín hiệu u[n], $v_i[n]$ và $v_0[n]$ không tương quan với nhau, nên

$$\Phi_{dx}(z) = \Phi_{d'u}(z) \qquad (5.67)$$

trong đó d'[n] là dãy lối ra của plant khi không có tạp âm cộng thêm $v_0[n]$. Ở đây

$$\Phi_{d'u}(z) = G(z)\Phi_{uu}(z) \qquad (5.68)$$

Do đó:

$$\Phi_{dx}(z) = G(z)\Phi_{uu}(z) \qquad (5.69)$$

Thay các $\Phi_{xx}(z)$ và $\Phi_{dx}(z)$ vừa tìm được từ (5.66) và (5.69) vào (5.57) ta sẽ tìm được hàm truyền tối ưu:

$$W_0(z) = \frac{\Phi_{uu}(z)}{\Phi_{uu}(z) + \Phi_{v_iv_i}(z)} G(z) \qquad (5.70)$$

Từ (5.70) ta thấy $W_0(z)$ bằng G(z) chỉ khi $\Phi_{v_iv_i}(z)$ bằng không. Có nghĩa là $v_i[n]$ bằng không với mọi giá trị n.

Thay $z = e^{j\omega}$ vào (5.70) ta tìm được:

$$W_0(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{uu}(e^{j\omega})}{\Phi_{uu}(e^{j\omega}) + \Phi_{vivi}(e^{j\omega})} G(e^{j\omega}) \qquad (5.71)$$

Kết quả này cho thấy *đáp ứng tần số của mạch lọc Wiener sẽ trùng hợp với đáp ứng tần số của plant tại tần số ω nào đấy phụ thuộc vào tỉ số giữa mật độ phổ công suất của tín hiệu trên tạp âm $\Phi_{uu}(e^{j\omega})/\Phi_{vivi}(e^{j\omega})$. Sự trùng hợp tuyệt đối sẽ xảy ra khi tỉ số này bằng vô cùng (nghĩa là $\Phi_{vivi}(e^{j\omega}) = 0$). Sự sai khác giữa hai đáp ứng tần số sẽ lớn khi tỉ số này giảm xuống.*

Ta có thể định nghĩa:

$$K(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{uu}(e^{j\omega})}{\Phi_{uu}(e^{j\omega}) + \Phi_{vivi}(e^{j\omega})} \qquad (5.72)$$

Vì các hàm mật độ phổ công suất $\Phi_{uu}(e^{j\omega})$ và $\Phi_{vivi}(e^{j\omega})$ là những hàm số thực và không âm, nên $K(e^{j\omega})$ cũng là hàm số thực và không âm và thay đổi trong vùng từ 0 đến 1. Để tránh giá trị tầm thường cho tỉ số trên, ta giả thiết rằng với tất cả các giá trị của ω, các hàm mật độ phổ công suất $\Phi_{uu}(e^{j\omega})$ và $\Phi_{vivi}(e^{j\omega})$ không đồng thời bằng không. Với định nghĩa mới, (5.71) được viết dưới dạng đơn giản hơn:

$$W_0(e^{j\omega}) = K(e^{j\omega})\, G(e^{j\omega}) \qquad (5.73)$$

Sai số toàn phương trung bình của bài toán nhận dạng hệ thống thu được khi thay (5.69) và (5.73) vào (5.61)

$$\xi_{min} = \Phi_{dd}(0) - \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} K(e^{j\omega})\Phi_{uu}(e^{j\omega})\left|G(e^{j\omega})\right|^2 d\omega \qquad (5.74)$$

Vì d'[n] và $v_0[n]$ không tương quan với nhau nên :

$$\Phi_{dd}(0) = \Phi_{vovo}(0) + \Phi_{d'd'}(0) \qquad (5.75)$$

và

$$\Phi_{d'd'}(0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \Phi_{uu}(e^{j\omega})\left|G(e^{j\omega})\right|^2 d\omega \qquad (5.76)$$

Thay (5.75) và (5.76) vào (5.74) ta được:

$$\xi_{min} = \Phi_{vovo}(0) + \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} (1 - K(e^{j\omega}))\Phi_{uu}(e^{j\omega})\left|G(e^{j\omega})\right|^2 d\omega \qquad (5.77)$$

Như vậy sai số toàn phương trung bình trong bài toán nhận dạng hệ thống dùng mạch lọc Wiener gồm hai thành phần riêng biệt nhau: Phần do tạp âm cộng thêm ở lối ra của plant $v_0[n]$ và phần do do tạp âm lối vào $v_i[n]$ do sự sai khác nhận dạng giữa $W_0(z)$ và $G(z)$. Mạch lọc Wiener không có khả năng loại bỏ thành phần đầu vì $v_0[n]$ không tương quan với lối vào $x[n]$ của nó. Do vậy hiệu năng tốt nhất có thể hy vọng đạt được từ mạch lọc Wiener không giới hạn là không có tạp âm lối vào $v_i[n]$; Khi đó thì $\xi_{min} = \Phi_{vovo}(0)$. Trong trường hợp này thì cả plant lẫn mạch lọc Wiener có chung dãy lối vào $u[n]$.

5.6.2. Mô hình hóa ngược

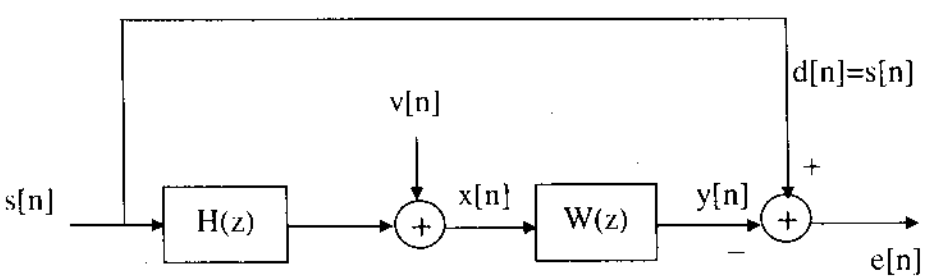
Trong viễn thông cũng như trong điều khiển thích nghi, mô hình hóa ngược được sử dụng như những bộ cân bằng kênh. Hình 5.10 mô tả sơ đồ khối của một bộ cân bằng kênh. Trong sơ đồ này, các mẫu dữ liệu $s[n]$ được truyền qua kênh thông tin có hàm truyền $H(z)$. Tín hiệu thu được ở lối ra của kênh thông tin bị nhiễm tạp âm cộng thêm $v[n]$. Tạp âm cộng thêm này được giả thiết là không tương quan với các mẫuđươxliệu $s[n]$. Bộ cân bằng kênh có hàm truyền $W(z)$ được sử dụng để xử lý các mẫu tín hiệu có nhiễm tạp âm thu được $x[n]$ để khôi phục lại các mẫu của tín hiệu gốc $s[n]$.

Nếu ở lối ra của kênh không bị nhiễm tạp âm thì bộ cân bằng kênh có hàm truyền tối ưu $W_0(z)$ thỏa mãn:

$$W_0(z) = \frac{1}{H(z)} \tag{5.78}$$

Như vậy nếu kênh không bị nhiễm tạp âm thì các mẫu dữ liệu gốc sẽ được khôi phục một cách hoàn hảo '; Lúc đó thì (5.78) thỏa mãn hay $W_0(z)H(z) = 1$.

Điều đó có nghĩa là $y[n] = s[n]$ và sai số $e[n] = 0$ với mọi n. Rõ ràng đây là nghiệm tối ưu, tương ứng với sai số toàn phương trung bình bằng không và là giá trị cực tiểu vì sai số toàn phương trung bình là đại lượng không âm.



Hình 5.10. Sơ đồ khối của một bộ cân bằng kênh.

Để tìm hàm truyền tối ưu của mạch lọc Wiener $W_0(z)$ khi tạp âm của kênh là khác không, ta thấy:

$$x[n] = h[n]*s[n] + v[n] \tag{5.79}$$

ở đây h[n] là đáp ứng xung đơn vị của kênh truyền H(z).

Vì s[n] và v[n] không tương quan với nhau, nên cũng như trước đây ta có:

$$\Phi_{xx}(z) = \Phi_{ss}(z)|H(z)|^2 + \Phi_{vv}(z) \tag{5.80}$$

Từ (5.79) và (5.80) ta có thể coi x[n] là dãy lối ra của một hệ thống có đáp ứng xung đơn vị h[n] với dãy lối vào là s[n] cộng với tạp âm không tương quan v[n]. Giả thiết các quá trình và các thông số của hệ thống là những giá trị thực, nên ta thu được:

$$\Phi_{dx}(z) = \Phi_{sx}(z) = H(z^{-1})\Phi_{ss}(z) \tag{5.81}$$

Kết quả trên độc lập với v[n]. Cũng với |z| = 1 ta có thể viết:

$$\Phi_{dx}(z) = H^*(z)\Phi_{ss}(z) \tag{5.82}$$

Thay các kết quả tìm được từ (5.81) và (5.82) vào (5.57), ta thu được:

$$W_0(z) = \frac{H^*(z)\Phi_{ss}(z)}{\Phi_{ss}(z)|H(z)|^2 + \Phi_{ss}(z)} \tag{5.83}$$

Đây là nghiệm tổng quát của bài toán cân bằng kênh khi không có điều kiện ràng buộc về chiều dài của bộ cân bằng cũng như tính chất nhân quả. Phương trình (5.83) chứa đựng ảnh hưởng của hàm tự tương quan của số liệu s[n] và của tạp âm v[n].

Để hiểu rõ hơn ý nghĩa của hệ thức (5.83), chúng ta viết nó dưới dạng:

$$W_0(z) = \frac{1}{1 + \dfrac{\Phi_{ss}(z)}{\Phi_{ss}(z)|H(z)|^2}} \frac{1}{H(z)} \tag{5.84}$$

Sau khi thay $z = e^{j\omega}$ và định nghĩa hệ thức:

$$\rho(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{ss}(e^{j\omega})|H(e^{j\omega})|^2}{\Phi_{vv}(e^{j\omega})} \tag{5.85}$$

Thông số $\rho(e^{j\omega})$ chính là tỉ số của mật độ phổ công suất của tín hiệu trên tạp âm ở lối ra của kênh. Khi đó đáp ứng tần số của bộ cân bằng kênh

tối ưu thu được là:

$$W_0(e^{j\omega}) = \frac{\rho(e^{j\omega})}{1+\rho(e^{j\omega})} \cdot \frac{1}{H(e^{j\omega})} \qquad (5.86)$$

Như vậy đáp ứng tần số của bộ cân bằng kênh tỉ lệ với nghịch đảo của đáp ứng tần số của kênh với hệ số tỉ lệ phụ thuộc vào tần số. Ngoài ra $\rho(e^{j\omega})$ là một đại lượng thực không âm, do vậy:

$$0 \le \frac{\rho(e^{j\omega})}{1+\rho(e^{j\omega})} \le 1 \qquad (5.87)$$

Điều đó cho thấy *đáp ứng tần số của bộ cân bằng kênh tối ưu tỉ lệ với nghịch đảo của đáp ứng tần số của kênh truyền với thừa số thực nằm trong vùng từ 0 đến 1. Thừa số này phụ thuộc tần số và phụ thuộc vào tỉ số tín hiệu trên tạp âm cở lối ra của kênh. Thừa số có giá trị bằng đơn vị khi $\rho(e^{j\omega})$ có giá trị lớn và nhỏ hơn một khi $\rho(e^{j\omega})$ giảm.*

Ví dụ. Một kênh truyền có hàm truyền:

$$H(z) = -0{,}4 + z^{-1} - 0{,}4z^{-2} \qquad (5.88)$$

Tìm đáp ứng xung của bộ cân bằng kênh đối với các trường hợp:

a) Kênh không có nhiễu v[n] = 0 với mọi n.

b) v[n] là tạp âm trắng có phương sai bằng 0,04 và dãy lối vào s[n] cũng là qúa trình ngẫu nhiên trắng, nhị phân (lấy các giá trị +1 và -1).

Nếu tạp âm của kênh truyền v[n] bằng không với mọi n thì tín hiệu lối ra của kênh truyền sẽ tìm được bằng cách thực hiện nhân chập giữa dãy số liệu lối vào s[n] với đáp ứng xung đơn vị h[n] của kênh gồm 3 mẫu là h[0] = -0,4, h[1] = 1 và h[2] = - 0,4

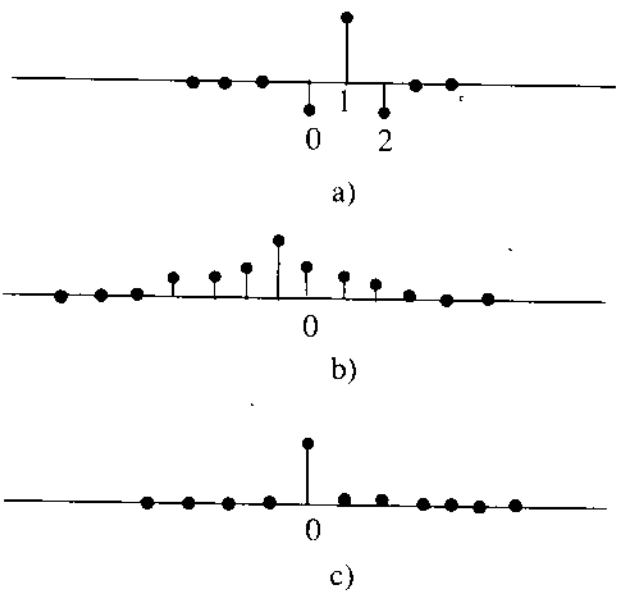
$$x[n] \doteq -0{,}4s[n] + s[n-1] - 0{,}4s[n-2] \qquad (5.89)$$

Chúng ta thấy rằng mỗi mẫu của x[n] được tạo thành từ tổ hợp của ba mẫu liên tiếp nhau của tín hiệu số liệu lối vào s[n]. Điều này gây ra sự giao thoa giữa các biểu tượng (ISI) và phải được cân bằng hoặc loại bỏ nếu muốn thu được một cách chính xác số liệu đã truyền dẫn. Với mục đích đó, ta phải sử dụng bộ cân bằng kênh có hàm truyền :

$$W_0(z) = \frac{1}{H(z)} = \frac{1}{-0{,}4 + z^{-1} - 0{,}4z^{-2}} \qquad (5.90)$$

Lấy biến đổi-z ngược của biểu thức (5.90), ta sẽ thu được đáp ứng xung đơn vị của mạch lọc Wiener

$$w_{0,i} = \begin{cases} \frac{10}{3}.2^i, & i < 0 \\ \frac{2,5}{3}.0,5^i, & i \geq 0 \end{cases} \qquad (5.91)$$



Hình 5.11. Đáp ứng xung của:
a) Kênh; b) Bộ cân bằng; c) Nối tiếp kênh với bộ cân bằng.

Hình 5.11 vẽ các mẫu của đáp ứng xung đơn vị của kênh, của bộ cân bằng kênh và của phép nhân chập giữa chúng. Sự tồn tại của ISI ở lối ra của kênh là do sự giao thoa giữa các mẫu khác không (ở đây là 3 mẫu) trong đáp ứng xung của kênh truyền gây ra. Hiện tượng này được quan sát trong hình 5.11a. Hình 5.11c cho thấy ISI bị loại bỏ hoàn toàn sau khi cho tín hiệu thu được đi qua bộ cân kênh.

Bây giờ nếu s[n] là trắng và nhị phân và v[n] cũng là tạp âm trắng có phương sai bằng 0,04 thì:

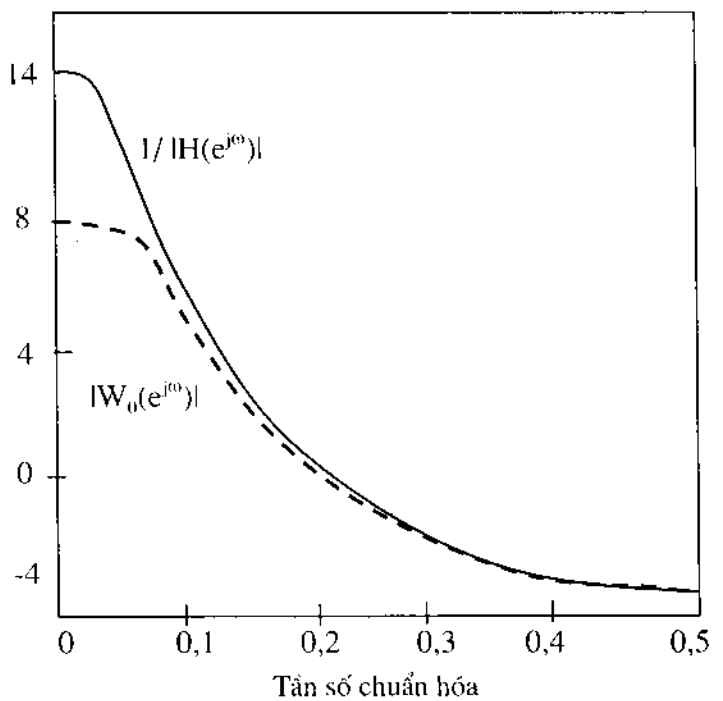
$$\Phi_{ss}(z) = 1 \quad \text{và} \quad \Phi_{vv}(z) = 0,04 \qquad (5.92)$$

Khi đó hàm truyền (5.83) sẽ có dạng:

$$W_0(z) = \frac{-0,4 + z - 0,4z^2}{(-0,4 + z^{-1} - 0,4z^{-2})(-0,4 + z + 0,4z^2) + 0,04} \qquad (5.93)$$

Hình 5.12 vẽ đáp ứng tần số của $1/|H(e^{j\omega})|$ và $|W_0(e^{j\omega})|$. Từ hình vẽ cho thấy các tần số mà $1/|H(e^{j\omega})|$ có giá trị nhỏ là những tần số mà $1/|H(e^{j\omega})|$ trùng hợp nhất với $|W_0(e^{j\omega})|$, có nghĩa là kênh được cân bằng hoàn hảo. Khi đó:

$$W_0(e^{j\omega}) \approx \frac{1}{H(e^{j\omega})} \qquad (5.94)$$



Hình 5.12. Các đáp ứng tần số của bộ cân bằng kênh.

5.6.3. Bộ khử nhiễu

Hình 5.13 là sơ đồ khối của một bộ khử nhiễu. Có hai lối vào là nguồn tín hiệu s[n] và một lối vào của tín hiệu nhiễu v[n]. Hai tín hiệu lối vào này được giả thiết là không tương quan với nhau và được trộn với nhau qua các hệ thống có các hàm truyền H(z) và G(z) để tạo ra hai lối vào sơ cấp d[n] và bổ trợ x[n] như chỉ ra trên hình vẽ. Tín hiệu bổ trợ x[n] đi qua mạch lọc

Wiener được thiết kế sao cho hiệu giữa tín hiệu lối vào sơ cấp và tín hiệu lối ra của mạch lọc Wiener được cực tiểu hóa theo nghĩa toàn phương trung bình. Tín hiệu lối ra của bộ khử nhiễu là dãy sai số e[n]. Mục tiêu của bộ khử nhiễu là tách tín hiệu s[n] từ tín hiệu lối vào sơ cấp d[n].

Theo như sơ đồ ta có:

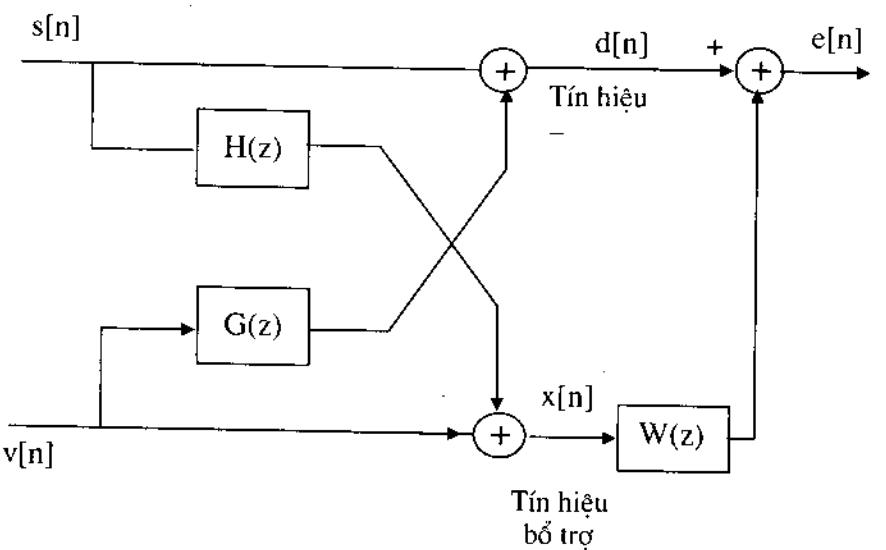
$$x[n] = v[n] + h[n]*s[n] \tag{5.95}$$

và

$$d[n] = s[n] + g[n]*v[n] \tag{5.96}$$

Trong đó h[n] và g[n] là các đáp ứng xung của các mạch lọc với hàm truyền H(z) và G(z). Vì s[n] và v[n] không tương quan với nhau, nên giống như cách làm trước đây, ta thu được:

$$\Phi_{xx}(z) = \Phi_{vv}(z) + \Phi_{ss}(z)|H(z)|^2 \tag{5.97}$$



Hình 5.13. Sơ đồ khối của bộ khử nhiễu

Để tìm $\Phi_{dx}(z)$ ta lưu ý rằng d[n] và x[n] liên hệ với nhau qua các dãy tín hiệu s[n] và v[n] và qua các mạch lọc H(z) và G(z). Vì s[n] và v[n] không tương quan với nhau nên đóng góp của chúng vào $\Phi_{dx}(z)$ có thể coi là độc lập với nhau.

Đối với trường hợp riêng, ta có thể viết:

$$\Phi_{dx}(z) = \Phi_{dx}^{s}(z) + \Phi_{sx}^{v}(z) \tag{5.98}$$

Ở đây ký hiệu $\Phi_{dx}^{s}(z)$ là $\Phi_{dx}(z)$ khi v[n] = 0 với mọi n và Φ_{dx}^{v} là $\Phi_{dx}(z)$ khi s[n] = 0 với mọi n. Do đó ta thu được:

$$\Phi_{dx}^{s}(z) = H^{*}(z)\Phi_{ss}(z) \tag{5.99}$$

và

$$\Phi_{dx}^{v}(z) = G(z)\Phi_{vv}(z) \tag{5.100}$$

Thay (5.99) và (5.100) vào (5.98) và chú ý |z| =1, ta thu được:

$$\Phi_{dx}(z) = H^{*}(z)\Phi_{ss}(z) + G(z)\Phi_{vv}(z) \tag{5.101}$$

Thay các giá trị của $\Phi_{xx}(z)$ và $\Phi_{dx}(z)$ tìm được từ (5.97) và (5.101) vào biểu thức của $W_0(z)$ từ (5.57), ta thu được:

$$W_0(z) = \frac{H^{*}(z)\Phi_{ss}(z) + G(z)\Phi_{vv}(z)}{\Phi_{vv}(z) + \Phi_{ss}(z)|H(z)|^2} \tag{5.102}$$

Kết quả này cho thấy bộ khử nhiễu là sự kết hợp của hai bộ nhận dạng hệ thống và bộ mô hình hóa ngược. Sơ đồ trên cho thấy sự khử nhiễu xảy ra khi hàm truyền của mạch lọc Wiener được lựa chọn gần giống với G(z), còn khi W(z) gần giống với 1/H(z) thì tín hiệu s[n] sẽ bị khử ở lối ra. Có nghĩa là bộ khử nhiễu khử cả tín hiệu s[n] và khi sai số toán phương trung bình đạt giá trị cực tiểu thì cả nhiễu v[n] lẫn tín hiệu s[n] đều bị khử chứ không ưu tiên cái nào. Điều này có vẻ như mâu thuẫn với mục đích của một bộ khử nhiễu là chỉ khử tín hiệu nhiễu mà thôi. Sau đây sẽ chỉ ra một số đặc trưng đặc biệt của bộ khử nhiễu này và các điều kiện mà bộ khử nhiễu có thể chấp nhận được.

Trước hết ta gọi $\rho_{sc}(e^{j\omega})$; $\rho_{bt}(e^{j\omega})$ và $\rho_{out}(e^{j\omega})$ là tỉ số mật độ phổ công suất của tín hiệu trên tạp âm ở lối vào sơ cấp, lối vào bổ trợ và ở lối ra của bộ khử nhiễu. Áp dụng các biểu thức định nghĩa đối với các tỉ số này, chúng ta thu được:

$$\rho_{sc}(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{ss}(e^{j\omega})}{|G(e^{j\omega})|^2 \Phi_{vv}(e^{j\omega})} \tag{5.103}$$

và

$$\rho_{bt}(e^{j\omega}) = \frac{|H(e^{j\omega})|^2 \Phi_{ss}(e^{j\omega})}{\Phi_{vv}(e^{j\omega})} \tag{5.104}$$

Để tìm $\rho_{out}(e^{j\omega})$, ta thấy tín hiệu s[n] đi ra lối ra của bộ khử nhiễu theo

hai đường: đi thẳng ra lối ra và đường khác qua mạch nối tiếp H(z) và W(z). Kết quả thu được:

$$\Phi_{ee}^{s}(e^{j\omega}) = |1 - H(e^{j\omega})|W(e^{j\omega})|^2\Phi_{ss}(e^{j\omega}) \qquad (5.105)$$

Ở đây ta đã thay $\Phi_{ee}^{s}(e^{j\omega})$ là phần của s[n] ở lối ra. Tương tự, v[n] đi ra lối ra theo hai đường: qua G(z) và W(z). Vì vậy ta cũng thu được:

$$\Phi_{ee}^{v}(e^{j\omega}) = |G(e^{j\omega}) - W(e^{j\omega})|^2\Phi_{vv}(e^{j\omega}) \qquad (5.106)$$

Thay $W(e^{j\omega})$ bằng $W_0(e^{j\omega})$ và sử dụng (5.102) trong (5.105) và (5.106) ta được:

$$\Phi_{ee}^{s}(e^{j\omega}) = \frac{\left|1 - G(e^{j\omega})H(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_{vv}^2(e^{j\omega})}{\left|\Phi_{vv}(e^{j\omega}) + \left|H(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_{ss}(e^{j\omega})\right|^2}\Phi_{ss}(e^{j\omega}) \qquad (5.107)$$

và

$$\Phi_{ee}^{v}(e^{j\omega}) = \frac{\left|1 - G(e^{j\omega})H(e^{j\omega})\right|^2 \left|H(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_{ss}^2(e^{j\omega})}{\left[\Phi_{vv}(e^{j\omega}) + \left|H(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_{ss}(e^{j\omega})\right]^2}\Phi_{vv}(e^{j\omega}) \qquad (5.107)$$

Từ đó thu được:

$$\rho_{out}(e^{j\omega}) = \frac{\Phi_{ee}^{s}(e^{j\omega})}{\Phi_{ee}^{v}(e^{j\omega})} = \frac{\Phi_{vv}(e^{j\omega})}{\left|H(e^{j\omega})\right|^2 \Phi_{ss}(e^{j\omega})} \qquad (5.108)$$

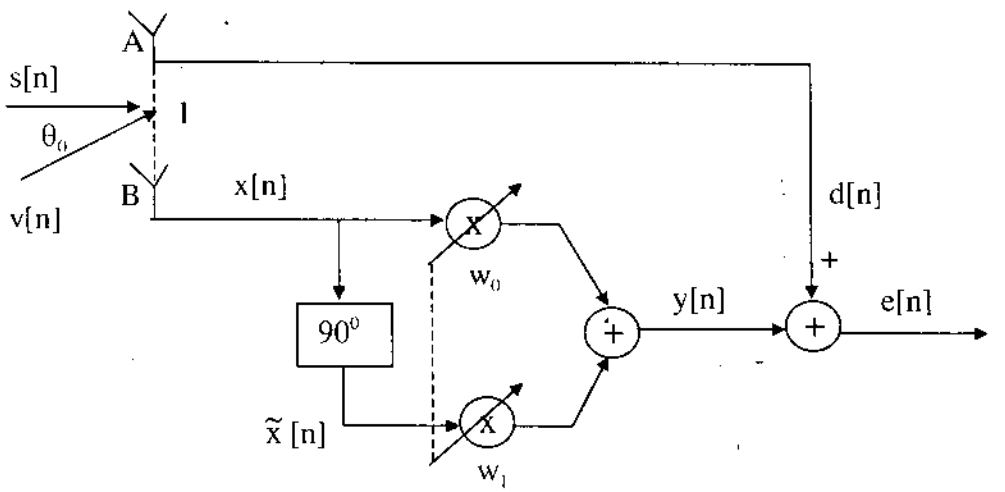
So sánh (5.108) với (5.104) tha thu được:

$$\rho_{out}(e^{j\omega}) = \frac{1}{\rho_{bt}(e^{j\omega})} \qquad (5.109)$$

Hệ thức này được biết như tính chất *nghịch đảo công suất*; Nó cho thấy *tỉ số mật độ phổ công suất tín hiệu trên tạp âm ở lối ra của bộ khử nhiễu bằng nghịch đảo của tỉ số mật độ phổ công suất của tín hiệu trên tạp âm ở lối vào bổ trợ.* Điều đó có nghĩa là nếu tỉ số tín hiệu trên tạp âm tại lối vào bổ trợ nhỏ thì sự khử nhiễu sẽ rất tốt ở lối ra. Ngược lại, bộ khử nhiễu sẽ có chất lượng rất kém nếu tỉ số mật độ phổ công suất của tín hiệu trên tạp âm ở lối vào bổ trợ có giá trị lớn. Kết quả ngạc nhiên này gợi ý cho thấy bộ khử nhiễu thích nghi có thể làm việc *tốt hơn trong các tình huống khi mức tạp âm cao và mức tín hiệu nhỏ.*

Để làm rõ hơn tính chất nghịch đảo công suất của bộ khử nhiễu và nó được ứng dụng như thế nào ở trong thực tế, tốt nhất là hãy xét một ví dụ.

Ví dụ. Giả sử ta có một an-ten đẳng hướng gồm hai chấn tử A và B cách nhau một khoảng l mét. Tín hiệu mong muốn $s[n] = \alpha[n]\cos(n\omega_0)$ hướng vuông góc với đường thẳng nối A và B. Tín hiệu giao thoa (tín hiệu nhiễu) $v[n] = \beta[n]\cos(n\omega_0)$ đi đến dưới một góc θ_0 đối với hướng của s[n] như trên hình vẽ. Các biên độ $\alpha[n]$ và $\beta[n]$ là những tín hiệu dải cơ sở và là dải hẹp không tương quan với nhau nên s[n] và v[n] cũng là dải hẹp tập trung xung quanh $\omega = \omega_0$. Các tín hiệu đó là những tín hiệu đơn âm nên ở đây ta chọn mạch lọc Wiener với hai táp trọng số w_0 và w_1 là đủ để lọc các tín hiệu đó, như trên hình 5.14. Các hệ số của mạch lọc Wiener được điều chỉnh như thế nào để sai số toàn phương trung bình ở lối ra e[n] đạt giá trị cực tiểu.



Hình 5.14. Bộ thu với anten hai phần tử.

Tín hiệu mong muốn đạt đến A và B một cách đồng thời, trong khi tín hiệu nhiễu v[n] đạt đến B trước sau đó mới đến A vì vậy có độ trễ là:

$$\delta = \frac{l\sin\theta_0}{c} \qquad (5.110)$$

ở đây c là vận tốc truyền dẫn.

Để cộng với chỉ số thời gian n, ta phải chuẩn hóa theo bước thời gian T tương ứng với độ dịch của n, khi đó ta thu được:

$$\delta_0 = \frac{l \sin\theta_0}{cT} \tag{5.111}$$

Từ hình vẽ ta tìm được :

$$d[n] = \alpha[n]\cos(n\omega_0) + \beta[n]\cos[(n - \theta_0)\,\omega_0] \tag{5.112}$$

$$x[n] = \alpha[n]\cos(n\omega_0) + \beta[n]\cos(n\omega_0) \tag{5.113}$$

$$\tilde{x}[n] = \alpha[n]\sin(n\omega_0) + \beta[n]\sin(n\omega_0) \tag{5.114}$$

Lưu ý rằng ta đã dùng $\beta[n]$ thay cho $\beta[n-\delta_0]$ với giả thiết giữa chúng không có sự thay đổi nhiều vì δ_0 có giá trị nhỏ.

Để tìm các hệ số tối ưu của mạch lọc Wiener, chúng ta phải giải phương trình Wien- Hopf. Trước hết phải xác định ma trận tự tương quan R:

$$R = \begin{bmatrix} E\{x^2[n]\} & E\{x[n]\tilde{x}[n]\} \\ E\{x[n]\tilde{x}[n]\} & E\{\tilde{x}^2[n]\} \end{bmatrix} \tag{5.115}$$

trong đó:

$$E\{x^2[n]\} = E\{[A[n]\cos(n\omega_0) + \beta[n]\cos(n\omega_0)]^2\} \tag{5.116}$$

Do $\alpha[n]$ và $\beta[n]$ không tượng quan với nhau nên khai triển (5.116) ta được:

$$E\{x^2[n]\} = \frac{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}{2} + \frac{1}{2}\left(\sigma_\alpha^2 E\{\cos(2n\omega_0)\} + \sigma_\beta^2 E\{\cos(2n\omega_0)\}\right) \tag{5.117}$$

trong đó σ_α^2 và σ_β^2 là các phương sai của $\alpha[n]$ và $\beta[n]$.

Thay $E\{\cos(2n\omega_0)\}$ bằng trung bình theo thời gian và như vậy bằng 0 nên (5.117) bây giờ thu lại thành:

$$E\{x^2[n]\} = \frac{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}{2} \tag{5.118}$$

Tương tự chúng ta cũng có thể thu được:

$$E\{\tilde{x}^2[n]\} = \frac{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}{2} \tag{5.119}$$

Thay thế các giá trị vừa tìm được vào (5.115) ta thu được:

$$\mathbf{R} = \frac{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{5.120}$$

Véc tơ tương quan chéo **p** thu được trực tiếp từ:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} E\{d[n]x[n]\} \\ E\{d[n]\tilde{x}[n]\} \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 \cos(\delta_0\omega_0) \\ \sigma_\beta^2 \sin\delta_0\omega_0 \end{bmatrix} \tag{5.121}$$

Do đó sử dụng phương trình Wien-Hopf ta tìm được ma trận trọng số tối ưu của mạch lọc Wiener như sau:

$$\mathbf{w}_0 = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 \cos(\delta_0\omega_0)}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2} \\ \dfrac{\sigma_\beta^2 \sin\delta_0\omega_0}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2} \end{bmatrix} \tag{5.122}$$

Lối ra tối ưu của máy thu là:

$$e_0[n] = d[n] - \mathbf{w}_0^T\mathbf{x}[n] \tag{5.123}$$

ở đây $\mathbf{x}[n] = [x[n]\ \tilde{x}[n]]^T$.

Thay d[n] từ (5.112), x[n] từ (5.113), $\tilde{x}[n]$ từ (5.114) và $\mathbf{w}_0$ từ (5.122) vào (5.123) ta thu được:

$$e_0[n] = \frac{\cos(n\omega_0) - \cos[(n-\delta_0)\omega_0]}{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2}\left[\sigma_\beta^2\alpha[n] - \sigma_\alpha^2\beta[n]\right] \tag{5.124}$$

Bây giờ kiểm tra (5.114) và (5.124) ta tìm được tỉ số tín hiệu trên tạp âm ở lối vào bổ trợ là :

$$\frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\beta^2} \tag{5.125}$$

còn tỉ số tín hiệu trên tạp âm ở lối ra là:

$$\frac{(\sigma_\beta^2)^2\sigma_\alpha^2}{(\sigma_\alpha^2)^2\sigma_\beta^2} = \frac{\sigma_\beta^2}{\sigma_\alpha^2} \tag{5.126}$$

Rõ ràng là phù hợp với định lý nghịch đảo công suất.

