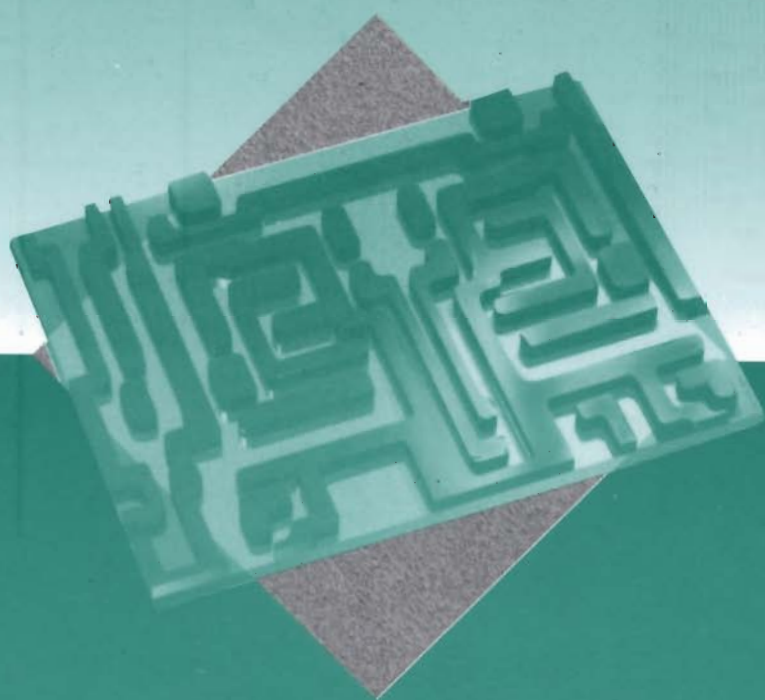




ĐIỆN TỬ HỌC



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

H  **HACHETTE**
Supérieur

"Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình Đào tạo Kỹ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hóa và Hợp tác của Đại Sứ quán Pháp tại nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam".

"Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République socialiste du Vietnam".

Điện tử học

(Tái bản lần thứ hai)

JEAN - MARIE BRÉBEC

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Saint - Louis ở Paris

JEAN-NOËL BRIFFAUT

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Descartes ở Tour

PHILIPPE DENÈVE

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Henri - Wallon ở Valenciennes

THIERRY DESMARAIS

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Sainte-Marie Fénelon ở Paris

ALAIN FAVIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Champollion ở Grenoble

MARC MÉNÉTRIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Thiers ở Marseilles

BRUNO NOËL

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Champollion ở Grenoble

CLAUDE ORSINI

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học
trường Lixé Dumont - d'Urville ở Toulon

Người dịch : VĂN THẾ MINH

Năm thứ hai

MP - MP*

PT-PT*

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Électronique

JEAN - MARIE BRÉBEC

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Saint - Louis à Paris

JEAN-NOËL BRIFFAUT

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Descartes à Tours

PHILIPPE DENÈVE

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Henri - Wallon à Valenciennes

THIERRY DESMARAIS

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Sainte-Marie-Fénelon à Paris

ALAIN FAVIER

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Champollion à Grenoble

MARC MÉNÉTRIER

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Thiers à Marseille

BRUNO NOËL

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Champollion à Grenoble

CLAUDE ORSINI

Professeur en Classes Préparatoires
au Lycée Dumont - d'Urville à Toulon

2^{de} année

MP - MP*

PT-PT*



HACHETTE
Supérieur

Lời nói đầu

Bộ giáo trình này có liên quan đến các chương trình mới của các lớp dự bị vào các trường Đại học, được áp dụng cho kì tựu trường tháng 9/1995 đối với các lớp năm thứ nhất MPSI, PCSI và PTSI, và cho kì tựu trường tháng 9/1996 đối với các lớp năm thứ hai MP, PC, PSI và PT.

Theo tinh thần của các chương trình mới, thì bộ giáo trình này đưa ra một sự đổi mới trong việc giảng dạy môn Vật lí ở các lớp dự bị đại học.

- Trái với truyền thống đã in sâu đậm nét, mà theo đó Vật lí bị xếp vào hàng môn học thứ yếu sau toán học vì các hiện tượng đã bị che lấp bởi khía cạnh tính toán. Tuy nhiên ở đây các tác giả đã cố gắng thu xếp để đặt toán học vào đúng chỗ của nó bằng cách ưu tiên dẫn dắt tư duy và lập luận vật lí, đồng thời nhấn mạnh lên các tham số có ý nghĩa và các hệ thức đã kết hợp chúng lại với nhau.
- Vật lí là một môn khoa học thực nghiệm nên phải được giảng dạy theo tinh thần đó. Các tác giả đã quan tâm đặc biệt đến việc mô tả các thiết bị thí nghiệm nhưng vẫn không bỏ qua khía cạnh thực hành. Mong sao những cố gắng của các tác giả sẽ thúc đẩy thầy và trò cải tiến hoặc tạo ra các hoạt động thí nghiệm luôn luôn đầy chất sáng tạo.
- Vật lí không phải là một khoa học coi thường vật chất, chỉ chú trọng đến lập luận trừu tượng mà dừng dưng với thực tiễn công nghệ. Mỗi khi vấn đề được nêu lên, thì các tác giả đã dành một chỗ xứng đáng cho các áp dụng khoa học hay công nghiệp, đặc biệt để kích thích các nhà nghiên cứu và kĩ sư tương lai.
- Vật lí không phải là một khoa học thiếu tính độc đáo và vĩnh hằng, mà vật lí là sản phẩm của một thời đại và không tự tách ra khỏi phạm vi hoạt động của con người.

Các tác giả đã không coi thường các cứ liệu lịch sử các khoa học trong việc mô tả sự biến đổi của các mô hình lí thuyết cũng như thay thế các thí nghiệm trong bối cảnh của họ.

Nhóm tác giả mà Jean-Marie Brebec đã phối hợp, gồm các giáo sư các lớp dự bị rất từng trải, đã tham gia chấm nhiều kì thi tuyển vào các trường Đại học và có năng lực khoa học cao được mọi người nhất trí công nhận. Nhóm này có quan hệ mật thiết với các tác giả của các bộ giáo trình của Durandeau và Durupthy cho cấp hai các trường trung học (tương đương trung học phổ thông của Việt Nam). Sách cho các lớp dự bị đã kế tiếp hoàn hảo sách ở cấp trung học cả về hình thức, nội dung lẫn ý tưởng.

Chúng tôi bảo đảm rằng các cuốn sách này là những công cụ quý báu cho sinh viên để chuẩn bị có hiệu quả cho các kì thi tuyển, cũng như để có được một sự trau dồi khoa học vững chắc.

J.P.DURANDEAU

Cuốn sách được chia thành hai phần lớn : các công cụ và ứng dụng của chúng :

Ba chương đầu dành cho các vấn đề cơ sở của điện động học có đưa vào các công cụ khác nhau, các định luật (KIRCHHOFF) và định lí (THEVENIN, NORTON và MILMANN). Việc phân tích một tín hiệu tuần hoàn thành chuỗi FOURIER được đề cập tỉ mỉ với nhiều ví dụ.

Các chương tiếp theo dành để nghiên cứu hoàn chỉnh về các bộ lọc (bộ lọc thông thấp hoặc bộ lọc thông cao bậc 1 hoặc bậc 2, bộ lọc thông dải). Các chương trình mô phỏng cho phép quan sát hành vi hoặc ảnh hưởng của các bộ lọc đối với các tín hiệu tuần hoàn khác nhau. Kết quả được phân tích trực tiếp hoặc thông qua các thông tin về phổ của tín hiệu. Các biểu đồ tiệm cận, các đặc tính tích phân hoặc vi phân của các bộ lọc sẽ được đề cập tỉ mỉ.

Việc thực hiện thực tế của 1 vài bộ lọc cũng sẽ được nói đến (bộ lọc vi phân và bộ lọc tích phân dùng khuếch đại tính toán, bộ lọc cộng hưởng bằng tụ chuyển mạch sử dụng được như bộ phân tích phổ).

Một khối lượng rất nhiều các hình vẽ, đồ thị và mối liên hệ thường xuyên giữa lí thuyết và thực tế cho phép hiểu rõ về môn điện tử này.

Mục lục

Lời nói đầu	5
Mục lục	6
1 Cơ sở của điện động học	7
2 Các công cụ của điện động học	33
3 Phân tích điều hòa một tín hiệu tuần hoàn	57
4 Tác dụng của các bộ lọc đơn giản lên tín hiệu tuần hoàn	85
5 Đặc tính vi phân và tích phân của bộ lọc	130
6 Ví dụ các bộ lọc bậc 1 và bậc 2	152

CƠ SỞ CỦA ĐIỆN ĐỘNG HỌC



Mở đầu

Phần này sẽ nhắc lại các định luật thông dụng của điện động học cùng với các nguyên tắc chứng minh và các điều kiện để ứng dụng các định luật này. Các định luật này bao gồm các định luật của mô hình KIRCHHOFF trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.) mà ở đó hiện tượng trễ do sự truyền tín hiệu có thể bỏ qua. Với giả thiết này, các mạch điện sẽ được phân tích như là tập hợp những linh kiện định xứ mà chỉ có cách kết nối (tô pô) các linh kiện là được mô tả. Ta sẽ không quan tâm tới kích thước và khoảng cách giữa các linh kiện, vì các tín hiệu trong mạch coi như được truyền một cách tức thời..

M u c t i ê u

- Nhắc lại các định luật thông dụng của điện động học.
- Nêu một cách chính xác hơn về các điều kiện phép gần đúng chuẩn dừng.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các kiến thức về mạch điện.

Các định luật thông dụng

1.1. Định luật OHM cục bộ

Ở trong một vật dẫn có nhiều phần tử mang điện chuyển động. Giả thiết vật dẫn là ở thể rắn, như vậy trong lòng nó có thể có hai loại phần tử mang điện, đó là các *electron tự do* (phần tử mang điện tích âm) và các *lỗ* (phần tử mang điện tích dương).

Dưới tác dụng của một điện trường $\vec{E}$ không phụ thuộc thời gian, các phần tử mang điện trên ở *chế độ không đổi* (hay *liên tục*) sẽ có các tốc độ tương ứng là $\vec{v}_- = -\mu_- \vec{E}$ và $\vec{v}_+ = \mu_+ \vec{E}$, trong đó μ_- và μ_+ là độ *linh động* của các phần tử mang điện nói trên.

Ta kí hiệu ρ_- và ρ_+ là các điện tích trên một đơn vị thể tích của các *electron tự do* và của các *lỗ* tại điểm ở trong vật dẫn. Điện tích d^2q đi qua thiết diện $d\vec{S}$ của vật dẫn trong khoảng thời gian giữa t và $(t + dt)$ (h.1) là:

$$d^2q = \rho_+(\vec{v}_+ dt).d\vec{S} + \rho_-(\vec{v}_- dt).d\vec{S} = (\rho_+\mu_+ - \rho_-\mu_-)\vec{E}.d\vec{S}dt.$$

Tương ứng với chuyển động này của các điện tích là một dòng điện với *cường độ* dI được định nghĩa như sau:

$$dI = \frac{d^2q}{dt},$$

tức là: $dI = (\rho_+\mu_+ - \rho_-\mu_-)\vec{E}.d\vec{S}$

và một mật độ dòng điện $\vec{j}$ được định nghĩa là $dI = \vec{j}.d\vec{S}$, tức là:

$$\vec{j} = (\rho_+\mu_+ - \rho_-\mu_-)\vec{E}.$$

Định luật OHM cục bộ: $\vec{j}$ và $\vec{E}$ tỉ lệ thuận với nhau :

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

trong đó $\gamma = (\rho_+\mu_+ - \rho_-\mu_-)$ là độ dẫn điện của vật dẫn.

Chiều của $\vec{j}$ chính là chiều của dòng điện và cũng là chiều chuyển động của tập hợp các phần tử mang điện tích dương.

1.2. Định luật bảo toàn điện tích

Điện tích không thể tự nhiên sinh ra hoặc mất đi.

Chúng ta hãy tìm biểu thức mô tả sự bảo toàn điện tích. Giả thiết ρ là điện tích trong một đơn vị thể tích tại điểm M của một vật dẫn có thể tích là τ giới hạn bởi mặt S . Điện tích chứa bên trong mặt S là

$$q = \iiint_{\tau} \rho d\tau.$$

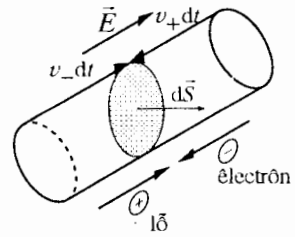
Cường độ dòng điện I đi ra qua S (h.2) là :

$$I = \oiint_S \vec{j}.d\vec{S} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt} \iiint_{\tau} \rho d\tau = -\iiint_{\tau} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau.$$

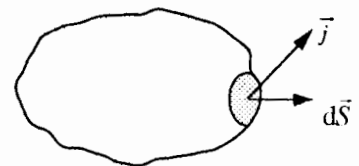
Trong chế độ liên tục hay không phụ thuộc thời gian thì $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, vì

$$\text{thế } I = \oiint_S \vec{j}.d\vec{S} = 0.$$

Cường độ dòng điện đi qua một mặt khép kín nào đó sẽ bằng không trong chế độ không phụ thuộc thời gian.



H.1. Dòng điện đi qua diện tích dS là dòng kép của hai loại phần tử mang điện.



H.2. Cường độ dòng điện I đi qua diện tích S là thông lượng của $\vec{j}$ qua mặt đó.

1.3. Phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.)

Trong chế độ biến đổi theo thời gian, điện thế $V(M, t)$, điện trường $\vec{E}(M, t)$, vectơ mật độ dòng điện $\vec{j}(M, t)$ v.v..., đều là các đại lượng lan truyền.

Chính vì thế không thể nói cường độ dòng điện $i(t)$ trong một vật dẫn ngay cả khi vật dẫn không phân nhánh.

Tuy nhiên, đối với một vật dẫn có kích thước khoảng L , thời gian để lan truyền các tín hiệu $V(M, t)$, $\vec{E}(M, t)$, $\vec{j}(M, t)$... là cỡ $\Delta t = \frac{L}{c}$, trong đó c là tốc độ lan truyền chung ($c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$).

Nếu như thời gian thực hiện phép đo hoặc chu kỳ của các tín hiệu là rất lớn so với Δt thì hiện tượng lan truyền tín hiệu gần như không biểu hiện và có thể bỏ qua được.

Chế độ hoạt động mà ở đó hiện tượng lan truyền tín hiệu có thể bỏ qua được gọi là chế độ chuẩn dừng.

Trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.), các mạch điện được mô tả như là tập hợp của các nút, các nhánh và các linh kiện mà điện thế tại các nút, dòng điện qua các linh kiện và hiệu điện thế giữa các cực của chúng được xác định tại mọi thời điểm bằng các quan hệ đại số hoặc các phương trình vi phân.

Các phương trình đạo hàm riêng mô tả việc lan truyền các trường không còn ý nghĩa nữa và có thể bỏ qua tất cả các thông số về kích thước của các linh kiện.

Trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.), mỗi linh kiện là một phần tử phải được xem xét một cách toàn cục. Các mạch đó được gọi là các mạch với các tham số tập trung.

Trong khuôn khổ phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.), chúng ta có các kết quả được thiết lập trong điện từ học như sau:

- Thông lượng của vectơ mật độ dòng điện $\vec{j}$ được bảo toàn, như ở trong chế độ bất biến theo thời gian ;
- Từ trường $\vec{B}$ trong mọi thời điểm có dạng như từ trường tĩnh ;
- Điện trường $\vec{E}$ khác điện trường tĩnh bởi sự có mặt của điện trường xoáy ($\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$, trong đó $\vec{A}$ là thế vectơ): trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.) các hiện tượng cảm ứng điện từ không thể bỏ qua được ;
- Thế vô hướng V tại mọi thời điểm được tính như trong tĩnh điện học và hiệu điện thế trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.) vẫn giữ nguyên các tính chất như trong chế độ một chiều.

2 Các định luật của điện động học

2.1. Các định luật KIRCHHOFF

■ Định luật nút

Định luật này là hệ quả của đặc tính bảo toàn thông lượng của mật độ dòng điện $\vec{j}$ (xem §1.2)

$$I = \oint_S \vec{j} d\vec{S} = 0 \quad (h.3).$$

Tổng đại số của các dòng điện trong một nút bằng 0

$$\sum_k \varepsilon_k i_k = 0,$$

trong đó $\varepsilon_k = 1$ nếu i_k đi vào nút và $\varepsilon_k = -1$ nếu i_k đi từ nút ra ngoài.

■ Định luật vòng

Định luật này là hệ quả của sự tồn tại một điện thế vô hướng $v_k(t)$ xác định tại mỗi thời điểm ở mỗi nút N_k (h.4):

Tổng đại số các điện áp trên các phần tử 2 cực trong một vòng có định hướng bằng 0

$$\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$$

trong đó $\varepsilon_k = 1$ nếu điện áp u_k đặt trên phần tử 2 cực cùng hướng với vòng và $\varepsilon_k = -1$ nếu u_k trên phần tử 2 cực ngược hướng với vòng.

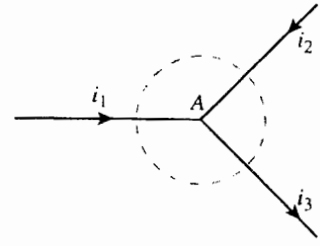
Chú ý: Các định luật KIRCHHOFF không định trước bản chất của các phần tử 2 cực của mạch, vì vậy nó có tính tổng quát rất lớn.

2.2. Công suất điện động học thu được trên phần tử 2 cực

Công suất tức thời $\mathcal{P}(t)$ thu được trên phần tử 2 cực (h.5) chịu điện áp $u(t)$ và có dòng điện $i(t)$ chạy qua là:

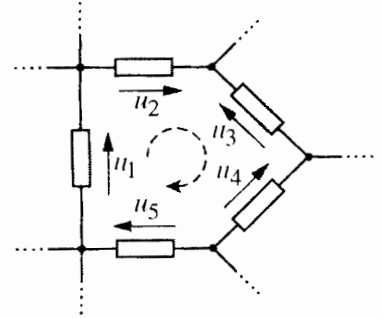
$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t).$$

Tại một thời điểm t , một phần tử 2 cực có thể là phần tử tiêu thụ năng lượng nếu $\mathcal{P}(t) > 0$ hoặc có thể là phần tử phát ra năng lượng nếu $\mathcal{P}(t) < 0$. Một phần tử 2 cực có thể lúc này hoạt động như một phần tử tiêu thụ năng lượng và lúc khác như một phần tử phát ra năng lượng.



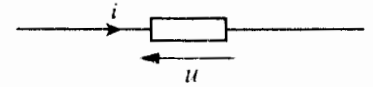
H.3. Tổng đại số của các dòng điện chảy vào một nút bằng 0:

$$i_1 + i_2 - i_3 = 0$$

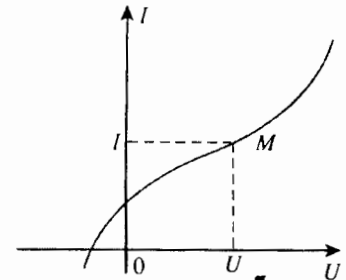


H.4. Tổng đại số của các điện áp trong một vòng bằng 0:

$$u_1 + u_2 - u_3 - u_4 + u_5 = 0$$



H.5. Quy ước biểu diễn một phần tử 2 cực.



H.6. Đặc tuyến tĩnh của một phần tử 2 cực.

3 Các đặc tuyến của một phần tử 2 cực

3.1. Đặc tuyến V-A tĩnh

Trong chế độ một chiều ta kí hiệu I là cường độ dòng điện đi qua một phần tử 2 cực khi giữa 2 đầu của nó có điện áp là U .

Điểm làm việc của phần tử này là điểm M có tọa độ (U, I) xác định trên các trục điện áp - dòng điện (h.6).

Ta có thể thu được *đặc tuyến điện áp - dòng điện tĩnh* của một phần tử 2 cực bằng cách nối nhiều điểm làm việc M như trên.

Một phần tử 2 cực là một *phần tử đối xứng* khi đặc tuyến tĩnh của nó đối xứng qua gốc toạ độ. Trong trường hợp ngược lại đó sẽ là *phần tử không đối xứng (phân cực)* (h.7).

Chế độ làm việc của một mạch không đổi khi ta đổi chiều của nhánh chứa phần tử 2 cực đối xứng. Điều này sẽ không còn đúng nữa nếu ta thực hiện đổi chiều của phần tử 2 cực phân cực.

Điện trở tĩnh của một phần tử tại điểm làm việc $M(U, I)$ là đại lượng $R_0 = \frac{U}{I}$. Nghịch đảo của nó là đại lượng $G_0 = \frac{I}{U}$, được gọi là *điện dẫn tĩnh*.

Điện dẫn động hay còn gọi là *điện dẫn của phần tử 2 cực ở điểm làm việc M* là đại lượng $G = \left(\frac{dI}{dU} \right)_M$ (h.8).

Nghịch đảo của điện dẫn động, là $R = \left(\frac{dU}{dI} \right)_M$, được gọi là *điện trở động* hay *điện trở của phần tử 2 cực ở điểm M* .