Chương 6

CÁC THUẬT TOÁN THÍCH NGHI VÀ ỨNG DỤNG

Chương này chúng ta nghiên cứu chủ yếu thuật toán toàn phương trung bình tối thiểu LMS. Thuật toán này được áp dụng rộng rãi trong xử lý số thích nghi và thống kê do tính chất bền vững và đơn giản của nó. Nhờ thuật toán này mà dãy sai số sẽ hội tụ về không với tốc độ nhanh, tuỳ theo bước giảm cấp. Vì vậy, dựa trên thuật toán này, người ta đã phát triển nhiều thuật toán nhanh. Các thuật toán đó lần lượt được khảo sát và ứng dụng trong chương này và các chương sau.

6.1. PHƯƠNG PHÁP GIẢM BƯỚC NHANH NHẤT

Đây là một phương pháp lặp để tìm táp trọng số tương ứng với điểm cực tiểu của mặt sai số của một mạch lọc Wiener FIR. Trong phương pháp này, hàm phí tổn cần cực tiểu hóa được giả thiết là phân kỳ và xuất phát từ một điểm bất kỳ trên mặt sai số ta lấy một bước nhỏ theo hướng mà trong đó hàm phí tổn giảm nhanh nhất. Có nghĩa là tại điểm đó trên mặt sai số hàm phí tổn có độ dốc dốc nhất trên một khoảng dài nhất. Tại điểm đó hàm phí tổn của mạch lọc Wiener sẽ có giá trị tối ưu.

Đối với mạch lọc Wiener ngang như trên hình 6.1. Dãy tín hiệu lối vào mạch lọc x[n] và dãy tín hiệu mong muốn d[n] và táp trọng số w_0, w_1, w_2,..., w_{N-1}, được giả thiết là những dãy số thực. Khi đó dãy lối ra của mạch lọc

$$y[n] = \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n] \tag{6.1}$$

trong đó **w** là véc tơ trọng số, **x**[n] véc tơ tín hiệu lối vào. Chúng đều là các véc tơ cột:

$$\mathbf{w} = [w_0 \;\; w_1 \; ... \; w_{N-1}]^T \tag{6.2}$$

và

$$\mathbf{x}[n] = [x[n] \;\; x[n-1] \; ... \;\; x[-N+1]]^T \tag{6.3}$$

Nhắc lại rằng khi hàm phí tổn đạt giá trị cực tiểu thì táp véc tơ trọng số đạt đến giá trị tối ưu, thỏa mãn phương trình Wiener-Hopf

$$\mathbf{R}\mathbf{w}_0 = \mathbf{p} \tag{6.4}$$

ở đây thay cho việc giải phương trình một cách trực tiếp, ta tìm một *phương pháp lặp*.

Theo phương pháp này, xuất phát từ giá trị dự đoán trước đối với $\mathbf{w}_0$, gọi là $\mathbf{w}(0)$, nhờ tính toán đệ qui thực hiện nhiều phép lặp để hội tụ tới $\mathbf{w}_0$. Thuật toán lặp này thường xuyên được sử dụng trong các mạch lọc thích nghi.

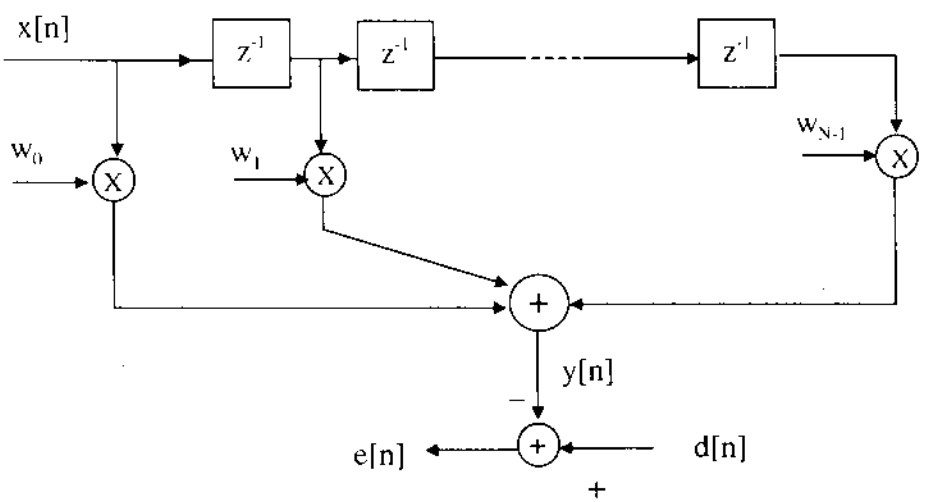
Phương pháp giảm bước nhanh nhất được thực hiện theo các bước sau đây:

1. Xuất phát từ các thông số dự đoán ban đầu mà các giá trị tối ưu của nó tìm được để cực tiểu hóa hàm phí tổn.

2. Tìm gradient của hàm phí tổn ứng với các thông số tại điểm xuất phát.

3. Cập nhật các thông số bằng cách lấy một bước theo hướng ngược với véc tơ gradient thu được trong mục 2. Điều đó tương ứng với bước giảm nhanh nhất trong hàm phí tổn. Ngoài ra, kích thước của bước được chọn tỉ lệ với kích thước của véc tơ gradient.

4. Lặp lại các mục 2 và 3 cho đến khi không thể thay đổi được nữa trong các thông số.



Hình 6.1. Mạch lọc ngang cho phương pháp giảm bước nhanh nhất.

Theo các thủ tục trên, nếu $\mathbf{w}(k)$ là véc tơ táp trọng số tại phép lặp thứ k, thì thì phương truy hồi sau đây có thể được sử dụng để cập nhật $\mathbf{w}(k)$:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - \mu\nabla_k\xi \tag{6.5}$$

trong đó:

$$\nabla_k\xi = 2\mathbf{R}\mathbf{w}(k) - 2\mathbf{p} \tag{6.6}$$

là véc tơ gradient $\nabla\xi$ tính tại điểm $\mathbf{w} = \mathbf{w}(k)$ còn

$$\xi = E\{e^2[n]\} \tag{6.7}$$

là hàm phí tổn còn ∇ là toán tử vi phân được viết dưới dạng véc tơ cột:

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial w_0} \quad \frac{\partial}{\partial w_1} \quad \cdots \quad \frac{\partial}{\partial w_{N-1}}\right]^T \tag{6.8}$$

Thông số μ trong (6.5) là đại lượng vô hướng dương được gọi là *kích thước của bước*. Đây là thông số rất quan trọng vì tốc độ hội tụ của $\mathbf{w}(k)$ tới giá trị tối ưu $\mathbf{w}_0$ phụ thuộc vào thông số này, tức là vào kích thước của bước đã lựa chọn. Nếu kích thước bước lớn có thể sự hội tụ sẽ nhanh hơn nhưng bù lại tính ổn định sẽ kém hơn. Chúng ta sẽ phân tích điều này sau.

Thay (6.6) vào (6.5) ta được:

$$\mathbf{w}(k+1) = \mathbf{w}(k) - 2\mu(\mathbf{R}\mathbf{w}(k) - \mathbf{p}) \tag{6.9}$$

Để thấy làm thế nào có thể cập nhật các giá trị của $\mathbf{w}(k)$ cho hội tụ tới $\mathbf{w}_0$, ta viết lại (6.9) dưới dạng:

$$\mathbf{w}(k+1) - \mathbf{w}_0 = (\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{R})(\mathbf{w}(k) - \mathbf{w}_0) \tag{6.10}$$

Ta định nghĩa véc tơ:

$$\mathbf{v}(k) = \mathbf{w}(k) - \mathbf{w}_0 \tag{6.11}$$

khi đó (6.10) được viết theo $\mathbf{v}$ là:

$$\mathbf{v}(k+1) = (\mathbf{I} - 2\mu\mathbf{R})\mathbf{v}(k) \tag{6.12}$$

Phương trình (6.12) sẽ có dạng đơn giản hơn nữa nếu ta đưa ma trận tương quan $\mathbf{R}$ về dạng chéo. Nghĩa là ta đặt:

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{Q}^T \tag{6.13}$$

và thay ma trận đơn vị $\mathbf{I} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T$, khi đó (6.12) trở thành:

$$\mathbf{v}(k+1) = (\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T - 2\mu\,\mathbf{Q}\boldsymbol{\lambda}\mathbf{Q}^T)\mathbf{v}(k) = \mathbf{Q}(\mathbf{I} - 2\mu\boldsymbol{\lambda})\mathbf{Q}^T\mathbf{v}(k) \tag{6.14}$$

Trong đó $\boldsymbol{\lambda}$ là ma trận chéo được tạo thành từ các giá trị riêng của ma trận tương quan $\mathbf{R}$ còn $\mathbf{Q}$ là ma trận được tạo thành từ các véc tơ riêng trực giao tương ứng.

Nếu coi $\mathbf{Q}^T$ như một phép biến đổi thì có thể đặt:

$$\mathbf{v}'(k) = \mathbf{Q}^T\mathbf{v}(k) \tag{6.15}$$

Như vậy ta thu được phương trình truy hồi đối với véc tơ $\mathbf{v}'(k)$ như sau:

$$\mathbf{v}'(k+1) = (\mathbf{I} - 2\mu\boldsymbol{\lambda})\,\mathbf{v}'(k) \qquad (6.16)$$

Phương trình véc tơ (6.16) có thể tách thành các phương trình vô hướng:

$$v'_i(k+1) = (1 - 2\mu\lambda_i)v'_i(k), \qquad \text{với } i = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (6.17)$$

ở đây $v'_i(k)$ là phần tử thứ i của véc tơ $\mathbf{v}'(k)$.

Nếu bắt đầu từ dãy giá trị ban đầu $v'_0(0), v'_1(0), \ldots, v'_{N-1}(0)$ và sau k phép lặp chúng ta sẽ thu được

$$v'_i(k) = (1 - 2\mu\lambda_i)v'_i(0), \qquad \text{với } i = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (6.18)$$

Từ (6.11) và (6.15) ta thấy rằng $\mathbf{w}(k)$ hội tụ tới $\mathbf{w}_0$ khi và chỉ khi $\mathbf{v}'(k)$ hội tụ tới véc tơ không. Nhưng (6.18) lại cho thấy rằng $\mathbf{v}'(k)$ có thể hội tụ tới không khi và chỉ khi thông số bước μ được lựa chọn sao cho

$$|1 - 2\mu\lambda_i| < 1, \text{ với } i = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (6.19)$$

Khi (6.19) thỏa mãn thì thành phần thứ i của véc tơ $\mathbf{v}_i'(k)$ sẽ hội tụ nhanh về không theo hàm e-mũ khi số lượng các phép lặp tăng lên. Ngoài ra (6.19) cũng là điều kiện để chọn kích thước của bước μ sao cho thuật toán giảm cấp nhanh nhất ổn định. Điều kiện đó có thể khai triển dưới dạng

$$-1 < 1 - 2\mu\lambda_i < 1$$

hay:

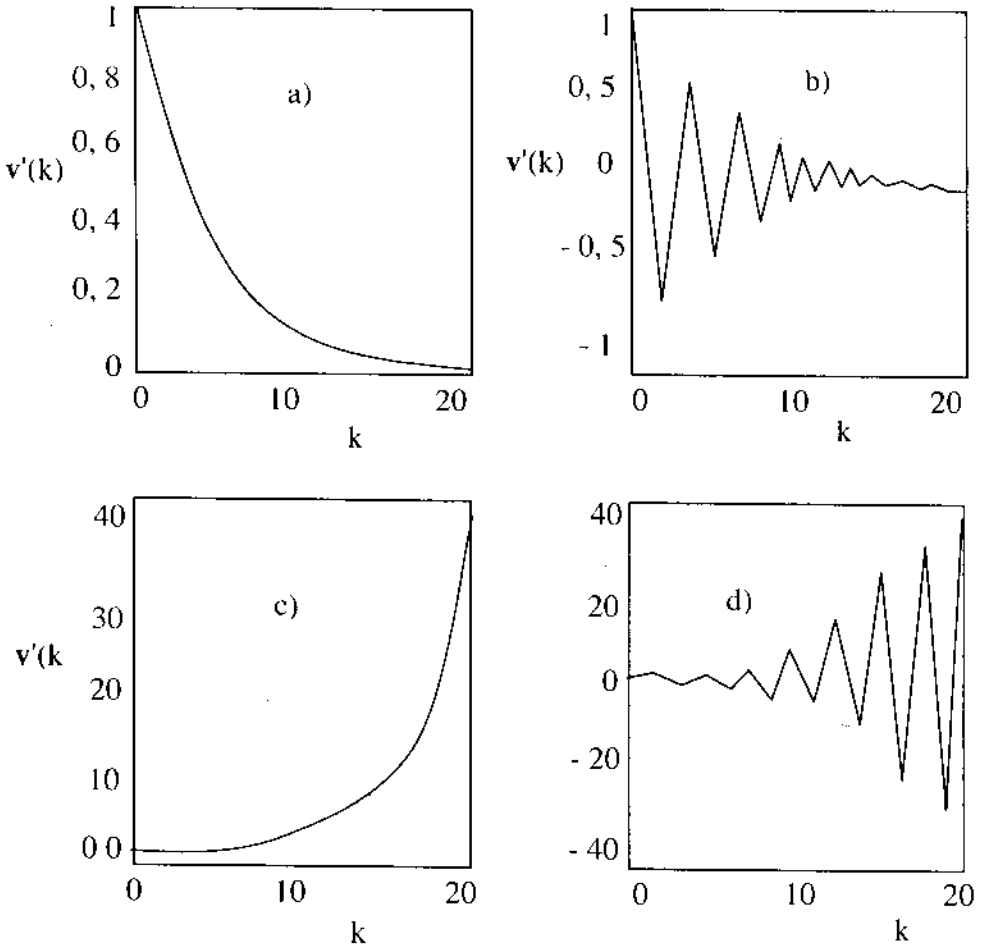
$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_i}, \text{ với } \quad i = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (6.20)$$

Cần lưu ý rằng kích thước bước μ được áp dụng cho tất cả các giá trị của i. Tính chất hội tụ và ổn định của thuật toán giảm bước nhanh nhất được đảm bảo chỉ khi thông số bước μ nhận giá trị sau:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}}, \qquad (6.21)$$

ở đây λ_{max} là giá trị riêng cực đại của các giá trị riêng $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{N-1}$.

Hình (6.2) vẽ sự thay đổi của $v'_i(k)$ theo chỉ số lặp k với các giá trị khác nhau của thông số bước μ. Các trường hợp khảo sát ở đây tương ứng với các giá trị tiêu biểu của μ trong các vùng được gọi là vùng *suy giảm quá* ($0 < \mu < 1/2\lambda_i$), *giảm dưới mức* ($1/2\lambda_i < \mu < 1/\lambda_i$) và *không ổn định* ($\mu > 0$ hoặc $\mu > 1/\lambda_i$).



Hình 6.2. Sự hội tụ của $v'_i(k)$ như một hàm số của chỉ số lặp k đối với các giá trị khác nhau của thông số bước μ: a) Trường hợp giảm quá: $0 < \mu < 1/2\lambda_i$; b) Trường hợp giảm dưới mức: $1/2\lambda_i < \mu < 1/\lambda_i$; c) Không ổn định: $\mu > 0$; d) Không ổn định: $\mu > 1/\lambda_i$.

Bây giờ ta viết thuật toán giảm bước nhanh nhất cho véc tơ táp trọng số của mạch lọc ngang **w**(k). Ta thấy:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{v}(k) = \mathbf{w}_0 + \mathbf{Q}\mathbf{v}'(k)$$

$$= \mathbf{w}_0 + [\,\mathbf{q}_0\ \mathbf{q}_1 \cdots \mathbf{q}_{N-1}\,] \begin{bmatrix} v'_0(k) \\ v'_1(k) \\ \cdot \\ \cdot \\ v'_{N-1}(k) \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{w}_0 + \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{q}_i v_i(k) \qquad (6.22)$$

ở đây $\mathbf{q}_0, \mathbf{q}_1, \ldots, \mathbf{q}_{N-1}$ là các véc tơ riêng gắn với các giá trị riêng $\lambda_0, \lambda_1, \ldots, \lambda_{N-1}$ của ma trận tương quan **R**.

Thay (6.18) vào (6.22) ta được:

$$\mathbf{w}(k) = \mathbf{w}_0 + \sum_{i=0}^{N-1} v_i(0)(1-2\mu\lambda_i)^k \mathbf{q}_i \qquad (6.23)$$

Kết quả này cho thấy tính chất quá độ của thuật toán giảm bước nhanh nhất đối với một mạch lọc ngang N-táp được xác định bằng tổng của N số hạng e-mũ mà mỗi số hạng được điều chỉnh bởi một giá trị riêng của ma trận tương quan **R**. Mỗi giá trị riêng λ_i xác định một kiểu hội tụ riêng theo một hướng được xác định bởi véc tơ riêng tương ứng $\mathbf{q}_i$ của nó. Các kiểu hội tụ khác nhau hoạt động độc lập đối với nhau. Với một giá trị chọn lựa của thông số bước μ, thì thừa số $1 - 2\mu\lambda_i$ xác định giá trị λ_i để kiểu hội tụ thứ i hội tụ nhanh nhất.

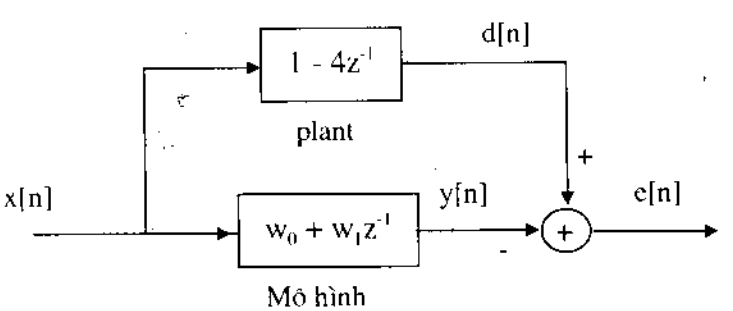
Ví dụ 6.1. Xét bài toán nhận dạng hệ thống như trên hình (6.3). Tín hiệu lối vào là một quá trình ngẫu nhiên dừng $\{x[n]\}$ được phát ra bằng cách cho tạp âm trắng $\{v[n]\}$ phương sai bằng 1, trung bình bằng không đi qua một hệ thống có hàm truyền :

$$H(z) = \frac{\sqrt{1-\alpha^2}}{1-\alpha z^{-1}} \qquad (6.24)$$

ở đây α là hằng số thực nằm giữa -1 và 1. Plant là một hệ thống FIR 2 táp có hàm truyền:

$$P(z) = 1 + 4z^{-1}$$

Mạch lọc thích nghi có hàm truyền: $W(z) = w_0 + w_1 z^{-1}$



Hình 6.3. Sơ đồ mô hình hoá cho ví dụ 6.1.

được sử dụng để nhận dạng hàm truyền của plant. ở đây chúng ta sử dụng thuật toán giảm bước nhanh nhất để tìm các giá trị tối ưu của táp trọng số w_0 và w_1. Trong bài toán này ta muốn biết các táp trọng số w_0 và w_1 hội tụ tới các hệ số của hệ thống được nhận dạng (plant) 1 và - 4 như thế nào. Chúng ta kiểm tra với các giá trị khác nhau của thông số α.

Bây giờ ta phải tìm ma trận tương quan **R**.

Ta biết:

$$\Phi_{xx}(z) = H(z)H(-z).\Phi_{vv}(z) = \frac{1-\alpha^2}{(1-\alpha z^{-1})(1-\alpha z)}\Phi_{vv}(z) \qquad (6.25)$$

với $\Phi_{vv}(z) = 1$, nên

$$\Phi_{xx}(z) = H(z)H(-z).\Phi_{vv}(z) = \frac{1-\alpha^2}{(1-\alpha z^{-1})(1-\alpha z)} \qquad (6.26)$$

Lấy biến đổi-z ngược (6.26) ta được:

$$\Phi_{xx}(k) = \alpha^{|k|} \qquad \text{với } k = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots \qquad (6.27)$$

Khi đó ma trận tương quan của mạch lọc ngang N- táp trọng số với lối vào x[n] là

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]\} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 & \ldots & \alpha^{N-1} \\ \alpha & 1 & \alpha & \ldots & \alpha^{N-2} \\ . & . & . & . & . \\ \alpha^{N-1} & \alpha^{N-2} & . & . & 1 \end{bmatrix} \qquad (6.28)$$

Đối với bài toán này thì:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]\} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \alpha & 1 \end{bmatrix} \qquad (6.29)$$

ở đây $\mathbf{x}[n] = \{x[n]\ x[n-1]\}^T$.

Các phần tử của ma trận tương quan chéo $\mathbf{p} = E\{\mathbf{x}[n]\ d[n]\}$ thu được:

$$p_0 = E\{x[n]d[n]\} = E\{x[n](x[n] - 4x[n-1])$$
$$= E\{x^2[n]\} - 4E\{x[n]x[n-1]\} = 1 - 4\alpha$$

và

$$p_1 = E\{x[n-1]d[n]\} = E\{x[n](x[n] - 4x[n-1])$$
$$= E\{x[n-1]x[n]\} - 4E\{x^2[n-1]\} = \alpha - 4$$

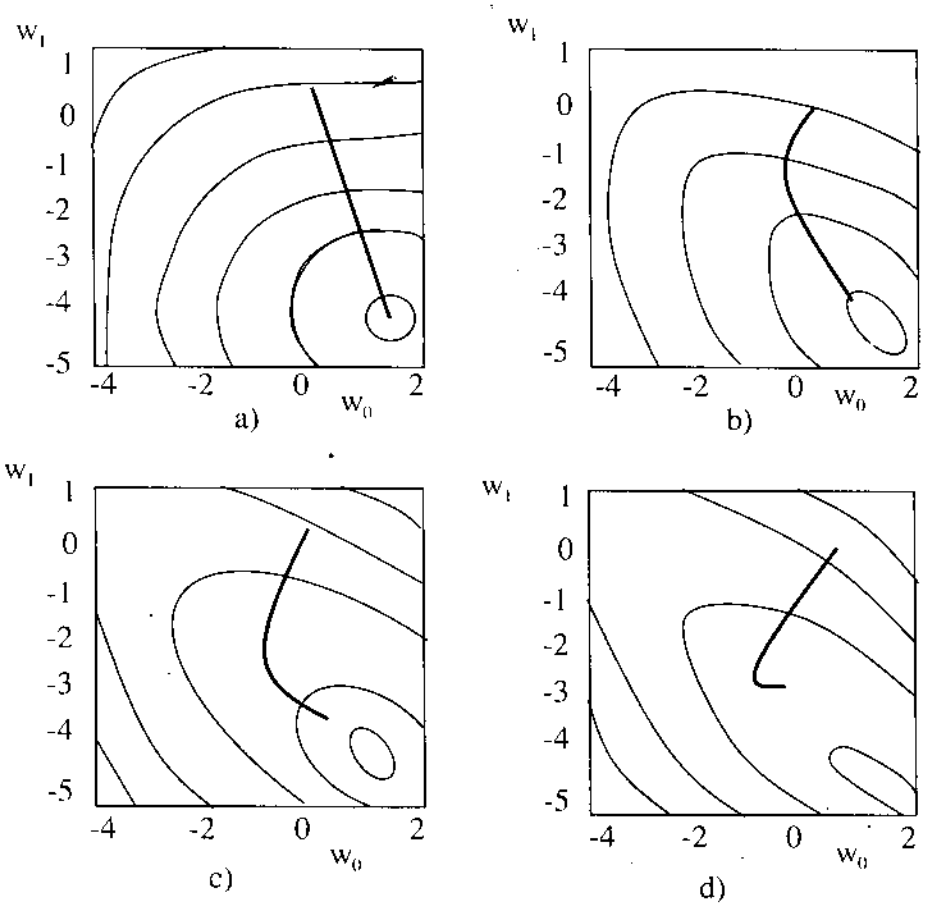
Do vậy véc tơ tương quan chéo **p** tìm được là:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} 1-4\alpha \\ \alpha-4 \end{bmatrix} \tag{6.30}$$

Thay các giá trị vừa tìm được của **R** và **p** vào (1.134) ta tìm được phương trình đệ qui để xác định **w**(k+1):

$$\begin{bmatrix} w_0(k+1) \\ w_1(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2\mu & -2\mu\alpha \\ -2\mu\alpha & 1-2\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0(k) \\ w_1(k) \end{bmatrix} + 2\mu \begin{bmatrix} 1-4\alpha \\ \alpha-4 \end{bmatrix} \tag{6.31}$$

Bắt đầu bằng giá trị ban đầu **w**(0) = $\{w_0(0) \quad w_1(0)\}^T$ và cho phép phương trình đệ qui (6.31) chạy, chúng ta sẽ thu được hai dãy của các biến số tấp - trọng số $w_0(k)$ và $w_1(k)$. Sau đó ta có thể vẽ $w_1(k)$ theo $w_0(k)$ để thu được các đường mà thuật toán giảm bước nhanh nhất thực hiện. Kết quả cho thấy μ = 0, 05 và sau 30 phép lặp thì hội tụ xảy ra cho tất cả các trường hợp với α =0, α = 0,5, α = 0,75 và 0,9 như thấy trên hình 6.4.



Hình 6.4. Mô tả các quĩ đạo của tấp trọng số của mạch lọc thay đổi khi sử dụng thuật toán giảm bước nhanh nhất:
a) α=0; b) α=0,5; c) : α=0,75. Mỗi đồ thị thực hiện 30 phép lặp và μ = 0,05.

6.2. ĐƯỜNG CONG HỌC TẬP

Mặc dù các phương trình đệ qui (6.17) và (6.23) cung cấp các thông tin chi tiết về tính chất chuyển tiếp của thuật toán giảm bước nhanh nhất. Tuy nhiên, bản chất của nhiều thông số tạo nên các phương trình đó lại khó nhìn thấy được một cách trực tiếp từ đồ thị. Thay vào đó, việc khảo sát sự thay đổi của sai số toàn phương trung bình (MSE), tức là xét hàm phí tổn ξ theo số lượng các phép lặp lại thuận tiện hơn nhiều.

Nếu ta gọi $\xi(k)$ là giá trị của hàm phí tổn khi $w = w(k)$, khi đó ta có:

$$\xi(k) = \xi_{min} + \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i v_i^2(k) \tag{6.32}$$

ở đây ξ_{min} là MSE cực tiểu.

Thay (6.18) vào (6.32) ta thu được:

$$\xi(k) = \xi_{min} + \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i (1 - 2\mu\lambda_i)^{2k} v_i^2(0) \tag{6.33}$$

Khi chọn μ thỏa mãn điều kiện (6.21) thì số hạng trong dấu tổng hội tụ tới không khi k tăng lên. Kết quả là MSE đạt tới giá trị cực tiểu sau một số phép lặp.

Đường cong thu được khi vẽ $\xi(k)$ theo chỉ số lặp k được gọi là đường cong học tập. Một đường cong học tập của thuật toán giảm bước nhanh nhất là tổng của N số hạng giảm theo hàm e-mũ mỗi số hạng tương ứng với một mốt hội tụ của thuật toán. Mỗi số hạng e-mũ được đặc trưng bằng một hằng số thời gian thu được theo cách như sau :

Giả sử

$$(1 - 2\mu\lambda_i)^{2k} = e^{-k/\tau_i} \tag{6.34}$$

trong đó τ_i là hằng số thời gian liên đới với số hạng e-mũ $(1 - 2\mu\lambda_i)^{2k}$.

Giải (6.34) theo τ_i, ta tìm được:

$$\tau_i = \frac{-1}{2\ln(1 - 2\mu\lambda_i)} \tag{6.35}$$

Vì kích thước bước μ có giá trị nhỏ, nên $2\mu\lambda_i << 1$, do vậy:

$$\ln(1 - 2\mu\lambda_i) \approx -2\mu\lambda_i \tag{6.36}$$

Thay (6.36) vào (6.35) ta được:

$$\tau_i \approx \frac{1}{4\mu\lambda_i} \tag{6.37}$$

Kết quả này đúng với tất cả các giá trị của i = 0, 1,..., N-1 và cho thấy rằng số lượng hằng số thời gian đặc trưng cho mỗi đường cong học tập, nói chung, bằng số lượng các táp hệ số của mạch lọc, hằng số thời gian liên quan với các giá trị riêng nhỏ hơn thì lớn hơn so với những hằng số thời gian liên quan với các giá trị riêng lớn hơn.

Chẳng hạn với bài toán nhận dạng hệ thống như trong ví dụ trên ma trận tương quan **R** của lối vào mạch lọc có hai giá trị riêng là:

$$\lambda_0 = 1 + \alpha \text{ và } \lambda_1 = 1 - \alpha$$

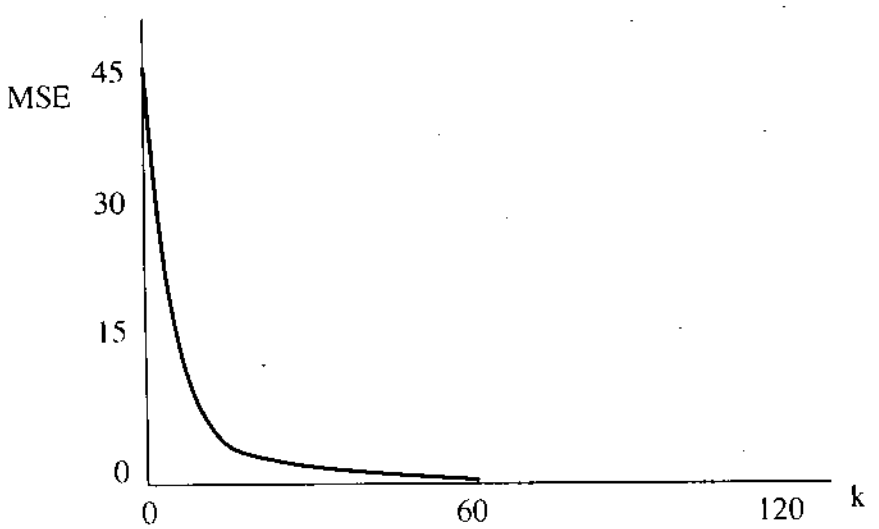
tương tứng với hai hằng số thời gian là:

$$\tau_0 \approx \frac{1}{4\mu(1+\alpha)} \tag{6.38}$$

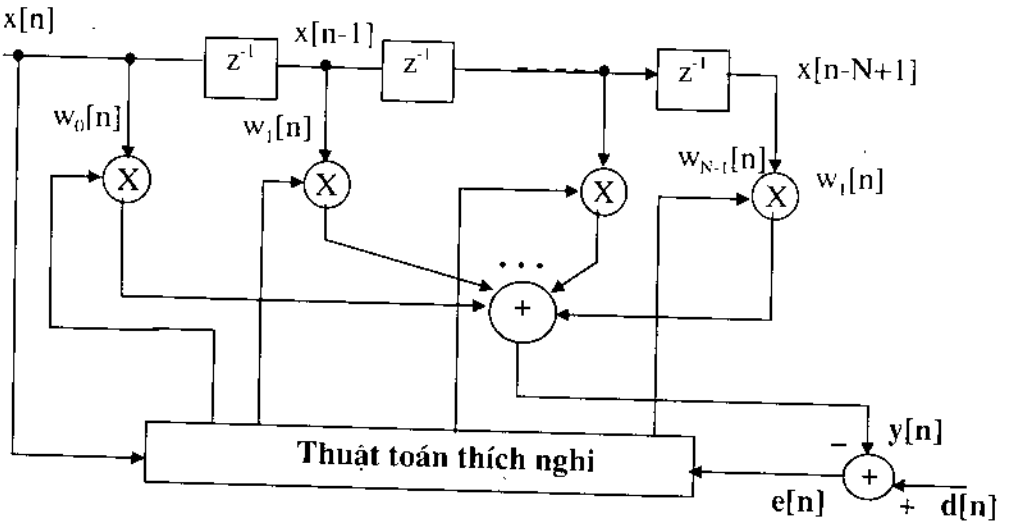
và

$$\tau_1 \approx \frac{1}{4\mu(1-\alpha)} \tag{6.39}$$

với $\mathbf{w}(0) = [2\ \ 2]^T$ và $\alpha = 0{,}75$ và $\mu = 0{,}05$ thì $\tau_0 \approx 2{,}85$ và $\tau_1 \approx 20$.



Hình 6.5. Đường cong học tập của bài toán nhận dạng hệ thống.



Hình 6.6. Cấu trúc của một mạch lọc ngang thích nghi N-táp.

6.3. THUẬT TOÁN TOÀN PHƯƠNG TRUNG BÌNH TỐI THIỂU (LMS)

Thuật toán toàn phương trung bình tối thiểu (LMS: Least - Mean - Square) là thuật toán được áp dụng rộng rãi trong xử lý số tín hiệu thích nghi. Nó thuộc họ các thuật toán gradient thống kê lần đầu được Widrow và Hoff áp dụng năm 1960 và sau đó phát triển thành nhiều thuật toán mới nhờ tính chất đơn giản và bền vững của thuật toán này. Nó là thuật toán lọc thích nghi tuyến tính bao gồm hai quá trình: Đó là quá trình lọc và quá trình thích nghi. Trong quá trình lọc, thuật toán này sử dụng mạch lọc ngang tuyến tính có lối vào x[n] và lối ra y[n]. Quá trình thích nghi được thực hiện nhờ sự điều khiển tự động các táp trọng số của các hệ số của mạch lọc sao cho nó tương đồng với tín hiệu sai số là hiệu của tín hiệu lối ra với tín hiệu mong muốn d[n]. Sơ đồ của thuật toán cho trên hình 6.6.

Giả sử mạch lọc ngang có N-táp trọng số và là dãy số thực, khi đó tín hiệu lối ra được viết:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} w_k[n]x[n-k] \qquad (6.40)$$

trong đó táp trọng số $w_0[n]$, $w_1[n]$,..., $w_{N-1}[n]$ được chọn lựa như thế nào để sai số:

$$e[n] = d[n] - y[n] \qquad (6.41)$$

có giá trị cực tiểu. Nói chung trong mạch lọc thích nghi, táp trọng số là hàm

của chỉ số thời gian n, vì chúng được thích nghi liên tục với sự thay đổi thống kê của tín hiệu. Thuật toán LMS điều chỉnh táp trọng số của mạch lọc sao cho sai số e[n] được cực tiểu hóa theo nghĩa toàn phương trung bình, vì thế mới có tên gọi là thuật toán toàn phương trung bình tối thiểu. Khi các quá trình x[n] và d[n] là các quá trình ngẫu nhiên dừng, thì thuật toán này hội tụ tới nghiệm của phương trình Wiener-Hoff. Nói cách khác, thuật toán LMS là một sơ đồ thực tế để thực hiện các mạch lọc Wiener, nhưng không giải một cách tường minh phương trình Wiener-Hoff. Nó là một thuật toán tuần tự được sử dụng để thích nghi táp trọng số của mạch lọc nhờ sự quan sát liên tục tín hiệu lối vào x[n] và tín hiệu lối ra mong muốn d[n].