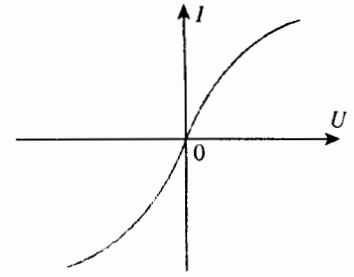
Trong trường hợp tổng quát, điện trở tĩnh hay điện dẫn tĩnh của một phần tử 2 cực khác so với điện trở động hay điện dẫn động của nó.

3.2. Đặc tuyến V-A động của phần tử 2 cực

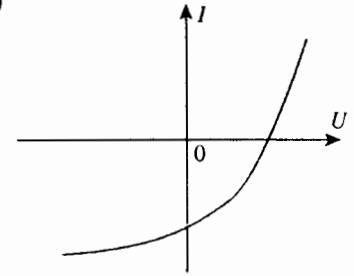
Trong *chế độ biến đổi*, tập hợp các điểm làm việc $M(u, i)$ của một phần tử 2 cực sẽ tạo thành *đặc tuyến động* của nó. Dạng của đặc tuyến này thường phụ thuộc kích thích ở đầu vào. Từ đặc tuyến này có thể suy ra được các đặc trưng của phần tử.

Trong chế độ biến đổi, giá trị tức thời của cường độ dòng điện $i(t)$ tại điện áp u_0 cho trước còn phụ thuộc cả vào giá trị điện áp trước đó (h.9). Như vậy dòng điện đi qua một phần tử này không có cùng một giá trị tương ứng với điện áp u_0 ở trên nó, mà có thể đạt giá trị thấp hơn hay cao hơn tùy thuộc u_0 . Như vậy, về một phương diện nào đó phần tử 2 cực có hành vi như là một bộ nhớ các trạng thái trước đó.

a)



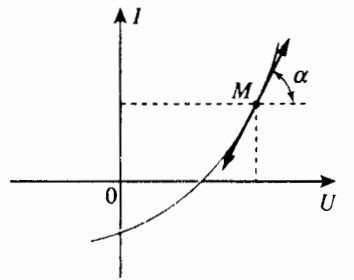
b)



H.7. Đặc tuyến tĩnh của một phần tử 2 cực :

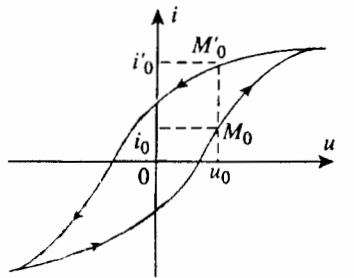
a. đối xứng ;

b. phân cực.



H.8. Định nghĩa độ dẫn động của một phần tử 2 cực :

$$G = \left(\frac{dI}{dU} \right)_M$$



H.9. Đặc tuyến động của một phần tử 2 cực với kích thích dạng sin.

4 Các phần tử 2 cực cơ bản của các mạch tuyến tính

Các phần tử 2 cực được định nghĩa trong các phần sau đều là kết quả của việc lí tưởng hóa các phần tử vật lí thực tế. Việc mắc kết hợp các linh kiện cho phép tạo thành các mạng có tính đến hoạt động của các linh kiện thực, do đó giải thích được sự hoạt động của các mạch tạo bởi các linh kiện đó.

Như vậy, tính chất của tất cả các mạch có thể thực hiện trong phép gần đúng chuẩn dừng đều dựa trên các tính chất của các phần tử hai cực cơ bản. Đây chính là cơ sở để xác nhận tính đúng đắn của định nghĩa lí thuyết của chúng.

4.1. Điện trở

Điện trở được kí hiệu theo hình 10.

Điện áp $u(t)$ đặt lên 2 đầu của điện trở tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện $i(t)$ chạy qua nó: $u(t) = Ri(t)$.

Hằng số dương R là *điện trở* của phần tử điện trở còn nghịch đảo của nó,

$G = \frac{1}{R}$ là *điện dẫn*. Đơn vị của điện trở là *ohm* (kí hiệu là: Ω) còn đơn vị

của điện dẫn là *siemens* (kí hiệu là: S).

Đặc tuyến tính và đặc tuyến động của các phần tử điện trở là các đường thẳng đi qua gốc tọa độ (h.11). Điện trở là *một phần tử cực đối xứng*.

Công suất tức thời trên một điện trở luôn là số dương:

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = Ri^2(t).$$

Điện trở là *phần tử duy nhất tiêu tán năng lượng* trong mạch. Năng lượng cung cấp cho điện trở được tiêu tán hết và điện trở *không phải là phần tử nhớ*.

4.2. Cuộn cảm lí tưởng

Một cuộn cảm lí tưởng được kí hiệu theo hình 12.

Điện áp $u(t)$ đặt lên 2 đầu của một cuộn cảm lí tưởng trong mọi thời điểm tỉ lệ thuận với đạo hàm của cường độ dòng điện $i(t)$ chạy qua nó:

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}.$$

Hằng số dương L là *điện cảm* (hệ số tự cảm) của cuộn dây. Đơn vị của điện cảm là *henry* (kí hiệu là H).

Trong chế độ một chiều, cuộn dây có tính chất như một công tắc đã đóng mạch.

Trong chế độ xoay chiều đường đặc tuyến của một cuộn dây lí tưởng là hàm số của đại lượng kích thích ở đầu vào.

Như vậy, đáp ứng điện áp $u(t)$ của một cuộn dây lí tưởng không những phụ thuộc vào giá trị hiện tại của dòng điện chạy qua $i(t)$ mà còn phụ thuộc vào giá trị trước đó của nó (h.13).

Công suất tức thời trên một cuộn dây lí tưởng là:

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = Li(t) \frac{di(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2(t)}{2} \right).$$

Năng lượng $\mathcal{E}(t) = \frac{Li^2(t)}{2}$ tích tụ trong cuộn dây và giá trị tức thời $\mathcal{E}(t)$

của nó cũng như của điện áp $u(t)$ trên hai đầu cuộn dây được xác định bởi giá trị của dòng điện chạy qua $i(t)$.

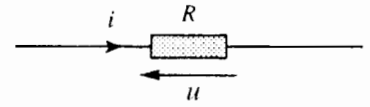
Trạng thái của một cuộn dây lí tưởng được đặc trưng duy nhất bởi giá trị của $i(t)$: *biến trạng thái của cuộn dây là cường độ của dòng điện $i(t)$ chạy qua nó*. Hệ quả của việc này dẫn đến điều kiện ban đầu cho một cuộn dây phụ thuộc vào $i(0)$.

Công suất trên cuộn dây $\mathcal{P}(t) = \frac{d\mathcal{E}}{dt}$ là hữu hạn. Hệ quả là năng lượng

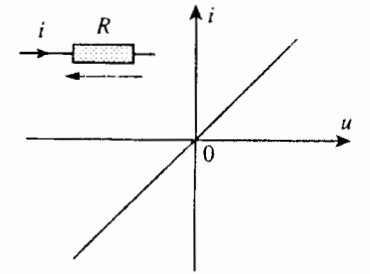
của cuộn dây không thể bị gián đoạn, bởi vì nếu như vậy sẽ dẫn đến giá

trị vô hạn của $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ và tất nhiên là của $\mathcal{P}(t)$.

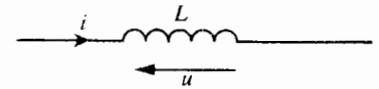
Năng lượng và cả cường độ của dòng điện $i(t)$ của một cuộn dây lí tưởng không thể bị gián đoạn.



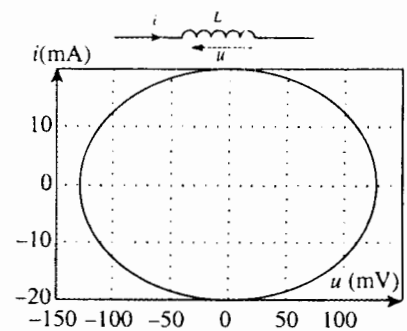
H.10. Kí hiệu của điện trở.



H.11. Đặc tuyến của điện trở.



H.12. Kí hiệu của cuộn cảm lí tưởng.



H.13. Đặc tuyến động của cuộn dây lí tưởng dưới tác động của kích thích có dạng hình sin ($L = 20 \text{ mH}$, $f = 50 \text{ Hz}$).

4.3. Tự điện lí tưởng

Một tự điện lí tưởng được kí hiệu theo hình 14.

Điện áp $u(t)$ ở 2 đầu của tự điện có được là do các điện tích $+q$ và $-q$ trên các điện cực của nó: $q(t) = Cu(t)$. Hằng số dương C là *điện dung* của tự điện. Đơn vị của điện dung là *farad* (kí hiệu là F):

Dòng điện chạy đến bản cực của một tự điện lí tưởng tạo nên điện tích $+q(t)$ tại mỗi thời điểm tỉ lệ thuận với đạo hàm của điện áp $u(t)$ đặt trên hai cực của nó:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}.$$

Trong chế độ một chiều, tự điện lí tưởng có hành vi như một công tắc hở.

Trong chế độ xoay chiều, đặc tuyến của một tự điện lí tưởng cũng như đặc tuyến của một cuộn cảm lí tưởng có dạng phụ thuộc vào đại lượng kích thích ở đầu vào.

Giá trị của dòng điện $i(t)$ đi qua một tự điện lí tưởng không những phụ thuộc vào giá trị hiện tại của điện áp $u(t)$ đặt vào hai bản cực của tự mà còn phụ thuộc vào cả trạng thái trước đó của nó (h.15).

Công suất tức thời trên một tự lí tưởng là:

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t) = Cu(t) \frac{du(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{Cu^2(t)}{2} \right)$$

Năng lượng $\mathcal{E}(t) = C \frac{u^2(t)}{2}$ tích tụ trên tự và giá trị tức thời $\mathcal{E}(t)$ của nó

cũng như của dòng điện $i(t)$ chạy qua nó được xác định bởi giá trị của điện áp $u(t)$ đặt trên hai bản cực.

Trạng thái của một tự lí tưởng được đặc trưng duy nhất bởi giá trị của $u(t)$: *biến trạng thái của tự là điện áp $u(t)$ đặt trên hai bản cực*. Hệ quả của việc này là *điều kiện ban đầu cho một tự điện phụ thuộc vào $u(0)$* .

Tính liên tục của năng lượng trên tự điện lí tưởng kéo theo sự liên tục của điện áp $u(t)$ đặt trên nó.

Năng lượng $\mathcal{E}(t)$, điện áp $u(t)$ đặt trên 2 đầu của một tự điện và cả điện tích $q(t)$ của nó không thể bị gián đoạn.

4.4. Nguồn không đổi

4.4.1. Nguồn điện áp không đổi

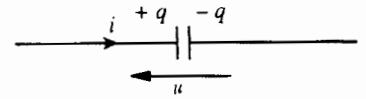
Nguồn điện áp không đổi bảo đảm giữ cho điện áp $e(t)$ giữa 2 đầu của nguồn không phụ thuộc vào cường độ của dòng điện $i(t)$ chạy qua nó.

Nguồn điện áp không đổi được kí hiệu theo hình 16.

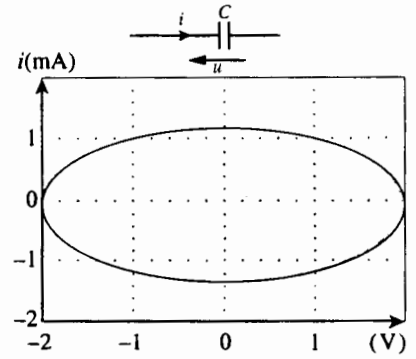
Giá trị của điện áp $e(t)$ giữa hai đầu của một nguồn điện áp, do các đặc tính của nó, là không thay đổi. Ngược lại, dòng điện $i(t)$ chạy qua nguồn điện áp sẽ phụ thuộc vào mạch mà nó nối vào. Tại thời điểm t đặc tuyến V-A của nguồn điện áp được biểu diễn trên hình 17. Một nguồn điện áp được đặc trưng bởi *sức điện động* (s.d.đ.) của nó.

4.4.2. Nguồn dòng không đổi

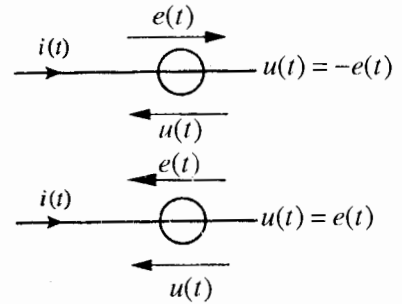
Nguồn dòng không đổi đảm bảo cung cấp một dòng điện có cường độ $\eta(t)$ không phụ thuộc vào điện áp $u(t)$ đặt giữa 2 đầu của nó.



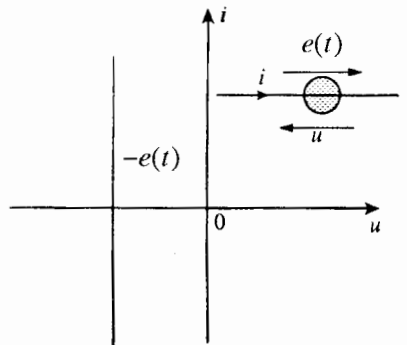
H.14. Kí hiệu của tự điện lí tưởng.



H.15. Đặc tuyến động của tự điện lí tưởng dưới tác động của kích thích sin ($C = 2,2\mu F, f = 50 \text{ Hz}$).



H.16. Kí hiệu nguồn điện áp không đổi.



H.17. Đặc tuyến của một nguồn điện áp không đổi có s.d.đ. $e(t)$.

Nguồn dòng không đổi được kí hiệu theo hình 18.

Giá trị của dòng điện $\eta(t)$ chạy qua nguồn dòng, do các đặc tính của nó, là không đổi. Ngược lại, điện áp giữa 2 đầu của nó sẽ phụ thuộc vào mạch mà nó nối vào.

Tại thời điểm t đặc tuyến V-A của nguồn dòng được biểu diễn trên hình 19. Một nguồn dòng được đặc trưng bởi dòng điện động (d.đ.d.) $\eta(t)$ của nó.

4.5. Nguồn tuyến tính có điều khiển

Khái niệm *nguồn tuyến tính có điều khiển* được sử dụng để mô hình hóa các hiện tượng vật lý tuyến tính.

Nguồn tuyến tính có điều khiển là một nguồn điện áp (hoặc một nguồn dòng) mà s.d.d. (hoặc d.đ.d.) có một giá trị xác định bởi một đại lượng điện $u'(t)$ hoặc $i'(t)$ có liên hệ với một phần tử khác trong mạch.

Tùy theo kiểu nguồn hoặc kiểu của đại lượng điều khiển có 4 loại nguồn tuyến tính có điều khiển:

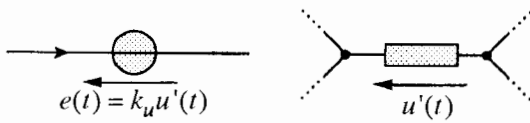
- Nguồn áp điều khiển bằng điện áp

S.d.d. của nó là $e(t) = k_u u'(t)$, trong đó k_u là hằng số không thứ nguyên (h.20a).

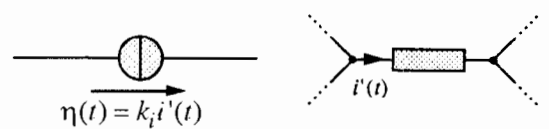
- Nguồn áp điều khiển bằng dòng

S.d.d. của nó là $e(t) = r i'(t)$, trong đó r là hằng số có thứ nguyên điện trở (h.20b).

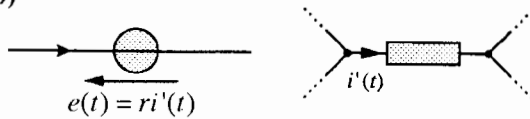
a)



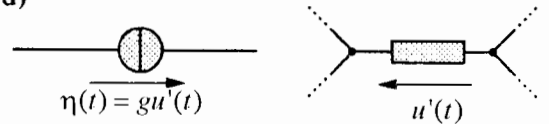
c)



b)



d)



H.20. Kí hiệu của các loại nguồn có điều khiển.

- Nguồn dòng điện điều khiển bằng dòng

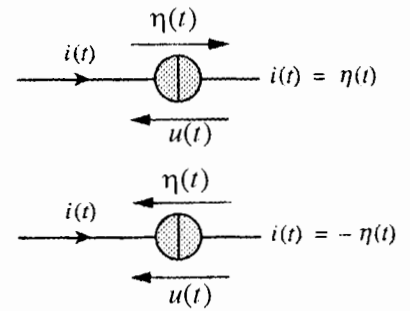
D.đ.d. của nó là $\eta(t) = k_i i'(t)$, trong đó k_i là hằng số không thứ nguyên (h.20c).

- Nguồn dòng điện điều khiển bằng áp

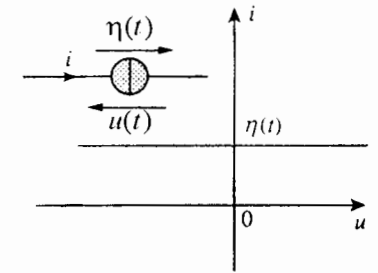
D.đ.d. của nó là $\eta(t) = g u'(t)$, trong đó g là hằng số có thứ nguyên điện dẫn (h.20d).

4.6. Bộ khuếch đại tính toán lí tưởng

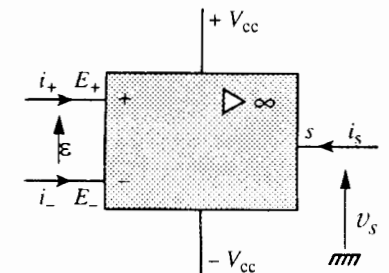
Bộ khuếch đại tính toán (KĐTT) là một phần tử có năm cực: hai cực vào E_- (đầu vào đảo) và E_+ (đầu vào thuận), một cực ra S và 2 cực $+V_{cc}$ và $-V_{cc}$ cho điện áp nguồn (h.21).



H.18. Kí hiệu nguồn dòng không đổi.



H.19. Đặc tuyến của một nguồn dòng không đổi có d.đ.d. $\eta(t)$.



H.21. Kí hiệu của bộ khuếch đại tính toán lí tưởng.

Bộ khuếch đại tính toán là một bộ *khuếch đại vi sai*:

$$v_s = f(\epsilon),$$

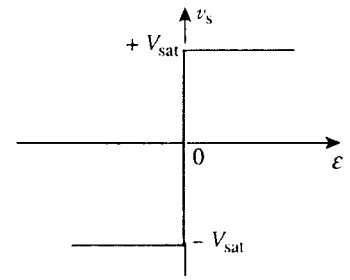
trong đó $\epsilon = (v_+ - v_-)$ là điện áp vi sai ở đầu vào.

Đối với bộ khuếch đại vi sai lí tưởng:

• Dòng điện vào i_- và i_+ bằng 0, nhưng dòng điện ra i_s , do các mạch khác nối với bộ khuếch đại tính toán quyết định, sẽ có thể đi vào hoặc đi ra tại đầu ra ;

• Trong chế độ tuyến tính, điện áp vi sai ở đầu vào $\epsilon = 0$ và điện áp ra v_s là cố định và do các thông số khác quyết định, v_s bị giới hạn trong dải của điện áp bão hòa $-V_{\text{sat}} < v_s < +V_{\text{sat}}$.

Trong chế độ bão hòa (phi tuyến), điện áp ra v_s có giá trị của điện áp bão hòa $-V_{\text{sat}}$ khi $\epsilon < 0$ hoặc $+V_{\text{sat}}$ khi $\epsilon > 0$. Đặc tuyến của một bộ khuếch đại tính toán lí tưởng được trình bày trên hình 22.



H.22. Đặc tuyến của một bộ khuếch đại tính toán lí tưởng.

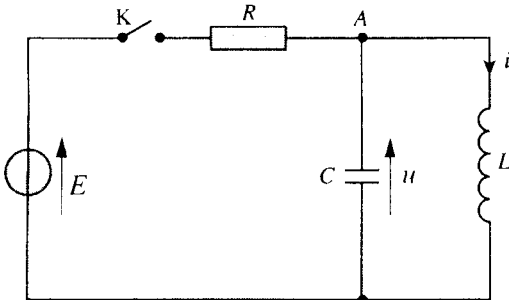
Áp dụng 1

Chế độ quá độ của một mạch RLC

Mạch điện trên hình 23 được nuôi từ một nguồn một chiều với s.d.đ không đổi là E . Tại thời điểm $t = 0$ công tắc K đóng, điện áp đặt trên hai đầu của tụ điện C là $u(0)$ và dòng điện chạy qua cuộn cảm L là $i(0)$.

1) Ứng dụng định luật nút tại nút A để viết phương trình vi phân cho điện áp $u(t)$ ở hai đầu tụ điện.

2) Biết rằng $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và $Q = RC\omega_0 = \frac{1}{2}$, hãy xác định quy luật biến đổi của điện áp $u(t)$.



H.23. Mạch RLC .