Như vậy, thuật toán LMS chính là sự thực thi thống kê của thuật toán giảm bước nhanh nhất, trong đó hàm phí tổn $\xi = E\{e^2[n]\}$ được thay bằng giá trị giá trị xác định tức thời $\hat{\xi}[n] = e^2[n]$. Khi đó phương trình truy hồi để tính táp trọng số của mạch lọc được xác định bằng phương trình:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] - \mu\nabla e^2[n] \tag{6.42}$$

trong đó $\mathbf{w}[n] = \{w_0[n] \;\; w_1[n] \; ... \; w_{N-1}[n]\}^T$, μ là thông số bước của thuật toán còn ∇ là toán tử vi phân được xác định bằng véc tơ cột như sau:

$$\nabla = \left[\frac{\partial}{\partial w_0} \; \frac{\partial}{\partial w1} \quad ... \frac{\partial}{\partial w_{N-1}}\right]^T \tag{6.43}$$

Như vậy thành phần thứ k của véc tơ $\nabla e^2[n]$ là:

$$\frac{\partial e^2[n]}{\partial w_i} = 2e[n]\frac{\partial e[n]}{\partial w_i} \tag{6.44}$$

Thay e[n] = d[n] - y[n] vào phương trình này vào biểu thức đạo hàm và lưu ý rằng d[n] độc lập với w_i, ta được:

$$\frac{\partial e^2[n]}{\partial w_i} = -2e[n]\frac{\partial y[n]}{\partial w_i} \tag{6.45}$$

Bây giờ thay y[n] bằng biểu thức (6.40) vào (6.45) ta được:

$$\frac{\partial e^2[n]}{\partial w_i} = -2e[n]x[n-i] \tag{6.46}$$

- Hoặc dưới dạng tổng quát là:

$$\nabla e^2[n] = -2e[n]\mathbf{x}[n] \tag{6.47}$$

trong đó $\mathbf{x}[n] = \{x[n]\ \ x[n-1]\ \ldots\ \ x[n-N+1]\}^T$.

Thay kết quả này vào (6.42), ta sẽ thu được:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + 2\mu e[n]\mathbf{x}[n] \tag{6.48}$$

Đây là phương trình truy hồi để xác định táp trọng số của mạch lọc đối với các dãy lối vào và dãy sai số. Nó được gọi là thuật toán LMS đệ qui, thích nghi một cách đệ qui các hệ số của mạch lọc cứ sau mỗi mẫu mới của tín hiệu lối vào x[n] và mẫu lối ra tương ứng d[n]. Các phương trình (6.40), (6.41) và (6.48), theo thứ tự là ba bước để hoàn chỉnh mỗi một phép lặp của thuật toán LMS. Phương trình (6.40) là quá trình lọc; Nó được tạo thành để thu được tín hiệu lối ra của mạch lọc. Phương trình (6.41) được sử dụng để tính sai số. Còn phương trình (6.48) dùng để thích nghi một cách đệ qui táp trọng số của mạch lọc sao cho sai số xác định đạt giá trị cực tiểu. Trong phương trình này μ là thông số bước, nó điều khiển tốc độ hội tụ của thuật toán tới nghiệm tối ưu. Nếu chọn μ giá trị lớn, thì bước điều chỉnh và do vậy sự hội tụ sẽ nhanh ; còn nếu chọn μ giá trị bé thì sự hội tụ sẽ chậm hơn. Tuy nhiên, nếu μ quá lớn thì thuật toán sẽ không ổn định và do vậy để đảm bảo tính chất ổn định của thuật toán LMS, μ phải được chọn nằm trong vùng :

$$0 < \mu < \frac{1}{3\mathrm{tr}[R]} \tag{6.49}$$

trong đó **R** là ma trận tương quan.

Giới hạn trên của thông số bước được xác định dễ dàng bởi vì tr[**R**] bằng công suất của táp trọng số của tín hiệu lối vào. Cần nhấn mạnh rằng điều kiện trên mới chỉ là điều kiện đủ. Để cho một giới hạn trên chính xác, thì còn phụ thuộc tính chất thống kê của dãy lối vào.

Sở dĩ thuật toán LMS được sử dụng rộng rãi và phát triển thành nhiều thuật toán mới trong công nghệ là do tính đơn giản của nó. Để thực thi thuật toán này chỉ yêu cầu 2N + 1 phép nhân, trong đó : N phép nhân dùng để tính lối ra y[n], một để thu được $(2\mu) \times (e[n])$ và N phép nhân dùng để tính vô hướng $(2\mu e[n])$ với véc tơ $\mathbf{x}[n]$; và 2N phép cộng. Ngoài ra thuật toán LMS rất ổn định và bền vững đối với nhiều loại tín hiệu với những điều kiện khác nhau.

Thủ tục tiến hành thuật toán LMS được tổng quát hóa trong bảng 1.

Bảng 1. **Thủ tục thực hiện thuật toán LMS**

Lối vào: Vectơ táp trọng số **w**[n],
Vectơ lối vào **x**[n],
và tín hiệu lối ra mong muốn d[n]

Lối ra: Lối ra của mạch lọc y[n],
Cập nhật vectơ táp trọng số **w**[n+1]

Lọc :

$$y[n] = \mathbf{w}^T[n]\mathbf{x}[n]$$

Xác định sai số:

$$e[n] = d[n] - y[n]$$

Thích nghi vectơ táp trọng số:

$$w[n+1] = w[n] + 2\mu e[n]x[n]$$

Nếu là số phức thì ký hiệu của ma trận chuyển vị T được thay bằng ma trận chuyển vị liên hợp phức Hermitian H.

Để hiểu sâu hơn các ưu điểm của thuật toán LMS như tính ổn định và bền vững, tốt nhất là xét các ứng dụng của thuật toán này trong công nghệ. Sau đây ta sẽ lần lượt xét 4 ứng dụng tiêu biểu của thuật toán thích nghi trong:

- Mô hình hóa hệ thống.
- Cân bằng kênh.
- Nâng cao chất lượng đường truyền (đây cũng là một ví dụ của bài toán tiên đoán tín hiệu).
- Tạo chùm (beamforming).

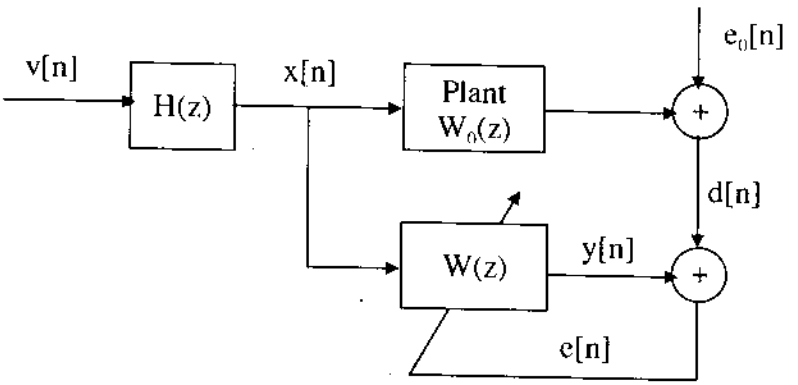
6.3.1. Mô hình hóa hệ thống

Sơ đồ tổng quát của bộ mô hình hóa chỉ trên hình 6.7. Mục đích của bài toán này là xác định các thông số của mô hình W(z), của một hệ thống chưa biết $W_0(z)$ thường gọi là plant. Trên cơ sở biết trước một số tính chất của plant $W_0(z)$, chẳng hạn nó là hệ thống FIR có đáp ứng xung dài N mẫu. Mạch lọc thích nghi N-táp có hàm truyền W(z) với các thông số có thể điều chỉnh được được sử dụng để xác định các thông số của plant. Tín hiệu lối vào x[n] là dãy tạp âm trắng dạng Gaussian v[n] cho qua một mạch lọc có

hàm truyền H(z). Lối ra của plant bị nhiễm thêm tạp âm trắng $e_0[n]$ với phương sai σ_0^2.

Để mô phỏng chúng ta chọn N = 15, $\sigma_0^2 = 0.001$ và

$$W_0(z) = \sum_{n=0}^{7} z^{-n} - \sum_{n=8}^{14} z^{-n} \tag{6.50}$$



Hình 6.7. Mô hình hoá hệ thống FIR thích nghi.

Hàm truyền H(z) là mạch lọc FIR được lựa chọn sao cho ma trận tương quan có giá trị riêng lớn, chẳng hạn bằng 1,45, giống như tạp âm trắng. Khi đó:

$$H_1(z) = 0,3 + 0,2z^{-1} + z^{-2} - 0,2z^{-3} - 0,3z^{-4} \tag{6.51}$$

Ngược lại, nếu muốn lối vào giống như một tạp âm mầu có trị riêng lớn, chẳng hạn 28,7, thì H(z) được chọn :

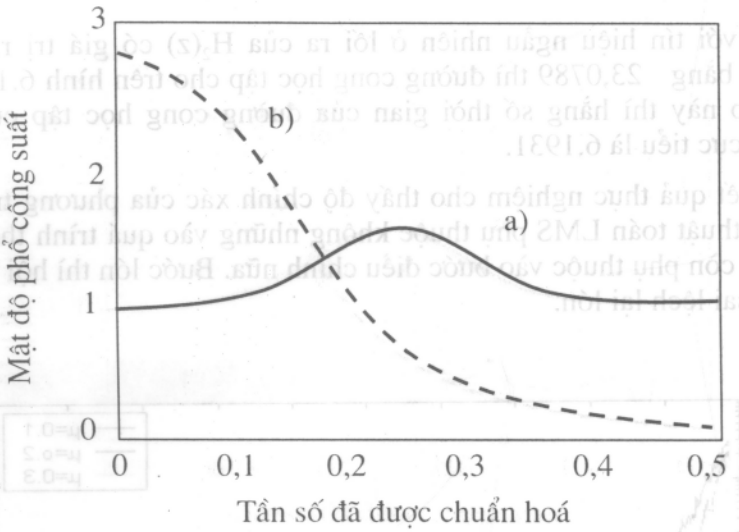
$$H_2(z) = 0,3 + 0,2z^{-1} + z^{-2} + 0,2z^{-3} + 0,3z^{-4} \tag{6.52}$$

Từ đó tính được mật độ phổ công suất đối với hai lối vào tương ứng với hai hàm truyền $H_1(z)$ và $H_2(z)$ là:

$$\Phi_{xx}(e^{j\omega}) = \Phi_{vv}(e^{j\omega})|H(e^{j\omega})|^2 \tag{6.53}$$

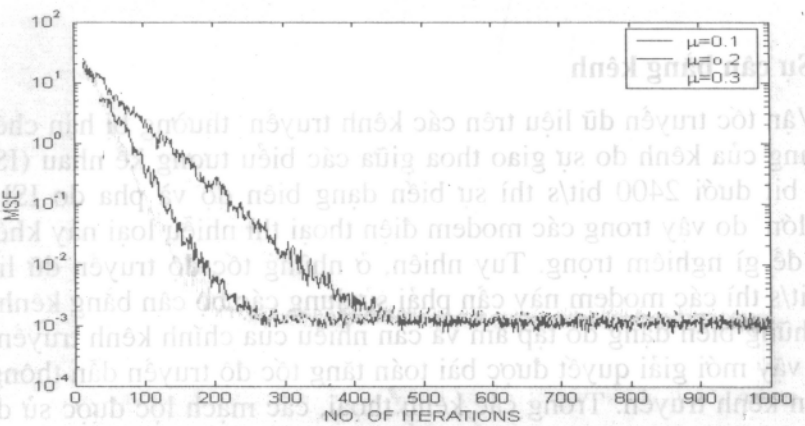
trong đó $\Phi_{vv}(e^{j\omega}) = 1$ vì v[n] là qua trình tạp âm trắng có phương sai bằng 1.

Mật độ phổ công suất của hai quá trình trên được mô tả trên hình (6.8). Đường cong (a) tương ứng với $H_1(z)$, còn (b) tương ứng với $H_2(z)$. Rõ ràng lối ra của mạch lọc $H_2(z)$ khi lối vào là một quá trình tạp âm trắng phương sai đơn vị sẽ là một quá trình bị nhuộm mầu rất mạnh, trong khi lối ra của mạch lọc $H_1(z)$ gần như một tạp âm trắng.



Hình 6.8. Mật độ phổ công suất của hai tín hiệu ngẫu nhiên lối vào sử dụng trong mô phỏng bài toán mô hình hoá hệ thống tương ứng với $H_1(z)$ và $H_2(z)$.

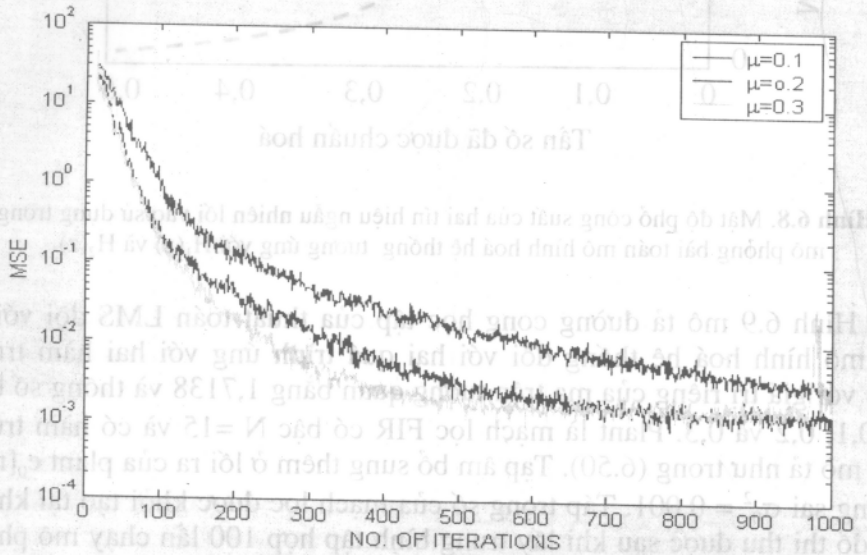
Hình 6.9 mô tả đường cong học tập của thuật toán LMS đối với bài toán mô hình hoá hệ thống đối với hai quá trình ứng với hai hàm truyền $H_1(z)$ với giá trị riêng của ma trận tương quan bằng 1,7138 và thông số bước μ = 0,1; 0,2 và 0,3. Plant là mạch lọc FIR có bậc N =15 và có hàm truyền được mô tả như trong (6.50). Tạp âm bổ sung thêm ở lối ra của plant $e_0[n]$ có phương sai $\sigma_0^2 = 0.001$. Táp trọng số của mạch lọc được khởi tạo tại không. Mỗi đồ thị thu được sau khi lấy trung bình tập hợp 100 lần chạy mô phỏng. Khi các hệ số của plant và của mô hình đã phù hợp nhau thì ξ_{min} = 0. 0011; 0,0012 và 0,0013. Hằng số thời gian của đường cong học tập cực đại là 23,2544 và cực tiểu là 13,5689.



Hình 6.9. Đường cong học tập của thuật toán LMS với giá trị riêng 1,7138 và với $H_1(z)$.

Đối với tín hiệu ngẫu nhiên ở lối ra của $H_2(z)$ có giá trị riêng lớn, chẳng hạn bằng 23,0789 thì đường cong học tập cho trên hình 6.10. Trong trường hợp này thì hằng số thời gian của đường cong học tập cực đại là 142,93 và cực tiểu là 6,1931.

Từ kết quả thực nghiệm cho thấy độ chính xác của phương trình điều chỉnh của thuật toán LMS phụ thuộc không những vào quá trình thống kê ở lối vào mà còn phụ thuộc vào bước điều chỉnh nữa. Bước lớn thì hội tụ nhanh nhưng độ sai lệch lại lớn.



Hình 6.10. Đường cong học tập của thuật toán LMS với giá trị riêng mở rộng 23,0789 đối với $H_2(z)$.

6.3.2. Sự cân bằng kênh

Vận tốc truyền dữ liệu trên các kênh truyền thường bị hạn chế bởi sự biến dạng của kênh do sự giao thoa giữa các biểu tượng kề nhau (ISI). Với tốc độ bit dưới 2400 bit/s thì sự biến dạng biên độ và pha do ISI gây ra không lớn do vậy trong các modem điện thoại thì nhiễu loại này không gây ra vấn đề gì nghiêm trọng. Tuy nhiên, ở những tốc độ truyền dữ liệu trên 2400 bit/s thì các modem này cần phải sử dụng các bộ cân bằng kênh để cân bằng những biến dạng do tạp âm và can nhiễu của chính kênh truyền gây ra và như vậy mới giải quyết được bài toán tăng tốc độ truyền dẫn thông tin số liệu trên kênh truyền. Trong các kênh thoại, các mạch lọc được sử dụng để tách các tín hiệu trong các dải tần khác nhau. Các mạch lọc này cũng gây ra sự méo dạng biên độ và pha của tín hiệu truyền. Do vậy phải sử dụng bộ cân

bằng kênh thích nghi có các hệ số có thể được điều chỉnh nhờ thuật toán LMS để hiệu chính sự méo dạng của kênh truyền cũng như của các mạch lọc của hệ thống xử lý gây ra.

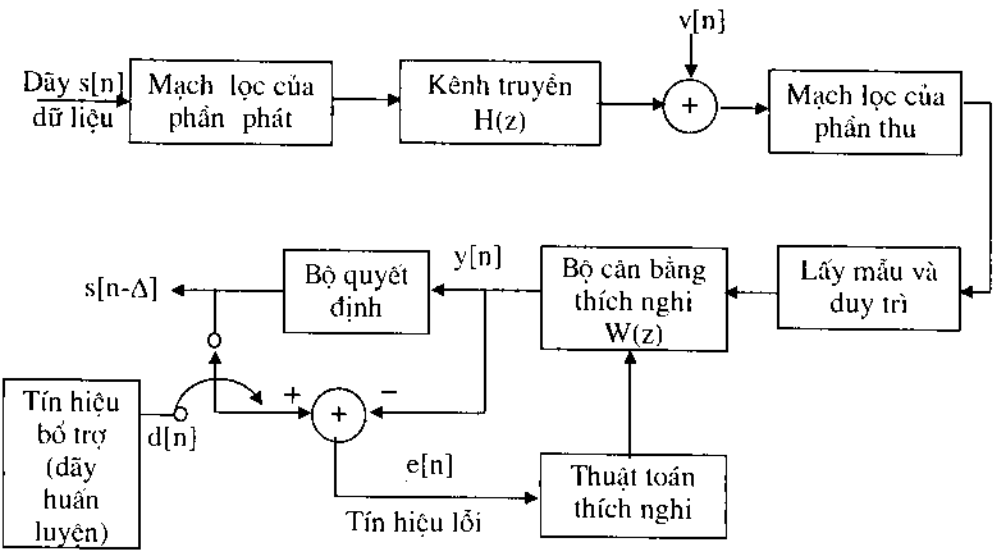
Nếu kênh có hàm truyền H(z), thì một bộ cân bằng kênh có hàm truyền W(z) = 1/H(z) sẽ cân bằng một cách hoàn hảo; nghĩa là dãy dữ liệu đã truyền s[n] thu được không bị méo dạng vì hàm truyền của hệ thống tổng thể gồm kênh và bộ cân bằng có giá trị H(z)W(z) = 1 trong toàn bộ giải tần. Tuy nhiên, trong thực tế thì trường hợp lý tưởng này rất ít khi được thực hiện vì nếu hàm truyền H(z) của kênh có các điểm không nằm ngoài vòng tròn đơn vị, thì hệ thống nghịch đảo của nó 1/H(z) sẽ không ổn định. Cho nên để thực hiện được vấn đề này thì phải chọn bộ cân bằng sao cho $H(z)W(z) = z^{-\Delta}$ trong đó Δ là độ trễ phù hợp. Điều đó có nghĩa rằng toàn bộ hệ thống truyền dẫn chỉ làm trễ dãy dữ liệu lối vào một lượng bằng Δ chứ không làm méo dạng nó, hay nói khác đi tín hiệu lối ra của modem là một phiên bản đã bị trễ của tín hiệu lối vào tổng thể. Lúc này, bộ cân bằng với hàm truyền $W(z) = z^{-\Delta}/H(z)$ sẽ cân bằng rất tốt các tạp âm cộng thêm trên kênh truyền v[n], vì trong các dải tần đó thì hàm truyền H(z) của kênh có biên độ nhỏ (có nghĩa là 1/H(z) có biên độ lớn). Do vậy, nhờ việc lựa chọn bộ cân bằng có hàm truyền như trên sẽ nâng cao chất lượng của dãy tín hiệu lối ra của toàn bộ hệ thống truyền dẫn. Trong thực tế, mạch lọc Wiener thích nghi là một giải pháp tốt để cân bằng các can nhiễu của kênh.

Sơ đồ khối của một modem truyền dẫn số liệu trên kênh được trang bị một bộ cân bằng kênh thích nghi cho trên hình 6.11.

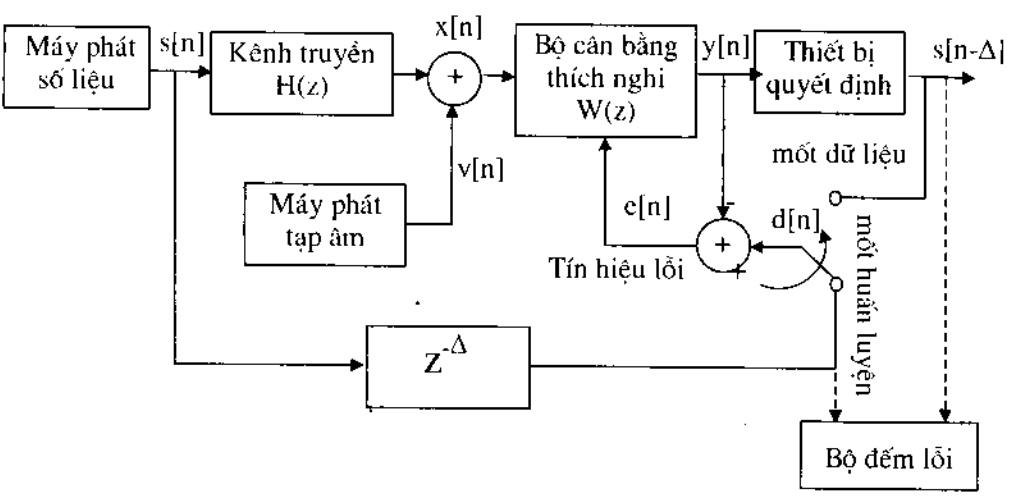
Đầu tiên các hệ số của bộ cân bằng kênh được điều chỉnh bằng cách truyền một dãy huấn luyện ngắn, kéo dài dưới 1 giây. Sau thời gian huấn luyện ngắn, phần phát bắt đầu truyền dãy dữ liệu s[n]. Để có thể phát hiện được những thay đổi chậm ở trong kênh, thì các hệ số của bộ cân bằng kênh phải tiếp tục được điều chỉnh một cách thích nghi trong quá trình thu nhận dữ liệu. Điều này được thực hiện như minh họa trên hình 6.11 bằng cách xử lý thật chính xác các quyết định ở lối ra của bộ quyết định và sử dụng các quyết định trong vị trí của tín hiệu bổ trợ d[n] để phát ra tín hiệu lỗi. Phương pháp này hoạt động hoàn toàn tốt khi các sai số quyết định không lớn, chẳng hạn ít hơn một lỗi trên 100 biểu tượng dữ liệu. Tín hiệu lỗi xuất hiện là do hệ số của bộ cân bằng kênh chưa điều chỉnh đúng với giá trị thực tế.

Để nghiên cứu hiệu năng của bộ cân bằng kênh thích nghi trong việc loại bỏ những méo dạng do nhiễu đa đường, đặc biệt là nhiễu do sự giao thoa giữa các biểu tượng (ISI) với nhau khi truyền dẫn dữ liệu trên kênh, chúng ta thiết lập sơ đồ mô phỏng như trên hình 6.12. Dãy dữ liệu phát ra từ máy phát dữ liệu được giả thiết là nhị phân s[n] (lấy các giá trị +1 và -1) và trắng được đưa vào kênh có hàm truyền H(z). Kênh bị nhiễm thêm tạp âm v[n], mô phỏng cho tạp âm có mặt trong bất kỳ một hệ thống thông tin số nào,

được giả thiết là một tạp âm trắng dạng Gauss có phương sai là σ_v^2. Bộ cân bằng kênh có hàm truyền W(z) là mạch lọc Wiener ngang có N-táp trọng số được điều chỉnh nhờ thuật toán LMS. Tín hiệu lối ra mong muốn giả thiết là một phiên bản trễ của tín dãy dữ liệu đã được truyền dẫn ở trong kênh. Để huấn luyện bộ cân bằng, cần giả thiết rằng các biểu tượng dữ liệu đã được truyền dẫn phải có mặt sẵn sàng ở bộ thu. Nó được gọi là mốt huấn luyện. Thiết bị quyết định xác định mẫu dữ liệu lối ra sau khi bộ cân bằng được huấn luyện và chuyển mạch sang mốt dữ liệu để cho các biểu tượng dữ liệu đã được truyền dẫn.



Hình 6.11. Ứng dụng mạch lọc thích nghi để cân bằng kênh.

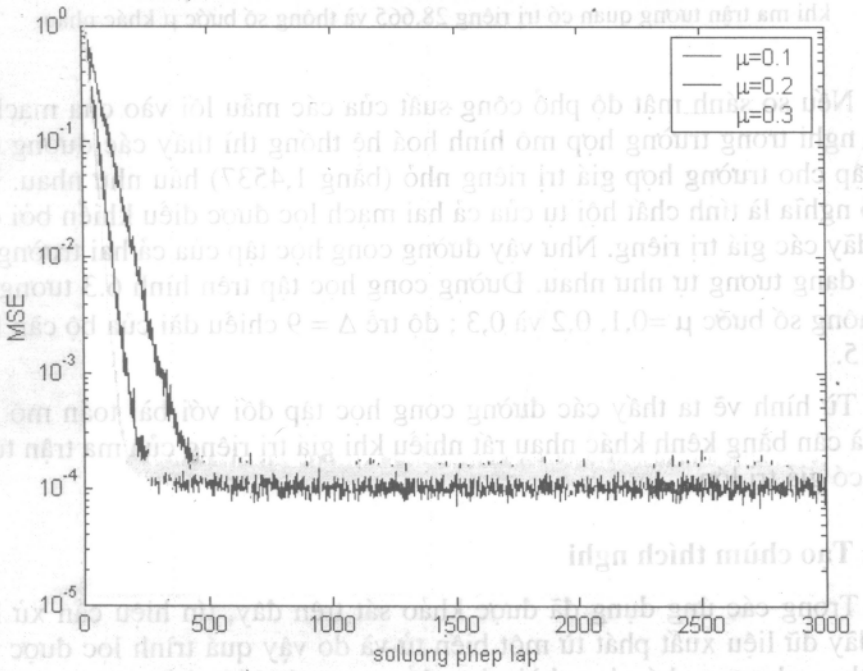


Hình 6.12. Sơ đồ thí nghiệm nghiên cứu hiệu năng của bộ cân bằng thích nghi cân bằng kênh.

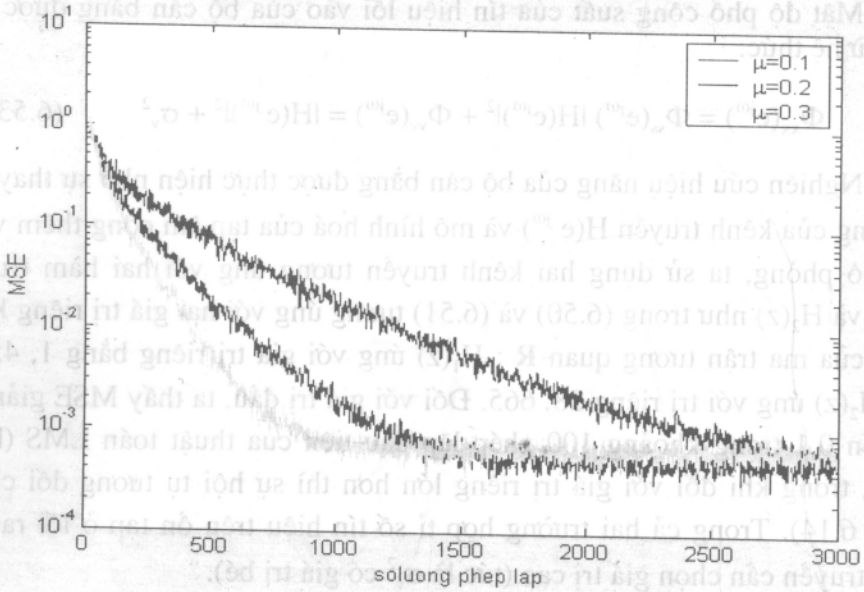
Mật độ phổ công suất của tín hiệu lối vào của bộ cân bằng được xác định từ hệ thức:

$$\Phi_{xx}(e^{j\omega}) = \Phi_{ss}(e^{j\omega})\,|H(e^{j\omega})|^2 + \Phi_{vv}(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})|^2 + \sigma_v^2 \qquad (6.53)$$

Nghiên cứu hiệu năng của bộ cân bằng được thực hiện nhờ sự thay đổi đáp ứng của kênh truyền $H(e^{j\omega})$ và mô hình hoá của tạp âm cộng thêm v[n]. Để mô phỏng, ta sử dụng hai kênh truyền tương ứng với hai hàm truyền $H_1(z)$ và $H_2(z)$ như trong (6.50) và (6.51) tương ứng với hai giá trị riêng khác nhau của ma trận tương quan **R** ; $H_1(z)$ ứng với giá trị riêng bằng 1, 4537, còn $H_2(z)$ ứng với trị riêng 28, 665. Đối với giá trị đầu, ta thấy MSE giảm từ 10 đến 0,1 trong khoảng 100 phép lặp đầu tiên của thuật toán LMS (hình 6.13), trong khi đối với giá trị riêng lớn hơn thì sự hội tụ tương đối chậm (hình 6.14). Trong cả hai trường hợp tỉ số tín hiệu trên ồn tạp ở lối ra của kênh truyền cần chọn giá trị cao (tức là σ_v^2 có giá trị bé).



Hình 6.13. Đường cong học tập của thuật toán LMS đối với bộ cân bằng kênh khi ma trận tương quan có trị riêng 1,4537 và thông số bước μ khác nhau.



Hình 6.14. Đường cong học tập của thuật toán LMS đối với bộ cân bằng kênh khi ma trận tương quan có trị riêng 28,665 và thông số bước μ khác nhau.

Nếu so sánh mật độ phổ công suất của các mẫu lối vào của mạch lọc thích nghi trong trường hợp mô hình hoá hệ thống thì thấy các đường cong học tập cho trường hợp giá trị riêng nhỏ (bằng 1,4537) hầu như nhau. Điều đó có nghĩa là tính chất hội tụ của cả hai mạch lọc được điều khiển bởi cùng một dãy các giá trị riêng. Như vậy đường cong học tập của cả hai trường hợp sẽ có dạng tương tự như nhau. Đường cong học tập trên hình 6.3 tương ứng với thông số bước μ =0,1, 0,2 và 0,3 ; độ trễ Δ = 9 chiều dài của bộ cân bằng N = 15.

Từ hình vẽ ta thấy các đường cong học tập đối với bài toán mô hình hoá và cân bằng kênh khác nhau rất nhiều khi giá trị riêng của ma trận tương quan có giá trị lớn.

6.3.3. Tạo chùm thích nghi

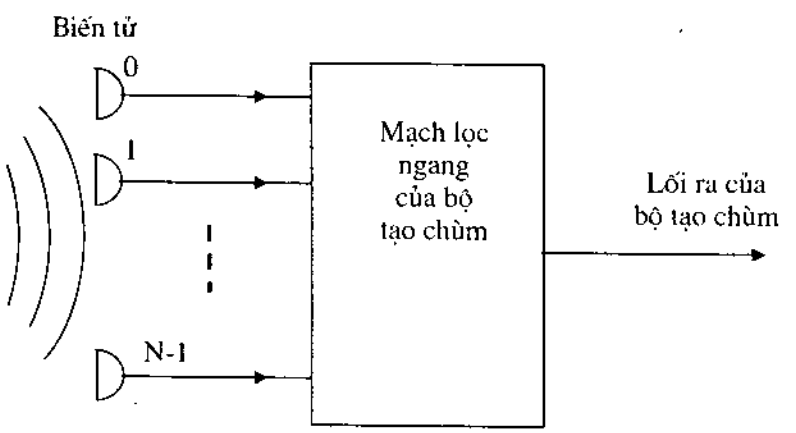
Trong các ứng dụng đã được khảo sát trên đây, tín hiệu cần xử lý là một dãy dữ liệu xuất phát từ một biến tử và do vậy quá trình lọc được thực hiện theo phương pháp lọc thời gian để tạo ra tín hiệu lối ra mong muốn. Tuy nhiên, trong thông tin nhiều kênh, chúng ta lại gặp nhiều nguồn dữ liệu do một mảng các biến tử phân bố trong không gian cung cấp. Sự tổ hợp đồng bộ các tín hiệu ở lối ra của các biến tử đó được gọi là sự tạo chùm (tiếng Anh gọi là beamforming). Bộ tạo chùm cho phép ta thấy hướng ưu tiên đối với mặt sóng truyền từ hướng này tới hướng khác. Nếu sau mỗi biến tử ta đặt

các bộ lọc trước khi đưa vào bộ tổng thì bộ tạo chùm có tên là là bộ tạo chùm thông thường (hình 6.15). Như vậy bộ tạo chùm thông thường vừa lọc không gian lại vừa lọc phổ trên các tín hiệu đến từ các vị trí khác nhau trong không gian và với các thành phần phổ khác nhau. Các bộ tạo chùm được ứng dụng rộng rãi trong radar, sonar, viễn thông cũng như tạo ảnh trong radar và trong y học.

Trong Radar và trong viễn thông, các tín hiệu thường là những sóng điện từ, vì vậy các biến tử là những phần tử anten. Do vậy anten mảng thường được sử dụng trong các bộ tạo chùm. Trong các ứng dụng âm biển, thì các biến tử là những hydro-phôn có khả năng nhận được những sóng âm.