1) Tại nút A, dòng điện đi qua điện trở R là $i_R = \frac{E - u}{R}$ sẽ được phân thành dòng điện qua tụ điện $i_C = C \frac{du}{dt}$ và dòng qua cuộn cảm:

$$i_L = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(t') dt'.$$

Như vậy phương trình cho dòng điện tại nút A có dạng:

$$\frac{E - u}{R} = C \frac{du}{dt} + i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u(t') dt'.$$

Lấy đạo hàm hai vế của phương trình ta thu được phương trình vi phân theo $u(t)$:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{1}{RC} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0.$$

2) Thay các thông số của đầu bài vào phương trình trên ta có:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\omega_0 \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = 0.$$

Phương trình đặc trưng của phương trình vi phân trên là:

$$r^2 + 2\omega_0 r + \omega_0^2 = 0,$$

với nghiệm kép là $-\omega_0$. Như vậy nghiệm của phương trình vi phân có dạng:

$$u(t) = (At + B)e^{-\omega_0 t}.$$

Các hệ số A và B được xác định từ các điều kiện ban đầu $u(0)$ và $i(0)$:

$$\bullet u(0) = B$$

• tại thời điểm $t = 0$, phương trình cho nút A có dạng:

$$\frac{E - u(0)}{R} = C \frac{du(0)}{dt} + i(0); \text{ mặt khác } \frac{du(0)}{dt} = A - B\omega_0,$$

từ đó ta có nghiệm:

$$u(t) = \left[\left(\frac{E - u(0)}{RC} - \frac{i(0)}{C} + u(0)\omega_0 \right) t + u(0) \right] e^{-\omega_0 t}.$$

5 Mắc kết hợp các phần tử 2 cực tuyến tính

5.1. Mắc nối tiếp các phần tử 2 cực tuyến tính

Xét hai phần tử 2 cực tuyến tính mắc với nhau theo hình 24. Ta có quan hệ giữa u_1 và i là tuyến tính và quan hệ giữa u_2 và i cũng là tuyến tính. Như vậy quan hệ giữa $(u_1 + u_2)$ và i là tuyến tính.

Các phần tử 2 cực tuyến tính mắc nối tiếp sẽ tạo thành một phần tử 2 cực tuyến tính.

5.2. Mắc nối tiếp các điện trở

Các điện trở có giá trị R_k mắc nối tiếp tạo ra một điện trở tương đương R có giá trị:

$$R = \sum_k R_k.$$

5.3. Mắc nối tiếp các nguồn điện áp khác nhau

Các nguồn điện áp có s.d.d e_k mắc nối tiếp tạo thành một nguồn điện áp tương đương có s.d.d là:

$$e = \sum_k \epsilon_k e_k$$

trong đó $\epsilon_k = 1$ nếu e_k có chiều như e và $\epsilon_k = -1$ nếu e_k ngược chiều với e

5.4. Mắc nối tiếp các tụ lí tưởng

Trong điều kiện không có điện tích ban đầu, các tụ điện có điện dung C_k mắc nối tiếp tạo ra một tụ điện có điện dung tương đương C với giá trị:

$$\frac{1}{C} = \sum_k \frac{1}{C_k}$$

5.5. Mắc nối tiếp các cuộn cảm lí tưởng

Các cuộn cảm có điện cảm L_k mắc nối tiếp tạo ra một cuộn cảm có điện cảm tương đương L với giá trị:

$$L = \sum_k L_k.$$

5.6. Mạch phân áp

Mạch phân áp được tạo nên từ một cụm hai điện trở mắc nối tiếp. Điện áp cần chia u được đưa vào hai đầu của cụm điện trở, còn điện áp đã chia u_2 được lấy ra từ hai đầu của một trong 2 điện trở đó (h.25):

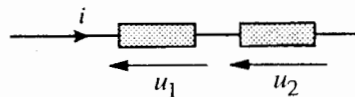
$$u_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} u$$

5.7. Mắc song song các phần tử 2 cực tuyến tính

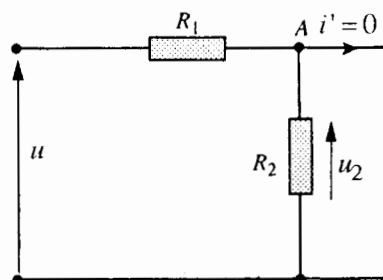
Xét 2 phần tử 2 cực tuyến tính nối với nhau theo hình 26. Ta có quan hệ giữa i_1 và u là tuyến tính và quan hệ giữa i_2 và u cũng là tuyến tính.

Như vậy quan hệ giữa $(i_1 + i_2)$ và u là tuyến tính.

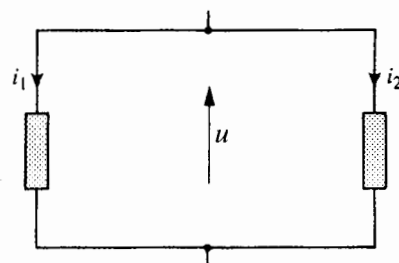
Các phần tử 2 cực tuyến tính mắc song song sẽ tạo thành một phần tử 2 cực tuyến tính.



H.24. Nối tiếp hai phần tử 2 cực tuyến tính. Một dòng điện i đi qua cả 2 phần tử nối tiếp.



H.25. Bộ phân áp hai điện trở R_1 , R_2 mắc nối tiếp. Cùng một dòng điện đi qua cả hai điện trở.



H.26. Mắc song song 2 phần tử 2 cực tuyến tính. Cùng một điện áp u đặt lên cả 2 phần tử.

5.8. Mắc song song các điện trở

Các điện trở có giá trị R_k mắc song song tạo ra một điện trở tương đương R có giá trị:

$$\frac{1}{R} = \sum_k \frac{1}{R_k}$$

5.9. Mắc song song các nguồn dòng điện khác nhau

Các nguồn dòng điện có d.d.d η_k mắc song song tạo thành một nguồn dòng điện tương đương có d.d.d là:

$$\eta = \sum_k \varepsilon_k \eta_k$$

trong đó $\varepsilon_k = 1$ nếu η_k có chiều như η và $\varepsilon_k = -1$ nếu η_k ngược chiều với η .

5.10. Mắc song song các tụ lí tưởng

Trong điều kiện không có điện tích ban đầu, các tụ điện có điện dung C_k mắc song song tạo ra một tụ điện tương đương C có giá trị:

$$C = \sum_k C_k$$

5.11. Mắc song song các cuộn cảm lí tưởng

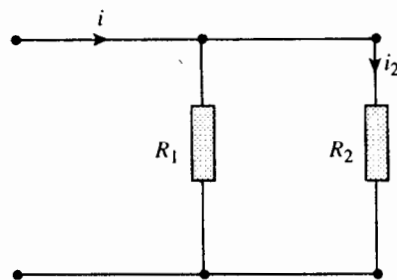
Các cuộn cảm có điện cảm L_k mắc song song tạo ra một cuộn cảm có điện cảm tương đương L với giá trị:

$$\frac{1}{L} = \sum_k \frac{1}{L_k}$$

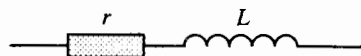
5.12. Mạch phân dòng

Mạch phân dòng được tạo nên từ một cụm 2 điện trở mắc song song. Dòng điện cần chia i được đưa vào đầu của cụm điện trở, còn dòng điện đã chia chạy qua một trong hai điện trở (h.27):

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i.$$



H.27. Bộ phân dòng bằng 2 điện trở mắc song song.



H.28. Mô hình của một cuộn cảm thực ở tần số thấp.

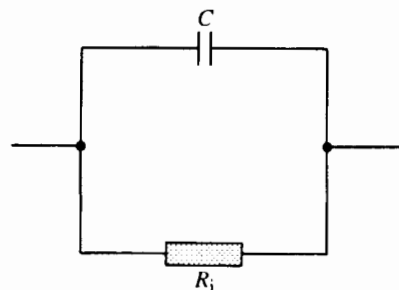
6 Mô hình hóa các linh kiện thực

6.1. Mô hình của cuộn cảm thực

Khi làm việc ở tần số thấp, một cuộn cảm thực có mô hình gồm một cuộn cảm lí tưởng có điện cảm L mắc nối tiếp với một điện trở r bằng *điện trở thuần của cuộn dây* (h.28).

6.2. Mô hình của tụ điện thực

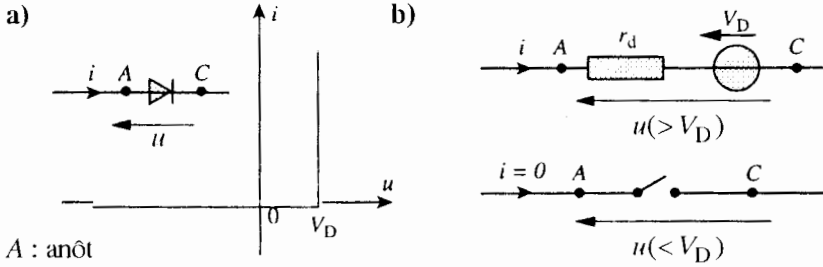
Khi làm việc ở tần số thấp, một tụ điện thực có mô hình gồm một tụ điện lí tưởng có điện dung C mắc song song với một điện trở thuần bằng *điện trở rò R_i của tụ* (h.29).



H.29. Mô hình của một tụ điện thực ở tần số thấp.

6.3. Mô hình của diốt thực

Khi làm việc ở tần số thấp, một diốt chỉnh lưu thực có đặc tuyến (tính cũng như động) và mô hình được biểu diễn trên hình 30. Điện áp ngưỡng ($V_D = 0,6V$ cho các diốt silic) là đại lượng đặc trưng quan trọng của các diốt chỉnh lưu.



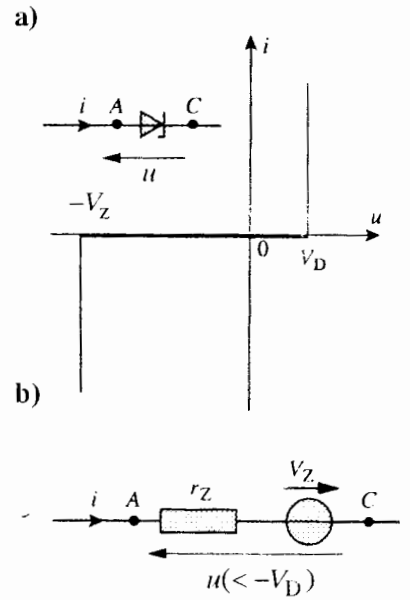
A : anôt

C : catôt

H.30. Diốt chỉnh lưu:

a. đặc tuyến tuyến tính hóa ; b. mạch tương đương.

Hình 31 cho ta thấy đặc tuyến đã được tuyến tính hóa của một diốt ZENER và sơ đồ tương đương của nó trong chế độ ổn áp. Điện áp ZENER V_Z là đại lượng đặc trưng quan trọng của các diốt ZENER.



H.31. Diốt ZENER:

a. đặc tuyến đã tuyến tính hóa ;

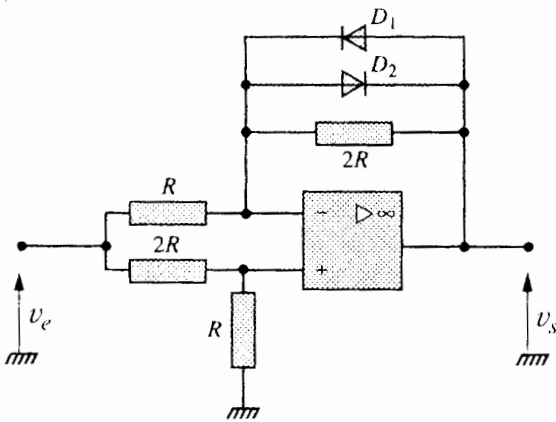
b. mạch điện tương đương.

Áp dụng 2

Phân tử bốn cực với đặc tuyến đối xứng hình chữ N

Mạch trên hình 32 được thực hiện bằng một bộ khuếch đại tính toán lý tưởng và 2 diốt giống nhau có điện áp ngưỡng là V_D và có điện trở động bằng 0.

Hãy xác định đặc tuyến $v_s = f(v_e)$ của phân tử bốn cực này.



H.32. Thực hiện một phân tử bốn cực có đặc tuyến hình N.

Bộ khuếch đại tính toán làm việc trong chế độ tuyến tính (mạch hồi tiếp được nối vào đầu vào đảo). Hai đầu vào của bộ khuếch đại tính toán có điện thế như nhau. Sử dụng công thức cho cầu chia điện áp ta có:

$$v_+ = \frac{v_e}{3} = v_-$$

• Trường hợp 1: 2 diốt tắt:

Ứng dụng định luật nút tại đầu vào đảo ta có:

$$\frac{v_e - \frac{v_e}{3}}{R} = \frac{\frac{v_e}{3} - v_s}{2R},$$

tức là $v_s = -v_e$

Điều này đạt được khi $-V_D \leq v_- - v_s \leq V_D$, tức là

$$-\frac{3}{4}V_D \leq v_e \leq \frac{3}{4}V_D$$

• Trường hợp 2: diốt D_2 thông, D_1 tắt:

Điện áp đặt trên diốt D_2 lúc này là V_D và như vậy:

$$v_s = \frac{v_e}{3} - V_D.$$

Điều này đạt được khi $v_e > \frac{3}{4}V_D$.

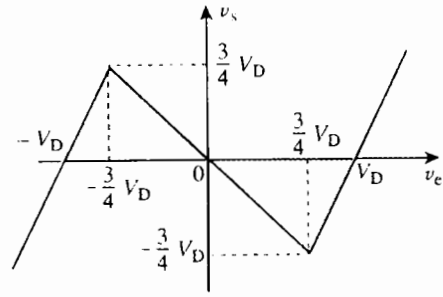
Trường hợp 3: diốt D_2 tắt, D_1 thông.

Điện áp đặt trên diốt D_1 lúc này là V_D và như vậy:

$$v_s = \frac{v_e}{3} + V_D.$$

Điều này đạt được khi $v_e < -\frac{3}{4}V_D$.

Đặc tuyến trên hình 33 biểu diễn được cả 3 trường hợp đã nêu ở trên.



H.33. Đặc tuyến của mạch 4 cực.

► Để tập luyện: Bài tập 1.

6.4. Máy điện

Máy điện là một phần tử 2 cực không đối xứng có chức năng thực hiện các biến đổi năng lượng.

Máy điện được kí hiệu theo hình 34.

Máy điện sẽ là một phần tử tiêu thụ điện nếu nó nhận năng lượng điện từ mạch để biến đổi thành cơ năng (động cơ), hóa năng (ắc quy, bình điện phân)...

Các biến đổi này thường kèm theo việc tỏa nhiệt nhưng trong mọi trường hợp, phần tử tiêu thụ điện không chỉ có tỏa nhiệt.

Máy điện sẽ là một phần tử sinh điện nếu nó biến đổi các dạng năng lượng khác mà nó tiêu thụ như cơ năng (máy phát điện một chiều hoặc xoay chiều), hóa năng (ắc quy, pin), quang năng (pin quang điện)... thành năng lượng điện.

Đặc tuyến tĩnh của máy điện không đi qua gốc tọa độ (h.35): máy điện có điện áp hở mạch là $U_0 \neq 0$ và dòng điện ngắn mạch $I_0 \neq 0$, tức là máy điện là một phần tử 2 cực tích cực.

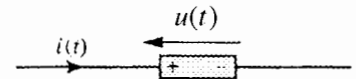
Đặc tuyến tĩnh của một số máy điện thông dụng và kí hiệu của chúng được trình bày trên hình 37.

Việc mô hình hóa các máy điện được thực hiện bằng cách tuyến tính hóa các đặc tuyến của chúng (đôi khi tuyến tính hóa từng đoạn nhỏ của đặc tuyến).

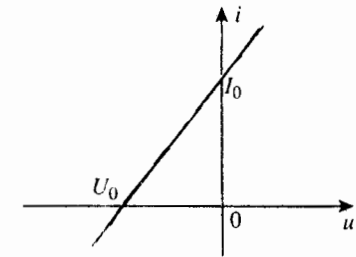
Quan hệ giữa cường độ i của dòng điện đi qua máy điện và điện áp u đặt trên nó (h.35) được tuyến tính hóa theo công thức:

$$\frac{u}{U_0} + \frac{i}{I_0} = 1.$$

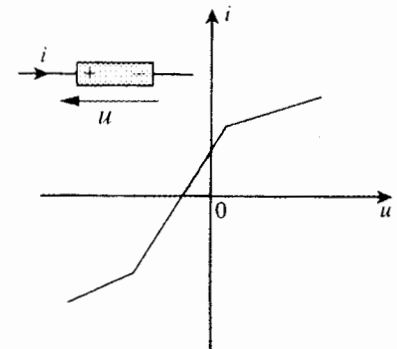
Nếu đặc tuyến được tuyến tính hóa theo từng đoạn, thì quan hệ như ở công thức trên được định nghĩa cho từng đoạn của đặc tuyến (h.36).



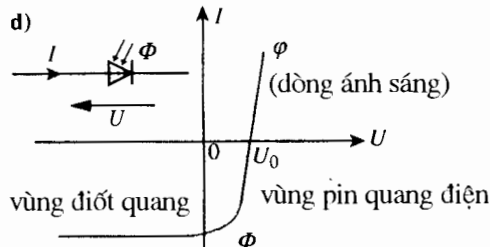
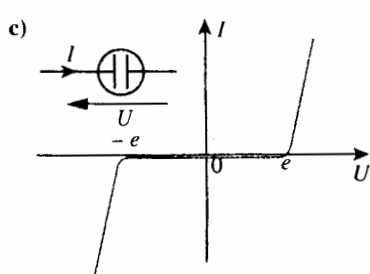
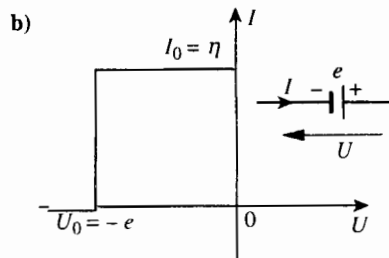
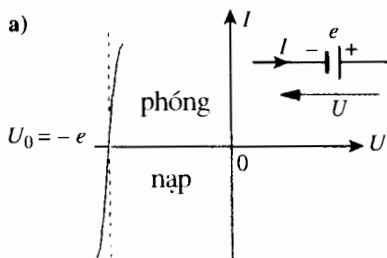
H.34. Kí hiệu của máy điện.



H.35. Đặc tuyến tĩnh của máy điện tuyến tính.



H.36. Đặc tuyến tĩnh của một máy điện được tuyến tính hóa từng đoạn.



H.37. Đặc tuyến tĩnh của một số máy điện.

a) ắc quy chì;

b) nguồn ổn áp;

c) bình điện phân không phân cực;

d) photô diốt.

Có hai cách mô hình hóa tương đương (đối ngẫu) sao cho điều kiện:

$$\frac{u}{U_0} + \frac{i}{I_0} = 1$$

được thỏa mãn.

6.4.1. Máy điện THÉVENIN

Hệ thức định nghĩa máy điện được viết tường minh theo u :

$$u = U_0 - \frac{U_0}{I_0} i,$$

có thể thấy rằng phần tử 2 cực này có thể được thực hiện bằng cách mắc nối tiếp một nguồn điện áp có s.d.đ. $e = |U_0|$ và một điện trở có điện trở

động $r = -\frac{U_0}{I_0}$ (h.38). Phần tử 2 cực được thực hiện bằng cách này là một

máy điện THÉVENIN có s.d.đ. e và có điện trở trong r .

6.4.2. Máy điện NORTON

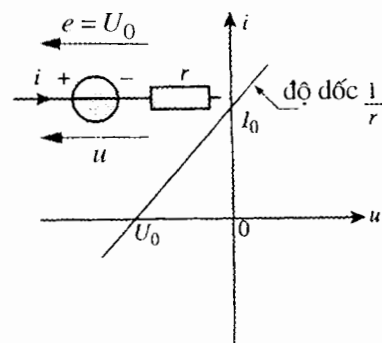
Hệ thức định nghĩa máy điện được biểu diễn theo i :

$$i = I_0 - \frac{I_0}{U_0} u.$$

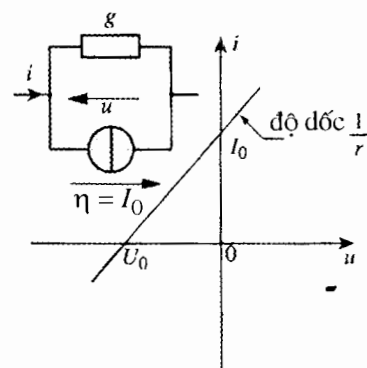
Phần tử 2 cực tương đương được hình thành bằng cách mắc song song một nguồn dòng điện có d.đ.đ. $\eta = |I_0|$ và một điện trở có điện dẫn động

$g = -\frac{I_0}{U_0}$ (h.39). Phần tử 2 cực được thực hiện bằng cách này là một máy

điện NORTON có d.đ.đ. η và có điện dẫn trong g .



H.38. Máy điện THÉVENIN và kí hiệu.



H.39. Máy điện NORTON và kí hiệu.

Áp dụng 3

Mô hình hóa một biến áp lí tưởng

Một biến áp lí tưởng là một phần tử bốn cực được kí hiệu như trên hình 40.

Một biến áp lí tưởng được thực hiện bằng hai cuộn dây B_1 (sơ cấp) và B_2 (thứ cấp) ghép với nhau bằng điện từ. Nếu n_1 và n_2 là số vòng dây của mỗi cuộn

B_1 và B_2 thì tỉ số $n = \frac{n_1}{n_2}$ cũng chính là tỉ số biến đổi điện áp của máy biến áp.