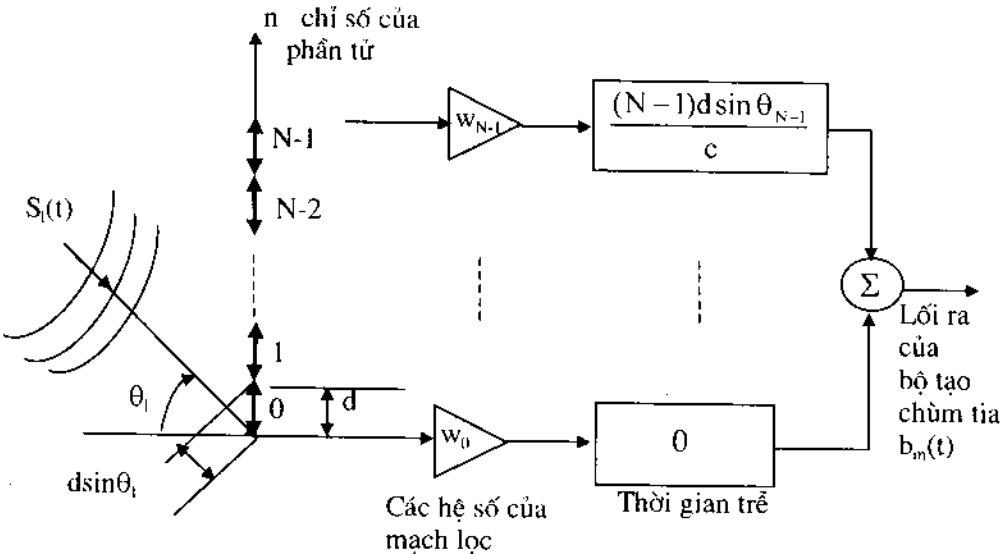
Trong một bộ tạo chùm, các mẫu của các tín hiệu được thu nhận bởi các biến tử tại một thời điểm riêng biệt tạo nên một điểm chớp nháy (snapsphot). Các mẫu của điểm chớp nháy (các mẫu không gian) đóng vai trò như các mẫu thời gian liên tiếp nhau ở các lối vào của các mạch lọc ngang. Các mạch lọc ngang của bộ tạo chùm tổ hợp tuyến tính các tín hiệu đến từ các hướng khác nhau do các biến tử đặt tại các vị trí khác nhau trong không gian cung cấp. Do vậy, các tín hiệu đến từ một hướng nào đó có cùng pha sẽ được tăng cường trong khi ở các hướng khác thì bị suy giảm. Điều đó có nghĩa là các mạch lọc không gian có đáp ứng tần số thay đổi theo hướng của các tín hiệu tới biến tử. Nếu biểu diễn sự thay đổi này trong toạ độ cực thì sẽ thu được đồ thị hình dạng của chùm tia.

Trong nhiều ứng dụng của bộ tạo chùm tia, các tín hiệu tác động lên các biến tử trên những thời gian khác nhau và là những tín hiệu dải hẹp có cùng sóng mang. Điều đó có nghĩa là bộ tạo chùm tổ hợp các tín hiệu có cùng tần số nhưng có pha khác nhau; Sự khác nhau về pha là do sự trễ của tín hiệu khi đạt đến các biến tử so với vị trí biến tử đặt ở hướng chính.



Hình 6.15. Sơ đồ khối của một bộ tạo chùm tia.

Để hiểu rõ hơn nguyên tắc của bộ tạo chùm, ta xét một mảng anten thẳng gồm n phần tử cách đều nhau một đoạn d như trên hình 6.16.



Hình 6.16. Bộ tạo chùm từ mảng anten thẳng.

Giả sử các phần tử của anten định xứ đều đặn dọc theo trục y. Tín hiệu thu được của phần tử thứ l đặt tại gốc toạ độ do nguồn tín hiệu thứ l là $s_l(t)$ là sóng phẳng. Do vậy tín hiệu lối ra của các phần tử anten thu được sẽ là:

$$e_n(t) = s(t + \frac{nd\sin\theta_l}{c}) \qquad (6.54)$$

Trong đó n là chỉ số các phần tử của mảng anten, d là khoảng cách giữa các phần tử, θ_l là góc tới của tín hiệu từ nguồn thứ l còn c là vận tốc truyền. Như đã nói sự tạo chùm được thực hiện nhờ cách lọc không gian ; tức là thực hiện sự điều chỉnh táp trọng số của các bộ lọc sau các biến tử và làm trễ thời gian các tín hiệu đạt đến các phần tử của mảng anten. Vì các phần tử sắp xếp thẳng hàng nên thời gian trễ của các tín hiệu cũng cách đều nhau với góc θ_m là bội của thời gian truyền giữa các phần tử liên tiếp nhau. Vì vậy tín hiệu lối ra của bộ tạo chùm thu được là:

$$b_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e_n\left(t - \frac{nd\sin\theta_m}{c}\right)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} w_n s\left(t + \frac{ns(\sin\theta_l - \sin\theta_m)}{c}\right) \qquad (6.55)$$

Đặc tính định hướng của bộ tạo chùm sẽ được thể hiện rõ nếu biểu diễn các sóng phẳng phức đi qua các bộ lọc không gian. Khi đó $b_m(t)$ có thể viết dưới dạng:

$$b_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{j\omega_l t} e^{j\omega_l nd(\sin\theta_l - \sin\theta_m)/c}$$

$$= e^{j\omega_l t} \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{-j\omega_l nk_l d(\sin\theta_l - \sin\theta_m)/c}$$

$$= e^{j\omega_l t} W(\theta_l) \qquad (6.56)$$

trong đó $k_l = 2\pi/\lambda_l = \omega_l/c$ là số sóng hay còn gọi là tần số không gian, λ_l là bước sóng của sóng tới và:

$$W(\theta_l) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{-j\omega_l nk_l d(\sin\theta_l - \sin\theta_m)/c} \qquad (6.57)$$

là đặc trưng hướng của dàn lọc không gian được tạo thành từ sự trễ thời gian của các tín hiệu tác động vào các phần tử anten.

6.3.3.1. Hàm truyền không gian

Như thấy ở trên tín hiệu lối ra của bộ tạo chùm là một tín hiệu mặt sóng phẳng e-mũ phức được tạo thành từ tích của tín hiệu gốc với hàm đặc trưng $W(\theta_l)$ cho trong (6.57):

$$W(\theta_l) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{-j\omega_l nk_l d(\sin\theta_l - \sin\theta_m)/c}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} w_n z^{-n} \qquad (6.58)$$

trong đó ta đã đặt:

$$z = e^{jk_l d(\sin\theta_m - \sin\theta_l)} \qquad (6.59)$$

$$k_l = \frac{2\pi}{\lambda_l} = \frac{\omega_l}{c} \qquad (6.60)$$

Như vậy, hàm đặc trưng cho bộ lọc không gian $W(\theta_l)$ có thể được viết như biến đổi - z của các trọng số của các phần tử của mảng được đánh giá trên vòng tròn đơn vị. Do đó $W(\theta_l)$ có thể quan niệm như một hàm truyền

không gian của mảng anten. Như đã thấy z là biến số biến đổi tuần hoàn, nên người ta thường biểu diễn hàm truyền không gian theo biến số xoay chiều:

$$W(u_l) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n z^{-n} \tag{6.61}$$

ở đây:

$$z = e^{jkld(um - ul)} \tag{6.62}$$

$$k_l = \frac{2\pi}{\lambda_l} = \frac{\omega_l}{c} \tag{6.63}$$

$$u_m = \sin\theta_m \tag{6.64}$$

$$u_l = \sin\theta_l \tag{6.65}$$

Như vậy khi θ_l quay từ -90^0 đến $+90^0$ thì u_l chạy từ -1 đến =1. Sự ánh xạ phi tuyến giữa chúng cho thấy tín hiệu ứng với góc tới θ_l được các mảng các phần tử thu nhận như thế nào khi đi từ phần tử này sang phần tử khác (n tăng).

Chẳng hạn, xét bộ tạo chùm có N = 8, hệ số của mạch lọc $w_n = 1$ (n = 0, 1,.., 7), giả sử sóng tới là chùm sóng rộng với $\theta_m = 0^0$; Các phần tử anten có độ dài nửa bước sóng $d = \lambda_l/2$. Khi đó hàm truyền không gian có dạng:

$$W(u_l) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} z^{-n} \tag{6.66}$$

trong đó:

$$z = e^{jkld(\sin\theta m - \sin\theta l)}$$

$$= e^{-j\pi\sin\theta l} = e^{-j\pi ul} \tag{6.67}$$

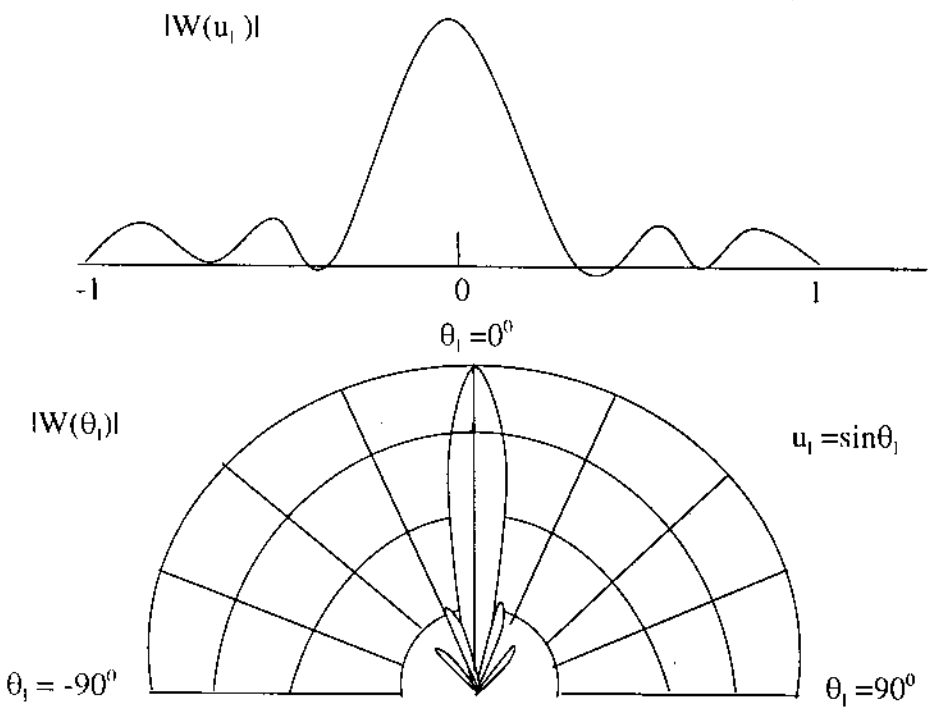
Từ hàm truyền (6.66) ta tìm được đáp ứng tần số của dàn lọc không gian :

$$W(\theta_l) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(\pi \sin\theta_l)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(\pi \sin\theta_l)\right]} e^{j(N-1/2)\pi \sin\theta_l} \quad (6.68)$$

hay

$$W(u_l) = \frac{\sin\left[\frac{N}{2}(\pi u_l)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(\pi u_l)\right]} e^{j(N-1/2)\pi u_l} \quad (6.69)$$

Đáp ứng biên độ và pha của bộ tạo chùm của ví dụ này cho trên hình 6.17.



Hình 6.17. Biên độ của bộ tạo chùm của mảng anten đồng nhất.

6.3.3.2. Ví dụ bộ tạo chùm dải hẹp

Xét trường hợp mảng anten gồm hai phần tử như trên hình 6.18. Trong đó tín hiệu mong muốn là $s[n] = \alpha[n]\cos(n\omega_0)$ hướng vuông góc với đường anten. Tín hiệu giao thoa $v[n] = \beta[n]\cos(n\omega_0)$ hướng tạo với s[n] một góc θ_0. Các dãy tín hiệu s[n] và v[n] giả thiết là các quá trình dải hẹp có biên

độ và pha đều là những quá trình ngẫu nhiên có trung bình bằng không và không tương quan với nhau. Khoảng cách giữa hai phần tử anten bằng $d = \lambda_c/2$, ở đây λ_c là bước sóng của sóng mang thời gian-liên tục liên quan với tần số góc ω_c bằng hệ thức:

$$\omega_c = \frac{\omega_0}{T} = \omega_0 f_s \tag{6.70}$$

ở đây T là chu kỳ và $f_s = 1/T$ là tần số lấy mẫu.

Các hệ số w_0 và w_1 của bộ tạo chùm được điều chỉnh sao cho sai số lối ra e[n] được cực tiểu hoá theo nghĩa toàn phương trung bình.

Các tín hiệu trong bộ tạo chùm thích nghi hai phần tử này có dạng:

$$d[n] = \alpha[n]\cos(n\omega_0) + \beta[n]\cos(n\omega_0 - \varphi_0) \tag{6.71}$$

ở đây φ_0 là góc lệch pha do tín hiệu giao thoa v[n] tới A và B ở những thời điểm khác nhau.

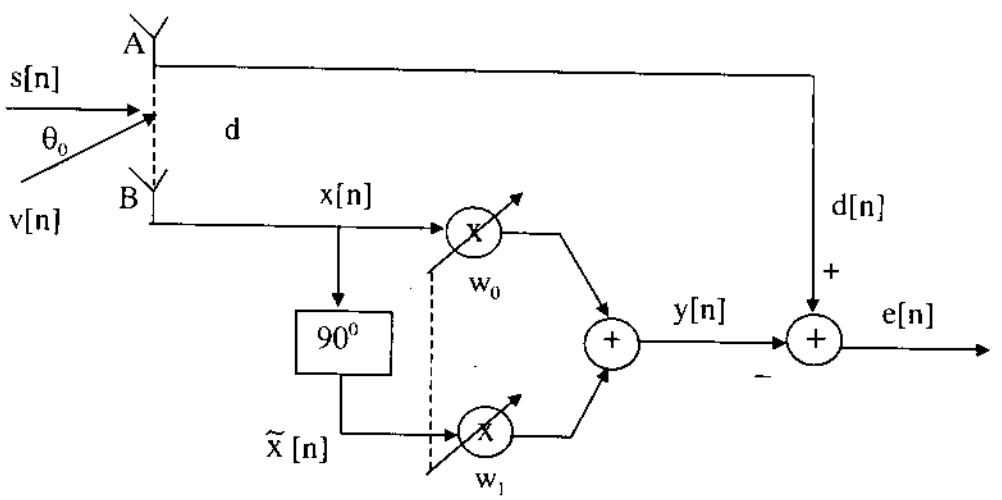
Độ lệch pha đó tính được:

$$\varphi_0 = \frac{d\sin\theta_0}{c}\omega_c = \pi\sin\theta_0 \tag{6.72}$$

φ_0 chỉ phụ thuộc góc tới của tín hiệu nhiễu v[n] và độc lập với tần số lấy mẫu f_s.

Véc tơ lối vào gồm hai táp trọng số:

$$\mathbf{x}[n] = \begin{bmatrix} x[n] \\ \tilde{x}[n] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha[n]\cos(n\omega_0) + \beta[n]\cos(n\omega_0) \\ \alpha[n]\sin(n\omega_0) + \beta[n]\sin(n\omega_0) \end{bmatrix} \tag{6.73}$$



Hình 6.18. Bộ tạo chùm với mảng anten hai phần tử.

Các hệ số của bộ tạo chùm w_0 và w_1 được lựa chọn sao cho giá trị toàn phương trung bình của hiệu hai tín hiệu d[n] và y[n] :

$$e[n] = d[n] - \mathbf{w}^T\mathbf{x}[n] \tag{6.74}$$

ở đây $\mathbf{w}^T = [w_0\ w_1]^T$, có giá trị cực tiểu.

Tín hiệu sai số e[n] chính là lối ra của bộ tạo chùm thích nghi b[n].

Hệ số khuếch đại công suất của bộ tạo chùm được định nghĩa bằng tỉ số của công suất tín hiệu lối ra e[n] trên công suất tín hiệu tại một trong những hướng. Giả sử một tín hiệu dải hép đến từ hướng có góc θ là $\gamma[n]\cos(n\omega_0)$, thì tín hiệu lối ra của bộ tạo chùm hai phần tử nói trên có dạng:

$$\begin{aligned} e[n] &= \gamma[n]\ \{\cos(n\omega_0 - \pi\sin\theta) - w_0\cos(n\omega_0) - w_1\cos(n\omega_0)\} \\ &= \gamma[n]\ \{(\cos(\pi\sin\theta) - w_0)\cos(n\omega_0) + (\sin(\pi\sin\theta) - w_1)\sin(n\omega_0)\} \\ &= \alpha(\theta)\gamma[n]\sin(n\omega_0+\varphi(\theta)) \end{aligned} \tag{6.75}$$

trong đó:

$$\alpha(\theta) = \{(\cos(\pi\sin\theta) - w_0)^2 + (\sin(\pi\sin\theta) - w_1)^2\}^{1/2} \tag{6.76}$$

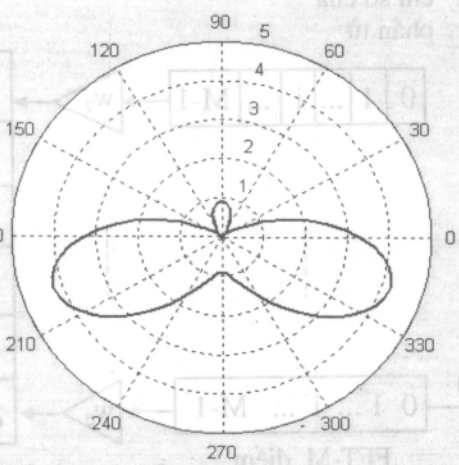
và

$$\varphi(\theta) = \tan^{-1}\frac{\cos(\pi\sin\theta) - w_0}{\sin(\pi\sin\theta) - w_1} \tag{6.77}$$

Từ đó tính được tỉ số công suất của tín hiệu lối ra trên công suất của tín hiệu đến từ hướng θ là:

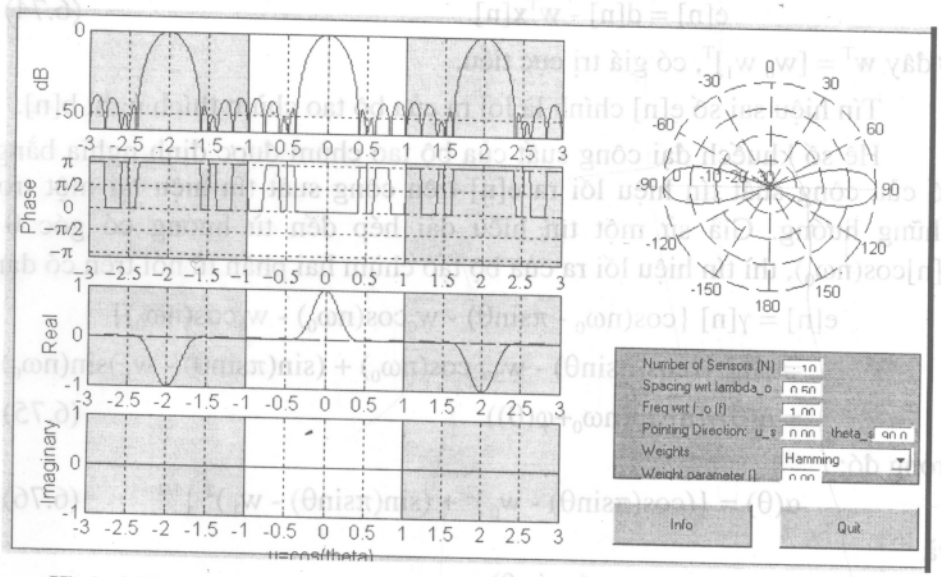
$$G(\theta) = \alpha^2(\theta) = \cos(\pi\sin\theta) - w_0)^2 + (\sin(\pi\sin\theta) - w_1)^2 \tag{6.78}$$

Đồ thị của G(θ) theo hướng được gọi là *giản đồ chỉ phương* của bộ tạo chùm.



Hình 6.19. *Giản đồ chỉ phương* của mảng anten hai phần tử với các sóng giao thoa đến từ hướng 45^0 so với tín hiệu mong muốn như trên hình 6.18.

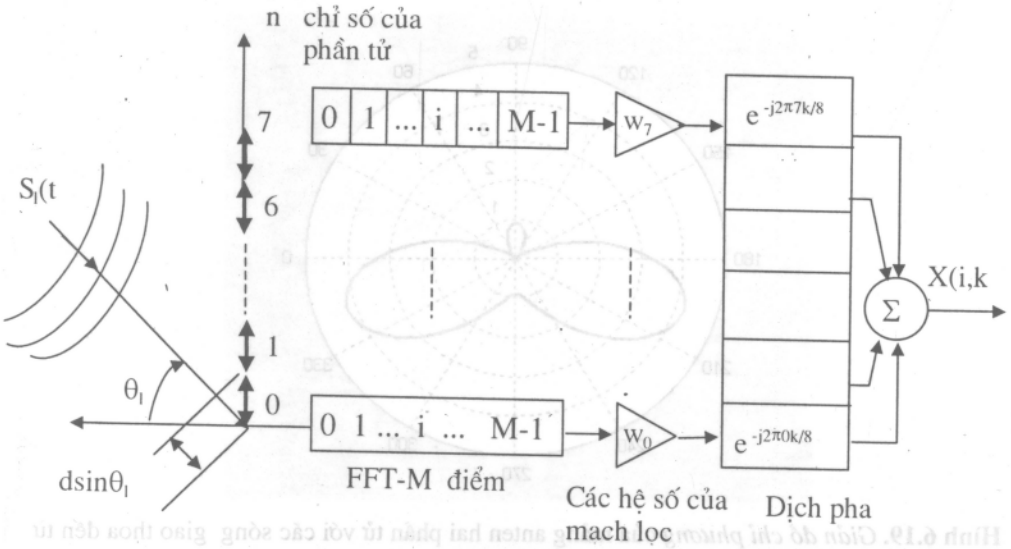
Hình 6.20 là giản đồ chỉ phương của bộ tạo chùm dùng hàm cửa sổ Hamming.



Hình 6.20. Giản đồ chỉ phương của bộ tạo chùm dùng hàm cửa sổ Hamming.

6.3.3.3. Bộ tạo chùm FFT

FFT hai chiều có thể được sử dụng để tạo chùm tia cho mảng anten thẳng cách đều nhau. Trên cơ sở tần số duy nhất, các phép trễ thời gian trong sự tạo chùm tia tương đương với sự dịch pha và thay đổi tuyến tính theo chỉ số n của các phần tử. FFT trong bộ tạo chùm tia này đóng vai trò một bộ dịch pha. Sơ đồ thực thi bộ tạo chùm dùng FFT cho trên hình 6.21.



Hình 6.21. Bộ tạo chùm từ mảng anten thẳng dùng FFT.

Giả sử mảng anten có 8 phần tử N = 8 với chỉ số các phần tử n = 0,1,..., 7. Các tín hiệu từ mỗi phần tử của mảng được lấy mẫu đồng thời với tốc độ lấy mẫu f_s tạo ra dãy thời gian đa kênh $x_{n,m}$ và đưa vào bộ FFT M-điểm và đưa qua hàm cửa sổ tốt w_n. FFT của một kênh thứ i nào đó ký hiệu là $X_n(i)$, trong đó n là chỉ số mảng (chỉ số của kênh) còn i là chỉ số tần số, $0 \le i \le M-1$.

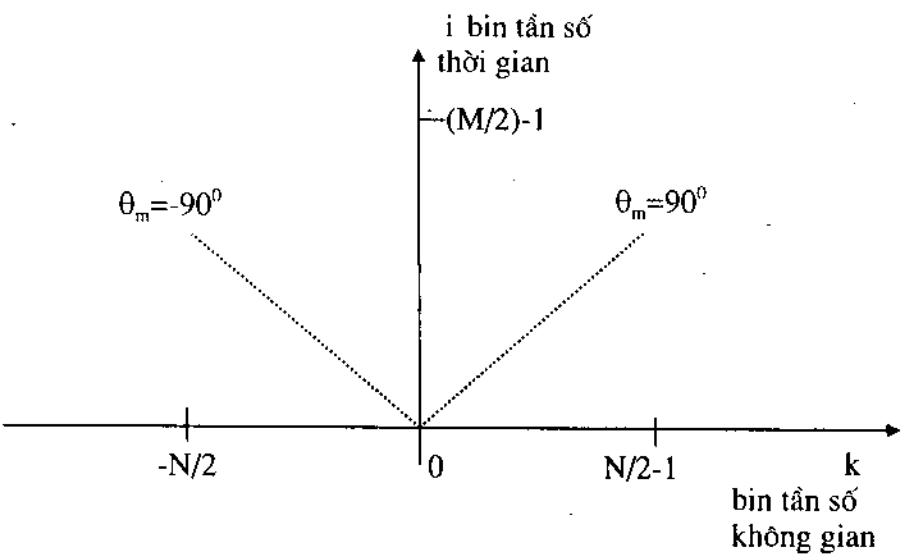
$$X_n(i) = \sum_{m=0}^{M-1} w_n x_{n,m} e^{-j(2\pi/M)mi} \qquad (6.79)$$

Trong hình 6.21, $X_n(i)$ được biểu thị như N hàng ngang của tia FFT M-điểm.

Dãy các giá trị phức 8-điểm biểu diễn chỉ số bin FFT như nhau đối với tất cả các kênh được lấy trọng số và xử lý với FFT của các kênh chéo để tạo thành chùm tia lối ra X(i,k) được tính như sau:

$$X(i,k) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n X_n(i) e^{-j(2\pi/N)nk} \qquad (6.80)$$

Thay $X_n(i)$ từ (6.79) vào biểu thức này ta sẽ thu được N bin $0 \le k \le N-1$ được tạo thành do các tổ hợp với các FFT của các kênh khác gây ra sự dịch pha. Như vậy, chùm tia được tạo thành ở tần số được biểu thị bằng chỉ số i của bin FFT của kênh chính trong các hướng được biểu thị bằng các chỉ số k của bin FFT của kênh chéo. Rõ ràng, để vẽ biên độ của bộ tạo chùm dùng FFT, ta cần có góc phương vị θ_m như trên hình 1.33. Biên độ của X(i,k) nằm trên trục vuông góc với mặt phẳng trang giấy. Trục tung là tần số phụ thuộc thời gian biểu thị chỉ số i của bin FFT của kênh chính.



Hình 6.22. Đồ thị vẽ biên độ chùm tia dùng FFT.

$$\omega = \left(\frac{2\pi}{M}\right) f_s i \tag{6.81}$$

Trục hoành là số sóng k hay là tần số không gian biểu thị cho các FFT chéo với chỉ số k:

$$\frac{2\pi}{\lambda}\sin\theta_m = \left(\frac{2\pi}{N}\right)\left(\frac{1}{d}\right)k \tag{6.82}$$

ở đây $2\pi/\lambda$ là số sóng hay là tần số không gian, $\lambda = c/(\omega/2\pi)$ là bước sóng c là vận tốc truyền sóng.

Từ (6.82) ta tìm được mối quan hệ giữa chỉ số bin FFT chéo k và góc phương vị θ_m :

$$\theta_m = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{Nd}k\right) \tag{6.83}$$

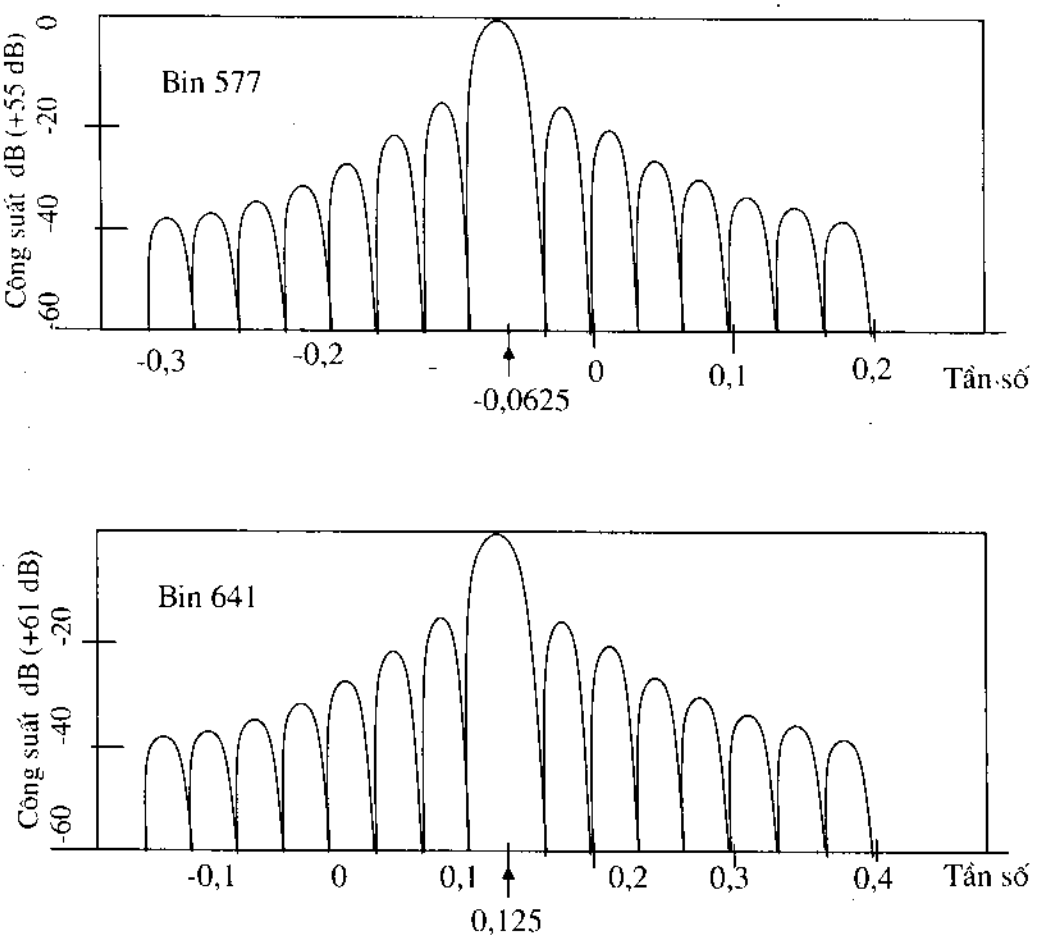
$$= \sin^{-1}\left(\frac{c}{Nd}\frac{2\pi}{\omega}k\right) \tag{6.84}$$

$$= \sin^{-1}\left(\frac{c}{Nd}\frac{M}{f_s}\frac{k}{i}\right) \tag{6.85}$$

Như vậy dọc theo đường bán kính xuyên tâm, góc phương vị có giá trị không đổi. Miền nằm giữa - 90^0 và 90^0 tương ứng với các góc tới đối với các mặt sóng truyền với vận tốc c.

6.3.3.4.Ví dụ sự tạo chùm FFT

Chẳng hạn xét hai mặt sóng phẳng, tín hiệu hình sin đi đến mảng anten thẳng có 32 phần tử. Tần số lấy mẫu hai tín hiệu đó lần lượt là f_1 = 0,0625 và f_2 = 0,1250, tỉ số biên độ là 2 (tương ứng với 6 dB về công suất). Chiều dài FFT của kênh chính là M = 1024. Như vậy, thành phần tần số dương của f_1 biểu hiện trong bin 577 và thành phần tần số dương của f_2 biểu hiện trong bin 641 của FFT bị quay bởi M/2 bin (ở đây các bin chính là các số bắt đầu với 1 chứ không phải 0). Chiều dài của các FFT chéo là N = 1024 (điền thêm không). Góc tới của hai mặt sóng là hình sin tại f_1 bị trễ về thời gian và hình sin tại f_2 sớm về thời gian một khoảng lấy mẫu từ phần tử này sang phần tử khác. Nếu biểu thị FFT chéo lấy bin 577 và bin 641 thì tần số đỉnh lớn nhất là tại - 0,0625 đối với f_1 và tại 0,0125 đối với tần số f_2, như trên hình 6.23.



Hình 6.23. Bộ tạo chùm từ hai sóng phẳng dùng FFT 1024 điểm với tần số lấy mẫu $f_1 = 0{,}0625$ và $f_2 = 0{,}125$.

Chương 7

MẠCH LỌC THÍCH NGHI TRONG LĨNH VỰC TẦN SỐ

Trong các khảo sát trên đây, tính chất hội tụ của thuật toán LMS đặc trưng cho sự hội tụ của táp trọng số của mạch lọc có đáp ứng xung hữu hạn tới các giá trị mong muốn. Sự thích nghi của táp trọng số này được tiến hành trên lĩnh vực thời gian. Như đã thấy, trong lĩnh vực thời gian, sự hội tụ của thuật toán LMS phụ thuộc không những vào giá trị riêng của ma trận tương quan R mà còn vào tín hiệu lối vào nữa. Trong thực tế xử lý, chẳng hạn trong xử lý tiếng nói, hình ảnh hay trong các tín hiệu viễn thông, tín hiệu lối vào thường có dãy giá trị rất lớn, khi đó, nếu dùng thuật toán LMS trong lĩnh vực thời gian như trên thì cần phải chờ đợi để nạp hết các số liệu lối vào và các yêu cầu về các bộ nhớ rất dài do mức độ phức tạp trong tính toán của thuật toán rất cao. Do vậy thời gian hội tụ của thuật toán sẽ rất chậm.

Để khắc phục tình trạng trên, cần biến đổi mạch lọc thích nghi sang một lĩnh vực mới mà trong đó thuật toán LMS hội tụ nhanh hơn do số lượng tính toán và các yêu cầu về nhớ cũng ít hơn; như vậy mới hy vọng tăng nhanh tốc độ xử lý cũng như khối lượng thông tin cần xử lý. Và vì vậy, người ta đã biến đổi mạch lọc thích nghi sang lĩnh vực tần số nhờ các thuật toán nhanh như FFT hay DCT, DST để thực hiện các phép nhân chập nhanh kết hợp với xử lý song song bằng cách chia mạch lọc FIR theo khối tức là thực hiện các phép nhân chập phân tầng như đã được mô tả trong tập 2.

Phương pháp lọc thích nghi trên lĩnh vực tần số dựa trên thuật toán LMS khối trong đó thuật toán LMS chuẩn như một trường hợp riêng. Ưu điểm chính của phương pháp này là có thể áp dụng mạch lọc thích nghi FIR cho các dãy dữ liệu vào lớn nhưng hiệu quả tính toán lại rất cao do cải thiện được hiệu năng hội tụ của thuật toán LMS và tốc độ hội tụ đồng đều do tính chất trực giao của các phép biến đổi như FFT và DCT. Trước tiên ta khảo sát lọc thích nghi khối vì nó là cơ sở để thực hiện lọc thích nghi trên lĩnh vực tần số dựa vào biến đổi FFT và DCT. Để đơn giản tính toán, ta xét trường hợp thực hiện mạch lọc thích nghi khối đối với dãy dữ liệu lối vào x[n] và dãy dữ liệu mong muốn lối ra là những dãy số thực.

7.1. THỰC HIỆN CÁC MẠCH LỌC THÍCH NGHI KHỐI

Mạch lọc thích nghi khối có sơ đồ cho trên hình 9.1, trong đó x[n] là dãy dữ liệu vào được phân thành L- khối nhờ bộ chuyển đổi nối tiếp - song song. Các khối của dãy dữ liệu lối vào sau khi được tạo thành, từng khối

một, được đưa vào một mạch lọc FIR có chiều dài M. Táp trọng số của mạch lọc được giữ cố định trên mỗi khối của dãy dữ liệu để sao cho sự thích nghi của mạch lọc thực hiện theo khối này tiếp khối kia chứ không phải từ mẫu này tới mẫu khác như trong thuật toán LMS thông thường. Nếu ký hiệu k là chỉ số của khối và $\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}]$ là véc tơ táp trọng số của mạch lọc đối với khối thứ k đó, khi đó có thể viết:

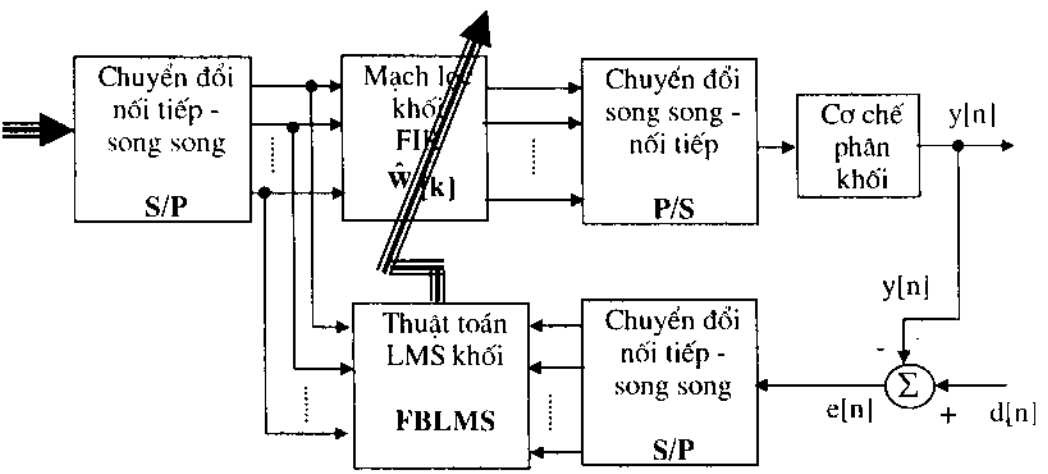
$$\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}] = \{\hat{w}_0[k]\ \hat{w}_1[k] \ldots \hat{w}_{N-1}[k]\}^T \quad k = 0, 1, \ldots \qquad (7.1)$$

Chỉ số số thời gian của mẫu gốc n liên hệ với chỉ số khối bằng hệ thức:

$$n = kL + I \qquad i = 0, 1, \ldots, M-1;\ k = 0, 1, \ldots \qquad (7.2)$$

Tại thời điểm n quan hệ giữa các y[n] d[n] và e[n] được biểu thị bằng phương trình:

$$e[n] = d[n] - y[n] \qquad (7.3)$$



Hình 7.1. Sơ đồ của mạch lọc thích nghi khối.

trong đó d[n] là tín hiệu mong muốn còn y[n] là tín hiệu lối ra của mạch lọc thích nghi khối, liên hệ với dãy dữ liệu lối vào x[n] bằng hệ thức:

$$y[n] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}]^T \mathbf{x}[n] \qquad (7.4)$$

trong đó $\mathbf{x}$ [n] là véc tơ tín hiệu lối vào tại thời điểm n, được viết như sau:

$$\mathbf{x}[n] = \{x[n]\ x[n-1], \ldots, x[n-M+1]\}^T \qquad (7.5)$$

Khi đó hệ thức (7.4) có thể viết dưới dạng tương đương:

$$y[kL+i] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}]^T \mathbf{x}[kL+i]$$

$$= \sum_{l=0}^{N-1} \hat{w}_l[k]x[kL+i-l], \quad i = 0, 1,..., M-1 \qquad (7.6)$$

Như vậy đối với mạch lọc thích nghi khối, phương trình (7.3) có dạng:

$$e[kL + i] = d[kL + i] - y[kL + i] \qquad (7.7)$$

với $i = 0, 1,..., M-1$ và $k = 0, 1,...$.

Từ phương trình cho thấy dãy sai số e[n] cũng đã được phân thành khối M điểm một cách đồng bộ với đầu vào của mạch lọc thích nghi khối và sau đó được sử dụng để tính sự hiệu chính cho các táp trọng số của mạch lọc như mô tả trên hình 9.1.

Để minh họa mạch lọc thích nghi khối ta lấy ví dụ mạch lọc FIR có chiều dài M =3 chiều dài của khối cũng bằng 3 nghĩa là L =3. Khi đó quan hệ vào ra của khối thứ k theo (7.6) viết dưới dạng ma trận sẽ có dạng:

$$\begin{bmatrix} y[3k] \\ y[3k+1] \\ y[3k+2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x[3k] & x[3k-1] & x[3k-2] \\ x[3k+1] & x[3k] & x[3k-1] \\ x[3k+2] & x[3k+1] & x[3k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0[k] \\ w_1[k] \\ w_2[k] \end{bmatrix} \qquad (7.8)$$

Lưu ý rằng các ma trận dữ liệu ở đây là một ma trận Toeplitz. Đó là ma trận có các thành phần trên đường chéo chính đều như nhau.

7.2. THUẬT TOÁN LMS KHỐI

Trong mạch lọc thích nghi khối, đối với mỗi khối dữ liệu thì có các tín hiệu lỗi khác nhau; Tín hiệu sai số này được phép thay đổi tại mỗi tốc độ dữ liệu và được sử dụng trong quá trình thích nghi. Do vậy, đối với khối thứ k, ta có thể lấy tổng các tích $\mathbf{x}[kL+i]e[kL+i]$ trên tất cả các giá trị khả dĩ của $i = 0, 1,..., M-1$ và như vậy xác định được phương trình cập nhật véc tơ táp trọng số của thuật toán LMS khối hoạt động trong chế độ giá trị thực như sau:

$$\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}+\mathbf{1}] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}] + \mu \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{x}[kM+i]e[kM+i] \qquad (7.9)$$

ở đây μ là thông số bước.

Để tiện trình bày, phương trình trên có thể viết dưới dạng đơn giản hơn:

$$\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}+\mathbf{1}] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}] + \mu\, \Phi[k] \qquad (7.10)$$

trong đó véc tơ $\Phi[k]$ là một tương quan chéo giữa véc tơ lối vào khối và véc

tơ sai số khối được xác định từ :

$$\Phi[k] = \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{x}[kM+i]e[kM+i] \tag{7.11}$$

Trong mạch lọc thích nghi khối, véc tơ gradient được sử dụng để cập nhật táp trọng số của mạch lọc là trung bình của các véc tơ gradient. Do vậy:

$$\hat{\nabla}[k] = -\frac{2}{M}\sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{x}[kL+i]e[kL+i] \tag{7.12}$$

Hệ số 1/M là do lấy trung bình theo thời gian.

Khi đó thuật toán LMS khối có dạng:

$$\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}+1] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}] - \mu_B\hat{\nabla}[\mathbf{k}] \tag{7.13}$$

trong đó :

$$\mu_B = L\mu \tag{7.14}$$

Hay :

$$\hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}+1] = \hat{\mathbf{w}}[\mathbf{k}] + 2\frac{\mu_B}{L}\mathbf{x}^T[k]\,\mathbf{e}[k] \tag{7.15}$$

trong đó ta đã thay:

$$\sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{x}[kL+i]e[kL+i] = \mathbf{x}^T[k]\,\mathbf{e}[k] \tag{7.16}$$

Phương trình (7.15) tương ứng với sự cập nhật táp trọng số của mạch lọc theo các mẫu của tín hiệu lối vào $\mathbf{x}[n]$ và theo các mẫu của tín hiệu sai số $\mathbf{e}[n]$. Nó xác định phép lặp của thuật toán BLMS.

Do vậy tính chất hội tụ của thuật toán BLMS phụ thuộc vào trị riêng của ma trận tương quan $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}[n]\mathbf{x}^T[n]\}$ có nghĩa là thuật toán BLMS cũng là sự thực thi thống kê của phương pháp giảm bước nhanh nhất.

Thuật toán BLMS có M mốt hội tụ được đặc trưng bằng hằng số thời gian:

$$\tau_{B,i} = \frac{1}{4\mu_B\lambda_i}, \text{ với } i = 0, 1,..., M-1 \tag{7.17}$$

ở đây λ_i là các giá trị riêng của ma trận tương quan **R.**

Thông số bước của thuật toán BLMS, μ_B, có thể được lựa chọn sao cho đối với sự điều chỉnh sai số nhỏ và đối với các khối dài có kích thước gần bằng kích thước của mạch lọc thì nằm trong vùng 10% hoặc nhỏ hơn. Khi đó, hệ số điều chỉnh sai số của thuật toán khối được chọn gần đúng bằng:

$$\mathcal{M}_B = \frac{\mu_B}{M} \operatorname{tr}\{\mathbf{R}\} \tag{7.18}$$

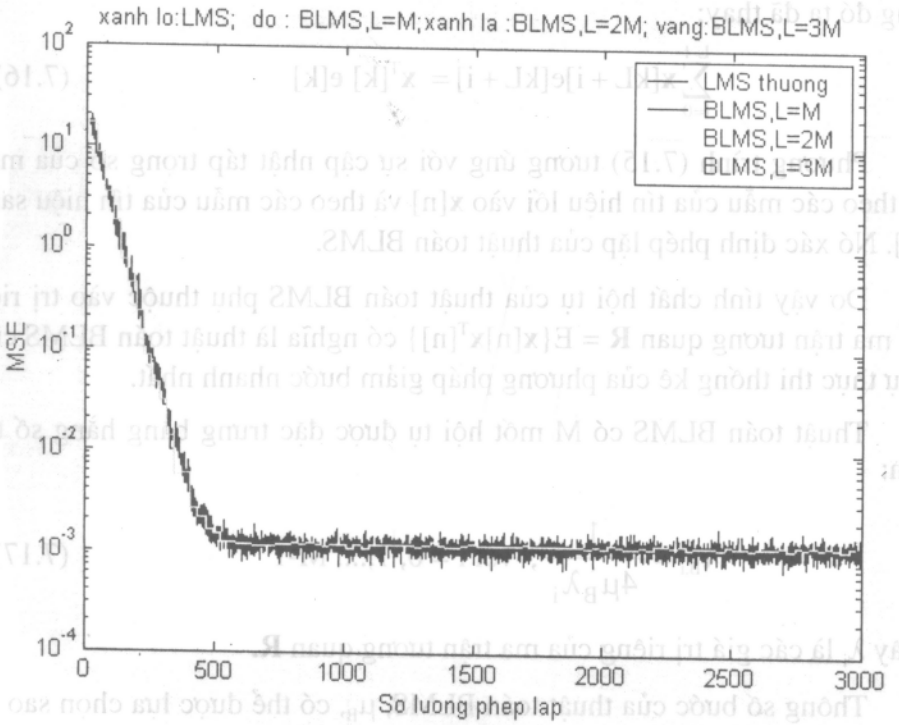
Thay thông số bước của thuật toán BLMS vào trong (7.17), ta thu được:

$$\tau_{B,i} = \frac{1}{4M\mu\ \lambda_i} \text{ khoảng thời gian giữa các khối} \tag{7.19}$$

$$\tau_{B,i} = \frac{1}{4\mu\lambda_i}, \text{ khoảng thời gian giữa các mẫu} \tag{7.20}$$

Từ đó ta thấy tính chất hội tụ của thuật toán BLMS và LMS không khác nhau.

Đồ thị trên hình (7.2) cho thấy điều đó. Trên hình vẽ, chiều dài của khối được chọn với các giá trị khác nhau và thông số bước μ được chọn sao cho hệ số điều chỉnh sai số $\mathcal{M}_B = 0.1$ theo công thức (7.18). Quá trình ngẫu nhiên lối vào **x**[n] là dãy lối ra của mạch lọc có đáp ứng xung h[n] = [0,35 1 -0,35]. Khi đó, giá trị riêng của ma trận tương quan **R** bằng 1,4537.



Hình 7.2. So sánh tính chất hội tụ của thuật toán LMS và BLMS
Chiều dài của khối L=M, 2M,và 3M với M = 15.

7.3. THUẬT TOÁN LMS NHANH (BLMSF)

Như trong các tiết trên đã mô tả, thuật toán BLMS cho phép thực hiện sự xử lý tín hiệu thích nghi theo khối một cách song song và do vậy đã rút bớt được thời gian xử lý do không phải chờ đợi. Tuy nhiên vấn đề mấu chốt là làm thế nào để giảm bớt được thời gian cũng như độ phức tạp trong tính toán để nâng cao hiệu suất tính toán và khối lượng thông tin cần xử lý. Đó là mục tiêu mà các chuyên gia xử lý quan tâm hàng đầu. Như đã thấy, trong thuật toán BLMS sức nặng tính toán là thực hiện phép *nhân chập thẳng* giữa táp trọng số của mạch lọc và dãy lối vào được xác định từ phương trình (7.6) và xác định sự tương quan tuyến tính giữa các táp lối vào của mạch lọc và tín hiệu sai số được mô tả trong phương trình (7.11).

Như đã biết *thuật toán Fourier nhanh (FFT) và DCT nhanh* cung cấp công cụ hết sức hiệu quả để thực hiện nhanh các phép nhân chập và sự tương quan. Do đó người ta đã áp dụng các thuật toán nhanh để thực hiện nhanh các phép nhân chập cũng như sự tương quan. Thuật toán BLMS được áp dụng FFT để thực hiện nhanh phép nhân chập và sự tương quan được gọi là *thuật toán LMS nhanh (FBLMS).*

Phép nhân chập nhanh có thể được thực hiện theo phưpưng pháp cộng-chồng phủ hay loại bỏ-chồng phủ. Người ta nhận thấy phương pháp loại bỏ chồng phủ hiệu quả hơn nếu sử dụng chồng phủ 50% ; có nghĩa là ta phải điền thêm 50% số 0. Do đó, M táp trọng số của mạch lọc được điền thêm M số 0 nữa để bằng N điểm tính FFT:

$$N = 2M \tag{7.21}$$

Như vậy nếu gọi $\hat{\mathbf{W}}[k]$ là véc tơ cột các hệ số FFT của táp trọng số của mạch lọc đã điền số không, thì nó được tính từ:

$$\hat{\mathbf{W}}[k] = \mathrm{FFT}\begin{Bmatrix} \hat{w}[k] \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \tag{7.22}$$

trong đó **0** là véc tơ không M giá trị còn FFT{.} ký hiệu biến đổi Fourier nhanh.

Điều đó có nghĩa là $\hat{\mathbf{W}}[k]$ là biến đổi Fourier nhanh của véc tơ táp trọng số đã điền thêm M số không.

Nếu gọi X[k] là ma trận chéo NxN suy ra từ dãy dữ liệu lối vào như sau:

$$\mathbf{X}[k] = \mathrm{diag}\{\mathrm{FFT}\{\underbrace{x[kM-M],\ldots,x[kM-1]}_{\text{khối thứ (k-1)}},\underbrace{x[kM],\ldots,x[kM+M-1]}_{\text{khối thứ (k)}}\} \tag{7.23}$$

Bây giờ ta áp dụng phương pháp loại bỏ chồng phủ (overlap-save) để thực hiện phép nhân chập thẳng (7.6). Đó là một véc tơ cột có M phần tử.

$$\mathbf{y}^T[k] = \{y[kM], y[kM+1],..., y[kM+M-1]\}$$

$$= \text{M phần tử cuối cùng của IFFT}\{\mathbf{X}[k]\ \hat{\mathbf{W}}[k]\} \qquad (7.24)$$

trong đó IFFT{.} là biến đổi Fourier nhanh nghịch đảo.

Đối với sự tương quan tuyến tính của khối thứ k, ta thu được véc tơ đáp ứng mong muốn :

$$\mathbf{d}[k] = \{d[kM], d[kM+1],..., d[kM+M-1]\}^T \qquad (7.25)$$

và véc tơ tín hiệu sai số :

$$\mathbf{e}[k] = \{e[kM], e[kM+1],..., e[kM+M-1]\}^T \qquad (7.26)$$

$$= \mathbf{d}[k] - \mathbf{y}[k]$$

Lưu ý rằng véc tơ tín hiệu sai số e[k] là biến đổi Fourier nhanh nghịch đảo của **E[k].**

Hay:

$$\mathbf{E[k] = FFT}\left\{\begin{matrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{e}[k]\end{matrix}\right\} \qquad (7.27)$$

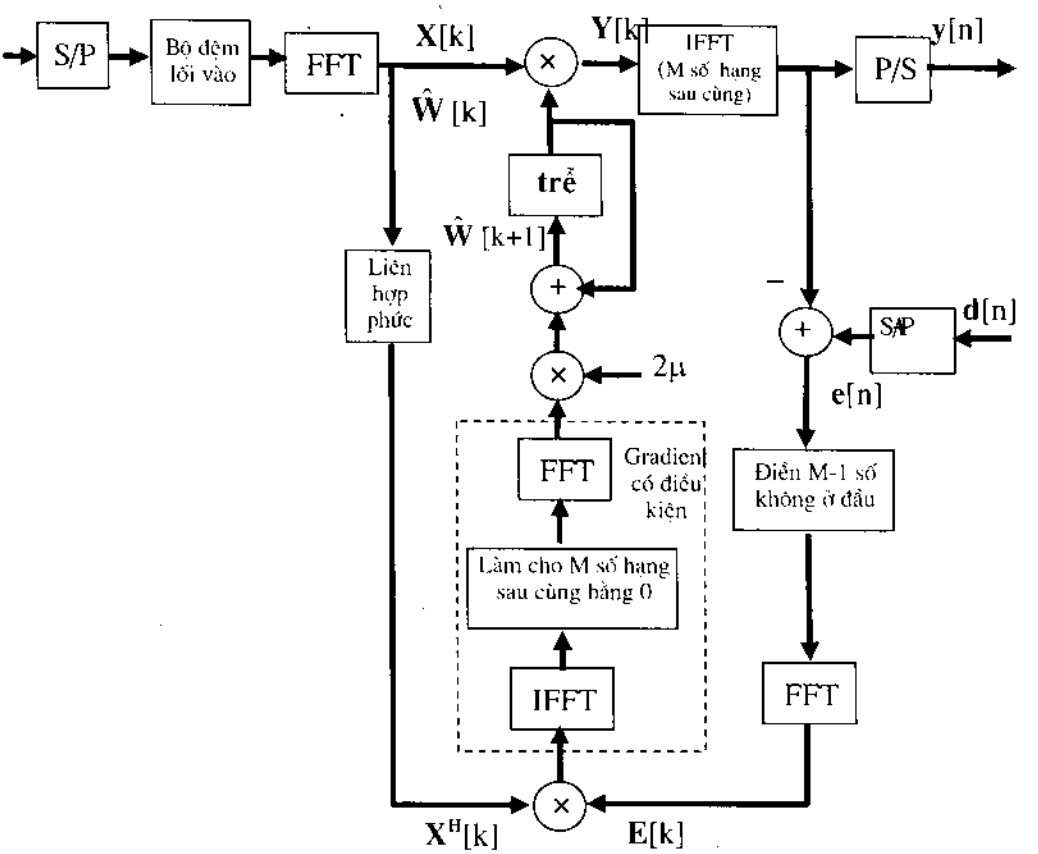
Như đã biết phép tính tương quan là ngược với phép nhân chập. Do vậy phương pháp loại bỏ chồng phủ áp dụng cho phép tính tương quan lại lấy M phần tử đầu tiên và loại bỏ M phần tử cuối cùng. Có nghĩa là véc tơ tương quan $\mathbf{\Phi}[k]$ được tính như sau:

$$\mathbf{\Phi}[k] = \text{M phần tử đầu tiên của IFFT}\{\mathbf{X}^H[k]\mathbf{E}[k]\} \qquad (7.28)$$

Cuối cùng phương trình cập nhật véc tơ táp trọng số đối với phương pháp loại bỏ chồng phủ thu được:

$$\hat{\mathbf{W}}[k+1] = \hat{\mathbf{W}}[k] + \mu\ \text{FFT}\left\{\begin{matrix}\mathbf{\Phi[k]}\\ \mathbf{0}\end{matrix}\right\} \qquad (7.29)$$

Các phương trình từ (7.22) đến (7.29) xác định thuật toán BLMS nhanh. Hình 7.3 mô tả đồ thị thuật toán FBLMS này. Hay nói khác đi, đồ thị hình 7.3 là sự thực thi thuật toán LMS trên lĩnh vực tần số. Do vậy, tính chất hội tụ của nó đồng nhất với tính chất hội tụ của thuật toán BLMS như đã khảo sát trên đây.



Hình 7.3. Sơ đồ thực thi thuật toán FBLMS trên lĩnh vực tần số.

Sơ đồ này thực hiện tính toán một cách hiệu quả nhờ áp dụng thuật toán FFT. Trong sơ đồ này bộ đệm lối vào có nhiệm vụ chọn lựa các mẫu lối vào để sao cho lối ra của nó **x**[n] là một dãy gồm M mẫu của khối mới và M mẫu của khối trước đó. Véc tơ mẫu dữ liệu lối vào này được FFT chuyển sang lĩnh vực tần số **X**[k] và được nhân với véc tơ táp trọng số của mạch lọc trên lĩnh vực tần số $\hat{\mathbf{W}}$ [k] để thu được véc tơ của tín hiệu lối ra trên lĩnh vực tần số **Y**[k]. Các mẫu lối ra trên lĩnh vực tần số này được chuyển về lĩnh vực thời gian nhờ bộ biến Fourier nhanh nghịch đảo IFFT. Chỉ giữ lại M số hạng sau cùng của kết quả tính toán IFFT làm dữ liệu cho dãy lối ra y[n]. Sau đó, các mẫu tín hiệu lối ra này của mạch lọc được gửi tới bộ đệm lối ra và tới tầng xác định sai số **e**[n]. Véc tơ sai số bây giờ được điền thêm M số không vào đầu để chuyển sang lĩnh vực tần số **E**[k] nhờ FFT. Phép nhân **E**[k] với liên hợp phức của véc tơ tín hiệu lối vào $\mathbf{X}^H$[k] cho ta thực hiện phép tính tương quan giữa hai tín hiệu trên lĩnh vực tần số **Φ**[k]. Kết quả này được sử

dụng để cập nhật véc tơ táp trọng số $\hat{\mathbf{W}}[k]$ như thấy trên sơ đồ. Bộ gradient có nhiệm vụ làm sao cho táp trọng số của mạch lọc có M số hạng sau cùng bằng không. Vì thế mới có tên là *gradient có điều kiện.*

Tuy nhiên, nếu phương trình cập nhật véc tơ táp trọng số được xác định dưới dạng:

$$\hat{\mathbf{W}}[k+1] = \hat{\mathbf{W}}[k] + \mu\, \mathbf{X}^H[k]\mathbf{E}[k] \qquad (7.30)$$

thì không cần phải thực hiện khối gradient có điều kiện nữa. Trong trường hợp này đồ thị dòng tín hiệu thực thi thuật toán FBLMS sẽ không có phần ở trong khung chấm chấm nữa. Khi đó ta thực hiện *lọc thích nghi trên lĩnh vực tần số mà không cần điều kiện ràng buộc*. Rõ ràng việc thực thi thuật toán FBLMS không có điều kiện ràng buộc đơn giản hơn vì không phải thực hiện hai trong năm phép tính FFT và IFFT. Tuy nhiên sự đơn giản này phải trả giá cho hệ số điều chỉnh sai cao hơn.

Thuật toán FBLMS tiết kiệm được rất nhiều tính toán so với thuật toán LMS thông thường. Chẳng hạn nếu M táp trọng số hoạt động trong chế độ thực, thì thuật toán LMS cần $2M^2$ phép nhân thực trong khi thuật toán FBLMS chỉ cần $10M\log_2 M + 26\,M$. Do vậy tỉ số của độ phức tạp tính toán giữa hai thuật toán là:

$$\frac{10M\log_2 M + 26M}{2M^2} = \frac{5\log_2 M + 13}{M} \qquad (7.31)$$

Chẳng hạn với M = 2048 thì tỉ số trên bằng 1/30. Nghĩa là thuật toán FBLMS nhanh hơn thuật toán LMS thông thường 30 lần. Tỉ số này còn tăng mạnh khi số điểm tính FFT tăng lên.

7.4. CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO

Ngoài phép biến đổi FFT ta còn có thể sử dụng các phép biến đổi trực giao để chuyển mạch lọc thích nghi sang lĩnh vực tần số. Trên lĩnh vực này, hiệu quả tính toán sẽ tốt hơn nhờ sử dụng các thuật toán nhanh như FFT. Các phép biến đổi trực giao hay được sử dụng nhất trong các ứng dụng của xử lý tín hiệu làbiến đổi Fourier rời rạc (DFT), biến đổi cosine (DCT) và sine rời rạc (DST), biến đổi Hartley rời rạc (DHT) hay biến đổi Walsh-Hadamard (WHT). Chúng ta sẽ xét năm phép biến đổi đó.

1. *Biến đổi DFT* là một ví dụ điển hình nhất của biến đổi trực giao. Phần tử thứ k của ma trận biến đổi DFT là:

$$f_{km} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j\frac{2\pi}{N}km}, \text{ với } 0 \le k,m \le N-1 \qquad (7.32)$$

trong đó hệ số $1/\sqrt{N}$ là thừa số chuẩn hoá.

Đáp ứng biên độ của biến đổi DFT phân chia khoảng tần số của tín hiệu lối vào thành N dải con cách nhau một lượng $2\pi/N$, giống như một dàn lọc đồng nhất. Dàn lọc đó có hàm truyền:

$$H_{DFT}(z) = \sum_{m=0}^{N-1} f_{km} z^{-m} \tag{7.33}$$

Thay hệ số f_{km} từ (7.32) vào (7.33), ta thu được:

$$H_{DFT}(z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}km} z^{-m}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1-(e^{-j\frac{2\pi}{N}k} z^{-1})^N}{1-e^{-j\frac{2\pi}{N}k} z^{-1}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{1-z^{-N}}{1-e^{-j\frac{2\pi}{N}k} z^{-1}} \tag{7.34}$$

Như vậy hàm truyền chuẩn hoá của mạch lọc DFT thứ k có thể được xác định dưới dạng:

$$H_{DFT}(z) = \frac{1-z^{-N}}{1-c^{-j\frac{2\pi}{N}k} z^{-1}}, \text{ với } k = 0, 1, \ldots, N-1 \tag{7.35}$$

Rõ ràng là đáp ứng tần số của các mạch lọc tương ứng với k chạy từ 0 đến N-1 sẽ cách đều nhau bằng $2\pi/N$ và chia băng tần của tín hiệu lối vào thành N dải con. Mạch lọc như vậy còn có tên là *mạch lọc lấy mẫu tần số*.

2. *Biến đổi cosine (DCT)* cũng là một ví dụ điển hình của biến đổi trực giao. Như đã biết, DCT của một dãy { x[n], x[n-1],..., x[n-N+1]} được định nghĩa như sau:

$$X_{DCT,k}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} c_{km} x[n-l], \text{ với } k = 0, 1, \ldots, N-1 \tag{7.36}$$

ở đây c_{km} là hệ số khai triển DCT được xác định từ:

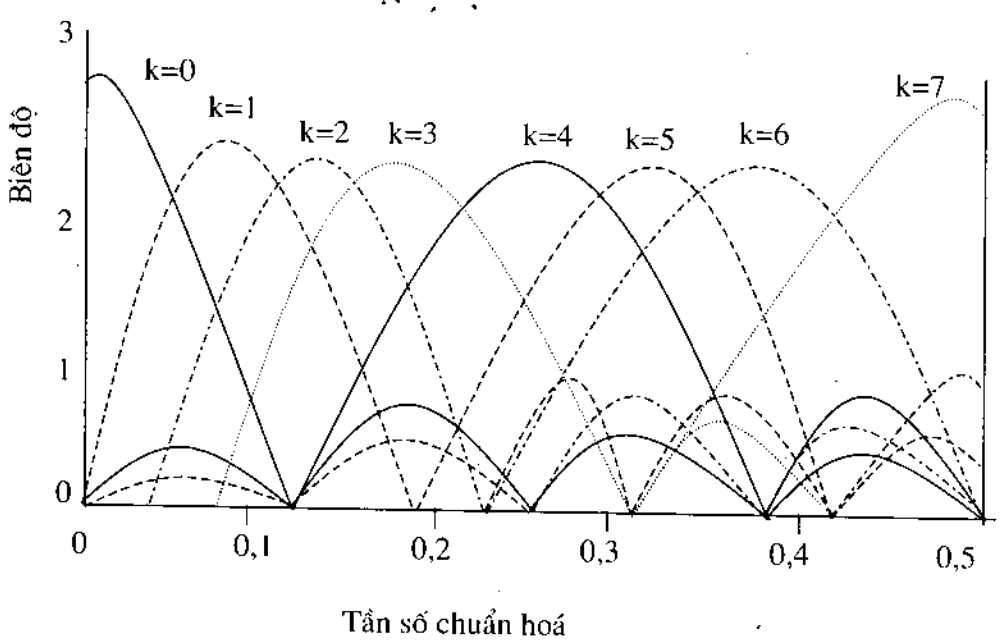
$$c_{km} = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{N}}, & k = 0 \text{ và } m = 0,1,\ldots,N-1 \\ \sqrt{\dfrac{2}{N}}\cos\dfrac{\pi(2m+1)k}{2N}, & k = 1,2,\ldots,N-1 \\ & \text{và } m = 0,1,\ldots,N-1 \end{cases} \qquad (7.37)$$

Biến đổi DCT được định nghĩa như (7.36) tạo nên một dàn lọc của các mạch lọc FIR có các đáp ứng xung là những hệ số c_{km}. Dàn lọc đó được gọi là dàn lọc DCT. Hàm truyền của mạch lọc DCT thứ k có dạng:

$$H_{DCT}(z) = \sum_{m=0}^{N-1} c_{km} z^{-m} \quad k=0, 1,\ldots, N-1 \qquad (7.38)$$

Thay các hệ số c_{km} từ (7.37) vào (7.38), ta thu được hàm truyền của các mạch lọc DCT compact như sau:

$$H_{DCT}(z) = \frac{(1-z^{-1})(1-(-1)^k z^{-N})}{1-2\cos\dfrac{\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}}, \quad k = 0, 1,\ldots, N-1 \qquad (7.39)$$



Hình 7.4. Sự phân chia dải tần của mạch lọc DCT với N=8.

3. *Biến đổi sine rời rạc (DST)* tương tự như biến đổi DCT nhưng hệ số biến đổi được biểu diễn dưới dạng:

$$s_{km} = \sqrt{\frac{2}{N+1}} \sin\frac{km\pi}{N+1}, \quad k, m = 1, 2, ..., N \qquad (7.40)$$

Cũng giống như biến đổi DCT, biến đổi DST cũng tạo thành N mạch lọc phân chia dải tần có các đáp ứng xung là các hệ số khai triển DST và có hàm truyền:

$$H_{DST}(z) = \sum_{m=1}^{N} s_{km} z^{-m} \qquad (7.41)$$

Hay dưới dạng compact:

$$H_{DST}(z) = \frac{1 + (-1)^k z^{-(N+1)})}{1 - 2\cos\frac{\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}}, \quad k = 1, ..., N-1 \qquad (7.42)$$

4. *Biến đổi Hartley rời rạc (DHT)*: các hệ số của DHT được xác định từ hệ thức sau:

$$h_{km} = \frac{1}{\sqrt{N}}\left(\cos\frac{2\pi km}{N} + \sin\frac{2\pi km}{N}\right), \quad \text{với } 0 \le k,m \le N-1 \qquad (7.43)$$

Biến đổi Hartley rời rạc cũng tạo nên các mạch lọc băng hẹp chia dải tần số của tín hiệu lối vào thành các dải con. Mạch lọc DHT thức k có hàm truyền dạng compact là:

$$H_{DHT}(z) = \frac{(1 - (\cos\frac{2\pi k}{N} - \sin\frac{2\pi k}{N})z^{-1})(1 - z^{-N})}{1 - 2\cos\frac{\pi k}{N} z^{-1} + z^{-2}}, \quad k = 0, 1, ..., N-1 \qquad (7.44)$$

5. *Biến đổi Walsh- Hadamard (WHT):* được xác định khi chiều dài $N = 2^n$. Các hệ số của phép biến đổi này được xác định từ:

$$w_{kl} = \frac{1}{\sqrt{N}} \prod_{p=0}^{m-1} (-1)^{b_p[k] b_{m-1-p}[l]}, \quad \text{với } 0 \le k,l \le N-1 \qquad (7.45)$$

ở đây $m = \log_2 N$, $b_p[k]$ là bit thứ p (với p = 0 tương ứng với bit có nghĩa ít nhất) của biểu diễn nhị phân của k.

Ưu điểm chính của WHT là sự đơn giản, bởi vì tất cả các hệ số của nó chỉ nhận giá trị +1 hoặc -1; do vậy trong sơ đồ thực thi phép biến đổi này

không có bất kỳ phép nhân nào. Tuy nhiên, cái giá phải trả cho sự đơn giản đó là cánh biên của biến đổi WHT rộng hơn cánh biên của các phép biến đổi khác và hiệu năng tính toán của nó cũng thấp hơn.

7.5. THỰC HIỆN BIẾN ĐỔI DCT TRƯỢT (SLIDING)

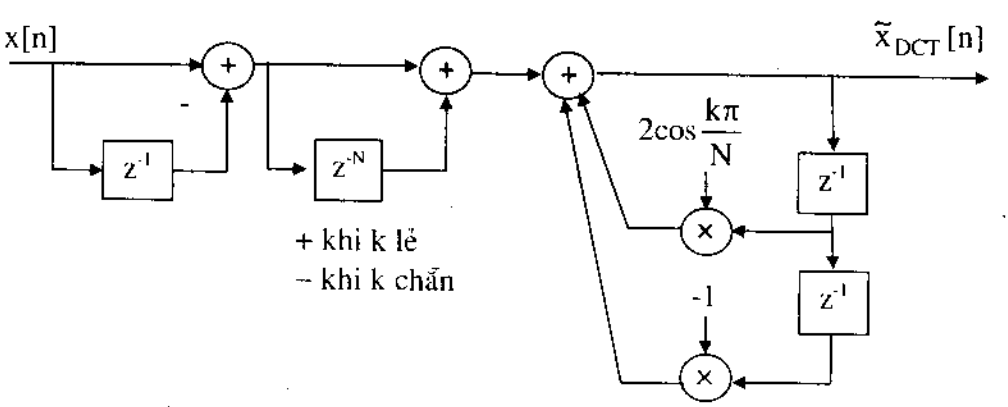
Đối với trường hợp mạch lọc ngang FIR, dãy lối vào x[n] có tính chất quan trọng có thể được sử dụng để giảm bớt mức độ phức tạp trong tính toán các thuật toán biến đổi. Tính chất đó được gọi là *tính chất trượt* (sliding). Nội dung của nó là như sau: Đối với mạch lọc ngang FIR có chiều dài N, khi $\mathbf{x}[n] = \{x[n]\ x[n-1],..., x[n-N+1]\}^T$, thì $\mathbf{x}[n]$ và $\mathbf{x}[n+1]$ có N-1 phần tử chung nhau và $\mathbf{x}[n+1]$ thu được bằng cách trượt (dịch) các phần tử của dãy $\mathbf{x}[n]$ đi một phần tử xuống dưới, sau khi bỏ đi phần tử cuối cùng của $\mathbf{x}[n]$ và cộng thêm một mẫu mới của lối vào x[n+1] là phần tử đầu tiên của $\mathbf{x}[n+1]$. Trong phần này, chúng ta sẽ khai thác tính chất của hai dãy dữ liệu x[n] và x[n+1] của dãy lối vào để thực thi hiệu quả biến đổi DCT. Phép biến đổi như vậy được gọi là phép biến đổi DCT trượt (sliding DCT).

7.5.1. So đồ thực hiện đệ quy biến đổi DCT trượt

Như đã thấy ở trên, các hệ số của biến đổi DCT tạo thành một dàn lọc DCT có các hàm truyền như trong (7.39). Bây giờ chúng ta sẽ thực thi đệ quy các hàm truyền này:

$$H_{DCT}(z) = \frac{(1-z^{-1})(1-(-1)^k z^{-N})}{1-2\cos\frac{\pi k}{N}z^{-1}+z^{-2}} \tag{7.46}$$

Đây là hàm truyền của mạch lọc DCT thứ k. Hàm truyền này có ba phần riêng biệt nhau: phần nuôi trước gồm hai thừa số $(1-z^{-1})$ và $(1-(-1)^k z^{-N})$ và phần phản hồi có là $1-\cos(\pi k/N)z^{-1} + z^{-2}$. Hình 7.5 là sơ đồ thực thi trực tiếp dạng nối tiếp mạch lọc DCT thứ k này.



Hình 7.5. Thực hiện mạch lọc DCT thứ k (7.45) dạng nối tiếp.