Máy biến áp luôn được sử dụng trong chế độ xoay chiều. Một biến áp lí tưởng được thực hiện bằng các cuộn dây lí tưởng ghép với nhau một cách hoàn chỉnh. Phương trình của biến áp trong chế độ tuyến tính là:

$$u_2 = nu_1 \quad \text{và} \quad i_1 = -ni_2$$

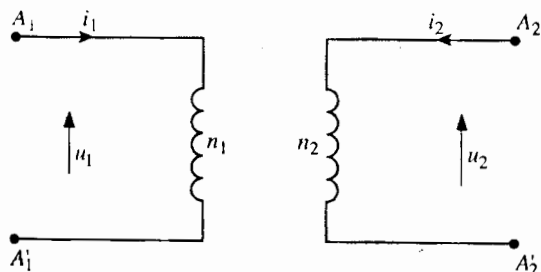
1) Hãy đưa ra một mô hình cho biến áp dựa trên các phần tử 2 cực cơ bản.

2) Tính điện trở vào $R_e = \frac{u_1}{i_1}$ của cuộn sơ cấp khi có một điện trở có giá trị R_u nối vào 2 đầu của cuộn thứ cấp.

3) Tính điện trở ra $R_s = \frac{u_2}{i_2}$ của cuộn thứ cấp khi có một điện trở có giá trị R_a nối vào 2 đầu của cuộn sơ cấp.

4) Tính tỉ số biến áp n sao cho đạt được sự phối hợp trở kháng: $R_e = R_a$ và $R_s = R_u$.

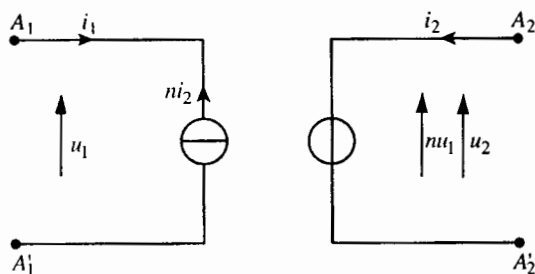
5) Chứng minh rằng máy biến áp không phải là một phần tử tiêu thụ năng lượng và nó cũng không tích tụ năng lượng.



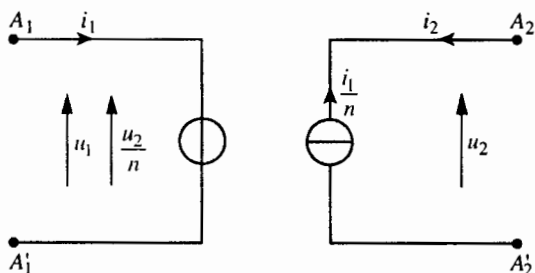
H.40. Mô hình của một biến áp lí tưởng.

1) Dùng các hệ thức định nghĩa của biến áp và các phần tử 2 cực cơ bản sẽ dẫn đến mạch như trên hình 41. Các nguồn điều khiển biểu diễn hiệu ứng ghép điện từ giữa cuộn sơ cấp và cuộn thứ cấp. Mô hình như trên không phải là duy nhất.

Một mô hình khác của biến áp lí tưởng được trình bày trên hình 42. Hai mô hình trên có thể được sử dụng như nhau.



H.41. Mô hình của một biến áp lí tưởng.



H.42. Mô hình khác của một biến áp lí tưởng.

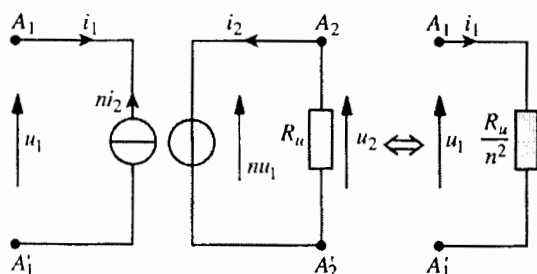
2) Ta mắc thêm một điện trở có giá trị R_u tại đầu ra của biến áp (h.43) và đưa vào hai đầu cuộn sơ cấp điện áp u_1 . Tại đầu ra ta có thể viết $nu_1 = -R_u i_2$, khi đó:

$$i_2 = -\frac{nu_1}{R_u}$$

Từ đó ta tính được dòng điện vào:

$$i_1 = -n \left(-\frac{nu_1}{R_u} \right) = \frac{n^2 u_1}{R_u}$$

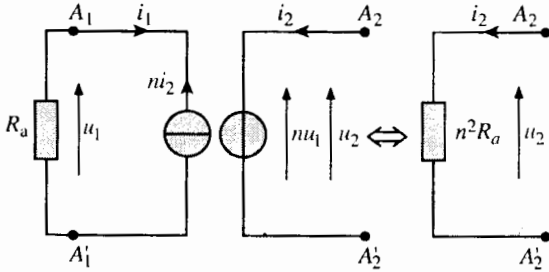
và điện trở vào của biến áp: $R_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{R_u}{n^2}$



H.43. Mạch để tính điện trở vào.

3) Ta mắc thêm một điện trở có giá trị R_a tại đầu vào của biến áp (h.44), và nếu ở đầu thứ cấp có dòng điện i_2 thì $u_1 = nR_a i_2$, từ đó ta có

$$u_2 = n(nR_a i_2) \text{ và } R_s = \frac{u_2}{i_2} = n^2 R_a.$$



H.44. Mạch để tính điện trở ra.

4) Để có được sự phối hợp trở kháng, cần phải có:

$$\frac{R_u}{n^2} = R_a, \text{ tức là } n^2 R_a = R_u \text{ hay } n = \sqrt{\frac{R_u}{R_a}}.$$

5) Máy biến áp nhận từ đầu vào công suất

$$\mathcal{A}(t) = u_1(t) i_1(t)$$

và đưa ra tại đầu ra công suất:

$$\mathcal{A}_2(t) = -u_2(t) i_2(t) = -[n u_1(t)] \left(-\frac{i_1(t)}{n} \right) = \mathcal{A}(t).$$

Một máy biến áp lí tưởng chỉ chuyển đổi năng lượng mà không tiêu thụ, không phát sinh và không tích trữ năng lượng.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ P.G.Đ.C.D.

Chế độ hoạt động mà ở đó hiện tượng lan truyền tín hiệu có thể bỏ qua được gọi là chế độ chuẩn dừng.

Trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.), mỗi linh kiện là một phần tử phải được xem xét một cách toàn cục : mạch điện được gọi là các mạch với các tham số tập trung.

■ ĐỊNH LUẬT OHM CỤC BỘ

$\vec{j}$ và $\vec{E}$ tỉ lệ thuận với nhau:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E},$$

trong đó $\gamma = (\rho_+ \mu_+ - \rho_- \mu_-)$ là độ dẫn điện của vật dẫn.

Chiều của $\vec{j}$ chính là chiều của dòng điện và cũng là chiều chuyển động của tập hợp các phân tử mang điện tích dương.

■ SỰ BẢO TOÀN ĐIỆN TÍCH

Trong chế độ không phụ thuộc thời gian, cường độ dòng điện đi ra từ một mặt kín nào đó bằng 0.

■ ĐỊNH LUẬT NÚT

Tổng đại số của các dòng điện tại một nút bằng 0: $\sum_k \varepsilon_k i_k = 0$, trong đó $\varepsilon_k = 1$ nếu i_k đi vào nút và $\varepsilon_k = -1$ nếu i_k đi từ nút ra ngoài.

■ ĐỊNH LUẬT VÒNG

Tổng đại số các điện áp trên các phần tử 2 cực trong một vòng có định hướng bằng 0: $\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$, trong đó $\varepsilon_k = 1$ nếu điện áp u_k trên phần tử 2 cực cùng hướng với hướng của vòng và $\varepsilon_k = -1$ nếu u_k trên phần tử 2 cực ngược hướng với vòng.

■ CÔNG SUẤT ĐIỆN ĐỘNG HỌC

Công suất tức thời $\mathcal{P}(t)$ thu được trên phần tử 2 cực đặt dưới điện áp $u(t)$ và có dòng điện $i(t)$ chạy qua là $\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$.

■ KẾT NỐI CÁC PHẦN TỬ 2 CỰC

- Mắc nối tiếp các phần tử 2 cực tuyến tính sẽ tạo ra phần tử 2 cực tuyến tính.
- Mắc song song các phần tử 2 cực tuyến tính sẽ tạo ra phần tử 2 cực tuyến tính.

■ CÁC PHẦN TỬ 2 CỰC CƠ BẢN

• Điện trở

Điện áp $u(t)$ đặt lên hai đầu của điện trở tỉ lệ thuận với cường độ dòng điện $i(t)$ chạy qua nó: $u(t) = Ri(t)$.

• Cuộn cảm lí tưởng

Điện áp $u(t)$ đặt lên hai đầu của một cuộn cảm lí tưởng trong mọi thời điểm tỉ lệ thuận với đạo hàm của cường độ dòng điện $i(t)$ chạy qua nó: $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$.

Năng lượng $\mathcal{E}(t)$ và cả cường độ của dòng điện $i(t)$ của một cuộn dây lí tưởng không thể bị gián đoạn.

• Tụ điện lí tưởng

Dòng điện chạy đến bản cực của một tụ điện tạo nên điện tích $+q(t)$ tại mỗi thời điểm tỉ lệ thuận với đạo hàm của điện áp $u(t)$ đặt trên hai bản cực của nó:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}.$$

Năng lượng $\mathcal{E}(t)$ và điện áp $u(t)$ đặt lên hai cực của một tụ điện và cả điện tích $q(t)$ của nó không thể bị gián đoạn.

■ NGUỒN ĐỘC LẬP (KHÔNG ĐỔI)

- Nguồn điện áp không đổi bảo đảm giữ cho điện áp $e(t)$ giữa hai đầu của nó không phụ thuộc vào cường độ của dòng điện $i(t)$ chạy qua nó. Một nguồn điện áp được đặc trưng bởi sức điện động (s.d.d.) của nó.
- Nguồn dòng không đổi bảo đảm cung cấp một dòng điện có cường độ $\eta(t)$ không phụ thuộc vào điện áp $u(t)$ đặt giữa 2 đầu của nó. Một nguồn dòng được đặc trưng bởi dòng điện động (d.d.d.) $\eta(t)$ của nó.

■ NGUỒN TUYẾN TÍNH CÓ ĐIỀU KHIỂN

Nguồn tuyến tính có điều khiển là một nguồn điện áp (hoặc một nguồn dòng) mà s.d.d. (hoặc d.d.d.) có giá trị được xác định bởi một đại lượng điện $u'(t)$ hoặc $i'(t)$ có kết nối với một phần tử khác trong mạch.

■ BỘ KHUẾCH ĐẠI TÍNH TOÁN LÍ TƯỞNG

Bộ khuếch đại tính toán là một bộ khuếch đại vi sai: $v_s = f(\varepsilon)$ trong đó $\varepsilon = (v_+ - v_-)$ là điện áp vi sai ở đầu vào.

Đối với bộ khuếch đại vi sai lí tưởng:

- Dòng điện vào i_- và i_+ bằng 0, nhưng dòng điện ra i_s , do các mạch khác nối với bộ khuếch đại tính toán quyết định, có thể chảy vào hoặc chảy ra tại đầu ra.
- *Trong chế độ tuyến tính*, điện áp vi sai ở đầu vào $\varepsilon = 0$ và điện áp ra v_s là cố định do các mạch khác quyết định, trong đó v_s nằm trong dải của điện áp bão hòa $-V_{\text{sat}} < v_s < +V_{\text{sat}}$.

■ MÁY ĐIỆN

Máy điện là một phần tử hai cực không đối xứng có chức năng thực hiện các biến đổi năng lượng.

Đặc tuyến tính của máy điện không đi qua gốc tọa độ: máy điện có điện áp hở mạch $U_0 \neq 0$ và dòng điện ngắn mạch $I_0 \neq 0$, tức là máy điện là một *phần tử 2 cực tích cực*.

Có thể có hai mô hình đối ngẫu:

- Máy điện THÉVENIN

$$e = |U_0| \text{ và } r = -\frac{U_0}{I_0} (> 0)$$

- Máy điện NORTON

$$\eta = |I_0| \text{ và } g = -\frac{I_0}{U_0} (> 0)$$

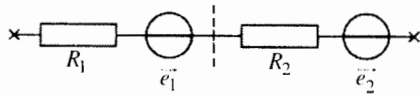
BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

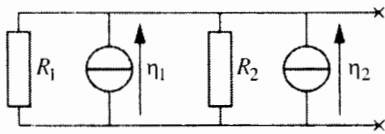
1 Nối ghép các máy phát

Sử dụng máy điện (THÉVENIN hoặc NORTON) và các tính chất tương đương trong biểu diễn để thiết kế mô hình cho các phần tử 2 cực sau:

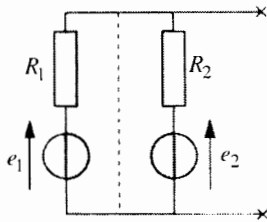
a) Các máy điện THÉVENIN mắc nối tiếp :



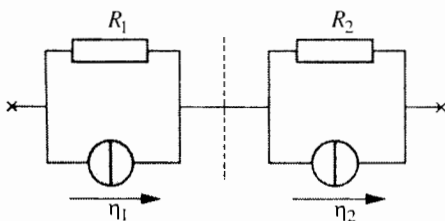
b) Các máy điện NORTON mắc song song :



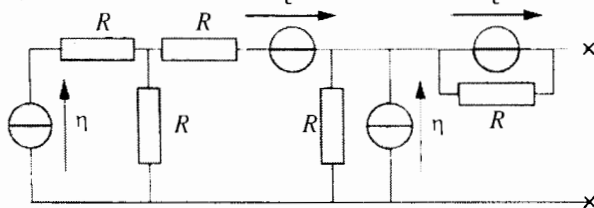
c) Các máy điện THÉVENIN mắc song song :



d) Các máy điện NORTON mắc nối tiếp :

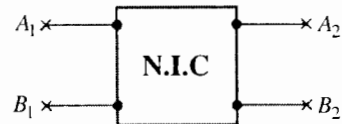
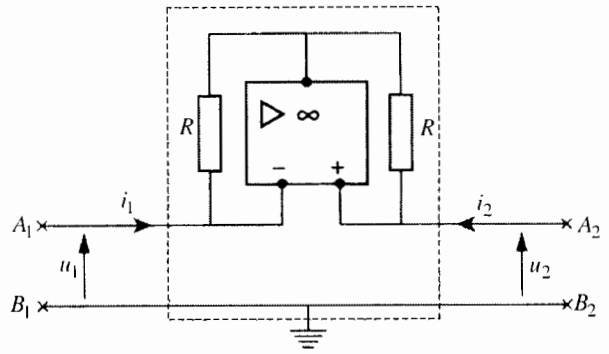


e)



2 Điện trở âm

Một bộ biến đổi có điện trở âm được thực hiện bằng một bộ khuếch đại tính toán lí tưởng làm việc trong chế độ tuyến tính.



a) Hãy xác định quan hệ giữa u_1 , i_1 và u_2 , i_2

b) Người ta đặt vào giữa A_2 và B_2 một phần tử 2 cực D có đặc tuyến $i = f(u)$. Tìm đặc tuyến của mạch nhìn từ A_1 và B_1 khi D là một bộ biến đổi có điện trở âm và khi D là một điện trở.

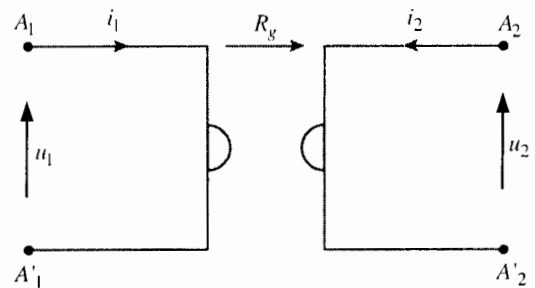
3 Mô hình của gyrator

Gyrator là một phần tử bốn cực có kí hiệu như ở hình dưới. Một trong những tính chất của mạch này là điện trở vào R_e của nó tỉ lệ nghịch với điện trở tải R_c mắc

$$\text{ở đầu ra: } R_e = \frac{u_1}{i_1} = \frac{R_g^2}{R_c}.$$

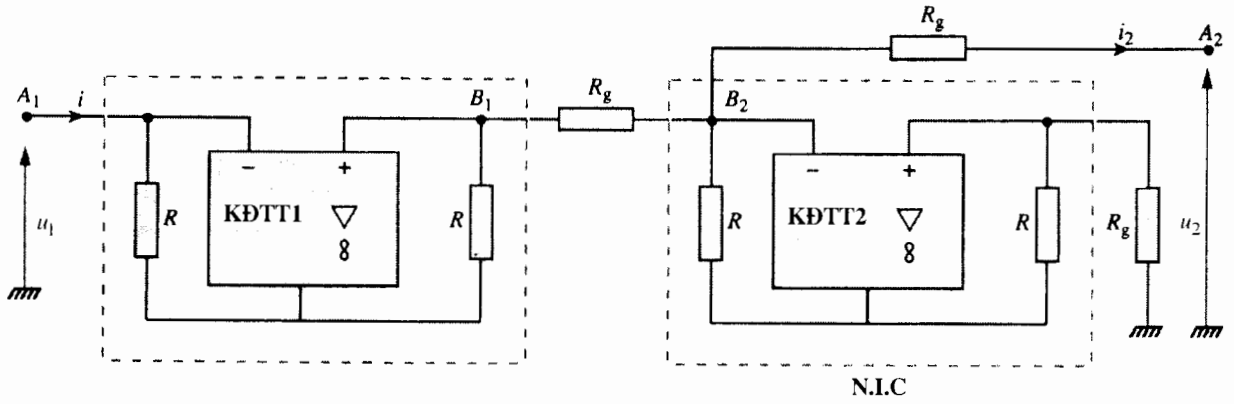
Hằng số R_g là điện trở của gyrator và là đại lượng đặc trưng của gyrator. Trong chế độ tuyến tính và ở tần số thấp ta có các phương trình của gyrator như sau:

$$u_1 = -R_g i_2 \text{ và } u_2 = R_g i_1.$$



1) Thiết kế 1 mô hình cho gyrator với các nguồn điện áp.

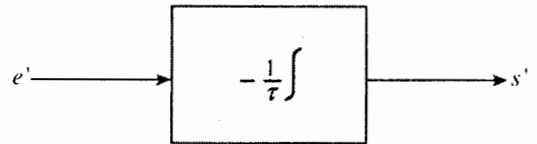
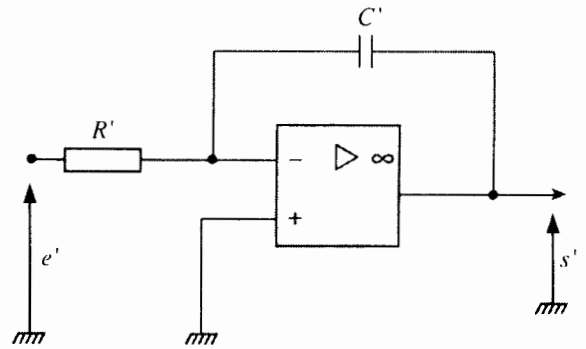
2) Mắc một tụ điện lí tưởng có dung lượng C vào đầu ra của gyrator. Mạch này sẽ mô phỏng phần tử nào giữa hai cực của đầu vào và tính đặc tuyến của phần tử này với các giá trị $R_g = 10\text{k}\Omega$, $C = 0,1\mu\text{F}$?



3) Mắc vào đầu ra của gyrator một nguồn điện áp $e(t)$. Mạch này sẽ mô phỏng phần tử nào giữa hai cực của đầu vào và tính đặc tuyến của phần tử này với các giá trị $R_g = 10 \text{ k}\Omega$, $e(t) = e_m \cos(\omega t)$?

4) Chứng minh rằng mạch trên đây thực hiện một gyrator (giả thiết các bộ khuếch đại tính toán làm việc ở chế độ tuyến tính).

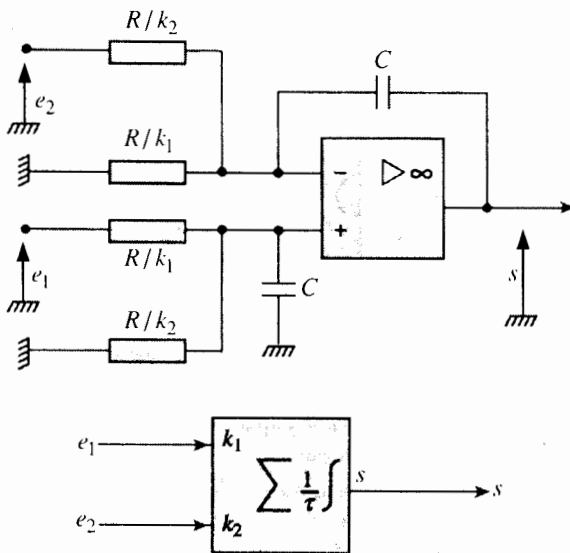
2) Hãy chứng minh rằng mạch có sơ đồ và được kí hiệu như sau đây là một mạch tích phân đảo.



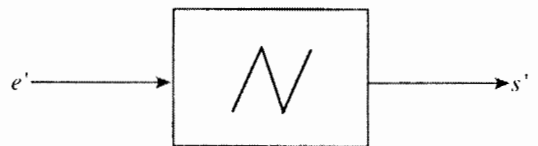
VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

4** Bộ dao động VAN DER POL

1) Hãy chứng minh rằng mạch có sơ đồ kèm kí hiệu sau đây là một mạch cộng – tích phân với phương trình $k_1 e_1 - k_2 e_2 = RC \frac{ds}{dt}$.

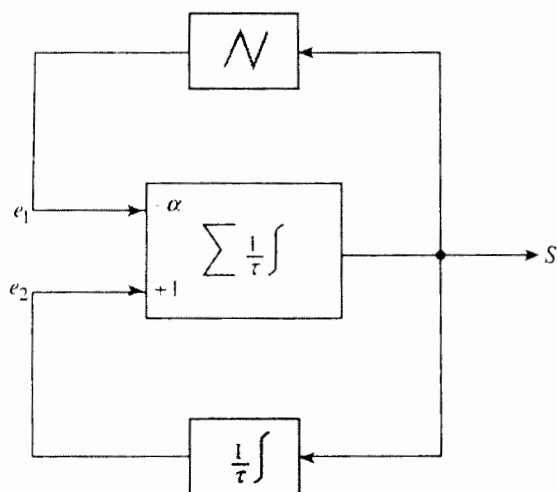


3) Biết rằng phần tử bốn cực có đặc tuyến đối xứng hình chữ N (đã được nói đến ở trong *Áp dụng 2*) có phương trình là $s' = -e' \left[1 - \left(\frac{e'}{V_D} \right)^2 \right]$ và được kí hiệu như sau:



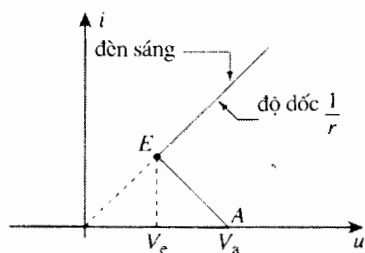
Hãy thiết lập phương trình cho mạch ngay dưới đây.

4) Tại thời điểm $t = 0$ ta đưa nguồn nuôi vào mạch này. Hãy tính điện áp ở đầu ra $s(t)$.



5** Bộ dao động tích thoát dùng đèn nê-ôn

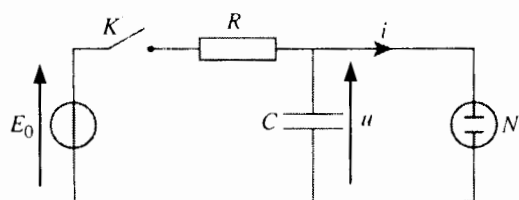
Đèn nê-ôn có điện trở rất lớn khi tắt và điện trở rất nhỏ khi phóng điện (dẫn). Đặc tuyến V-A của đèn nê-ôn như sau:



V_c : điện áp tắt, V_a : điện áp phóng điện

Như vậy, đặc tuyến của đèn nê-ôn có một đoạn với điện trở động âm.

Mạch dao động gồm máy phát điện áp một chiều với s.d.đ. E_0 , một điện trở R , một tụ điện C và một đèn nê-ôn N được thể hiện ở hình sau đây.



1) Tại thời điểm $t = 0$ khóa K đóng. Hãy mô tả sự biến đổi của điểm làm việc $M(u, i)$ của đèn nê-ôn xét các trường hợp khả dĩ.

2) Trong trường hợp nào mạch không có điểm làm việc ổn định (tức mạch là mạch dao động tích thoát)?

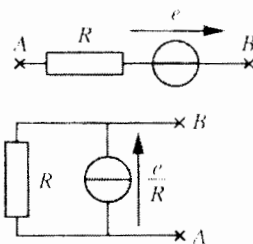
3) Xác định dạng của điện áp $u(t)$ trên hai đầu của đèn nê-ôn

Dữ liệu: $V_c = 70V$, $V_a = 80V$, $r = 1k\Omega$, $R = 100k\Omega$, $C = 10 \mu F$, $E_0 = 100V$.

BÀI CHỮA

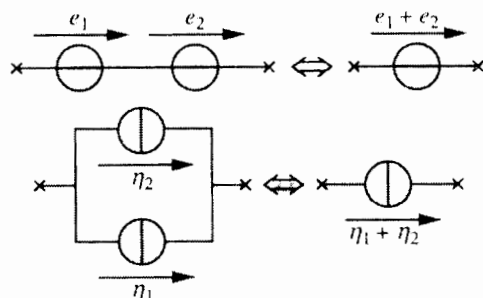
1 Nối ghép các máy phát

Sử dụng sự tương đương của mạch:

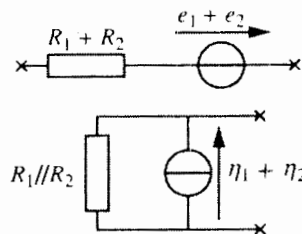


với

và các cách mắc của các nguồn độc lập.

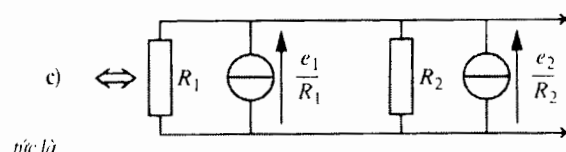


a)

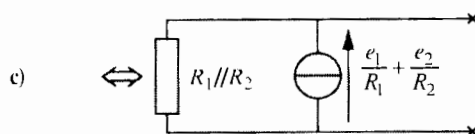


b)

c) Với sự tương đương THÉVENIN - NORTON

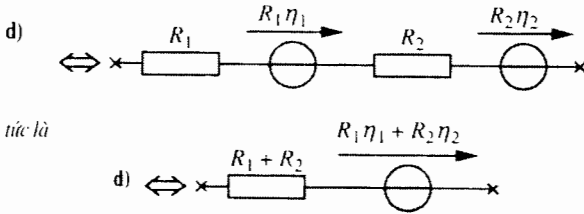


tức là



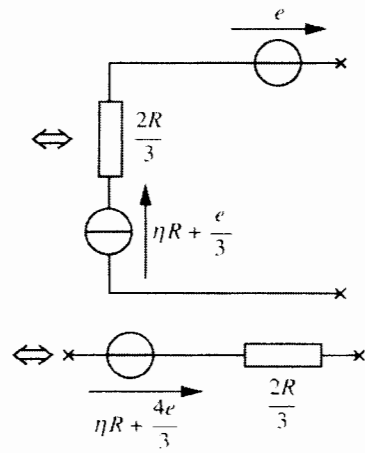
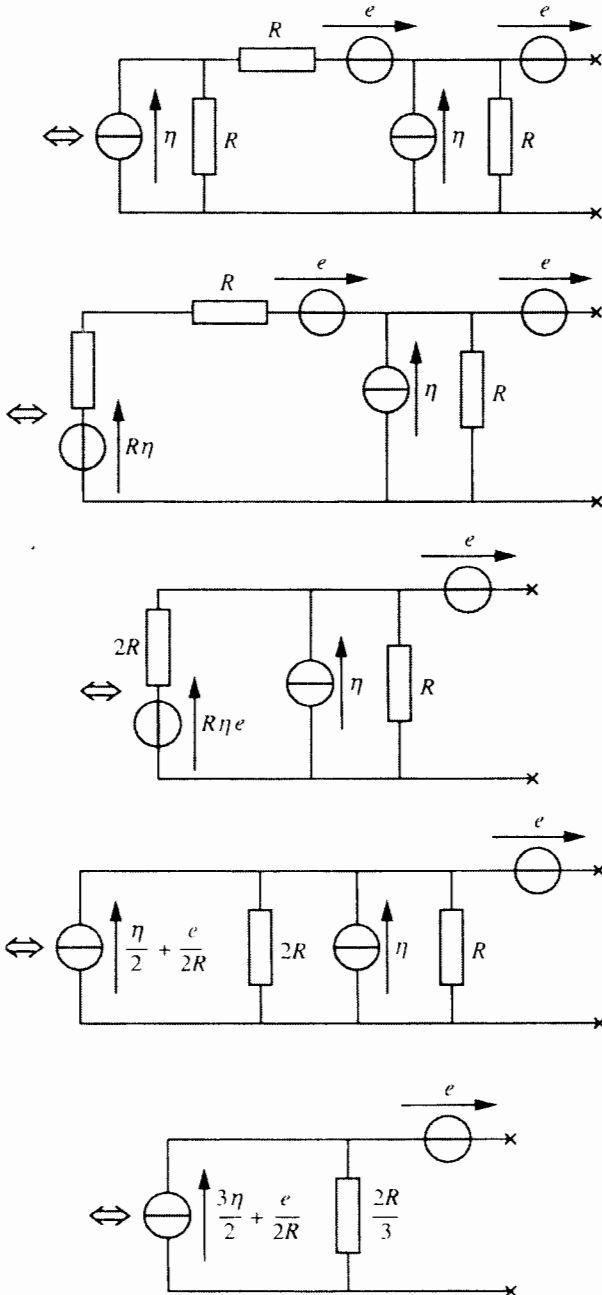
c)

d) Bằng cách tương tự ta có



e) Một điện trở mắc song song với một nguồn áp sẽ chẳng có ý nghĩa gì, cũng tương tự như vậy đối với một điện trở mắc nối tiếp với một nguồn áp, từ đó:

e)



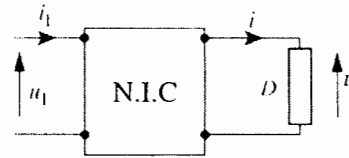
2 Điện trở âm

a) Bộ khuếch đại tính toán làm việc ở chế độ tuyến tính nên $u_1 = u_2$ (điện áp vì sai bằng 0).

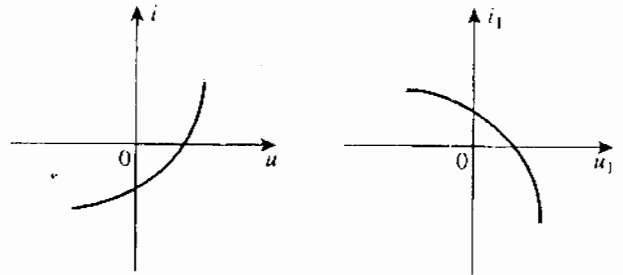
Dòng điện vào của bộ khuếch đại tính toán bằng 0:

$$v_s = u_1 - Ri_1 = u_2 - Ri_2 \text{ nên } i_1 = i_2.$$

b)

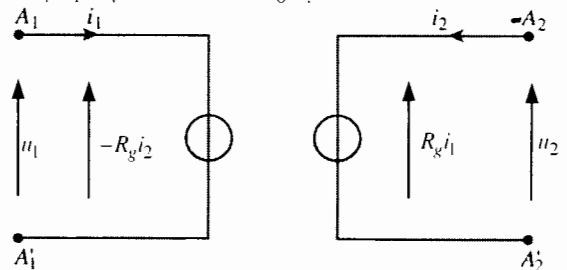


Trong trường hợp D là điện trở thì đặc tuyến của phần tử 2 cực tương đương là đặc tuyến của phần tử điện trở âm $u_1 = -Ri_1$. Vì ở đây $u = u_2$ và $i = -i_2$, $u_1 = u$ và $i_1 = -i$ nên đặc tuyến của phần tử 2 cực tương đương với phương trình $i_1 = -f(u_1)$ sẽ đối xứng qua trục điện áp so với đặc tuyến của D :



3 Mô hình của gyrator

1) Mạch dưới đây biểu diễn các phương trình định nghĩa gyrator nhờ hai nguồn điện áp được điều khiển bởi dòng điện:



2) Ta đưa đến đầu vào dòng điện i_1 , tại vòng ra xuất hiện điện áp $u_2 = R_g i_1$ ở hai cực tụ điện. Dòng điện tại đầu ra là

$$i_2 = -C \frac{du_2}{dt} = -R_g C \frac{di_1}{dt} \text{ và dòng điện này làm xuất hiện điện áp ở}$$

đầu vào là $u_1 = -R_g i_2 = R_g^2 C \frac{di_1}{dt}$. Như vậy, nếu nhìn từ đầu vào thì một gyrator sẽ hoạt động như một cuộn cảm lý tưởng với điện cảm là $L_0 = R_g^2 C$.

Ghi chú: Với $L_0 = 10H$ (một giá trị điện cảm tuyến tính tương đối lớn) thì nếu phải thực hiện, cuộn dây sẽ rất nặng và cồng kềnh.

3) Nếu nối vào đầu ra của gyrator một nguồn điện áp $e(t)$ thì trong mạch vòng ở đầu vào ta sẽ có một dòng điện với cường độ

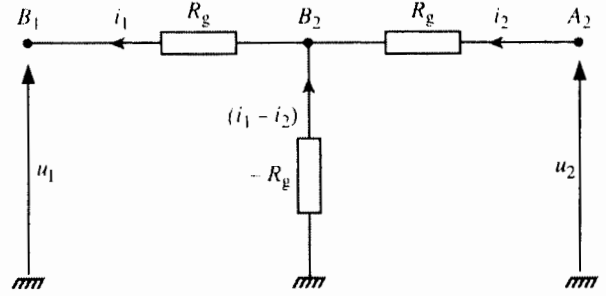
$$i_1(t) = \frac{e(t)}{R_g} \text{ không phụ thuộc vào điện áp ở đầu vào. Nếu nhìn từ đầu}$$

vào thì gyrator này sẽ mô phỏng hoạt động một nguồn dòng với d.d.đ là

$$\eta(t) = \frac{e(t)}{R_g} = \frac{e_m \cos(\omega t)}{R_g}.$$

4) Bộ khuếch đại tính toán 2 thực hiện bộ biến đổi điện kháng âm có tải là R_g . Như vậy có thể thay thế mạch này bằng điện trở âm $-R_g$ nối giữa B_2 và đất.

Nút B_1 có điện thế u_1 và giữa điện trở R_g và nút B_2 có dòng điện i_1 chạy qua.

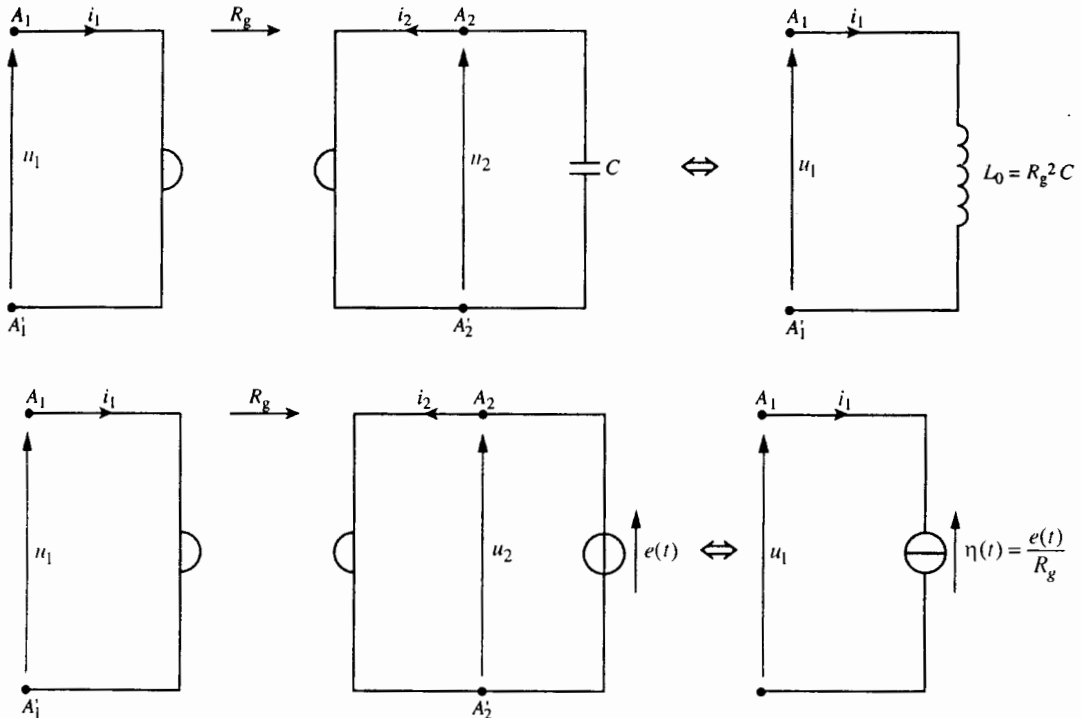


Kết quả là

$$u_1 = -R_g i_1 + R_g (i_1 - i_2) = -R_g i_2 \text{ và}$$

$$u_2 = R_g i_2 + R_g (i_1 - i_2) = R_g i_1,$$

đó chính là hệ phương trình định nghĩa gyrator.



4 Bộ dao động Van der Pol

1) Áp dụng định luật về nút cho đầu vào thuận và đầu vào đảo (có điện thế là v) của bộ khuếch đại tính toán ta có:

$$\frac{e_1 - v}{R} + \frac{-v}{R} = C \frac{dv}{dt} \quad \text{và} \quad \frac{-v}{R} + \frac{e_2 - v}{R} = C \frac{d(v - s)}{dt}.$$

Trừ các số hạng tương ứng của hai phương trình trên cho nhau, ta có:

$$k_1 e_1 - k_2 e_2 = \tau \frac{ds}{dt}, \text{ trong đó } \tau = RC.$$

2) Để mạch trở thành bộ tích phân đảo, chỉ cần viết định luật nút tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán ta có: $\frac{e'}{R'} = -C' \frac{ds'}{dt}$, từ đó

$$e' = -\tau' \frac{ds'}{dt}, \text{ trong đó } \tau' = R'C'.$$

3) Tại đầu ra của bộ khuếch đại tính toán thực hiện phép cộng - tích phân ta có điện áp $s(t)$:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\tau} (e_2 - \alpha e_1),$$

$$\text{trong đó } e_1 = -s \left[1 - \left(\frac{s}{V_D} \right)^2 \right] \quad \text{và} \quad \frac{de_2}{dt} = -\frac{1}{\tau} s.$$

Lấy đạo hàm theo thời gian của biểu thức đầu và khử các biến e_1 và e_2 ta có:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \left[-\frac{s}{\tau} + \alpha \left(1 - \frac{3s^2}{V_D^2} \right) \frac{ds}{dt} \right].$$

Đặt $2\sigma = \frac{3\alpha}{\tau V_D^2}$ và $s_0 = \frac{V_D}{\sqrt{3}}$ thì phương trình trên đây sẽ có dạng:

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + 2\sigma (s^2 - s_0^2) \frac{ds}{dt} + \frac{s}{\tau^2} = 0$$

4) Ta sẽ làm việc tại mặt phẳng pha ($s, y = \tau \frac{ds}{dt}$). Phương trình mô tả hoạt động của mạch là:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\tau} y \quad \text{và} \quad \frac{dy}{dt} = -2\sigma (s^2 - s_0^2) y - \frac{s}{\tau}$$

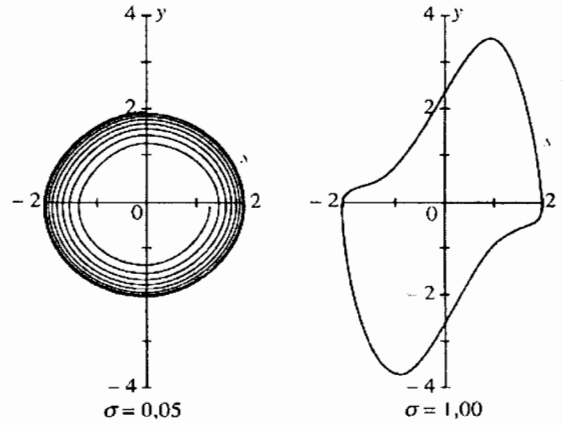
Giả thiết $M(s, y)$ là điểm pha tại thời điểm t và r là khoảng cách từ điểm này đến gốc tọa độ trong mặt phẳng pha. Ta có:

$$\frac{1}{2} \frac{dr^2}{dt} = s \frac{ds}{dt} + y \frac{dy}{dt} = -2\sigma (s^2 - s_0^2) y^2,$$

tức là quỹ đạo pha của mạch sẽ hội tụ về gốc ($\frac{dr^2}{dt} < 0$) khi $|s| > s_0$ và sẽ phân kỳ ($\frac{dr^2}{dt} > 0$) khi $|s| < s_0$. Kết quả là tồn tại một vòng giới hạn giống như một vòng tròn khi σ nhỏ hoặc giống như một hình thoi khi σ lớn.

Quỹ đạo pha của mạch sẽ có khuynh hướng bị "hút" tới vòng giới hạn đó mà không phụ thuộc vào điều kiện ban đầu.

Một khi đạt tới vòng giới hạn, điểm M sẽ chạy vĩnh viễn trên vòng này và mạch đã cho trở thành mạch dao động tự duy trì có tên là mạch dao động VANDER POL.



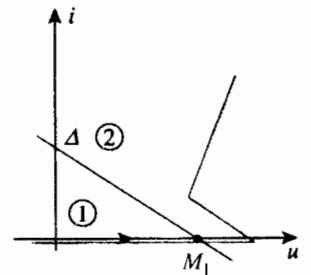
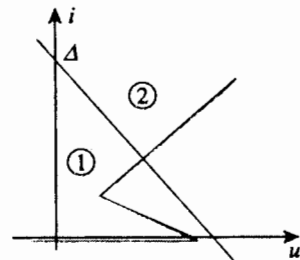
5 Bộ dao động tích thoát dùng đèn nê-ôn

Theo luật nút thì $C \frac{du}{dt} + i = \frac{E - u}{R}$, tức là $RC \frac{du}{dt} = E - Ri - u$.