Để thực thi toàn bộ các mạch lọc DCT dưới dạng song song (dàn lọc) ứng với k = 0, 1, 2,..., N-1, ta tính cho từng trường hợp cụ thể:

1. Với k = 0, thì hệ thức:

$$\frac{1}{1-2\cos\frac{\pi k}{N}z^{-1}+z^{-2}}=\frac{1}{(1-z^{-1})^2}$$

nên hàm truyền của mạch lọc DCT thứ 0 này bằng:

$$H^0_{DCT}(z)=\frac{1-z^{-N}}{1-z^{-1}} \tag{7.47}$$

2. Đối với các giá trị k = 1, 2,..., N-1, thì hệ thức:

$$1-(-1)^k z^{-N}=\begin{cases}1-z^{-N}, & \text{khi k chẵn}\\ 1+z^{-N}, & \text{khi k lẻ}\end{cases} \tag{7.48}$$

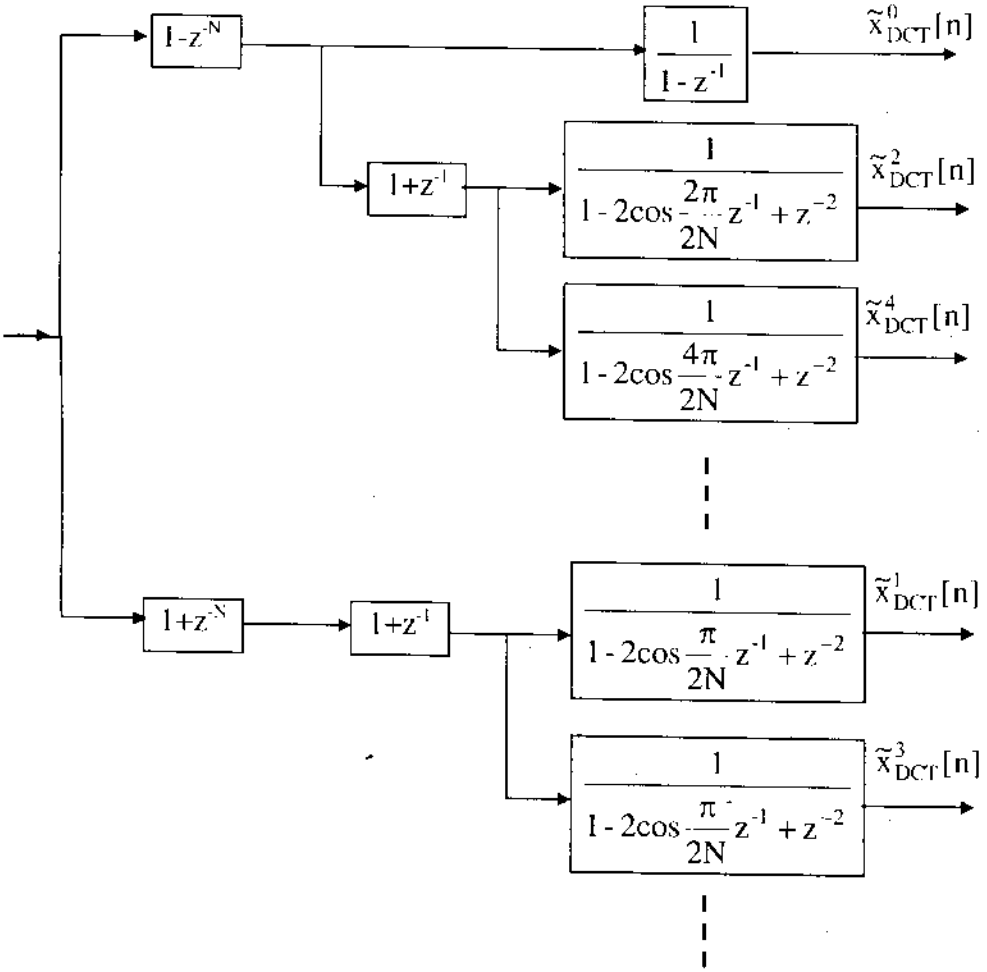
khi đó hàm truyền có dạng:

$$H^k_{DCT}(z)=\frac{(1-z^{-1})(1\pm z^{-N})}{1-2\cos\frac{\pi k}{N}z^{-1}+z^{-2}},\quad \begin{matrix}+\text{ khi k lẻ}\\ -\text{ khi k chẵn}\end{matrix} \tag{7.49}$$

Do vậy các tầng ứng với k chẵn và lẻ cũng được tách thành hai phần riêng rẽ như mô tả trên sơ đồ cấu trúc hình 7.6.

Như thấy trên hình 7.6, các thành phần $1-z^{-N}$ và $1+z^{-N}$ có cùng chung lối vào **x**[n], do vậy có thể sử dụng chung đường trễ để giữ các mẫu đã qua của dãy lối vào, nhờ vậy giảm bớt được các yêu cầu về bộ nhớ cho toàn hệ thống.

Vấn đề chung đặt ra cho sự thực hiện đệ quy là chú ý đến tính chất ổn định của hệ thống. Như đã thấy các mạch lọc này có các điểm cực nằm trên vòng tròn đơn vị nên chỉ cần một sai số làm tròn nào đấy cũng có thể tích tụ và gây ra sự tràn mức, khi đó các điểm cực có thể nằm ngoài vòng tròn đơn vị và làm cho hệ thống bất ổn định. Để tránh điểm bất lợi này, ta có thể thay z^{-1} bằng βz^{-1} trong đó β hệ số rất gần với 1. Khi đó tính chất ổn định của hệ thống luôn luôn được đảm bảo. Tuy nhiên độ phức tạp tính toán tăng lên ít nhiều do phải thực hiện các bộ nhân hệ số β.



Hình 7.6. Dàn lọc phân tích DCT đệ quy.

7.5.2. Thực hiện không đệ quy các phép biến đổi trượt

Các phép biến đổi trực giao đã được khảo sát trên đây là những cơ sở để tạo ra những mạch lọc lấy mẫu tần số. Trong phần trên chúng ta đã xét sự thực hiện đệ quy các phép biến đổi DCT trượt. Tuy nhiên phương pháp này có thể áp dụng cho tất cả các phép biến đổi khác. Trong phần này, chúng ta xét một phương pháp thực hiện khác các phép biến đổi trượt đó. Trước hết bắt đầu với phép biến đổi Fourier rời rạc. Hàm truyền của mạch lọc DFT thứ k này có dạng:

$$H^k_{DFT}(z) = \frac{1 - z^{-N}}{1 - e^{-j\frac{2\pi}{N}} z^{-1}}, \text{ với } k = 0, 1, \ldots, N-1 \qquad (7.50)$$

Từ đây ta thấy tất cả các mạch lọc DFT đều có N điểm không phân bố đều đặn trên vòng tròn đơn vị cách nhau một khoảng $2\pi/N$; tức là bằng $e^{-j2\pi k/N}$ với k = 0, 1,..., N-1. Mỗi mạch lọc có một điểm cực cũng nằm trên vòng tròn đơn vị cùng vị trí như điểm không. Do đó, xảy ra sự cân bằng điểm cực với điểm không, vì vậy mỗi mạch lọc chỉ còn N-1 điểm không mà không có điểm cực nào.

Người ta đã sử dụng tính chất trên để khai triển $1-z^{-N}$ và sử dụng các kết quả đó để tạo ra cấu trúc cây để thực thi các mạch lọc DFT như cho trên hình 7.7 (với N = 16). Ở đây đã sử dụng đồng nhất thức sau để khai triển $1 - z^{-N}$ thành thừa số :

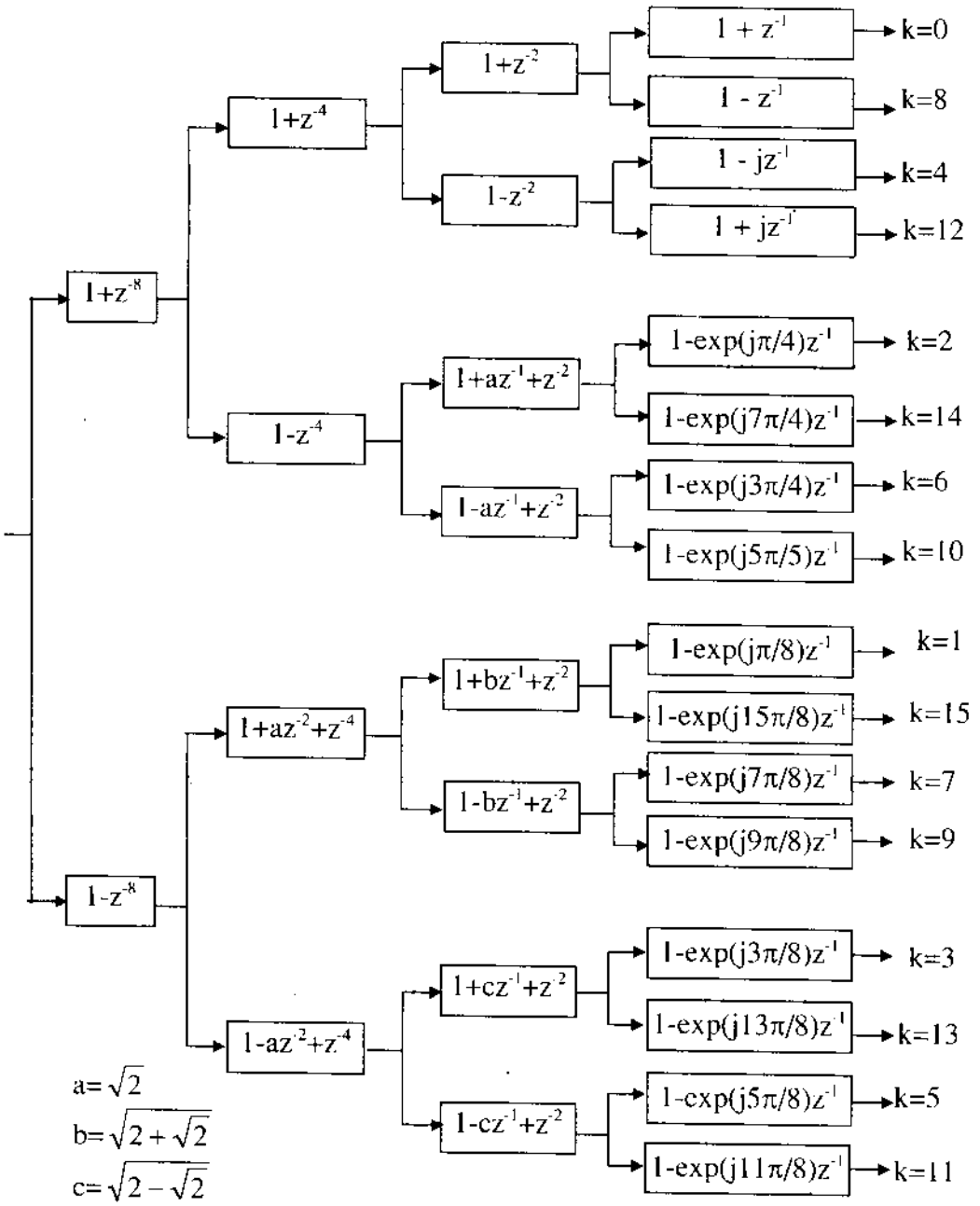
$$1 - z^{-2M} = (1 - z^{-M})(1 + z^{-M}) \qquad (7.50)$$

và

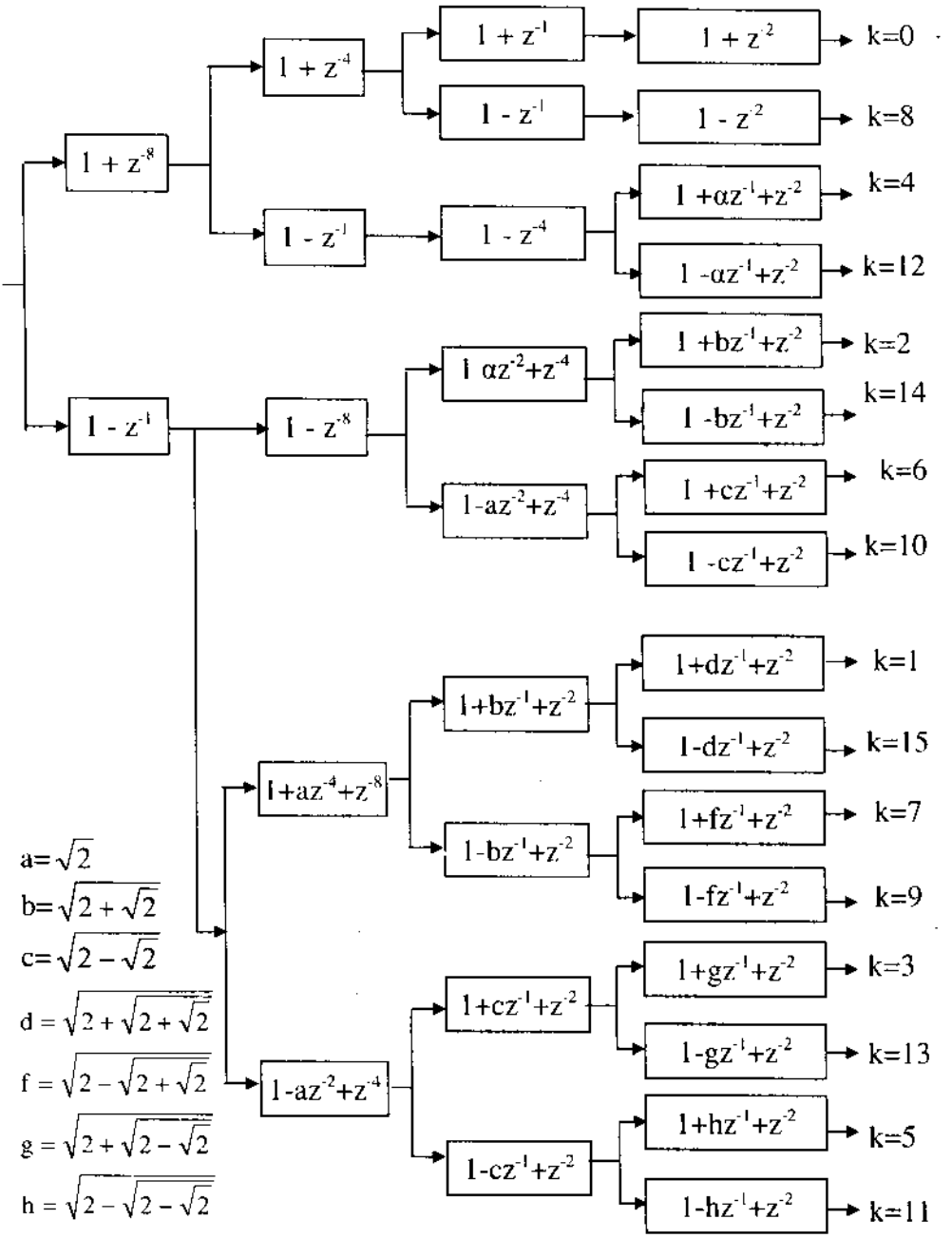
$$1 + az^{-2M} + z^{-4M} = (1 + \sqrt{2-a}z^{-M} + z^{-2M})(1 - \sqrt{2-a}z^{-M} + z^{-2M}) \qquad (7.51)$$

Để thấy làm thế nào để thực hiện được cấu trúc cây như trên hình 7.7, ta thấy tầng đầu tiên là khai triển $1 - z^{-16} = (1 - z^{-8})(1 + z^{-8})$. Các nhánh tiếp theo sau nhánh $1 + z^{-8}$ được làm từ các thừa số của nhánh $1 - z^{-8} = (1-z^{-4})(1 + z^{-4})$ và tương tự, các nhánh tiếp sau nhánh $1 - z^{-8}$ được làm từ các thừa số của $1 + z^{-8}) = (1+\sqrt{2}z^{-2} + z^{-4})(1 - \sqrt{2}z^{-2} + z^{-4})$. Với cùng một cách làm như vậy ta sẽ thu được cấu trúc cây như trên hình 7.7. Ở tầng thứ 4 ta còn hai điểm không liên hợp phức, ngoại trừ nhánh trên cùng ứng với hai điểm không nằm tại ± 1.

Đối với các mạch lọc biến đổi DCT, làm tương tự ta thu được cấu trúc cây không đệ quy như trên hình 7.8. Trong hình vẽ này ta thấy không có thành phần phức, vì biến đổi DCT là biến đổi thực, khi tín hiệu vào là thực thì số lượng tính toán rút gọn được chừng 50 %.



Hình 7.7. Cấu trúc cây của các mạch lọc DFT trượt với N = 16.



Hình 7.8. Cấu trúc cây của các mạch lọc DCT trượt với N = 16.

Chương 8

CÁC ỨNG DỤNG TIÊU BIỂU CỦA XỬ LÝ ĐA TỐC ĐỘ VÀ DÀN LỌC

8.1. MÃ HOÁ TIẾNG NÓI VÀ TÍN HIỆU ÂM THANH

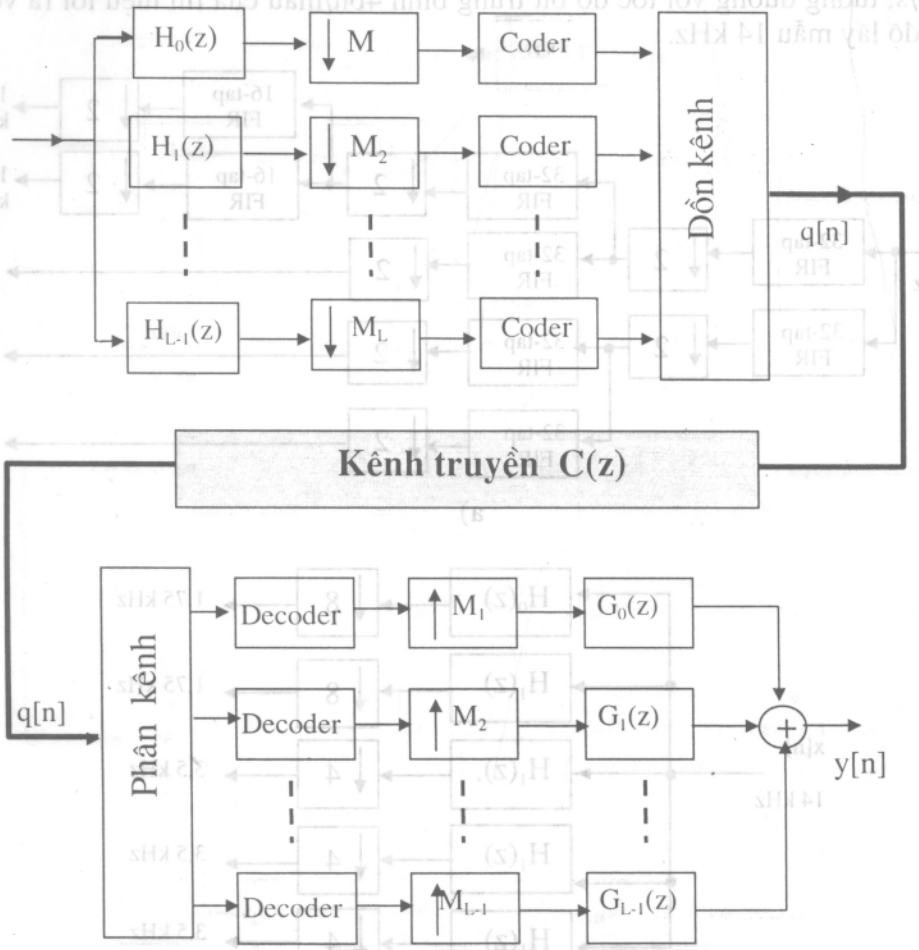
Trong các hệ thống thông tin thực tế, tín hiệu số thu được phần nhiều là nhờ sự chuyển đổi các tín hiệu analog thành các tín hiệu số và được truyền trên kênh với độ rộng băng thông hạn chế hoặc được lưu giữ với dung lượng hạn chế để sử dụng cho các mục đích tiếp sau. Để tăng cường dung lượng thông tin truyền dẫn và các thông tin lưu giữ cần phải áp dụng các phương pháp nén dữ liệu. Chẳng hạn tín hiệu tiếng nói trong hệ thống thông tin điện thoại có độ rộng băng tần khoảng 3,4 kHz. Vì vậy, để truyền số cần lấy mẫu tín hiệu tiếng nói với tốc độ lấy mẫu 8 kHz và sau đó chuyển đổi thành mã nhị phân nhờ bộ chuyển đổi A/D 8-bit và thu được tín hiệu số với tốc độ mẫu là 64.000 bit/giây, hay 64 kbit/s. Như vậy, với kênh mang T-1 thì có thể truyền được 24 kênh. Nhưng nếu nén tín hiệu tiếng nói đến tốc độ 32 kbit/s thì cũng vẫn kênh đó ta có thể truyền 48 kênh. Cũng như vậy, nếu nén âm thanh âm nhạc thì dung lượng thông tin chứa trong một đĩa compact cũng có thể tăng lên rất nhiều.

Một trong những phương pháp nén tín hiệu phổ thông nhất là mã hoá băng con (subband coding) sử dụng dàn lọc QMF và sự mã hoá được thực hiện rất có hiệu quả nhờ khai thác tính chất phân bố năng lượng của tín hiệu một cách không đồng đều trong dải tần. Trong phần này, chúng ta sẽ trình bày nguyên tắc mã hoá băng con các tín hiệu tiếng nói và âm thanh và mô tả một hệ thống mã hoá đặc biệt.

Hình 8.1 là một sơ đồ đơn giản hoá của một bộ mã hoá băng con. Trong sơ đồ này, tín hiệu lối vào x[n] được khai triển thành một loạt các tín hiệu dải hẹp nhờ các mạch lọc của dàn lọc phân tích. Các dải tần của các tín hiệu dải hẹp này sắp xếp liên tiếp nhau trên trục tần số. Sau đó các tín hiệu được giảm tốc độ mẫu để tạo nên các tín hiệu băng con. Tiếp đó, mỗi tín hiệu băng con được nén bởi bộ mã hoá. Sau đó tất cả các tín hiệu băng con đã nén được dồn kênh và truyền trên kênh truyền đến máy thu.

Ở đầu thu, các tín hiệu hỗn hợp được phân kênh thành một loạt các tín hiệu băng con. Sau đó, mỗi tín hiệu băng con được giải nén nhờ bộ giải mã,

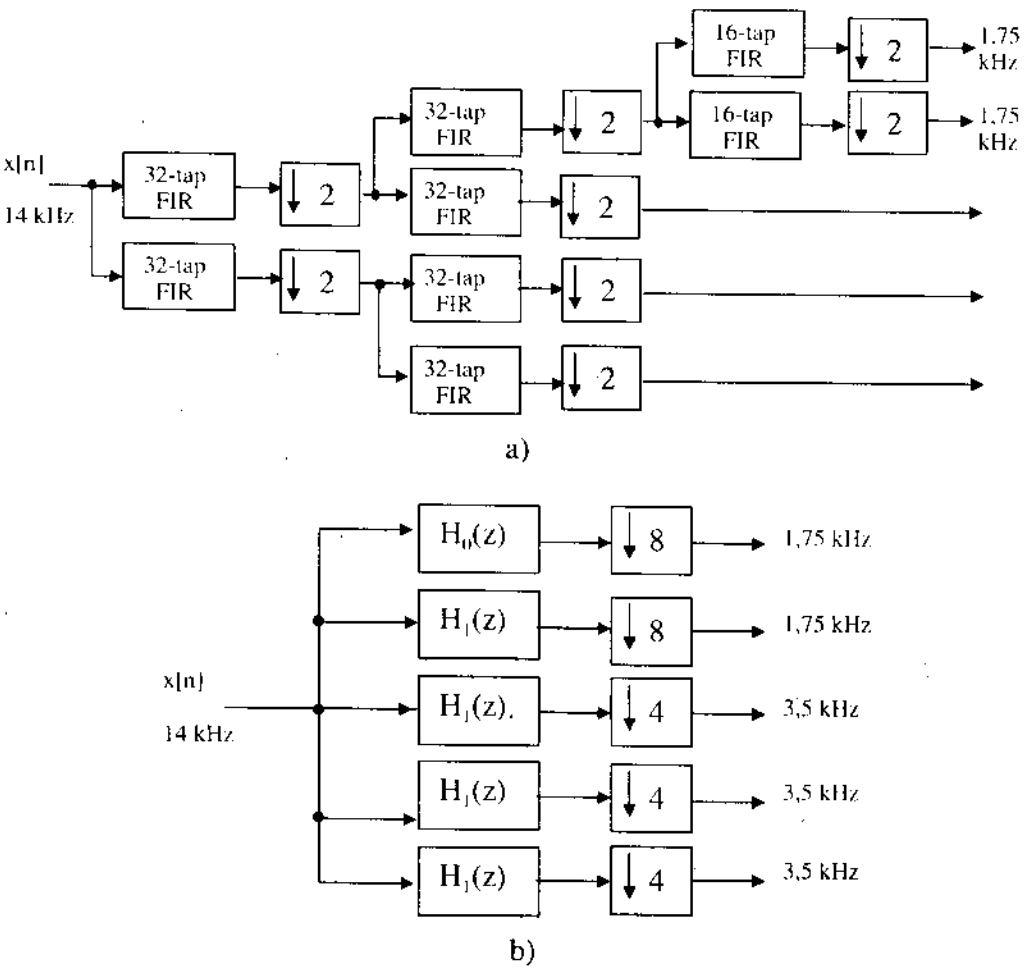
tăng tốc độ mẫu và sau đó cho qua các mạch lọc của dàn lọc tổng hợp. Các lối ra của các mạch lọc của dàn lọc tổng hợp được kết hợp lại với nhau tạo thành tín hiệu y[n]. Nếu quá trình xử lý hoàn hảo thì tín hiệu lối ra y[n] đúng bằng tín hiệu lối vào x[n]. Sự mã hoá băng con có tỉ số nén tốt hơn là phương pháp nén trực tiếp tín hiệu gốc x[n] bởi vì nó có thể cấp cho mỗi băng con một số lượng bit khác nhau, tuỳ theo tính ưu việt về đặc trưng phổ của các băng con. Chẳng hạn những băng con nằm trong vùng phổ có năng lượng lớn thì cấp nhiều bit trên mẫu hơn những băng con khác.



Hình 8.1. Sơ đồ mã hoá và giải mã băng con.

Ví dụ trong khi mã hoá băng con tín hiệu audio dải rộng 7 kHz với tốc độ bit 56 kbit/s, ta có thể sử dụng dàn lọc QMF 5 dải con. Các dải con này chiếm các vùng tần số : 0 - 875 Hz, 875-1750 Hz, 1750-3500 Hz, 3500 - 5250 Hz và 5250- 7000 Hz. Đáp ứng biên độ của 5 mạch lọc này cho trên hình 8.3b cùng với tổng bình phương các đáp ứng biên độ của chúng.

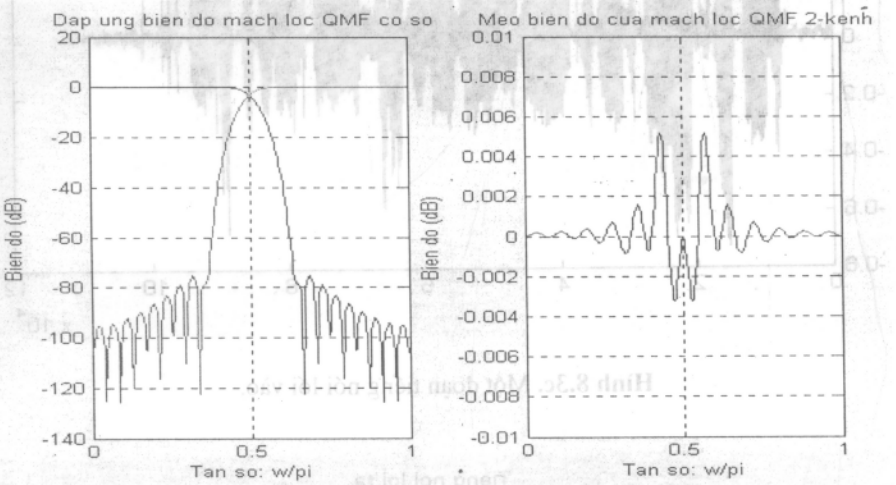
Dàn lọc phân tích QMF trên được thực hiện dưới dạng nối tiếp ba tầng như trên hình 8.2. Trên cấu trúc này cho thấy tốc độ lấy mẫu của lối vào và của các tín hiệu băng con cùng với bậc của các mạch lọc đã sử dụng. Độ trễ của bộ mã hoá này do các bộ lọc gây ra vào khoảng 10 ms. Các tín hiệu băng con đã được mã hoá dùng sơ đồ điều chế xung mã vi phân thích nghi (ADPCM). Các bit được phân phối như sau: 5 bit/ mẫu cho hai kênh tần số thấp, 3 bit/ mẫu cho kênh có tần số cao nhất và 4 bit/mẫu cho hai kênh tần số ở giữa. Tổng số bit của bộ mã hoá ADPCM băng con thích nghi là 56 kbit/s, tương đương với tốc độ bit trung bình 4bit/mẫu của tín hiệu lối ra với tốc độ lấy mẫu 14 kHz.



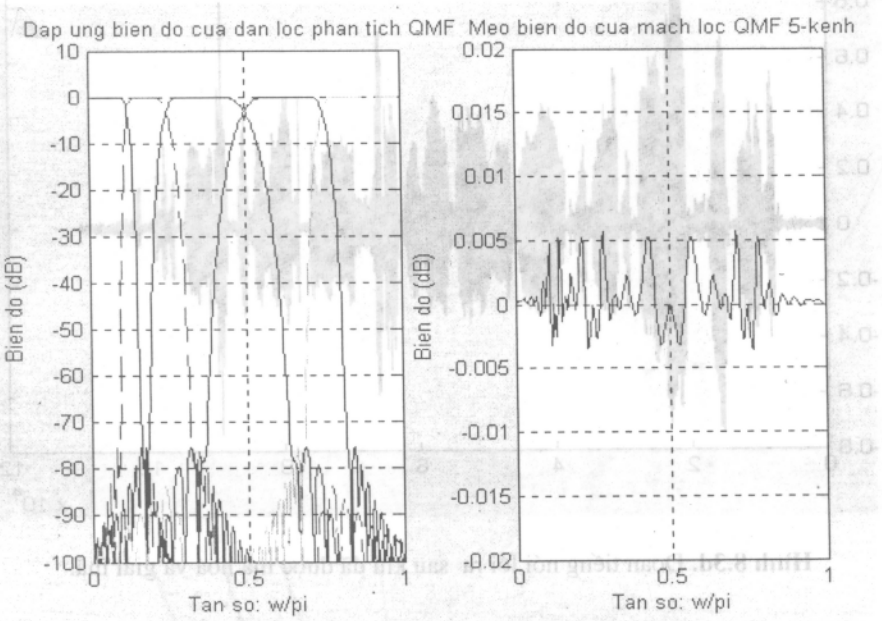
Hình 8.2. Cấu trúc ba tầng của dàn lọc QMF phân tích 5-kênh và sơ đồ tương đương của nó.

Năm mạch lọc của dàn lọc phân tích và tổng hợp đã được thiết kế và mô phỏng bằng MATLAB. Hình 8.3a là đáp ứng tần số của hai mạch lọc

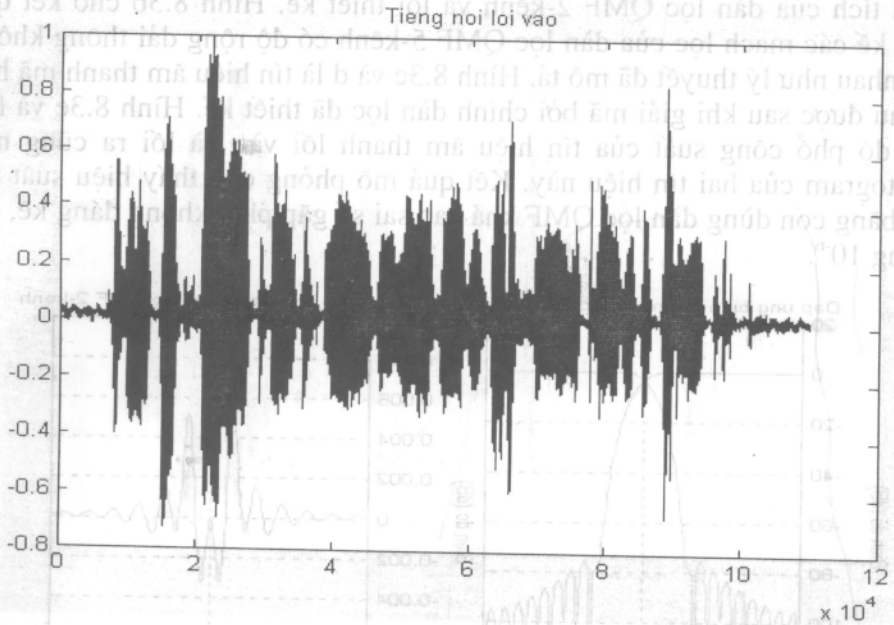
phân tích của dàn lọc QMF 2-kênh và lỗi thiết kế. Hình 8.3b cho kết quả thiết kế các mạch lọc của dàn lọc QMF 5-kênh có độ rộng dải thông không đều nhau như lý thuyết đã mô tả. Hình 8.3c và d là tín hiệu âm thanh mã hoá và thu được sau khi giải mã bởi chính dàn lọc đã thiết kế. Hình 8.3e và f là mật độ phổ công suất của tín hiệu âm thanh lối vào và lối ra cũng như spectogram của hai tín hiệu này. Kết quả mô phỏng cho thấy hiệu suất mã hoá băng con dùng dàn lọc QMF khá cao sai số gặp phải không đáng kể, chỉ khỏng 10^{-6}.



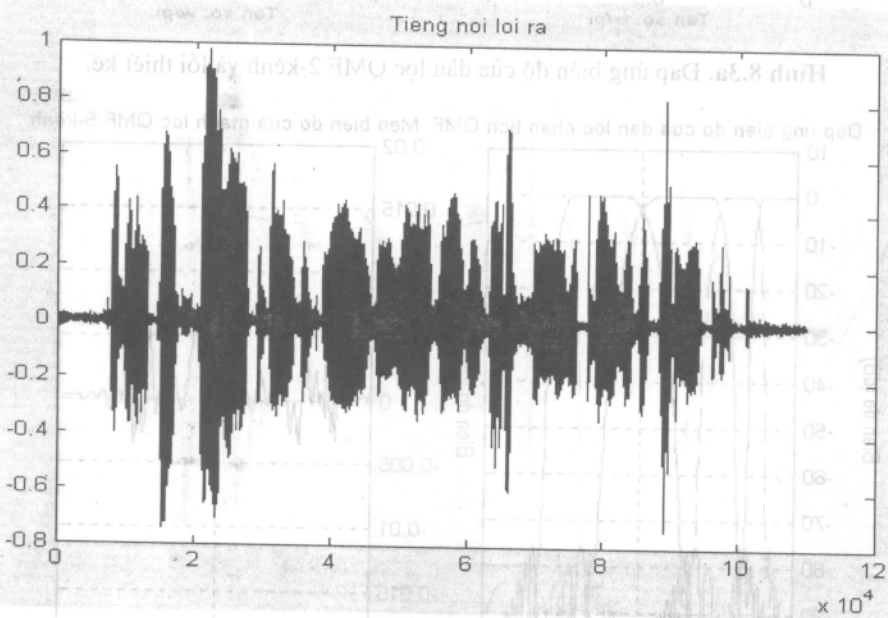
Hình 8.3a. Đáp ứng biên độ của dàn lọc QMF 2-kênh và lỗi thiết kế.



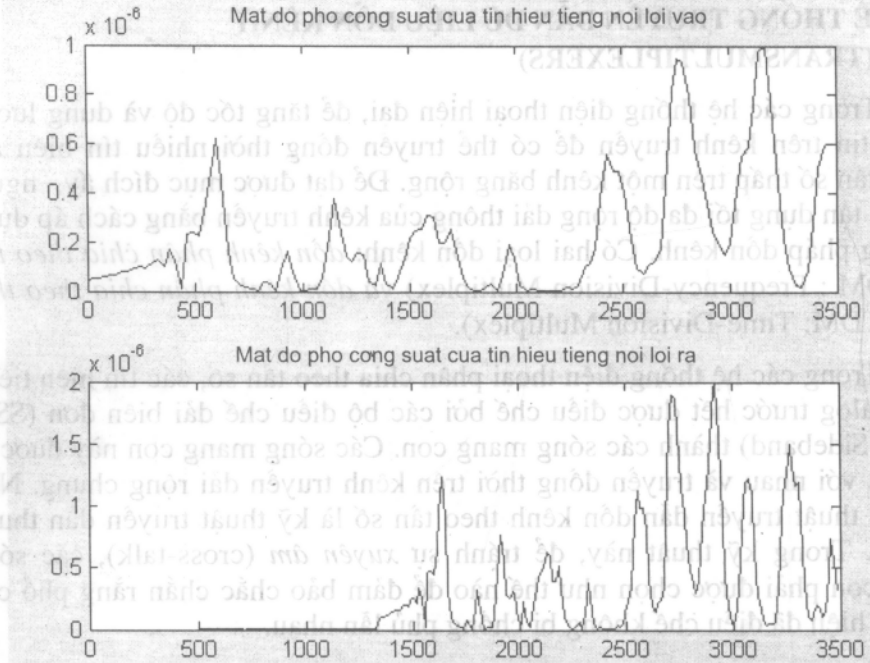
Hình 8.3b. Đáp ứng biên độ của dàn lọc QMF không đồng nhất 5-kênh và lỗi thiết kế.



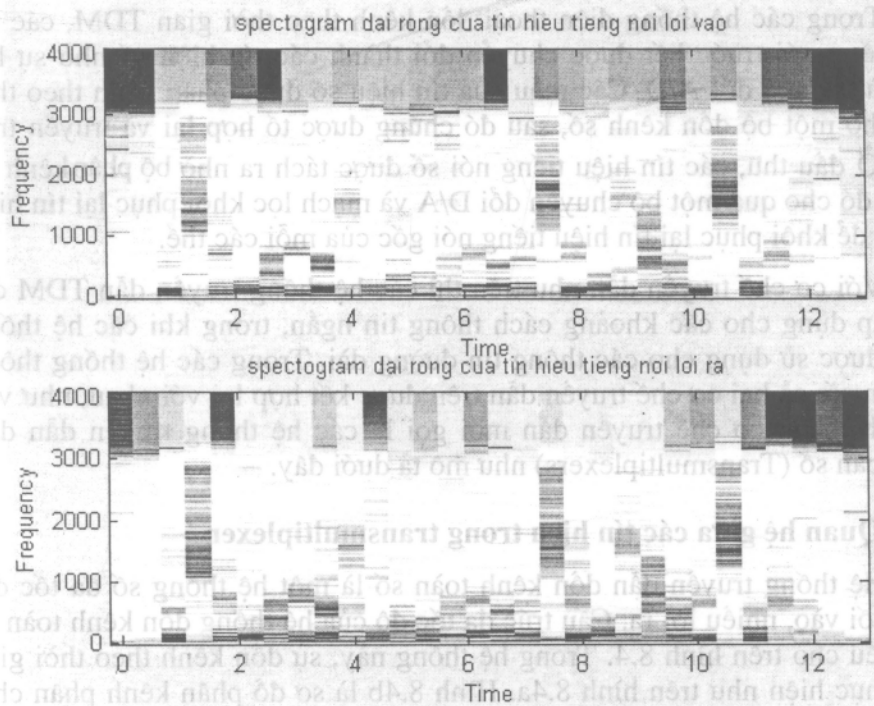
Hình 8.3c. Một đoạn tiếng nói lối vào.



Hình 8.3d. Đoạn tiếng nói lối ra sau khi đã được mã hoá và giải mã.



Hình 8.3e. Phổ của tín hiệu trước và sau khi mã hoá/ giải mã.



Hình 8.3f. Spectogram của tiếng nói lối vào và ra.

8.2. HỆ THỐNG TRUYỀN DẪN DỮ LIỆU DỒN KÊNH (TRANSMULTIPLEXERS)

Trong các hệ thống điện thoại hiện đại, để tăng tốc độ và dung lượng thông tin trên kênh truyền để có thể truyền đồng thời nhiều tín hiệu âm thanh tần số thấp trên một kênh băng rộng. Để đạt được mục đích ấy, người ta phải tận dụng tối đa độ rộng dải thông của kênh truyền bằng cách áp dụng phương pháp dồn kênh. Có hai loại dồn kênh: *dồn kênh phân chia theo tần số (*FDM : Frequency-Division Multiplex) *và dồn kênh phân chia theo thời gian (*TDM: Time-Division Multiplex).

Trong các hệ thống điện thoại phân chia theo tần số, các tín hiệu tiếng nói analog trước hết được điều chế bởi các bộ điều chế dải biên đơn (SSB: Single Sideband) thành các sóng mang con. Các sóng mang con này được tổ hợp lại với nhau và truyền đồng thời trên kênh truyền dải rộng chung. Như vậy kỹ thuật truyền dẫn dồn kênh theo tần số là kỹ thuật truyền dẫn thuần analog. Trong kỹ thuật này, để tránh sự *xuyên âm* (cross-talk), các sóng mang con phải được chọn như thế nào để đảm bảo chắc chắn rằng phổ của các tín hiệu đã điều chế không bị chồng phủ lẫn nhau.

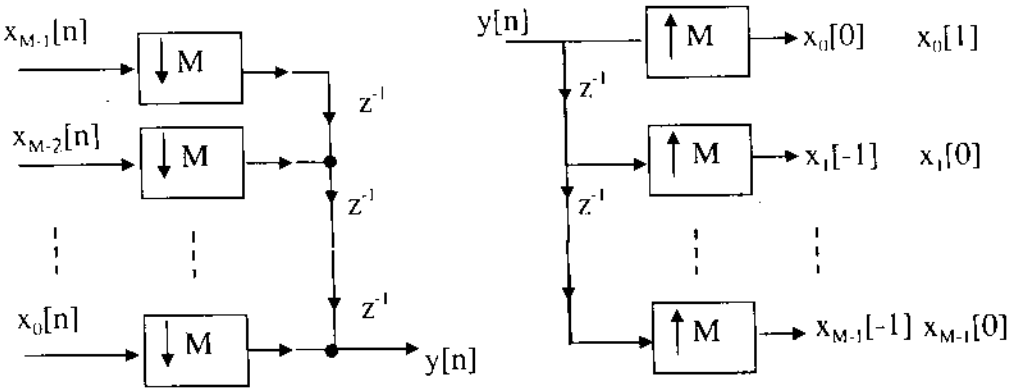
Ở đầu thu, các sóng mang con đã điều chế được tách ra nhờ các mạch lọc thông dải, giải điều chế để khôi phục lại tín hiệu tiếng nói gốc của từng cá thể.

Trong các hệ thống điện thoại dồn kênh theo thời gian TDM, các tín hiệu tiếng nói trước hết được chuyển đổi thành các tín hiệu số nhờ sự lấy mẫu và chuyển đổi A/D. Các mẫu của tín hiệu số được phân kênh theo thời gian nhờ một bộ dồn kênh số, sau đó chúng được tổ hợp lại và truyền trên kênh. Ở đầu thu, các tín hiệu tiếng nói số được tách ra nhờ bộ phân kênh số và sau đó cho qua một bộ chuyển đổi D/A và mạch lọc khôi phục lại tín hiệu analog để khôi phục lại tín hiệu tiếng nói gốc của mỗi các thể.

Với cơ chế truyền dẫn như trên thì các hệ thống truyền dẫn TDM chỉ được áp dụng cho các khoảng cách thông tin ngắn, trong khi các hệ thống FDM được sử dụng cho các thông tin đường dài. Trong các hệ thống thông tin toàn số, cả hai cơ chế truyền dẫn trên được kết hợp lại với nhau, như vậy đã hình thành cơ chế truyền dẫn mới gọi là các hệ thống truyền dẫn dồn kênh toàn số (Transmultiplexers) như mô tả dưới đây.

8.2.1. Quan hệ giữa các tín hiệu trong transmultiplexer

Hệ thống truyền dẫn dồn kênh toàn số là một hệ thống số đa tốc độ, nhiều lối vào, nhiều lối ra. Cấu trúc đa tốc độ của hệ thống dồn kênh toàn số tiêu biểu cho trên hình 8.4. Trong hệ thống này, sự dồn kênh theo thời gian được thực hiện như trên hình 8.4a. Hình 8.4b là sơ đồ phân kênh phân chia theo thời gian.



a) Bộ dồn kênh phân chia theo thời gian toàn số

b) Bộ phân kênh phân chia theo thời gian toàn số

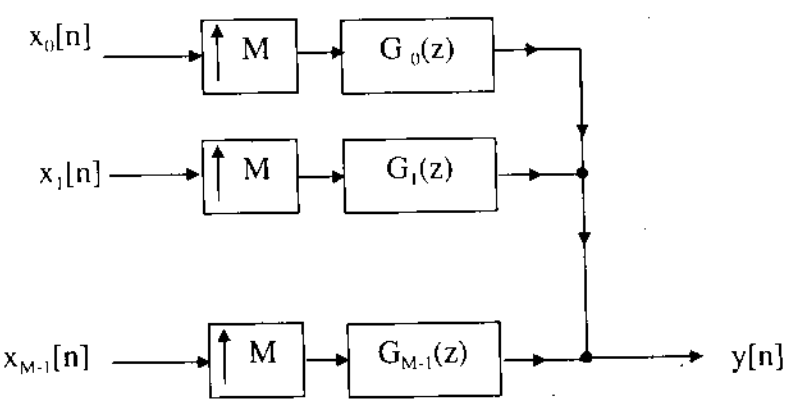
Hình 8.4. Sơ đồ khối của bộ dồn kênh và phân kênh phân chia theo thời gian (TDM).

Rõ ràng y[n] là phiên bản chèn thời gian của các tín hiệu lối vào $x_i[n]$:

$$\ldots x_0[0]x_1[0]\ldots x_{M-1}[0]x_0[1]x_1[1]\ldots x_{M-1}[1]\ldots$$

Biến đổi Z của các tín hiệu lối vào $X_0(z)$, $X_1(z)$ và $X_{M-1}(z)$ là các thành phần đa pha của biến đổi z của tín hiệu lối ra Y(z).

Bây giờ, để hiểu sự dồn kênh phân chia theo thời gian trong hệ thống truyền dẫn dồn kênh toàn số được thực hiện như thế nào, ta xét sơ đồ như trên hình (8.5).

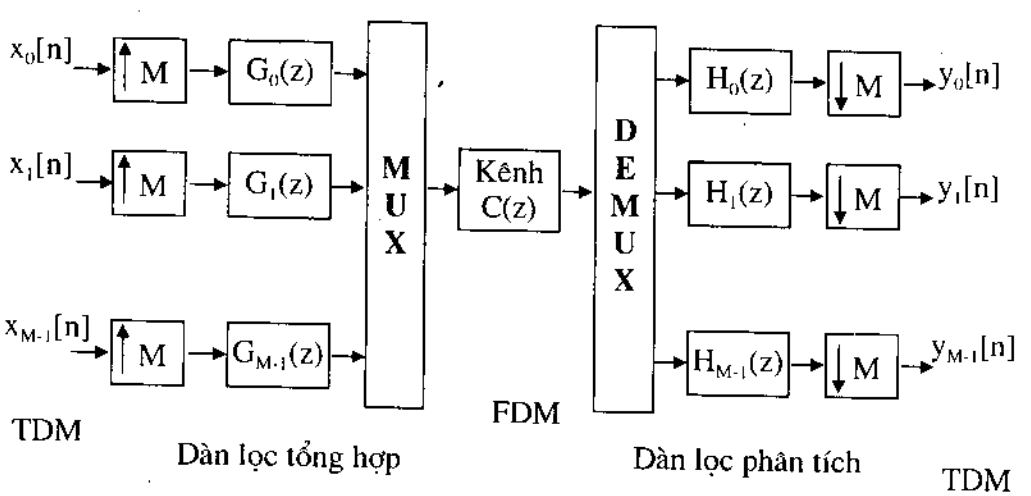


Hình 8.5. Sơ đồ dồn kênh phân chia theo tần số FDM.

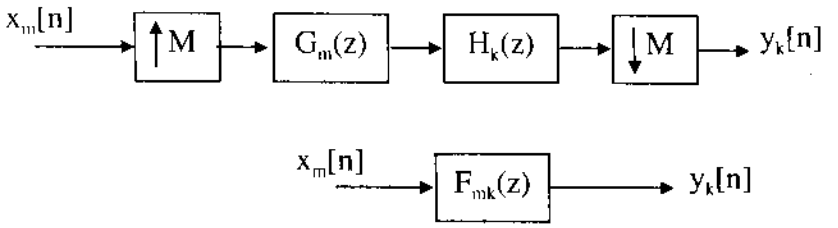
Trong sơ đồ này ta thấy, mỗi tín hiệu con $x_i[n]$, i = 0, 1,..., M-1 đều được đi qua bộ tăng tốc độ mẫu với hệ số M sau đó được lọc bởi các mạch lọc $G_i(z)$ để loại bỏ các ảnh do quá trình tăng tốc độ mẫu gây ra. Giả sử các mạch lọc tăng mẫu là lý tưởng thì các đáp ứng biên độ của các mạch lọc bị dịch chuyển đối với nhau và như vậy các ảnh đã được giữ lại từ $X_k(e^{jM\omega})$ không bị chồng phủ với các ảnh đã được giữ lại từ $X_m(e^{jM\omega})$, $m \neq k$. Khi đó, nếu ta cộng các lối ra của các nhánh con với nhau, ta sẽ thu được phổ của tín hiệu FDM của lối ra $Y(e^{j\omega})$. Phổ của tín hiệu lối ra của mỗi nhánh con không đối xứng đối với tần số $\omega = 0$, nên các mạch lọc có các hệ số phức, có nghĩa là y[n] cũng là dãy phức ngay khi các tín hiệu thành phần $x_i[n]$ là thực. Nếu $x_i[n]$ là thực, để tránh điều này ta có thể chọn các đáp ứng biên độ của các mạch lọc $|G_k(e^{j\omega})|$ một cách khôn ngoan sao cho nó đối xứng đối với $\omega = 0$. Muốn vậy mỗi mạch lọc có dải thông trong miền $0 \leq \omega < \pi$ và một ở trong vùng liên hợp phức $\pi \leq \omega < 2\pi$.

Sơ đồ của bộ truyền dẫn đồn kênh toàn số có cấu trúc ngược với cấu trúc của dàn lọc QMF: lối vào là dàn lọc tổng hợp M- kênh còn lối ra là dàn lọc phân tích cũng có M-kênh.

Bây giờ ta xét quan hệ vào ra đối với các bộ truyền dẫn đồn kênh giữa lối ra thứ k đối với lối vào thứ m ; có nghĩa là giữa $x_m[n]$ và $y_k[n]$ như trên hình 8.6. Trong sơ đồ này chúng ta coi môi trường truyền dẫn có hàm truyền C(z) = 1.



Hình 8.6. Sơ đồ truyền dẫn đồn kênh toàn số.



Hình 8.7. Quan hệ giữa lối vào thứ k và lối ra thứ m.

Trong hình 8.7, hai mạch lọc $G_m(z)$ và $H_k(z)$ mắc nối tiếp nhau, nên theo đồng nhất thức của các hệ thống đa tốc độ nối tiếp, chúng ta có thể ghép chung thành một mạch lọc và lấy tên là $F_{km}(z) = H_k(z)\, G_m(z)$. Do đó quan hệ biến đổi z của tín hiệu lối ra tại nhánh k liên quan với biến đổi z của tín hiệu lối vào tại nhánh m được biểu thị dưới dạng:

$$Y_k(z) = \sum_{m=0}^{M-1} F_{km}(z) X_m(z) \ , 0 \le m \le M-1 \qquad (8.1)$$

Quan hệ này được biểu thị trên hình 8.7. Phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\mathbf{Y}(z) = \mathbf{F}(z)\mathbf{X}(z) \qquad (8.2)$$

Trong đó $\mathbf{Y}(z)$ là ma trận cột:

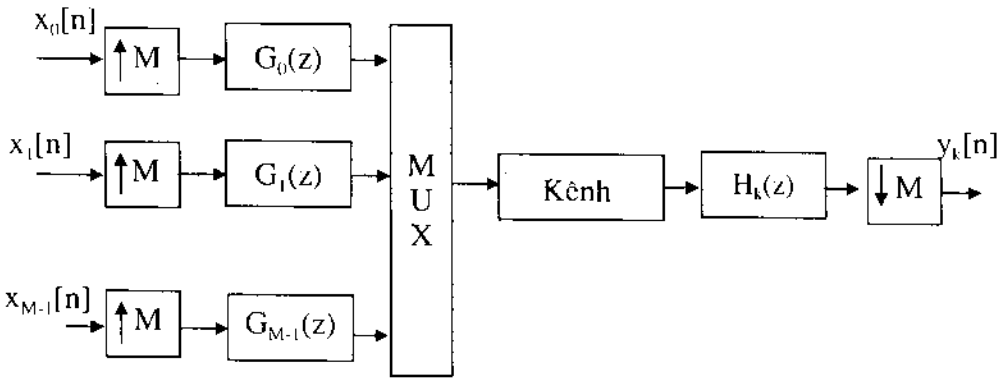
$$\mathbf{Y}(z) = [Y_0(z) \ \ Y_1(z) \ldots \ \ Y_{M-1}(z)]^T \qquad (8.3a)$$

và $\mathbf{X}(z)$ cũng là ma trận cột:

$$X(z) = [X_0(z) \ \ X_1(z) \ldots \ \ X_{M-1}(z)]^T \qquad (8.3b)$$

Còn $\mathbf{F}(z)$ là ma trận vuông MxM với phần tử thứ (k,m) là $F_{km}(z)$. Từ phương trình (8.2) ta thấy bộ truyền dẫn dồn kênh cũng là một hệ thống LTI với ma trận truyền $\mathbf{F}(z)$. Ở đây chúng ta thấy bài toán thiết kế một hệ thống truyền dẫn dồn kênh không có xuyên âm là hoàn toàn giống với sự thiết kế mạch lọc QMF khôi phục tín hiệu hoàn hảo, muốn vậy ma trận truyền $\mathbf{F}(z)$ phải là một ma trận chéo. Đòi hỏi này giống với đòi hỏi thành phần đa pha thứ 0 của $H_k(z)\, G_m(z)$ bằng không trừ khi m = k. Với điều kiện này thì tín hiệu TDM được khôi phục lại $y_k[n]$ chỉ liên quan với tín hiệu vào $x_k[n]$ còn các quan hệ khác bằng không. Khi đó thu được:

$$Y_k(z) = F_{kk}(z)\, X_k(z), \ 0 \le k \le M-1 \qquad (8.4)$$



Hình 8.8. Sơ đồ mô tả quan hệ giữa các lối vào với lối ra thứ k như trong hệ thức (8.1).

Cũng giống như trong trường hợp dàn lọc QMF, ngay khi sự xuyên âm đã được loại bỏ hoàn toàn thì hiện tượng méo dạng vẫn có thể xảy ra. Có ba khả năng:

1. Nếu $F_{kk}(z)$ là hàm truyền có pha tuyến tính với mọi giá trị của k thì bộ truyền dẫn dồn kênh sẽ là một hệ thống *bảo toàn pha*, có nghĩa là nó không làm méo pha.

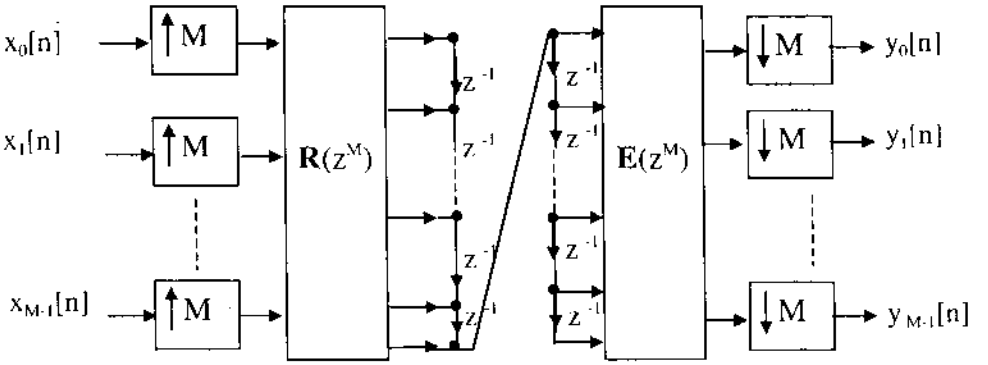
2. Nếu $F_{kk}(z)$ là hàm truyền truyền qua (all-pass) với mọi k thì hệ thống không làm méo dạng biên độ.

3. Nếu hàm truyền $F_{kk}(z) = c_k z^{-n_k}$ với n_k là một số nguyên và c_k là hằng số khác không thì hệ thống truyền dẫn dồn kênh khôi phục tín hiệu hoàn hảo, không có sai số: không có biến dạng cả biên độ lẫn pha. Toàn bộ hệ thống tương đương như một bộ trễ thuần tuý làm dịch pha của tín hiệu lối vào, có nghĩa là:

$$y_k[n] = c_k x[n-n_k] \tag{8.5}$$

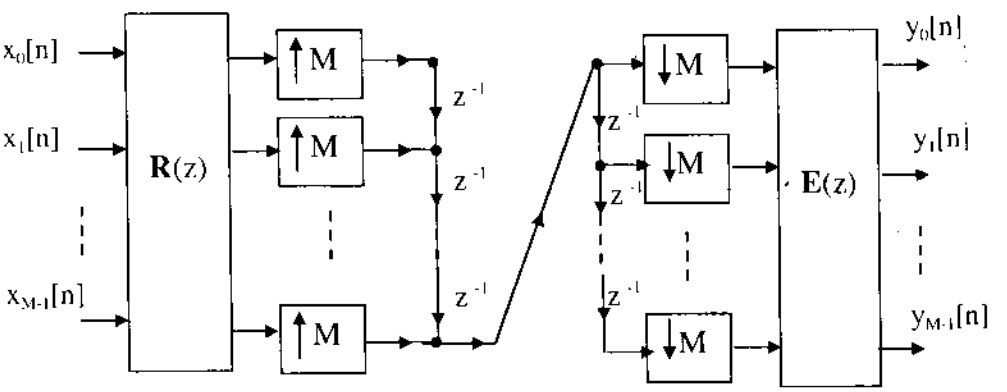
8.2.2. Cấu trúc của bộ truyền dẫn dồn kênh theo khai triển đa pha

Dưới dạng khai triển đa pha thì các dàn lọc phân tích và tổng hợp được mô tả bằng ma trận đa pha $\mathbf{R}(z^M)$ và dàn lọc phân tích được biểu thị bằng ma trận đa pha $E(z^M)$. Khi đó, sơ đồ của bộ truyền dẫn dồn kênh có dạng như trong hình 8.9.



Hình 8.9. Cấu trúc của bộ truyền dẫn đồn kênh dưới dạng khai triển đa pha.

Sơ đồ này còn có thể đơn giản được nữa nếu áp dụng các sơ đồ tương đương như trong hình 8.10.



Hình 8.10. Cấu trúc có hiệu quả tính toán cao của bộ truyền dẫn đồn kênh.

Từ hình 8.10 ta thấy ma trận truyền **M**(z) của bộ truyền dẫn đồn kênh gồm ba phần nối tiếp nhau : Ma trận của dàn lọc tổng hợp, ma trận của phần ở giữa và ma trận của dàn lọc phân tích. Phần ở giữa của hình vẽ này là một trường hợp đặc biệt của hệ thống truyền dẫn đồn kênh nếu chọn:

$$G_m(z) = z^{-(M-1-m)} \tag{8.6}$$

và

$$H_k(z) = z^{-k}, \text{ với } m, k = 0, 1,..., M-1. \tag{8.7}$$

Ở đây thành đa pha thứ 0 của $H_{m+1}(z)G_m(z)$ là z^{-1} với m = 0, 1,..., M-2,

thành phần đa pha thứ 0 của $H_0(z)G_{M-1}(z)$ là 1, còn thành phần đa pha thứ 0 của $H_k(z)G_m(z)$ bằng không đối với tất cả các trường hợp khác. Kết quả là sơ đồ hình 8.10 có thể được đơn giản hoá một lần nữa như mô tả trên hình 8.11.

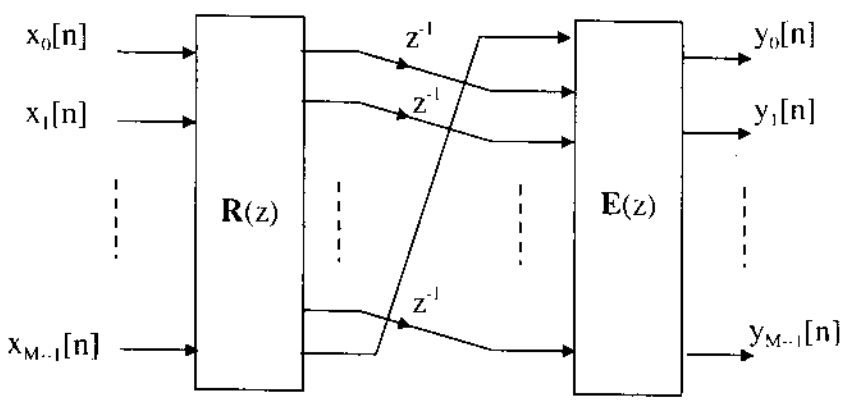
Như vậy ma trận truyền có thể viết:

$$\mathbf{M}(z) = \mathbf{E}(z)\mathbf{Q}(z)\mathbf{R}(z) \tag{8.8}$$

với

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ z^{-1}\mathbf{I}_{M-1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{8.9}$$

ở đây $\mathbf{I}_{M-1}$ là ma trận đơn vị (M-1)x(M-1).



Hình 8.10. Mạch tương đương đơn giản giản hoá của hình 8.10.

Để hệ thống truyền dẫn khôi phục hoàn hảo tín hiệu lối vào thì ma trận truyền của nó phải có dạng:

$$\mathbf{M}(z) = dz^{-n_0}\mathbf{I}_M \tag{8.10}$$

trong đó n_0 là một số nguyên dương.

Khi đó từ (8.8) và (8.9) ta thu được điều kiện để khôi phục hoàn hảo dưới dạng khai triển đa pha:

$$\mathbf{R}(z)\mathbf{E}(z) = dz^{-m_0}\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I}_{M-1} \\ z^{-1} & 0 \end{bmatrix} \tag{8.11}$$

trong đó m_0 là một số nguyên dương thích hợp.

8.2.3. Quan hệ với điều kiện khôi phục hoàn hảo của dàn lọc QMF

Ta có thể phát triển một hệ thống truyền dẫn dồn kênh khôi phục hoàn hảo từ một dàn lọc QMF khôi phục hoàn hảo với các mạch lọc phân tích $H_m(z)$ và các dàn lọc tổng hợp $G_m(z)$. Nếu hàm truyền T(z) của dàn lọc QMF khôi phục hoàn hảo có dạng $T(z) = c.z^{-K}$, trong đó c là hằng số khác không còn K là một hằng số dương thì có thể chỉ ra rằng bộ truyền dẫn dồn kênh có thể được thiết kế bằng cách dùng các dàn lọc phân tích $H_m(z)$ và các dàn lọc tổng hợp $z^{-R}G_m(z)$ ở đây R là một số nguyên dương nhỏ hơn L và được chọn sao cho R + K là bội của L. Chúng ta minh hoạ phương pháp này trong ví dụ sau.

Ví dụ 8.1. Quan hệ vào/ra của một dàn lọc QMF 3-kênh khôi phục hoàn hảo là

$$y[n] = 2x[n-2]$$

Trong trường hợp này các mạch lọc phân tích và tổng hợp tìm được là :

$H_0(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2}$, $H_1(z) = 1 - z^{-1} + z^{-2}$, $H_2(z) = 1 - z^{-2}$;

$G_0(z) = 1 + 2z^{-1} + z^{-2}$, $G_1(z) = 1 - 2z^{-1} + z^{-2}$, $G_2(z) = -2 + 2z^{-2}$;

ở đây c= 2 K = 2.

Vì thế ta chọn R = 1 và R + K = 3. Do đó, mạch lọc tổng hợp của hệ thống truyền dẫn dồn kênh được chọn là $z^{-1}G_m(z)$.

Bây giờ chúng ta kiểm tra các tích $z^{-1}G_m(z)H_k(z)$, với m, k = 0, 1, 2, và xác định các thành phần đa pha thứ 0 của chúng.

$$z^{-1}G_0(z)H_0(z) = z^{-1} + 3z^{-2} + 4z^{-3} + 3z^{-4} + z^{-5},$$

Thành phần đa pha thứ 0 của chúng là $4z^{-1}$, do đó $y_0[n] = 4x_0[n-1]$

Cũng như vậy :

$$z^{-1}G_1(z)H_1(z) = z^{-1} - 3z^{-2} + 4z^{-3} - 3z^{-4} + z^{-5},$$

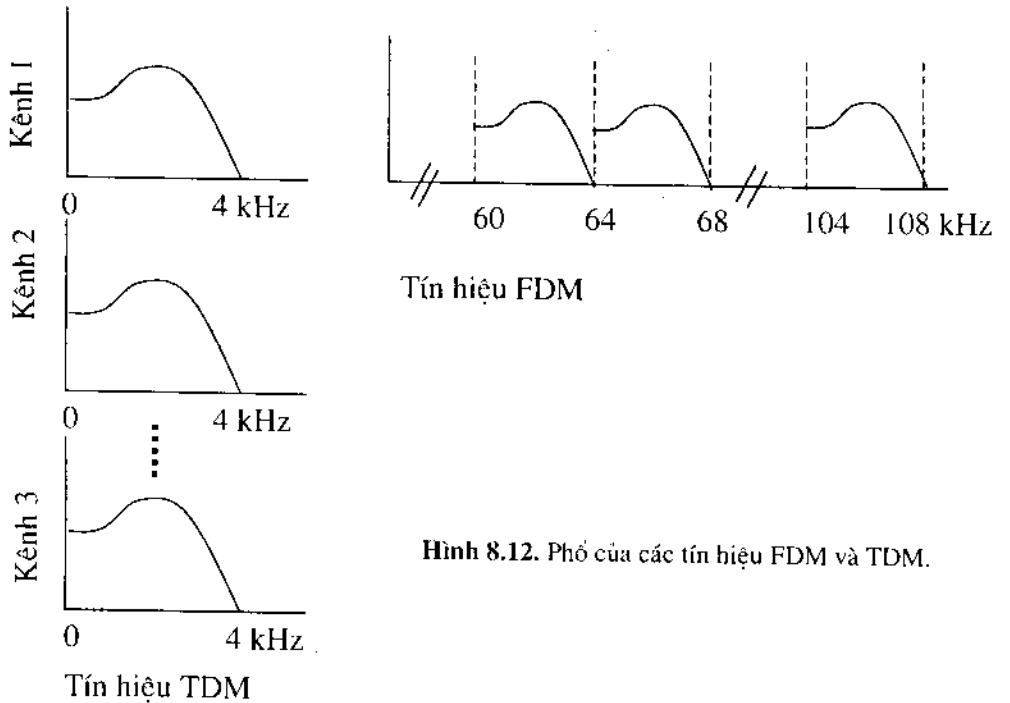
có thành phần đa pha thứ 0 là $4z^{-1}$ nên suy ra $y_1[n] = 4x_1[n-1]$;

Tương tự:

$$z^{-1}G_2(z)H_2(z) = -2z^{-1} + 4z^{-3} - 2z^{-5},$$

có thành phần đa pha thứ 0 cũng là $4z^{-1}$ nên suy ra $y_2[n] = 4x_2[n-1]$;

Các thành phần đa pha của tất cả các tích $z^{-1}G_m(z)H_k(z)$, với $m \neq k$ bằng không. Điều đó cho thấy sự xuyên âm đã được loại bỏ hoàn toàn.



Hình 8.12. Phổ của các tín hiệu FDM và TDM.

Trong các hệ thống điện thoại số, sự chuyển đổi từ định dạng TDM sang FDM của các tín hiệu tiếng nói số hóa 12 chữ số được nội suy bởi thừa số 12, được điều chế bằng bộ điều chế dải biên đơn, được tổ hợp số và sau đó chuyển đổi thành tín hiệu analog FDM nhờ sự chuyển đổi D/A. Tại đầu thu, tín hiệu analog được chuyển đổi thành tín hiệu số nhờ bộ chuyển đổi A/D sau đó cho qua dàn điều chế gồm 12 bộ giải điều chế dải biên đơn ; Các lối ra của các bộ giải điều chế này sau đó được giảm tốc độ mẫu, kết quả thu được các tín hiệu tiếng nói tần số. Các tín hiệu tiếng nói có độ rộng dải thông là 4 kHz và được lấy mẫu với tốc độ 8 kHz. Tín hiệu analog FDM chiếm một dải từ 60 kHz đến 108 kHz, như minh hoạ trên hình 8.12. Sự nội suy và sự điều chế dải biên đơn có thể được thực hiện bằng các bộ tăng mẫu và các bộ lọc thích hợp. Còn việc giảm mẫu và giải điều chế dải biên đơn được thực hiện nhờ các bộ giảm mẫu và các bộ lọc chống chồng phủ.

Ví dụ 8.2. Bộ truyền dẫn dồn kênh 2-kênh đơn giản có sơ đồ cho trên hình 8.13. Trong hình vẽ này, quan hệ giữa các tín hiệu trên lĩnh vực z tìm được dưới dạng:

$$C(z) = z^{-1}X_1(z) + X_2(z^2).$$

$$Y_1(z) = C(z^{1/2}) + C(-z^{1/2})$$

$$= [z^{-1/2}X_1(z) + X_2(z)] + [-z^{-1/2}X_1(z) + X_2(z) = 2X_2(z).$$

$$Y_2(z) = z^{-1/2}C(z^{1/2}) - z^{-1/2}\,C(-z^{1/2})$$

$$= [z^{-1}X_1(z) + z^{-1/2}X_2(z)] + [z^{-2}X_1(z) - z^{-1/2}X_2(z) = 2z^{-1}\,X_1(z).$$

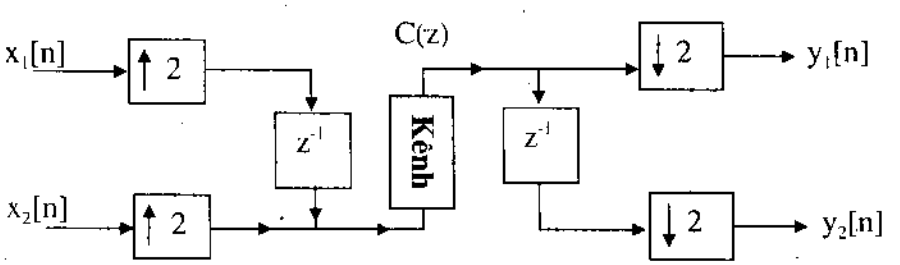
Ở đây giả thiết kênh là lý tưởng.