Hệ thức $E_0 - Ri - u = 0$ là phương trình của đường thẳng Δ trong mặt phẳng (u, i) của đặc tuyến đèn nê-ôn.

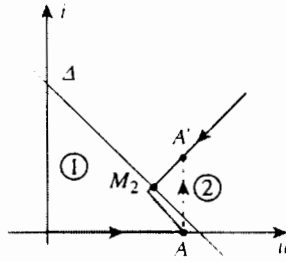
Đường thẳng này chia mặt phẳng đó thành 2 vùng: ở vùng ① $E_0 - Ri > u$ và ở vùng ② $E_0 - Ri < u$.

Trong vùng ① u là một hàm tăng theo thời gian còn trong vùng ② u là một hàm giảm theo thời gian.



• Trường hợp 1: đường thẳng Δ cắt đặc tuyến của đèn tại một điểm duy nhất, đèn lúc này sáng: điểm làm việc bắt đầu từ 0 và trượt trên trục u tới điểm M_1 thì dừng, lúc này đèn vẫn tắt.

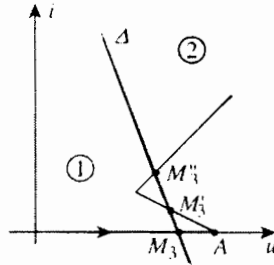
• Trường hợp 2: đường thẳng Δ cắt đặc tuyến của đèn tại một điểm duy nhất, ở đó đèn sáng: Điểm làm việc bắt đầu từ 0 và trượt đến A, lúc này xu hướng tăng của điện áp hãy còn và điểm làm việc nhảy sang A' trong khi điện áp vẫn không đổi (do tác dụng của tụ điện), sau đó điểm làm việc trượt xuống M_2 và dừng tại đây, lúc này đèn sáng nhưng bị trễ chút ít.



• Trường hợp 3: đường thẳng Δ cắt đặc tuyến của đèn tại 3 điểm.

Giải thích các hiện tượng xảy ra vẫn như trường hợp 1.

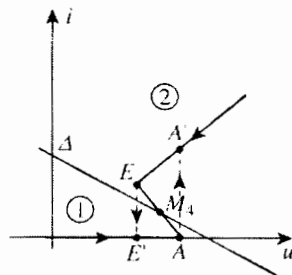
Điểm làm việc trượt đến M_3 và dừng tại đây, lúc này đèn vẫn tắt.



• Trường hợp 4: đường thẳng Δ cắt đặc tuyến của đèn tại 1 điểm trong vùng điện trở động âm. Điểm làm việc bắt đầu từ 0 và trượt đến A sau đó thì nhảy sang A' để thỏa mãn điều kiện $\left(\frac{du}{dt}\right)_A > 0$. Khi đạt đến điểm A' thì lúc này điều kiện là $\left(\frac{du}{dt}\right)_{A'} < 0$.

Điểm làm việc trượt đến E và nhảy sang E' để thỏa mãn điều kiện $\left(\frac{du}{dt}\right)_E < 0$, tại điểm E' thì điều kiện nói trên đổi dấu và điểm làm việc lại trượt đến A.

Chu trình AA'EE' cứ lặp đi lặp lại không dừng trong suốt quá trình hoạt động mong đạt đến điểm ổn định M_4 (nhưng điều này không bao giờ đạt được).



2) Điều kiện dao động ứng với trường hợp 4, tức là tình trạng tại điểm A trong vùng ① hoặc điểm E trong vùng ②, lúc này $E_0 - V_a > 0$ và $E_0 - V_e - \frac{RV_e}{r} < 0$, tức là $V_e(1 + \frac{R}{r}) > E_0 > V_a$ (điều này kéo theo điều kiện phụ là $\frac{R}{r} > \frac{V_a}{V_e} - 1$).

3) Các điều kiện $\frac{R}{r} > \frac{V_a}{V_e} - 1$ và $V_e(1 + \frac{R}{r}) > E_0 > V_a$ được kiểm chứng trong mạch.

Ta nghiên cứu ba giai đoạn sau:

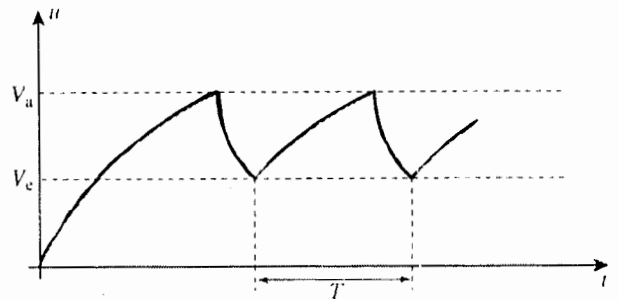
• Chuyển từ 0 sang A: $u + RC \frac{du}{dt} = E_0$, từ đó $u = E_0(1 - e^{-t/RC})$ (điều kiện ban đầu $u = 0$).

• Chuyển từ A' sang E: $(1 + \frac{R}{r})u + RC \frac{du}{dt} = E_0$, tức là $u = \frac{rE_0}{r+R} + A_1 e^{-t/R'C}$, trong đó $R' = r/R = \frac{rR}{r+R}$ và A_1 là hằng số tích phân.

• Chuyển từ E' sang A: $u + RC \frac{du}{dt} = E_0$, từ đó $u = E_0 + A_2 e^{-t/RC}$.

Về mặt giá trị thời gian đặc trưng $\tau = R'C$ nhỏ hơn rất nhiều so với $\tau = RC$. Thời gian đèn sáng ngắn hơn rất nhiều so với thời gian đèn tắt. Chu kỳ dao động của mạch là rất gần với thời gian tắt của đèn và gần bằng thời gian tăng của u từ V_e đến V_a .

$$T = RC \ln \frac{E_0 - V_e}{E_0 - V_a}, T \approx 0,4s.$$



CÁC CÔNG CỤ CỦA ĐIỆN ĐỘNG HỌC

2

Mở đầu

Phần này sẽ tập hợp lại các định lý thông dụng cho phép nghiên cứu các mạch trong phép gần đúng chuẩn dừng (P.G.Đ.C.D.). Các định lý liên quan với chế độ cưỡng bức với các hàm kích thích dạng sin sẽ được biểu diễn dưới dạng các hàm phức.

Trong lĩnh vực lý thuyết mạch, khái niệm độ ổn định cũng quan trọng như khái niệm tuyến tính. Một hệ thống được gọi là ổn định nếu không thể tìm được một tập hợp các điều kiện ban đầu với giá trị hữu hạn và một hàm kích thích hạn chế có thể khiến hệ thống không hội tụ. Từ định nghĩa này sẽ dẫn ra được các điều kiện ổn định cho các hệ tuyến tính và các điều kiện này sẽ được nhắc lại ở đây.

Chương này cũng như chương trước bao gồm những kiến thức tối thiểu nhất cần phải biết để lĩnh hội được các vấn đề của các chương sau.

Mục tiêu

- Tổng hợp các định lý tạo thành các công cụ của điện động học.
- Minh họa và sử dụng các định lý này.

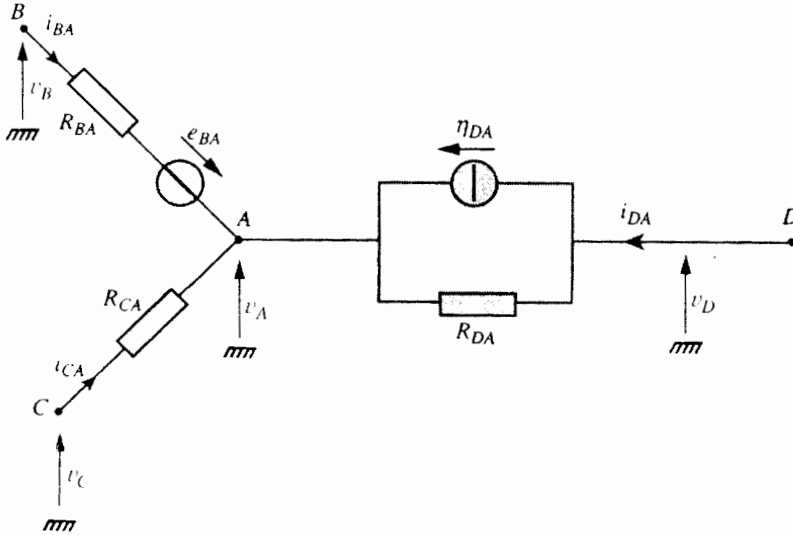
ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Các kiến thức cơ sở về điện động học.
- Các kiến thức về phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng cấp 1 và cấp 2.
- Các kiến thức về số phức.

Định luật nút biểu diễn qua các điện thế

1.1. Mạch điện gồm điện trở và nguồn

Ta xét trường hợp một nút mà các nhánh của nó chỉ gồm điện trở và các máy điện (h.1).



◀ H.1. Một nút của mạch điện.

Ta có công thức của dòng điện cho mỗi nhánh tại nút A như sau:

$$i_{BA} = \frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}}, \quad i_{CA} = \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} \quad \text{và} \quad i_{DA} = \eta_{DA} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}}.$$

Định luật nút biểu diễn qua các điện thế thu được bằng cách cho tổng của tất cả các dòng điện đi vào nút bằng 0:

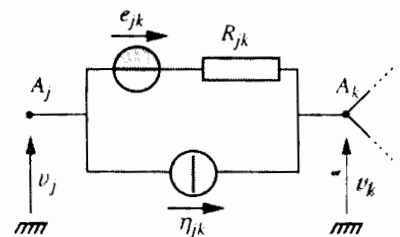
$$\sum_B \frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}} + \sum_C \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} + \sum_D \left(\eta_{DA} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}} \right) = 0$$

1.2. Định lí MILLMAN

Từ hệ thức trên ta suy ra biểu thức tường minh của điện thế tại nút V_A và trình bày kết quả dưới dạng tổng quát của định lí MILLMAN (h.2):

$$v_k = \frac{\sum_{j \neq k} \left(\eta_{jk} + \frac{v_j + e_{jk}}{R_{jk}} \right)}{\sum_{j \neq k} \frac{1}{R_{jk}}},$$

trong đó s.d.d. e_{jk} và d.d.d. η_{jk} có dấu dương khi chúng hướng vào nút A_k .



H.2. Các kí hiệu cho định lí MILLMAN.

1.3. Mạch gồm L và C

Phương trình cho dòng điện chạy qua nhánh có tụ điện (h.3) là:

$$i_{EA}(t) = C \frac{d(v_E - v_A)}{dt}$$

và dòng điện chạy qua nhánh có cuộn cảm là:

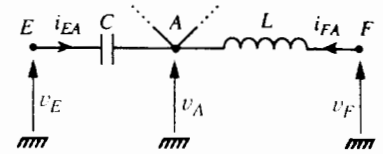
$$i_{FA}(t) = \frac{1}{L} \int_0^t (v_F - v_A) dt + i_{FA}(0),$$

Ta thường kí hiệu tượng trưng cho dòng điện chạy qua cuộn cảm bằng công thức :

$$i_{FA}(t) = \int (v_F - v_A) dt.$$

Như vậy định luật nút biểu diễn qua điện thế sẽ có dạng tổng quát như sau:

$$\sum_B \frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}} + \sum_C \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} + \sum_D \left(\eta_{DA} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}} \right) + \sum_E C \frac{d(v_E - v_A)}{dt} + \sum_F \int (v_F - v_A) dt = 0.$$



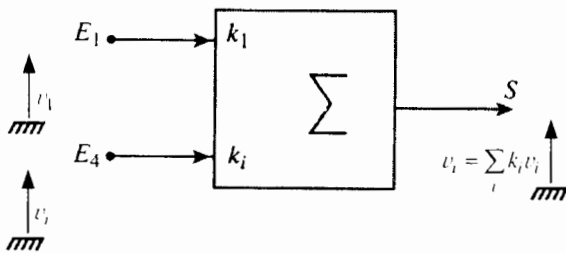
H.3. Nút có các nhánh chứa L và C.

Áp dụng 1

Bộ tổng đại số với đầu vào có trọng số

Bộ tổng là một mạch có n đầu vào E_i với điện áp vào v_i và một đầu ra S có điện áp ra là v_s (h.4). Ứng với mỗi đầu vào là một hệ số nhân thực k_i sao cho:

$$v_s = \sum_{i=1}^n k_i v_i \quad (k_i \text{ là số thực})$$



H.4. Kí hiệu của bộ tổng đại số với đầu vào có trọng số.

Mạch tổng này có thể được thực hiện bằng một bộ khuếch đại tính toán như sau (h.5):

a) Đặt vào các đầu vào hai điện trở R như hình 5.

b) Nếu một số hạng $k_i v_i$ có hệ số $k_i > 0$ thì một điện trở $\frac{R}{k_i}$ sẽ được nối giữa nguồn v_i và đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán; một điện trở khác có cùng trị số sẽ được nối giữa đầu vào đảo của bộ khuếch đại và đất.

c) Nếu một số hạng $k_j v_j$ có hệ số $k_j < 0$ thì một điện trở $\frac{R}{|k_j|}$ sẽ được nối giữa nguồn v_j và đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán; một điện trở khác có cùng trị số sẽ được nối vào giữa đầu vào thuận của bộ khuếch đại và đất.

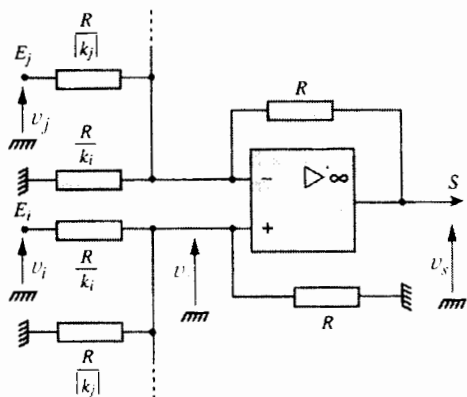
d) Khi các nguồn được nối vào bộ khuếch đại tính toán, các điện trở mắc song song sẽ được thay thế bằng điện trở tương đương:

$$\frac{1}{R_+} = \frac{1}{R} \left(1 + \sum_j |k_j| \right) \quad \text{và} \quad \frac{1}{R_-} = \frac{\sum_i |k_i|}{R}.$$

1) Hãy chứng minh rằng phương pháp vừa nêu là đúng

2) Thực hiện một bộ tổng sao cho:

$$v_s = v_1 + 2v_2 - v_3.$$



H.5. Thực hiện một bộ tổng với đầu vào có trọng số.

1) Bộ khuếch đại tính toán làm việc ở chế độ tuyến tính vì có điện trở hồi tiếp R nối vào đầu vào đảo. Ta kí hiệu v là điện áp đặt vào giữa 2 đầu vào của nó. Áp dụng định luật nút biểu diễn qua điện thế tại đầu vào thuận và đầu vào đảo ta có:

$$\sum_i \frac{v_i - v}{\frac{R}{k_i}} + \sum_j \frac{-v}{\frac{R}{|k_j|}} = \frac{v}{R}$$

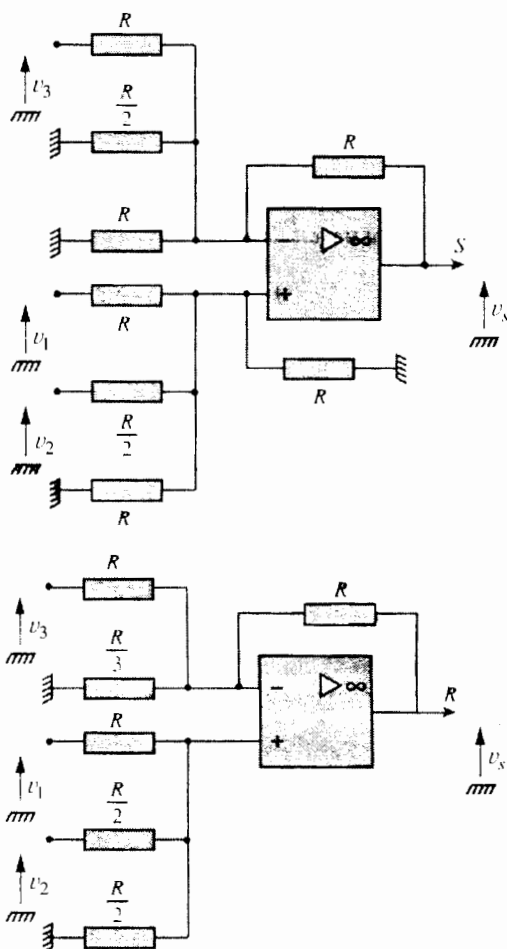
và

$$\sum_i \frac{-v}{\frac{R}{k_i}} + \sum_j \frac{v_j - v}{\frac{R}{|k_j|}} = \frac{v - v_s}{R}, \text{ với } k_i > 0 \text{ và } k_j < 0.$$

Trừ các số hạng tương ứng của hai phương trình trên với nhau và giản ước R đi ta có:

$$\sum_i k_i v_i - \sum_j |k_j| v_j = \sum_i k_i v_i + \sum_j k_j v_j = v_s$$

2) Bộ tổng được thực hiện bước đầu theo hình 6a và sau khi rút gọn ta có sơ đồ trên hình 6b.



H.6. Thực hiện một bộ tổng với đầu vào có trọng số

$$v_s = v_1 + 2v_2 - v_3.$$

a. Sơ đồ khởi đầu.

b. Sơ đồ cuối cùng.

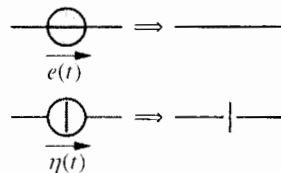
2 Định lí về tác dụng xếp chồng

2.1. Việc tắt một nguồn

Tắt một nguồn điện áp là cho s.d.d. của nó giá trị 0, nói cách khác là thay thế nguồn này bằng một công tắc đóng.

Tắt một nguồn dòng điện là cho d.d.d. của nó giá trị 0, nói cách khác là thay thế nguồn này bằng một công tắc mở (hở).

Chú ý: Để tắt một nguồn trên sơ đồ chỉ việc bỏ vòng tròn trong kí hiệu của nguồn (h.7).



H.7. Tắt một nguồn: bỏ vòng tròn trong kí hiệu của nó.

2.2. Trường hợp nguồn không đổi (chế độ không phụ thuộc thời gian)

Xét trường hợp mạch điện tuyến tính chỉ gồm các điện trở và các máy điện với đặc tuyến không phụ thuộc thời gian. Giả thiết e_j là s.d.d. của các máy điện kiểu THÉVENIN và η_k là d.d.d. của các máy điện kiểu NORTON. Các phương trình cho phép xác định dòng điện i chạy qua một phần tử 2 cực và điện áp u trên hai đầu của nó là các phương trình tuyến tính (phương trình của vòng và phương trình của nút). Như vậy i và u là các hàm tuyến tính của e_j và η_k :

$$i = \sum_j A_j e_j + \sum_k B_k \eta_k \text{ và } u = \sum_j A'_j e_j + \sum_k B'_k \eta_k,$$

trong đó A_j , A'_j và B_k , B'_k là các hệ số phụ thuộc vào điện trở của mạch và các hệ số định nghĩa các nguồn điều khiển.

Nếu tắt cả các nguồn đều tắt trừ một nguồn điện áp e_i thì dòng điện i trên nhánh mà ta quan tâm có giá trị $i_j = A_j e_j$ và điện áp trên hai đầu của nó có giá trị $u_j = A'_j e_j$. Hoàn toàn tương tự, nếu tắt cả các nguồn đều tắt trừ một nguồn dòng η_k thì dòng điện i trên nhánh mà ta quan tâm có giá trị $i_k = B_k \eta_k$ và điện áp trên hai đầu của nó có giá trị $u_k = B'_k \eta_k$.

Do đó:

$$i = \sum_j i_j + \sum_k i_k \text{ và } u = \sum_j u_j + \sum_k u_k,$$

và từ đây ta có thể phát biểu định lý về tác động xếp chồng:

Trong chế độ nguồn không phụ thuộc thời gian, cường độ dòng điện chạy qua một phần tử hai cực của một mạch tuyến tính và điện áp đặt trên hai đầu của nó bằng tổng của các đại lượng này trong các trạng thái khác nhau của mạch điện, mà ở đó tắt cả các nguồn đều tắt, chỉ trừ một nguồn.

2.3. Trường hợp nguồn biến đổi theo thời gian

Trong trường hợp nguồn biến đổi theo thời gian, tính tuyến tính của các phương trình trên vẫn được bảo tồn. Định lý về tác động xếp chồng vẫn áp dụng được cho chế độ xác lập cũng như cho quá trình quá độ với điều kiện phải xem xét các điều kiện ban đầu (điện tích trên tụ và dòng điện trong các cuộn cảm).

Định lý về tác động xếp chồng áp dụng rất dễ dàng cho chế độ xác lập và nhất là cho chế độ cưỡng bức với tín hiệu kích thích hình sin, ở đó tất cả các đại lượng là các hàm tuần hoàn không phụ thuộc vào điều kiện ban đầu.