Do vậy trên lĩnh vực thời gian quan hệ vào ra là:

$$y_1[n] = 2x_2[n]$$

$$y_2[n] = 2x_1[n-1].$$

Có nghĩa là $y_1[n]$ là phiên bản lặp lại của tín hiệu $x_2[n]$; còn $y_2[n]$ là một phiên bản trễ một đơn vị của tín hiệu lối vào $x_1[n]$. Đây là là ví dụ điển hình của một hệ thống truyền dẫn dồn kênh hoàn hảo không có sự xuyên âm giữa các lối vào và các lối ra.



Hình 8.13. Sơ đồ cấu trúc của bộ truyền dẫn dồn kênh DMT 2-kênh.

8.3. TRUYỀN DẪN THÔNG TIN ĐIỀU CHẾ ĐA SÓNG MANG- OFDM

Nghiên cứu truyền dẫn tín hiệu số đa sóng mang đang được các nhà khoa học và công nghệ quan tâm đặc biệt. Các hệ thống truyền dẫn này sử dụng các kỹ thuật điều chế đa sóng mang để truyền dẫn các tín hiệu số với tốc độ truyền dẫn cao. Loại điều chế này cũng được gọi là OFDM (orthogonal Frequency Division Multiplexing) là bộ điều chế x-QAM (x được lựa chọn sao cho vừa thoả mãn độ bền vững cao đối với các loại nhiễu tồn tại trên kênh truyền vừa đạt được lưu lượng cao như mong muốn mà cấu trúc của nó lại không quá phức tạp.

Trong các kỹ thuật điều chế này *dàn lọc phân tích và dàn lọc lọc tổng hợp* dựa trên khai triển đa pha đóng vai trò then chốt. Ở đây, một số lượng lớn sóng mang (N) bởi các biểu tượng có độ dài T_s, khoảng cách giữa hai sóng mang liên tiếp nhau là $1/T_s$. Tín hiệu nhị phân cần truyền dẫn x[n] lưu lượng cao D = 1/T sẽ được phân thành N sóng mang được điều chế bởi các tín hiệu x[i] có lưu lượng M lần nhỏ hơn, hoặc bởi các bit có độ dài T_s =

M.T ; có nghĩa là M lần dài hơn. Phổ của tín hiệu điều chế có những đặc tính:

* Phổ của một sóng mang có dạng sinx/x.

* Phổ của các sóng mang chạy từ 0 tới $1/T_s$, $2/T_s$, $3/T_s$,...$(M-1)/T_s$.

* Các sóng mang cách đều nhau một khoảng $1/T_s$.

Phổ của tín hiệu thu được có dạng hầu như vuông góc, vì vậy nó chiếm kênh truyền một cách tối ưu.

Điều chế đa sóng mang sẽ được phát triển mạnh mẽ trong những năm tới, vì nó đã được lựa chọn để phát sóng radio và cho TV số cho các trạm mặt đất. Ngoài rta kỹ thuật điều chế đa sóng mang là cơ sở cho một thế hệ MODEM mới ra đời ; trong đó có các MODEM-PLC dùng cho thông tin trên mạng điện lực. Các loại modem này sử dụng toàn bộ dải thông (cỡ hàng chục MHz) của các liên kết hai dây giữa các thuê bao với trung tâm. Các tính chất tuyệt vời và những ưu điểm của các loại điều chế này rất thích hợp với các bộ thu đa đường như các trạm mặt đất và thông tin di động. Trong trường hợp này, độ trễ do đa đường đưa vào nhỏ so với độ dài của một bit T_s, nên bộ thu sẽ không bị nhiễu loạn. Và vì chiều dài T_s = N.T là tương đối lớn do sử dụng một số lượng lớn sóng mang, nên bộ điều chế loại này không bị tác động bởi các tiếng vọng do sự khác nhau của đa đường gây ra và với các tiếng vọng lâu. Điều đó cho phép các máy phát khác nhau phát cùng một chương trình trên cùng một tần số.

Ngoài kỹ thuật điều chế OFDM, trong thông tin trên mạng điện lực (PLC) còn sử dụng kỹ thuật điều chế OQAM (Orthogonally Multipexed QAM). Đó là kỹ thuật điều chế biên độ vuông góc phân chia kênh một cách trực giao, vì thế loại bỏ được sự giao thoa giữa các tín hiệu trực giao.

Kỹ thuật điều chế OQAM được thực hiện và được cải thiện đáng kể nhờ sự phối hợp giữa FFT và mạch lọc đa pha. Hệ thống truyền dẫn đa sóng mang với kỹ thuật điều chế OQAM trên mạng điện lực có sơ đồ tổng thể cho trên hình 8.14.

Trước khi thực hiện điều chế, các bit được mã hoá thành các QAM2, QAM 4 hoặc QAM8 phụ thuộc vào tỉ số tín hiệu / tạp âm (SNR) trong mỗi kênh. Sau đó tín hiệu được xử lý trong dàn lọc tổng hợp (SFB) được thiết kế từ một mạch lọc prototype tần số thấp loại Nyquist.

Độ chồng phủ giữa các kênh không lớn hơn một nửa độ rộng của kênh liền kề nên đã tiết kiệm được kênh truyền và tăng lưu lượng truyền dẫn. Trong kỹ thuật điều chế này, dàn lọc sẽ tạo ra M kênh cách đều nhau một lượng $F_s/2M$ (với F_s là tần số lấy mẫu và M là số kênh). Độ rộng dải của kênh phải được lựa chọn đủ lớn so với tần số lặp lại của các loại nhiễu xung.

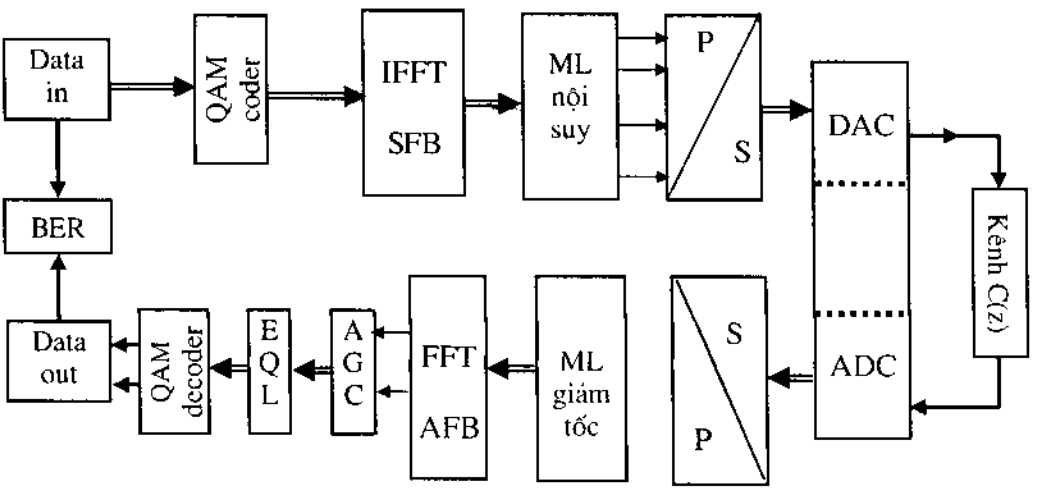
Số lượng kênh (M) và tần số lấy mẫu F_s phải thoả mãn các điều kiện:

1. Là luỹ thừa của 2 để thực thi được FFT.

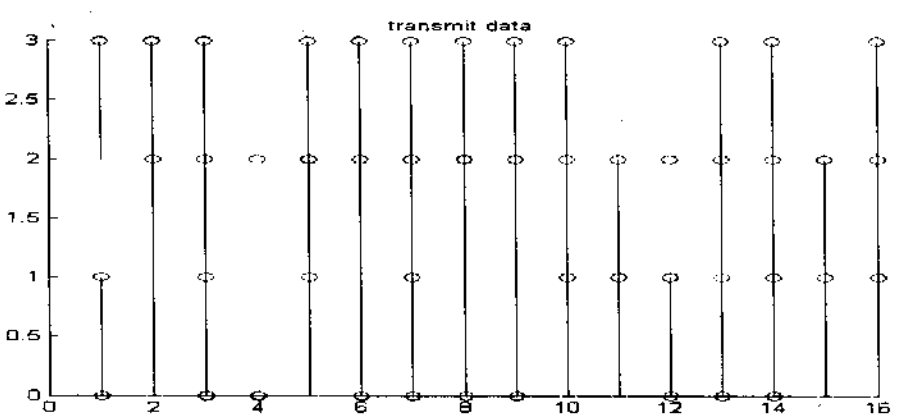
2. $F_s/2$ lớn hơn giới hạn của một dải cần thiết kế.

3. Độ rộng của kênh ít nhất phải bằng 400Hz.

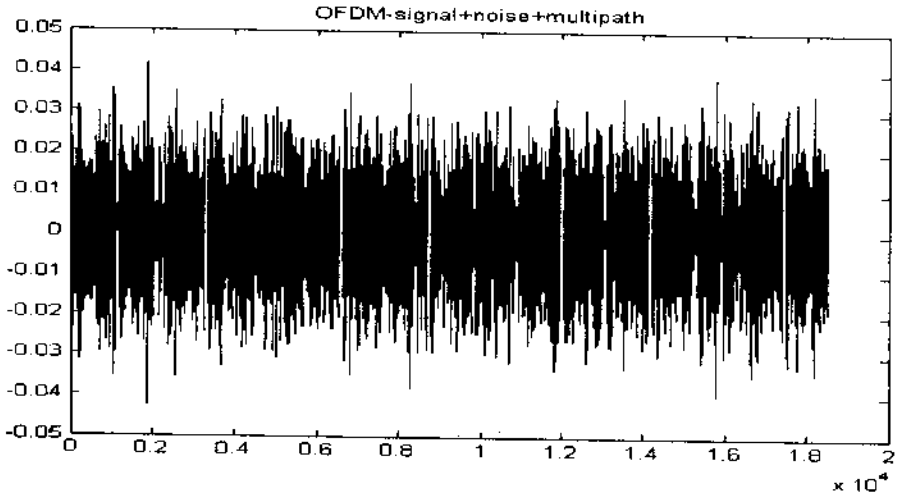
Các kết quả mô phỏng trên phần mềm MATLAB với hệ thống truyền dẫn này được biểu thị trên các hình vẽ 8.15 đến 8.18.



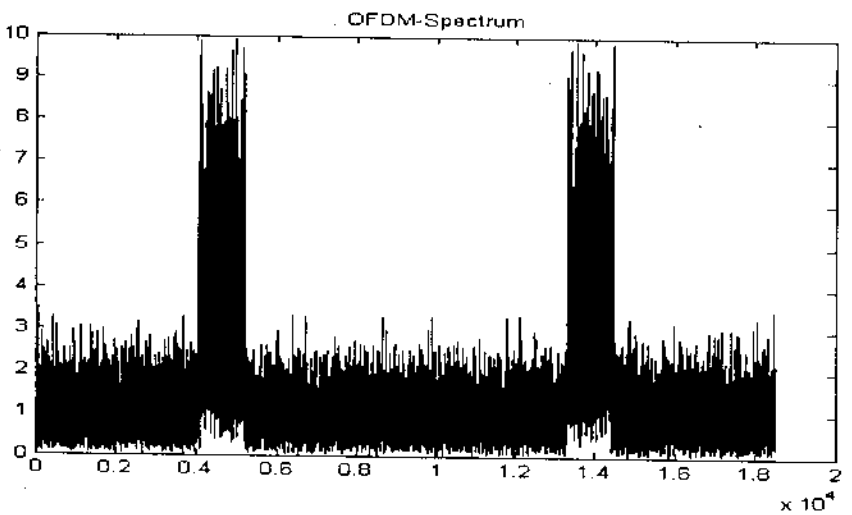
Hình 8.14. Sơ đồ cấu tạo của một MODEM thông tin dựa trên kỹ thuật điều chế đa sóng mang OFDM.



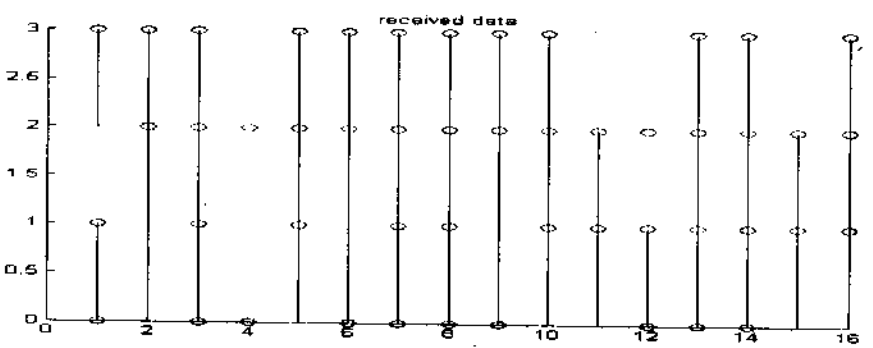
Hình 8.15. Dãy dữ liệu phát



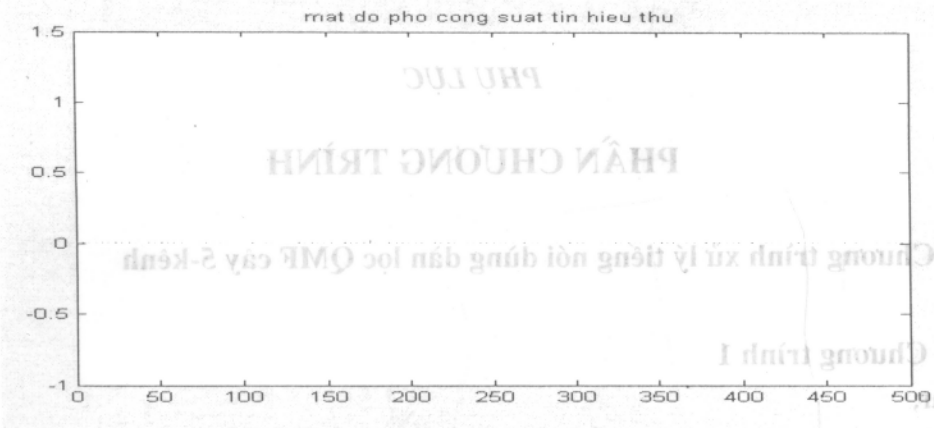
Hình 8.16. Tín hiệu điều chế OFDM bị nhiễm tạp âm và nhiễu đa đường.



Hình 8.17. Phổ của tín hiệu OFDM cộng tạp và nhiễu đa đường.



Hình 8.17. Dãy dữ liệu thu được nhờ hệ thống truyền dẫn đa sóng mang điều chế OFDM.



Hình 8.18. Mật độ phổ công suất của tín hiệu thu được.

Kết quả mô phỏng cho thấy nếu tỉ số tín hiệu trên tạp bằng 2 thì BER = 0,013172, số lượng bit lỗi là 14; Còn nếu tỉ số tín hiệu trên tạp bằng 1 thì BER= 0,024414 và số bit lỗi là 25. Vì tín hiệu phát là một dãy ngẫu nhiên nên phổ công suất của tín hiệ thu được là hằng số và gần bằng không. Điều đó cho thấy công nghệ truyền dẫn đa sóng mang OFDM là công nghệ số tuyệt vời cho phép tăng lưu lượng thuê bao và tốc độ truyền dẫn thông tin. Công nghệ này đã được triển khai trong các trạm truyền hình mặt đất trong dải sóng 0,76 - 8,37 MHz và với tốc độ lấy mẫu F = 18,28 MHz. Trong các trạm thu vệ tinh này, dàn lọc FFT với số điểm tính N = 8192 điểm. Tín hiệu truyền chứa 6817 sóng mang trong số đó có 177 tín hiệu hoa tiêu cho phép đồng bộ chính xác ở nơi thu và để đánh giá đáp ứng tần số của kênh để cân bằng và xác định độ méo trong mỗi kênh con. Hệ thống này cho phép truyền với tốc độ trên 32 Mbit/s trong mỗi kênh với khoảng cách 8 MHz, hoặc 4 bits/s/Hz.

Công nghệ OFDM cũng được áp dụng trong hệ thống ADSL (Asymmetric Digital Subscriber Line). Hệ thống này cho phép truyền tới các thuê bao với tốc độ 14Mbit/s trên đường dây điện thoại, trong đó 256 sóng mang chỉ chiếm dải tần 1 MHz.

Nhờ áp dụng dàn lọc khôi phục hoàn hảo nên công nghệ OFDM đã tránh được hiện tượng chồng phổ giữa các kênh con do vậy đã tăng được số lượng kênh truyền và sử dụng tối đa năng lực của kênh truyền dẫn. Trong sơ đồ trên, mỗi kênh con đều được trang bị một bộ cân bằng kênh thích nghi và hệ thống điều chỉnh tự động hệ số khuếch đại, nhờ vậy giảm thiểu được lỗi bit, giúp cho công nghệ có độ kháng nhiễu rất cao.

PHỤ LỤC

PHẦN CHƯƠNG TRÌNH

1. Chương trình xử lý tiếng nói dùng dàn lọc QMF cây 5-kênh

```
% Chương trình 1
lear;
 clf;
 %doc tep am thanh
 [filename,path]=uigetfile('.WAV','hay chon tep am thanh',100,100);
 cd(path);
 fid=fopen(filename,'r');
 archive=fread(fid);
 archwr=archive;
 siz = wavread(filename, 'size');
 if siz(1) > 150000
    [Y,Fs]=wavread(filename,150000);
 else
 [Y,Fs]=wavread(filename);
 end
 disp('frecuency of the music (Hz)');
 disp(Fs)
 length_original=length(Y);
 disp('length (bytes) =');disp(length(Y));
 %sound(Y,Fs) % Chay file am thanh chua qua bo loc

% Loc tin hieu vao o tan so 7kHz
[b,a]=ellip(5,.01,100,[100 7000]*2/Fs);
Y=filtfilt(b,a,Y);

%Xay dung bo loc Prototype Ho
N = 30;          % Do dai cua bo loc prototye H0
```

```
div = 0.1;          % Buoc bat dau do tim tan so cat
eval = exp(j*pi*(0:N-1)/2.);   % Luy thua ao duoc danh gia tai w=n*pi/2
freq = 0.5;       % Tan so cat ban dau
target = 1/sqrt(2);          % Bien do can dat duoc tai pi/2
diff = 1;                    % Gia tri sai khac ban dau
while diff > 0.00001,      % Lap lai chung nao diff > 0.00001
h0 = fir1(N-1,freq,blackman(N));     % Tim cac he so cua bo loc su dung
Blackman window
%h0 = fir1(N-1,freq,blackmanharris (N));
measure = abs(eval*h0');        % Tinh toan bien do thuc su tai pi/2
diff = abs(target - measure);  % tinh toan do sai khac
   if measure < target,
   freq = freq + div;    % Neu thuc te nho hon can thiet thi tang tan so
   else
   freq = freq - div;     % Neu thuc te nho hon can thiet thi giam tan so
   end
div=div/2;       % Giam do lon cua buoc xuong 2 lan
end

%Xay dung bo loc H1
L =length(h0);
for k= 1:L
h1(k) = ((-1)^k)*h0(k);
end
%tinh toan he so cua 5 bo loc phan tich tuong duong
a0 = zeros(1, 2*length(h0));
a0([1:2:length(a0)]) = h0;
a1 = zeros(1, 2*length(h1));
a1([1:2:length(a1)]) = h1;
b0 = zeros(1, 4*length(h0));
b0([1:4:length(b0)]) = h0;
b1 = zeros(1, 4*length(h1));
b1([1:4:length(b1)]) = h1;
c0 = conv(h0,a0);
d1 = conv(c0,b0);  %bo loc 1
d2= conv(c0,b1);   %bo loc 2
```

```
d3 = conv(h0,a1);  %bo loc 3
d4 = conv(h1,a0);  %bo loc 4
d5= conv(h1, a1);  %bo loc 5
%Xay dung bo loc tong hop
g0 = h0;
g1 = -h1
%Dap ung bien do tan so cua cac bo loc phan tich ho va h1
[h0z,w] = freqz(h0,1,256);
 h00 = abs(h0z);
 h00d= 20*log10(h00);
[h1z,w] = freqz(h1,1,256);
 h11 = abs(h1z);
 h11d= 20*log10(h11);
 subplot(1,2,1);
 plot(w/pi,h00d,'-', w/pi,h11d,'m-');
 grid;
 xlabel('Tan so: w/pi');
 ylabel('Bien do (dB)');
 Title('Dap ung bien do mach loc QMF co so ');

 %Loi khoi phuc cua danloc QMF 2 kenh co so
for i = 1:256
      sum (i) = (h00(i) * h00(i)) + (h11(i)*h11(i));
end
k = 10*log10(sum);
%Ve do thi loi khoi phuc
subplot(1,2,2);
plot(w/pi,k);
grid;
axis([0 1 -0.1 0.1]);
 xlabel('Tan so: w/pi');
 ylabel('Bien do (dB)');
 Title('Meo bien do cua mach loc QMF co so ');
pause; clf;
%Dap ung bien do tan so cua cac bo loc phan tich tuong duong
[e1z,w] = freqz(d1,1,256);
```

```
e1 = abs(e1z);
e1= 20*log10(e1);
[e2z,w] = freqz(d2,1,256);
e2 = abs(e2z);
e2= 20*log10(e2);
[e3z,w] = freqz(d3,1,256);
e3 = abs(e3z);
e3= 20*log10(e3);
[e4z,w] = freqz(d4,1,256);
e4 = abs(e4z);
e4= 20*log10(e4);
[e5z,w] = freqz(d5,1,256);
e5 = abs(e5z);
e5= 20*log10(e5);
plot(w/pi,e1,'-', w/pi,e2,'--',w/pi,e3,'-',w/pi,e4,'--',w/pi,e5,'-');
axis([0 1 -100 10]);
%grid;
xlabel('Tan so: w/pi');
ylabel('Bien do (dB)');
Title('Dap ung bien do cua dan loc phan tich QMF')

%Xay dung bo giam mau va tang mau
%UPSAMPLE(X,2);
%DOWNSAMPLE(X,2);
pause(3);
Ysound = filterqmf(h0,h1,g0,g1,N,input); %Loc file am thanh bang dan loc
sound(Ysound,Fs)  %Chay file am thanh da qua dan loc
```

2. Chương trình hàm lọc QMF 5 kênh băng thông không đều

% Chương trình 2

```
 function yout = filterqmf(h0,h1,g0,g1,N,Yin)
%Loc tin hieu qua dan loc QMF 5chanel bang thong khong deu
x0 = filter(h0,1,Yin);
DOWNSAMPLE(x0,2);
```

```
  x00 = filter(h0,1,x0);
  DOWNSAMPLE(x00,2);
     x000 = filter(h0,1,x00);
     DOWNSAMPLE(x000,2);%loi ra cua kenh 1
     x001 = filter(h1,1,x00);
     DOWNSAMPLE(x001,2);%loi ra cua kenh 2
  x01 = filter(h1,1,x0);
  DOWNSAMPLE(x01,2);%loi ra cua kenh 3
x1 = filter(h1,1,Yin);
DOWNSAMPLE(x1,2);
  x10 = filter(h0,1,x1);
  DOWNSAMPLE(x10,2);%loi ra cua kenh 4
  x11 = filter(h1,1,x1);
  DOWNSAMPLE(x11,2);%loi ra cua kenh 5

% Bo ma hoa ADPCM
% Bo ghep kenh MUX
% Duong truyen
% Bo tach kenh DEMUX
%Bo giai ma ADPCM

%Tin hieu bat dau vao dan loc tong hop
        UPSAMPLE(x000,2);
        y000 = filter(g0,1,x000);
        UPSAMPLE(x001,2);
        y001 = filter(g1,1,x001);
     y00s = (y000+y001);
     UPSAMPLE(y00s,2);
     y00 = filter(g0,1,y00s);

     UPSAMPLE(x01,2);
     y01 = filter(g1,1,x01);
     L=length(y00);

  %Doan ma nay can bang do tre giua tin hieu tong hop kenh 1 va 2
  %voi cac nhanh con lai cua dan loc
```

```
   D=N-1;            %N la bac cua bo loc
 for i = 1: (L-D)
   y00(i) = y00(i+D);
 end

 y0s = (y00+y01);
 UPSAMPLE(y0s,2);
 y0 = filter(g0,1,y0s);

    UPSAMPLE(x10,2);
    y10 = filter(g0,1,x10);

    UPSAMPLE(x11,2);
    y11 = filter(g1,1,x11);
  y1s = (y10+y11);
  UPSAMPLE(y1s,2);
  y1 = filter(g1,1,y1s);
 yout =  y0 + y1; %Tin hieu tong hop dau ra
%Ket thuc
```

% Chương trình 3

```
% Hiệu ứng giảm tốc độ mẫu
% Sử dụng hàm FIR2 để tạo ra dãy lối vào giới hạn dải.
freq = [0.42.48 1];
mag = [0 1 0 0];
x=fir2(101,freq,mag);
[Xz,w]=freqz(x,1,512);
subplot(1,2,1);
plot(w/pi,abs(Xz));grid;
xlabel('\omega/\pi');ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu loi vao');
pause
%Phát mẫu lối ra.
M=2;
y=x([1:M:length(x)]);
```

```
[Yz,w]=freqz(y,1,512);
subplot(1,2,2);
plot(w/pi,abs(Yz));grid;
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu ra').
```

% Chương trình 4

```
% Hiệu ứng tăng tốc độ mẫu trong lĩnh vực tần số
% Dùng FIR2 để tạo ra dãy lối vào giới hạn dải
freq= [0 0.45 0.5 1];
mag = [0 1 0 0];
x=fir2(99,freq,mag);
[Xz,w] = freqz(x,1,512);
subplot(1,2,1);
plot(w/pi,abs(Xz));grid
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho cua tin hieu vao');
%Phat ra day mau tang toc do.
L=5;
Y=zeros(1,L*length(x));
Y([1:L:length(Y)])=x;
[Yz,w] = freqz(Y,1,512);
subplot(1,2,2);
plot(w/pi,abs(Yz));grid;
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do');
title('Pho tin hieu ra')
```

% Chương trình 5

```
% Minh họa quá trình giảm tốc độ mẫu.
clf;
N=100;
M=2;
f1=0.043;
f2=0.031;
```

```
n=0:N-1;
% Phát dãy lối vào;
x= sin(2*pi*f1*n)+sin(2*pi*f2*n);
%Phát dãy lối ra đã được giảm tốc độ mẫu.
y=decimate(x,M,'fir');
subplot(2,1,1);
stem(n,x(1:N));
title('Day loi vao');
; ylabel('Bien do');
subplot(2,1,2)
m=0:N/M-1;
stem(m,y(1:N/M));
title('day loi ra'); xlabel('n'); ylabel('Bien do');
```

% Chương trình 6

```
% Minh họa quá trình tăng tốc độ mẫu.
clf;
N=100;
L=3;
f1=0.043;
f2=0.031;
%Phát dãy lối vào.
n=0:N-1;
x=sin(2*pi*f1*n) + sin(2*pi*f2*n);
% Phát dãy lối ra đã được tăng tốc độ mẫu
y=interp(x,L);
% Vẽ dãy lối vào và lối ra
subplot(2,1,1);
stem(n,x(1:N));
title('Tin hieu loi vao');
ylabel('Bien do');
subplot(2,1,2);
m=0:N*L-1;
stem(m,y(1:N*L));
title('Day loi ra'); xlabel('n'); ylabel('Bien do');
```

% Chương trình 7

```
% Thiết kế dàn lọc DFT đồng nhất
clf;
% Thiết kế mạch lọc prototype FIR thông thấp ;
b = remez(23, [0 0.15 0.25 1], [1 1 0 0], [10 1]);
w = 0:2*pi/255:2*pi; n = 0:23;
for k = 1:4;
  c = exp(2*pi*(k-1)*n*i/4);
  FB =  b.*c;
  HB(k,:) = freqz(FB,1,w);
end
% Vẽ đáp ứng biên độ của mỗi mạch lọc con;
subplot(2,2,1)
plot(w/pi, abs(HB(1,:)));
xlabel('\omega/pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 1'); axis([0 2 0 1.1]);
subplot(2,2,2)
plot(w/pi,abs(HB(2,:)));
xlabel('\omega/pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 2');axis([0 2 0 1.1]);
subplot(2,2,3)
plot(w/pi,abs(HB(3,:)));
xlabel('\omega/pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 3'); axis([0 2 0 1.1]);
subplot(2,2,4)
plot(w/pi,abs(HB(4,:)));
xlabel('\omega/pi');ylabel('Bien do');
title('Mach loc No. 4'); axis([0 2 0 1.1]);
```

% Chương trình 8

```
%Thiết kế mạch lọc thông thấp FIR L-dai
N=23;
L=2;
k=(N-1)/2;
n=-k:k;
```

```
b=sinc(n/L)/L;
win=hamming(N);
c=b.*win';
[h,w]=freqz(c,1,256);
g=20*log10(abs(h));
plot(w/pi,g);grid
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do, dB');
disp(c);
figure(2);
plot(n,c);
```

% Chương trình 9

```
% Đáp ứng tần số của dàn lọc QMF Johnston;
B1= [-0.006443977, 0.02745539, -0.00758164, -0.0913825, 0.09808522,
0.4807962];
B1=[B1 fliplr(B1)];
% Phát mạch lọc thông cao bù;
L=length(B1);
for k = 1:L
   B2(k) = ((-1)^k)*B1(k);
end
%Tính đáp ứng biên độ của hai mạch lọc;
[H1z,w] = freqz(B1,1,256);
   h1=abs(H1z); g1 = 20*log10(h1);
   [H2z,w] = freqz(B2,1,256);
   h2 = abs(H2z); g2 = 20*log10(h2);
 %Vẽ đáp ứng biên độ của hai mạch lọc;
 figure(1)
   plot(w/pi,g1,'-',w/pi,g2,'--');grid
   xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Bien do, dB')
   % Tính tổng của cac đáp ứng bình phương biên độ;
   for i = 1:256,
      sum(i) = (h1(i)*h1(i)) + (h2(i)*h2(i));
   end
   d = 10*log10(sum);
```

```
%Vẽ sự méo dạng biên độ;
figure(2)
plot(w/pi,d); grid;
xlabel('\omega/\pi'); ylabel('Sự méo dạng biên độ, dB');
```

% Chương trình 10

```
% Thiết kế mạch lọc phân tích.
[N,fpts,mag,wt] = remezord([0.37 0.63], [1 0],[0.01 0.01]);
[q,err] = remez(N,fpts,mag,wt);
fprintf('filter order is %d\n',N);
```

% Chương trình 11

```
% Thiết kế mạch lọc phân tích.
[N,fpts,mag,wt] = remezord([0.37 0.63], [1 0],[0.01 0.01]);
[q,err] = remez(N,fpts,mag,wt);
fprintf('filter order is %d\n',N);
h0= [0.32308145852633, 0.51953003909222, 0.30133845772088,
 -0.07814458219037,        -0.13767160620111,        0.03209964123472,
0.07900476042178,
 -0.04899606569875];
[h1,w]=freqz(h0,1,256)
h3= [ 0.04899606569875, 0.07900476042178,-0.03209964123472,
 -0.13767160620111, 0.07814458219037, 0.30133845772088,
-0.51953003909222,0.32308145852633];
[h2,w]=freqz(h3,1,256);
plot(w/pi,20*log10(abs(h1)),'-', w/pi, 20*log10(abs(h2)),'--'); grid;
Title('đáp ứng tần số của dàn lọc phân tích').
xlabel('\omega/\pi');
ylabel('Bien do, dB').
```

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Hồ Văn Sung:

Xử lý số tín hiệu,T1 & T2,
Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 2003.

2. S.K. Mitra:

Digital Signal Processing,
McGrow-Hill Higher Education, 2001.

3. S. K. Oppenhaim and at all:

Discrete-time Signal Processing,
Printice Hall, 1999.

4. A.N. Akansu, P.Duhamel, X.Lin and M.de Courville:

Orthogonal transmultiplexer in telecommunications IEEE Trans.
Signal Processing, Vol 46, pp. 979-995, Apr., 1996.

5.P.P. Vaidyanathan:

Multirate Systems and Filter banks,
Printice Hall, 1993.

6. S.Akkarakaran and P.P. Vaidyanathan:

Discrete multitone communication with principal coponent filter banks, IEEE, Int. conf. Communications (ICC), Helsinki, Finland, June, 2001.

7. G. Cherubini,E.Elebtheriou, S. Olcer and J.M.Cioffi:

Filter banks modulation techniques for very high speed digital subscriber lines, IEEE, comm. mag. pp. 98-104, May, 2002.

8. P.P. Vaidyanathan, Y.P.lin, S. Akkarakaran and S.M. Phoong:

Discrete Multitone Modulation With Principal Component filter banks,
IEEE, Trans. DSP Vol 49, Nº.10. October, 2002.

9. S. Trang:

Wavelets and Filter banks,
Course on Internets, 2003.

10. B.Farhang-Boroujeny

Adaptive Filters, Theory and Applications,
John Wiley & Sons, 1998.

11. S.Haykin

Adaptive Filter Theory,
Printice Hall, 1996.

12. M. Bellanger

Digital Processing of Signals, Theory and Practice,
Third Edition, John Willey & Sons, LTD, 2000.

13. P. Duvaut

Traitement du Signal - Concepts et Applications
Hermes, Paris. 1994.

14. G. Branchet et M. Charbit

Signaux et Images sous MATLAB
Hermes Science Paris 2001.

15. Sung Ho Van and Khoa Trinh Ngoc

Transfer function and noise characteristics measurues of in-house power line channel for high-speed data communications.
8th Vietnam Conference on Radio&Electronics (REV'02),
November 2-3, 2002, pages 113-116.2.

16. Sung Ho Van

Investigation and simulation of the multicarrier modulation techniques for power line data communications.
8th Vietnam Conference on Radio&Electronics (REV'02),
November 2-3, 2002, pages 117-122.

17. Sung Ho Van and Le Thanh Que

Implementation of Passband QPSK MODEM using TI-DSK TMS320C50
9th Vietnam Conference on Radio&Electronics (REV'04),
November 27-28, 2004, pages 113 - 118.

18. B. Hirosaki

An Orthogonal Multiplexed QAM system using the Discrete Fourier Transform.
IEEE translation on Communication, Vol com-29 N^{0}7, July 1981.

MỤC LỤC

XỬ LÝ SỐ TÍN HIỆU ĐA TỐC ĐỘ VÀ DÀN LỌC
(LÝ THUYẾT VÀ ỨNG DỤNG)

Tác giả: TS. Hồ Văn Sung

Chịu trách nhiệm xuất bản: PGS.TS TÔ ĐĂNG HẢI
Biên tập và sửa chế bản: TRỊNH THỊ TIỆP, DIỆU THUÝ
Trình bày và chế bản TRỊNH THỊ TIỆP
Vẽ bìa: HƯƠNG LAN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
Hà Nội 2005

In 500 cuốn, khổ 16 x 24cm tại Xí nghiệp in NXB Lý luận chính trị
Giấy phép xuất bản số: 150 - 228 do Cục XB cấp ngày 4/2/2005
In xong và nộp lưu chiểu tháng 6/2005.

xử lý số tín hiệu đa tốc độ &

1 005071 300683
34.000 VNĐ

Giá: 34.000đ