Áp dụng 2

Bộ khuếch đại vi sai có trở kháng vào lớn

Bộ khuếch đại vi sai (h.8) bao gồm hai bộ khuếch đại tính toán lý tưởng. Ta coi các bộ khuếch đại tính toán này làm việc trong chế độ tuyến tính.

Ứng dụng định lý về tác động xếp chồng hãy tính điện áp thu được ở đầu ra v_s khi có các điện áp v_1 và v_2 tại các đầu vào E_1 và E_2 của bộ khuếch đại.

Nếu ta tắt nguồn v_2 thì $v_A = 0$ và

$$v_{S1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_1,$$

vì bộ khuếch đại tính toán làm việc trong chế độ khuếch đại thuận. Áp dụng định luật nút cho nút A ta có:

$$\frac{v_{S_1} - 0}{R_2} = \frac{0 - v'_s}{R_1},$$

và từ đó:

$$v'_s = -\frac{R_1 + R_2}{R_2} v_1.$$

Sau khi khôi phục lại nguồn v_2 và tắt nguồn v_1 ta được $v_A = v_2$ và $v_{S_1} = 0$.

Bây giờ nếu áp dụng định luật nút cho nút A ta có:

$$\frac{0 - v_2}{R_2} = \frac{v_2 - v''_s}{R_1}$$

và từ đó:

$$v''_s = \frac{R_1 + R_2}{R_2} v_2.$$

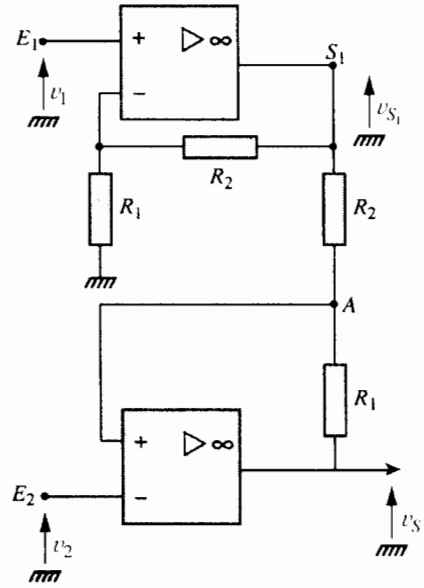
Áp dụng định lí xếp chồng ta có:

$$v_s = v'_s + v''_s = \frac{R_1 + R_2}{R_2} (v_2 - v_1),$$

đó chính là phương trình mô tả chức năng của bộ khuếch đại vi sai.

Chú ý rằng nếu bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng thì trở kháng tại các đầu vào của bộ khuếch đại vi sai là vô cùng lớn.

► Để tập luyện: Bài tập 1.



H.8. Bộ khuếch đại vi sai có trở kháng vào lớn.

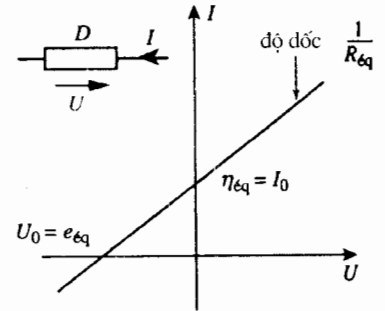
3 Định lí THÉVENIN và NORTON

Chúng ta chỉ xét ở đây trường hợp của các nguồn không đổi, trường hợp các nguồn ở chế độ xác lập với tín hiệu kích thích hình sin sẽ được nói đến ở Mục 9.4 và 9.5.

Xét một phần tử 2 cực tuyến tính D bao gồm các điện trở, các nguồn thường và các nguồn điều khiển, trong đó các nguồn sau được điều khiển bằng các đại lượng thuộc phần tử hai cực D . Tính tuyến tính của phần tử 2 cực được biểu hiện ở quan hệ bậc nhất giữa điện áp trên hai đầu và dòng điện chạy qua nó mà ta có thể viết được dưới dạng:

$$\frac{U}{U_0} + \frac{I}{I_0} = 1,$$

trong đó U_0 là điện áp hở mạch và I_0 là dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực. Ta đã biết (Chương 1, Mục 6.4) rằng quan hệ này là quan hệ giữa điện áp U đặt trên hai đầu của một máy điện có dòng điện I chạy qua (h.9a).



H.9a. Đặc tuyến của một phần tử 2 cực tuyến tính.

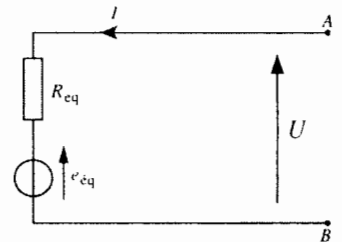
3.1. Định lí THÉVENIN

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện THÉVENIN có các đặc điểm:

- S.d.đ. tương đương của nó $e_{eq} = U_0$, trong đó U_0 là điện áp giữa 2 đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch;

- Điện trở tương đương R_{eq} của nó là $R_{eq} = -\frac{U_0}{I_0}$, trong đó I_0 là

dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực (h.9b).



H.9b. Biểu diễn định lí THÉVENIN.

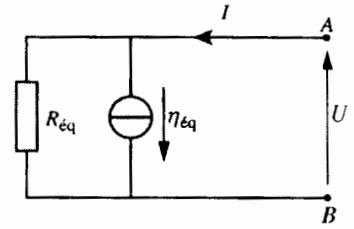
Chế độ làm việc cho phép tính toán hoặc đo các đặc tuyến (e , r) như sau:

- S.d.d. tương đương e_{eq} của nó được xác định bởi điện áp U_0 giữa hai đầu của phần tử hai cực khi hở mạch ($I = 0$):

$$e_{eq} = U_0 = -U(I = 0) ;$$

- Để tính toán hoặc đo điện trở tương đương R_{eq} ta tắt các nguồn và đặt vào giữa 2 cực của phần tử một điện áp U . Gọi $I_{\text{(tắt nguồn)}}$ là dòng điện chạy qua phần tử 2 cực ta có điện trở:

$$R_{eq} = \frac{U}{I_{\text{(tắt nguồn)}}} .$$



H.10. Biểu diễn định lý NORTON.

3.2. Định lý NORTON

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện NORTON có các đặc điểm:

- D.d.d. tương đương của nó $\eta_{eq} = I_0$, trong đó I_0 là dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực;

- Điện dẫn tương đương G_{eq} của nó là $G_{eq} = -\frac{I_0}{U_0}$, trong đó U_0 là điện áp giữa hai đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch (h.10).

Chế độ làm việc cho phép tính toán hoặc đo các đặc tuyến (η , g) như sau:

- D.d.d. tương đương η_{eq} của nó được xác định bởi dòng điện I_0 khi ngắn mạch ($U = 0$) của phần tử 2 cực:

$$\eta_{eq} = I_0 = I(U = 0) ;$$

- Để tính toán hoặc đo điện dẫn tương đương G_{eq} ta tắt các nguồn và đặt vào giữa hai cực của phần tử một điện áp U . Gọi $I_{\text{(tắt nguồn)}}$ là dòng điện chạy qua phần tử 2 cực ta có điện dẫn:

$$G_{eq} = \frac{I_{\text{(tắt nguồn)}}}{U} .$$

Hệ thức :

$$G_{eq} = \frac{1}{R_{eq}} = \left| \frac{\eta_{eq}}{e_{eq}} \right|$$

đôi khi rất là tiện lợi cho việc tính toán điện trở trong của một số loại phần tử 2 cực.

Áp dụng 3

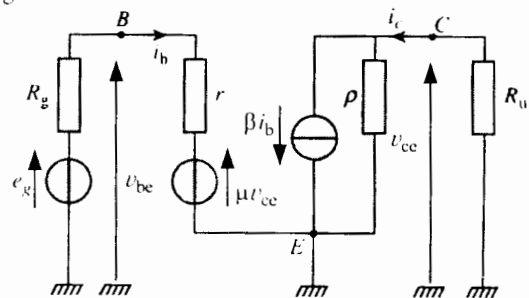
Bộ khuếch đại bằng transistor lưỡng cực

Bộ khuếch đại bằng transistor lưỡng cực trong chế độ tuyến tính và ở tần số thấp được cho trên hình H1a.

Điện áp v_{be} do máy phát (e_g, R_g) tạo ra được đưa đến đầu vào của bộ khuếch đại và tại đầu ra ta có điện áp v_{ce} trên điện trở tải R_u . Các nguồn βi_b và μv_{ce} là các nguồn tuyến tính được điều khiển. ρ và r là các điện trở đặc trưng của transistor.

Xác định máy điện THÉVENIN (e_{Th} và R_{Th}) tương đương với bộ khuếch đại nhìn từ hai đầu của điện trở tải.

Biết rằng: $\beta = 100$, $\rho = 11 \text{ k}\Omega$, $r = 1 \text{ k}\Omega$, $\mu = 10^{-4}$ và $R_g = 0,1 \text{ k}\Omega$.



H.11a. Bộ khuếch đại bằng transistor lưỡng cực.

Ta cắt bỏ điện trở tải R_u và tính s.d.d. $e_{Th} = (v_{ce})_{i_c=0}$ của máy điện THÉVENIN. Từ định lý vòng $(R_g + r)i_b + \mu(v_{ce})_{i_c=0} - e_g = 0$ ta thu được

$$i_b = \frac{e_g - \mu(v_{ce})_{i_c=0}}{R_g + r}.$$

Áp dụng định luật nút cho nút C ta có:

$$\beta i_b = -\frac{(v_{ce})_{i_c=0}}{\rho},$$

Nếu thay thế i_b bằng biểu thức biểu diễn nó theo $(v_{ce})_{i_c=0}$ và giải cho $(v_{ce})_{i_c=0}$ ta thu được

$$e_{Th} = (v_{ce})_{i_c=0} = \frac{\beta \rho e_g}{\beta \rho \mu - (R_g + r)} \approx -1100 e_g.$$

Ta sẽ tính tiếp G_{Th} theo 2 cách khác nhau.

• Điện trở R_u vẫn được tách khỏi mạch và nguồn e_g bị tắt.

Điện áp v_{ce} đặt lên đầu ra của bộ khuếch đại sẽ tạo nên

dòng điện $i_c = \frac{v_{ce}}{\rho} + \beta i_b$, trong đó $\mu v_{ce} = -(R_g + r)i_b$,

từ đó nếu khử i_b ta thu được điện dẫn THÉVENIN G_{Th} :

$$G_{Th} = \frac{i_c}{v_{ce}} = \frac{1}{\rho} - \frac{\beta \mu}{R_g + r} \approx 0,08 \text{ mS}$$

và $R_{Th} = \frac{1}{G_{Th}} = 12,2 \text{ k}\Omega.$

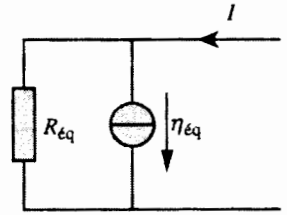
• Ứng dụng hệ thức $G_{Th} = \left| \frac{\eta_{Th}}{e_{Th}} \right|$. Thay điện trở tải bằng việc ngắn mạch ta có:

$$i_c(R_u=0) = \eta_{Th}, \text{ tức là } i_c = \beta i_b \text{ và } i_b = \frac{e_g}{R_g + r},$$

do đó $\eta_{Th} = \frac{\beta e_g}{R_g + r}$

và $G_{Th} = \frac{\eta_{Th}}{e_{Th}} = \frac{R_g + r - \beta \rho \mu}{\rho(R_g + r)} = \frac{1}{\rho} - \frac{\beta \mu}{R_g + r}.$

Tóm lại, nếu nhìn từ đầu ra thì bộ khuếch đại bằng transistor lưỡng cực được biểu diễn bằng một máy điện THÉVENIN theo mô hình như trên hình 11b.



H.11b. Máy điện THÉVENIN tương đương với bộ khuếch đại bằng transistor lưỡng cực.

► Để tập luyện: Bài tập 2.

4 Chế độ hoạt động và sự ổn định của mạch tuyến tính

4.1. Bậc của một mạch

Ta thực hiện một phần tử 2 cực tuyến tính không chứa nguồn độc lập (nguồn không đổi) bằng cách kết hợp các phần tử thụ động (các điện trở, tụ điện, cuộn cảm) và các phần tử tích cực (các máy phát điện áp và máy phát dòng điện tuyến tính có điều khiển). Ta nuôi phần tử hai cực này bằng một máy phát độc lập có khả năng đưa ra một kích thích (điện áp hay dòng điện) cho trước $e(t)$ (h. 12). Đáp ứng $s(t)$ của phần tử hai cực với đầu vào kích thích $e(t)$ là đại lượng cần nghiên cứu: dòng điện trên nhánh và điện thế trên nút...

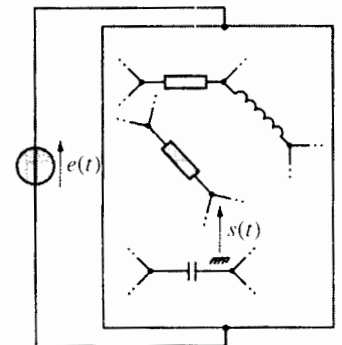
Quy luật biến thiên của $s(t)$ được xác định bởi một phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng có dạng tổng quát như sau:

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} + \dots + D_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = N_0 e(t) + N_1 \frac{de(t)}{dt} + \dots + N_m \frac{d^m e(t)}{dt^m}.$$

Bậc của mạch là bậc cao nhất của đạo hàm có mặt trong phương trình vi phân. Đáp ứng $s(t)$ của phần tử hai cực đối với đầu vào kích thích $e(t)$ nhận được bằng cách giải phương trình vi phân trên đây. Đáp ứng này có dạng:

$$s(t) = s_0(t) + s_1(t), \text{ trong đó:}$$

• $s_0(t)$ là nghiệm tổng quát của phương trình vi phân thuần nhất (tức là không có thành phần ở vế phải hay không có kích thích ở đầu vào) hay còn gọi là đáp ứng tự do của phần tử 2 cực.



H.12. Đưa vào một hàm kích thích là $e(t)$ mạch sẽ có đáp ứng là $s(t)$.

- $s_1(t)$ là nghiệm riêng của phương trình có vế phải khác 0. Trong trường hợp kích thích là một hàm tuần hoàn (hay một chiều), $s_1(t)$ có thể được chọn là hàm tuần hoàn có cùng chu kỳ như hàm kích (hay một chiều). Nghiệm này không phụ thuộc vào điều kiện ban đầu và nó miêu tả chế độ bền vững, hay còn được gọi là chế độ xác lập hoặc cường bức của phần tử 2 cực. Các điều kiện ban đầu áp dụng vào nghiệm tổng quát cho phép xác định các hằng số tích phân.

4.2. Sự ổn định của mạch tuyến tính

Trong lý thuyết mạch, khái niệm về độ ổn định cũng quan trọng như khái niệm về độ tuyến tính.

Một hệ thống được gọi là ổn định nếu không thể tìm được một tập hợp các điều kiện ban đầu với giá trị hữu hạn và một hàm kích thích hạn chế có thể khiến hệ thống không hội tụ. Trong trường hợp các mạch tuyến tính, điều kiện ổn định được phân tích theo:

- Một điều kiện ổn định liên quan đến chế độ tự do của mạch biểu hiện bằng việc không thể tìm được các điều kiện ban đầu với giá trị hữu hạn có thể khiến hệ thống có đáp ứng phân kỳ.
- Một điều kiện ổn định liên quan đến chế độ cường bức của mạch biểu hiện bằng việc không thể tìm được một hàm kích thích hạn chế có thể khiến hệ thống có đáp ứng phân kỳ.

4.3. Chế độ tự do của các mạch bậc 1 và bậc 2

4.3.1. Mạch bậc 1

Chế độ tự do được biểu diễn bằng nghiệm của phương trình vi phân

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} = 0,$$

phương trình vi phân này có phương trình đặc trưng là $D_0 + D_1 r = 0$ với

$$\text{nghiệm là } r_0 = -\frac{D_0}{D_1}.$$

Như vậy nghiệm của phương trình vi phân là $s(t) = s(0)e^{r_0 t}$ và thời gian đặc trưng của mạch là thời gian tích thoát $\tau = \left| \frac{1}{r_0} \right|$.

Đáp ứng $s(t)$ hội tụ nếu $r_0 < 0$, tức là nếu các hệ số D_0 và D_1 của phương trình vi phân có cùng dấu. Chế độ tự do vì vậy sẽ bị hãm (nên tắt dần).

4.3.2. Mạch bậc 2

Chế độ tự do được biểu diễn bằng nghiệm của phương trình vi phân:

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} + D_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} = 0,$$

phương trình vi phân này có phương trình đặc trưng là $D_0 + D_1 r + D_2 r^2 = 0$

với biệt thức là: $\Delta = D_1^2 - 4D_0 D_2$

- Trường hợp 1: $\Delta > 0$. Nghiệm r_1 và r_2 của phương trình đặc trưng là các nghiệm thực phân biệt. Nghiệm của phương trình vi phân có dạng:

$$s(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}.$$

- Trường hợp 2: $\Delta = 0$. Nghiệm của phương trình đặc trưng là nghiệm

thực kép $r_0 = -\frac{D_1}{2D_2}$ và nghiệm của phương trình vi phân có dạng

$$s(t) = (At + B)e^{r_0 t}$$

• Trường hợp 3: $\Delta < 0$. Nghiệm của phương trình đặc trưng là các số phức liên hợp $r = \alpha \pm j\omega$, trong đó $\alpha = -\frac{D_1}{2D_2}$ và $\omega = \frac{\sqrt{-\Delta}}{2D_2}$ và nghiệm của phương trình vi phân có dạng:

$$s(t) = e^{\alpha t} (A \cos \omega t + B \sin \omega t).$$

Để đáp ứng tự do hội tụ, điều kiện cần và đủ là nghiệm thực của phương trình đặc trưng là âm và nghiệm phức có phần thực âm hoặc bằng 0. Điều kiện này được thoả mãn khi tổng của các nghiệm là âm hoặc bằng 0 và tích của các nghiệm là dương, tức là các hệ số D_2 , D_1 và D_0 của phương trình vi phân có cùng dấu.

4.3.3. Kết luận

Kết hợp các kết quả của ba trường hợp trên ta có thể rút ra kết luận:

Chế độ tự do của một mạch bậc 1 hoặc bậc 2 sẽ hội tụ nếu các hệ số của phương trình vi phân có cùng dấu.

Áp dụng 4

Sự ổn định của một hệ thống bậc 2

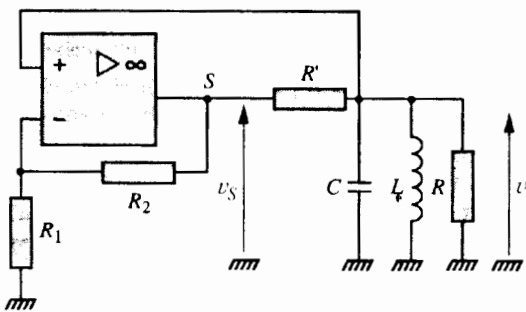
Trên hình 13 là sơ đồ của một mạch bậc 2 trong đó bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng.

Tại thời điểm $t = 0$ tụ điện đã phóng hết và không có dòng điện trong cuộn cảm.

1) Tìm phương trình vi phân của điện áp v_s tại đầu ra của bộ khuếch đại tính toán.

2) Khảo sát sự ổn định của mạch, biết rằng:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} > \frac{1}{R'C} \left| \frac{R'}{R} - \frac{R_2}{R_1} \right| = \frac{2}{\tau}.$$



H.13. Mạch bậc 2 với các phần tử RLC mắc song song.

1) Theo định luật nút áp dụng cho đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán ta có:

$$C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} \int_0^t v dt + \frac{v}{R} + \frac{v - v_s}{R'} = 0,$$

trong đó $v = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s$, vì bộ khuếch đại tính toán được mắc thành bộ khuếch đại thuận.

Khử v và tính đạo hàm theo thời gian biểu thức thu được ta có:

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = 0,$$

trong đó $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và

$$\frac{2}{\tau} = \frac{1}{R'C} \left(\frac{R + R'}{R} - \frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = \frac{1}{R'C} \left(\frac{R'}{R} - \frac{R_2}{R_1} \right)$$

2) Điện áp ra v_s của bộ khuếch đại tính toán tính được bằng cách giải phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất bậc 2 nói trên.

Phương trình đặc trưng của nó là:

$$r^2 + \frac{2}{\tau} r + \omega_0^2 = 0$$

với biệt thức rút gọn là:

$$\Delta' = \frac{1}{\tau^2} - \omega_0^2 < 0$$

và nghiệm là

$$r = -\frac{1}{\tau} \pm j\omega.$$

trong đó :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}}$$

Nghiệm của phương trình vi phân là :

$$v_s(t) = Ae^{-t/\tau} \cos(\omega t + \varphi),$$

trong đó A và φ là các hằng số tích phân được xác định từ các điều kiện ban đầu.

• Trường hợp 1: $\frac{1}{\tau} < 0$.

Điện áp $v_s(t)$ là một hàm tăng theo thời gian và bộ khuếch đại tính toán sẽ bị bão hòa. Hệ thống vì thế không hội tụ.

• Trường hợp 2: $\frac{1}{\tau} = 0$.

Đây là trường hợp hoàn toàn lí thuyết, ứng với điện áp ra $v_s(t)$ có dạng hình sin. Mạch đã cho là một bộ dao động tạo ra tín hiệu hình sin.

• Trường hợp 3: $\frac{1}{\tau} > 0$.

Điện áp $v_s(t)$ là một hàm giảm theo thời gian và đạt tới giá trị 0. Hệ thống vì thế sẽ ổn định. Phương trình vi phân của hệ thống là phương trình cấp 2 với các hệ số có cùng dấu.

5 Hàm kích hình sin và biểu diễn bằng số phức

Tất cả các hàm $f(t)$ hình sin với tần số góc ω đều có thể biểu diễn được dưới dạng $f(t) = f_m \cos(\omega t + \phi)$, trong đó $f_m > 0$ là biên độ và ϕ là pha của nó ở gốc thời gian ($t = 0$).

Giả thiết $g(t) = g_m \cos(\omega t + \phi)$ là hàm hình sin biểu diễn một hiện tượng vật lí nào đó. Ta có thể biểu diễn hàm này như một hàm phức như sau:

$$\underline{g}(t) = \underline{g}_m e^{j(\omega t + \phi)} = \underline{g}_m e^{j\omega t},$$

trong đó $j^2 = -1$ và số phức $\underline{g}_m = g_m e^{j\phi}$ là biên độ phức của $g(t)$.

Modun g_m và argument ϕ của biên độ phức $\underline{g}_m$ chính là biên độ và pha ở gốc thời gian của hàm sin $g(t) = g_m \cos(\omega t + \phi)$:

$$g_m = |\underline{g}_m| \text{ và } \phi = \arg(\underline{g}_m)$$

Muốn trở lại cách biểu diễn bằng số thực ta chỉ việc lấy phần thực của đại lượng phức $\underline{g}(t)$, tức là:

$$g(t) = \Re[\underline{g}(t)] = \Re[\underline{g}_m e^{j\omega t}] = \Re[g_m e^{j(\omega t + \phi)}] = g_m \cos(\omega t + \phi)$$

Chú ý : Sự tương ứng giữa một hàm sin và đại lượng phức liên quan với nó được bảo toàn trong tất cả các phép thao tác tuyến tính.

6 Đáp ứng cưỡng bức hình sin của một mạch tuyến tính

Chế độ cưỡng bức của một mạch chỉ có thể xuất hiện sau khi chế độ tự do của mạch đã tắt. Ta giả thiết tắt cả các mạch nghiên cứu sau đây đều có chế độ tự do tắt dần.

Xét một mạch có hành vi tuân theo phương trình vi phân tuyến tính cấp hai có hệ số hằng như sau:

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} + D_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} = N_0 e(t) + N_1 \frac{de(t)}{dt} + N_2 \frac{d^2 e(t)}{dt^2}.$$

Khi bị kích thích bởi một tín hiệu hình sin là $e(t) = e_m \cos(\omega t + \phi_e)$ thì đáp ứng cường độ hình sin (còn gọi là đáp ứng điều hoà) của mạch sẽ có dạng:

$$s(t) = s_m \cos(\omega t + \phi_s).$$

Nếu dùng cách biểu diễn bằng hàm phức thì phương trình vi phân có dạng:

$$D_0 \underline{s}(t) + D_1 \dot{\underline{s}}(t) + D_2 \ddot{\underline{s}}(t) = N_0 \underline{e}(t) + N_1 \dot{\underline{e}}(t) + N_2 \ddot{\underline{e}}(t)$$

Tính hiệu quả của cách biểu diễn bằng hàm phức là ở chỗ có sự tương đương giữa đạo hàm theo thời gian của $\underline{e}(t)$ hoặc $\underline{s}(t)$ và việc nhân chúng với $j\omega$.

Như vậy việc tìm nghiệm riêng dạng sin sẽ được thay thế bằng việc tìm nghiệm của một phương trình đại số bậc nhất với $\underline{s}(t)$:

$$D_0 \underline{s}(t) + j\omega D_1 \underline{s}(t) + (j\omega)^2 D_2 \underline{s}(t) = N_0 \underline{e}(t) + j\omega N_1 \underline{e}(t) + (j\omega)^2 N_2 \underline{e}(t)$$

từ đó ta có ngay:

$$\underline{s}(t) = \frac{N_0 + j\omega N_1 + (j\omega)^2 N_2}{D_0 + j\omega D_1 + (j\omega)^2 D_2} \underline{e}_m e^{j\omega t} = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \underline{e}_m e^{j\omega t}$$

và

$$\underline{s}_m = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \underline{e}_m = \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} e_m e^{j\phi_e} = \underline{s}_m e^{j\phi_s}.$$

(biểu thức ở mẫu số không thể bằng 0 khi chế độ tự do là tắt dần).

Nghiệm riêng $s(t) = s_m \cos(\omega t + \phi_s)$ là phần thực của $\underline{s}(t) = \underline{s}_m e^{j\omega t}$, với

$$s_m = |\underline{s}_m| = \left| \frac{N(j\omega)}{D(j\omega)} \right| e_m.$$

và

$$\phi_s = \arg(\underline{s}_m) = \phi_e + \arg[N(j\omega)] - \arg[D(j\omega)].$$

Độ lệch pha giữa đáp ứng $s(t)$ và hàm kích thích $e(t)$ là:

$$\varphi = \phi_s - \phi_e = \arg[N(j\omega)] - \arg[D(j\omega)].$$

Để đáp ứng cường độ của một mạch tuyến tính, đối với hàm kích thích hình sin với biên độ giới hạn, hội tụ cần phải thỏa mãn các điều kiện sau:

- Biểu thức $D(j\omega) \neq 0$, tức là $j\omega$ không phải là nghiệm của phương trình đặc trưng của phương trình vi phân của mạch.
- Bậc của biểu thức $N(j\omega)$ phải nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $D(j\omega)$, nếu không khi $\omega \rightarrow \infty$ thì đáp ứng của hệ thống sẽ không hội tụ ngay cả khi kích thích đầu vào có biên độ giới hạn.

7 Điều kiện ổn định của một mạch tuyến tính

Tập hợp các điều kiện ổn định của chế độ tự do và chế độ cường độ hình sin của mạch tuyến tính, ta có thể phát biểu kết quả tổng quát hóa sau :

Cho một mạch tuyến tính có hành vi được mô tả bởi phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng:

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} + \dots + D_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = N_0 e(t) + N_1 \frac{de(t)}{dt} + \dots + N_m \frac{d^m e(t)}{dt^m}$$

Điều kiện cần và đủ để mạch nói trên ổn định là:

- Các nghiệm của phương trình đặc trưng phải là thực và âm, hoặc nếu là phức thì phải có phần thực âm.
- Bậc m của biểu thức phía bên phải của phương trình vi phân phải nhỏ hơn hoặc bằng bậc n của biểu thức phía bên trái của nó ($m \leq n$).

8 Trở kháng phức

8.1. Định nghĩa

Xét trường hợp một phần tử 2 cực *tuyến tính thụ động* trong chế độ điều hòa. Nếu sử dụng cách biểu diễn phức của điện áp trên hai cực của nó là

$\underline{u}(t) = \underline{u}_m e^{j\omega t}$, trong đó $\underline{u}_m = u_m e^{j\phi_u}$ thì sẽ có dòng điện chạy qua nó là

$\underline{i}(t) = \underline{i}_m e^{j\omega t}$, trong đó $\underline{i}_m = i_m e^{j\phi_i}$.

Trở kháng phức (hay tổng trở) của một phần tử 2 cực là một đại lượng phức và được định nghĩa như sau:

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m}$$

Môđun $Z(\omega) = \frac{u_m}{i_m}$ của trở kháng phức $\underline{Z}(\omega)$ chính là trở kháng của

phần tử hai cực. Trở kháng phức có thứ nguyên là ohm (Ω). Pha của nó $\varphi(\omega) = (\phi_u - \phi_i)$ là hiệu pha giữa điện áp và dòng điện của phần tử 2 cực.

Phần thực $R(\omega)$ của trở kháng phức $\underline{Z}(j\omega)$ của phần tử 2 cực là *điện trở* của nó, còn phần ảo $X(\omega)$ là *điện kháng* của nó:

$$\underline{Z}(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega).$$

Dẫn nạp phức (hay tổng dẫn) $\underline{Y}(j\omega)$ của một phần tử 2 cực là đại lượng nghịch đảo của trở kháng phức:

$$\underline{Y}(j\omega) = \frac{1}{\underline{Z}(j\omega)} = \frac{\underline{i}_m}{\underline{u}_m}$$

Môđun $Y(\omega) = \frac{1}{Z(\omega)}$ của dẫn nạp phức $\underline{Y}(j\omega)$ chính là dẫn nạp của phần

tử 2 cực. Phần thực $G(\omega)$ của dẫn nạp phức $\underline{Y}(j\omega)$ của phần tử 2 cực là *điện dẫn* của nó, còn phần ảo $B(\omega)$ là *điện nạp* của nó:

$$\underline{Y}(j\omega) = G(\omega) + jB(\omega).$$

8.2. Ví dụ về trở kháng

■ Điện trở

Áp dụng định luật Ohm $u(t) = Ri(t)$ ta được

$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m} = R.$$

Trở kháng phức của một điện trở là số thực và là hằng số. Điện áp và dòng điện của nó cùng pha với nhau.

■ Cuộn cảm

Quan hệ $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ biểu diễn dưới dạng phức là $\underline{u}_m = j\omega L \underline{i}_m$, từ đó ta

có:
$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m} = j\omega L.$$

Trở kháng phức của một cuộn cảm $\underline{Z}(j\omega) = j\omega L$ là thuần ảo. Trở kháng $Z(\omega) = \omega L$ (còn gọi là *cảm kháng*) càng lớn khi tần số càng cao. Cuộn cảm có xu hướng chống lại sự thay đổi của dòng điện.

Ở tần số cao một cuộn cảm có hành vi như một công tắc hở. Ngược lại ở tần số thấp nó hoạt động như một công tắc đóng.

Pha (hay argument) của $\underline{Z}(j\omega)$ là $\varphi = \frac{\pi}{2}$: điện áp sớm pha $\frac{\pi}{2}$ so với dòng điện trên cuộn cảm.

■ Tụ điện

Quan hệ $i(t) = C \frac{du(t)}{dt}$ biểu diễn dưới dạng phức là $\underline{i}_m = j\omega C \underline{u}_m$, từ đó

ta có:
$$\underline{Z}(j\omega) = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m} = \frac{1}{j\omega C}.$$

Trở kháng phức của một tụ điện $\underline{Z}(j\omega) = \frac{1}{j\omega C}$ là thuần ảo. Trở kháng

$Z(\omega) = \frac{1}{\omega C}$ (còn gọi là *dung kháng*) càng nhỏ khi tần số càng cao: sự

cản trở dòng điện càng yếu khi tần số càng cao.

Ở tần số thấp một tụ điện có hành vi như một công tắc hở. Ngược lại ở tần số cao nó hoạt động như một công tắc đóng.

Pha (hay argument) của $\underline{Z}(j\omega)$ là $\varphi = -\frac{\pi}{2}$: điện áp trễ pha $\frac{\pi}{2}$ so với dòng điện trên tụ.

8.3. Nối ghép các trở kháng

■ Mắc nối tiếp:

Khi mắc nối tiếp, trở kháng của các phần tử 2 cực sẽ được cộng lại:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m} = \sum_k \underline{Z}_k.$$

■ Mắc song song:

Khi mắc song song, dẫn nạp của các phần tử 2 cực sẽ được cộng lại:

$$\underline{Y} = \frac{\underline{i}_m}{\underline{u}_m} = \sum_k \underline{Y}_k.$$

Luật ghép nối các trở kháng phức trong chế độ điều hòa cũng giống như khi ghép nối các điện trở trong chế độ một chiều.

9 Các định luật tổng quát của mạch tuyến tính biểu diễn bằng hàm phức

Trong chế độ điều hòa, tất cả các dòng điện nhánh $i_k(t)$ và các hiệu điện thế của nhánh $u_k(t)$ của một mạch tuyến tính đều là các đại lượng hình sin. Điều này cho phép ta sử dụng các kí hiệu phức để phát biểu các định luật tổng quát của mạch điện.

9.1. Các định luật KIRCHHOFF

Các định luật này đã được xây dựng trong chương 1 phần 2.

■ Định luật nút:

$$\sum_k \varepsilon_k i_{km} = 0$$

■ Định luật vòng:

$$\sum_k \varepsilon_k u_{km} = 0$$

Các định luật KIRCHHOFF có cùng dạng khi viết dưới dạng thực cũng như dưới dạng phức.

9.2. Định luật nút biểu diễn qua các điện thế

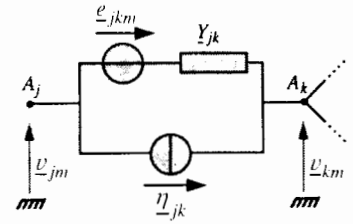
Định luật này đã được xây dựng trong Chương 2 mục 1. Viết dưới dạng phức nó có dạng đơn giản như sau (h.14):

$$\sum_{j \neq k} [Y_{jk}(v_{jm} + e_{jkm} - v_{km}) + \eta_{jkm}] = 0,$$

trong đó e_{jkm} và η_{jkm} hướng về nút A_k .

Khi không có các nguồn (máy phát điện) thì phương trình trên sẽ có dạng đơn giản hơn nhưng lại rất hay được sử dụng và được gọi là định luật nút biểu diễn qua các điện thế:

$$\sum_{j \neq k} Y_{jk}(v_{jm} - v_{km}) = 0$$



H.14. Kí hiệu dùng cho việc viết định lý MILLMAN.

9.3. Định lý MILLMAN

Biểu diễn tường minh điện thế v_{km} tại nút A_k trong phương trình tổng quát ta thu được định lý MILLMAN:

$$v_{km} = \frac{\sum_{j \neq k} \eta_{jkm} + \sum_{j \neq k} Y_{jk}(v_{jm} + e_{jkm})}{\sum_{j \neq k} Y_{jk}}$$

trong đó e_{jkm} và η_{jkm} hướng về nút A_k .

9.4. Định lý THÉVENIN

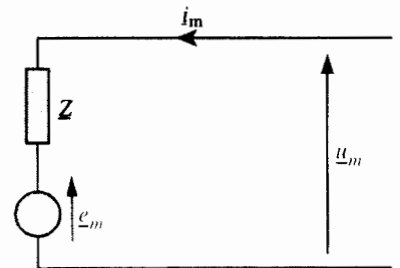
Mỗi phần tử 2 cực tuyến tính tương đương với một máy điện THÉVENIN trong đó(h.15):

• S.d.d. phức e_m của nó bằng biên độ phức của điện áp giữa hai đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch:

$$e_m = u_m \quad (i_m = 0);$$

• Trở kháng nội Z thu được bằng cách tắt tất cả các nguồn và xác định cường độ dòng điện chạy qua khi đặt lên hai đầu của phần tử 2 cực một điện áp:

$$Z = \frac{u_m}{i_m}, \quad (\text{các nguồn đều bị tắt})$$



H.15. Máy phát THÉVENIN tương đương.

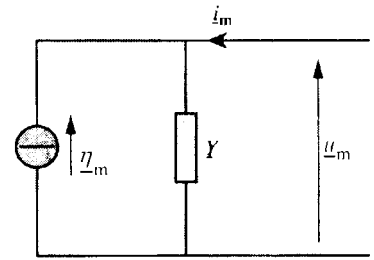
9.5. Định lí NORTON

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện NORTON trong đó:

• D.đ.d. phức $\underline{\eta}_m$ của nó bằng biên độ phức của dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực: $\underline{\eta}_m = \underline{i}_m$ ($\underline{u}_m = 0$).

• Điện dẫn trong $\underline{Y}$ của nó thu được bằng cách tắt tất cả các nguồn và xác định cường độ dòng điện chạy qua khi đặt lên hai đầu của phần

tử 2 cực một thế hiệu: $\underline{Y}_m = \frac{\underline{i}_m}{\underline{u}_m}$ (các nguồn đều bị tắt).



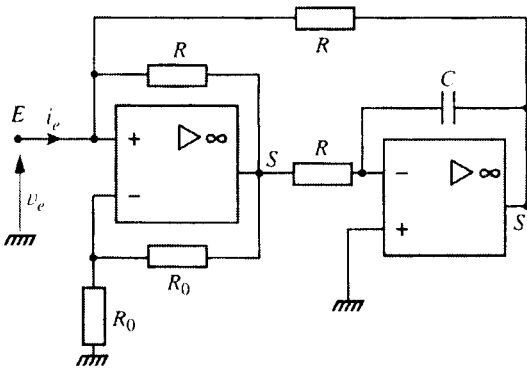
H.16. Máy phát NORTON tương đương.

Chú ý: $\frac{1}{\underline{Y}} = \underline{Z} = \frac{\underline{e}_m}{\underline{\eta}_m}$.

Áp dụng 5

Mô phỏng một cảm kháng

Trên hình 17 là sơ đồ cho mạch mô phỏng cảm kháng, trong đó các bộ khuếch đại tính toán là lý tưởng. Hãy xác định trở kháng vào của mạch và chứng minh rằng nó tương đương với cảm kháng của một cuộn cảm mà ta có thể biểu diễn dưới dạng hàm của R và C .



Hai bộ khuếch đại tính toán làm việc trong chế độ tuyến tính vì có các mạch hồi tiếp nối về các đầu vào đảo của chúng. Hai điện trở R_0 tạo thành một bộ phân áp nên $v_s = 2v_e$.

Áp dụng định luật nút cho đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán thứ hai ta có:

$$\frac{2\underline{v}_e}{R} = -j\omega C \underline{v}'_s, \text{ từ đó có } \underline{v}'_s = -\frac{2\underline{v}_e}{j\omega RC}.$$

Do đó dòng điện vào của mạch là:

$$\underline{i}_e = \frac{\underline{v}_e - 2\underline{v}_e}{R} + \frac{\underline{v}_e - \underline{v}'_s}{R} = \frac{2\underline{v}_e}{j\omega R^2 C},$$

dòng điện này ứng với trở kháng vào là:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{v}_e}{\underline{i}_e} = \frac{1}{2} j\omega R^2 C,$$

tức là tương đương với một cuộn cảm có $L = \frac{1}{2} R^2 C$.

♦ H.17. Mô phỏng một cuộn cảm.

10 Công suất trung bình của một tín hiệu hình sin

Công suất trung bình trên một phần tử 2 cực là $\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$. Giá trị trung bình của nó trong chế độ cường bức hình sin là:

$$\langle \mathcal{P} \rangle = 0,5 u_m i_m \cos \varphi = UI \cos \varphi$$

trong đó $U = \frac{u_m}{\sqrt{2}}$ là điện áp hiệu dụng, $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}$ là dòng điện hiệu

dụng và φ là độ lệch pha giữa điện áp so với dòng điện.

Công suất $0,5 u_m i_m = UI$ được đo bằng vôn-ampe (VA). $\cos \varphi$ gọi là hệ số công suất của phần tử 2 cực.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ ĐỊNH LUẬT NÚT BIỂU DIỄN QUA CÁC ĐIỆN THẾ

Định luật nút biểu diễn qua các điện thế thu được bằng cách cho tổng của tất cả các dòng điện chạy vào nút A bằng 0:

$$\sum_B \frac{v_B - v_A + e_{BA}}{R_{BA}} + \frac{v_C - v_A}{R_{CA}} + \sum_D \left(\eta_{DA} + \frac{v_D - v_A}{R_{DA}} \right) = 0$$

■ ĐỊNH LÝ MILLMAN

Định lý MILLMAN áp dụng cho nút A_k :

$$v_k = \frac{\sum_{j \neq k} \left(\eta_{jk} + \frac{v_j + e_{jk}}{R_{jk}} \right)}{\sum_{j \neq k} \frac{1}{R_{jk}}},$$

trong đó s.d.d. e_{jk} và d.d.d. η_{jk} có dấu dương khi chúng hướng vào nút A_k .

■ ĐỊNH LÝ VỀ TÁC DỤNG XẾP CHỒNG

Trong chế độ nguồn bất biến theo thời gian, cường độ dòng điện chạy qua một phần tử 2 cực của một mạch tuyến tính và điện áp đặt trên hai đầu của nó bằng tổng của các đại lượng này trong các trạng thái khác nhau của mạch điện, mà ở đó tất cả các nguồn đều tắt chỉ trừ một nguồn.

■ ĐỊNH LÝ THÉVENIN (chế độ không phụ thuộc thời gian)

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện THÉVENIN trong đó:

- S.d.d. tương đương của nó $e_{eq} = U_0$, trong đó U_0 là điện áp giữa hai đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch;
- Điện trở trong (tương đương) R_{eq} của nó là $R_{eq} = -\frac{U_0}{I_0}$, trong đó I_0 là dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực.

■ ĐỊNH LÝ NORTON (chế độ không phụ thuộc thời gian)

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện NORTON trong đó:

- D.d.d. tương đương của nó $\eta_{eq} = I_0$, trong đó I_0 là dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực;
- Điện dẫn trong (tương đương) G_{eq} của nó là $G_{eq} = -\frac{I_0}{U_0}$, trong đó U_0 là điện áp giữa hai đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch.

■ CHẾ ĐỘ TỰ DO

Chế độ tự do của một mạch bậc 1 hoặc bậc 2 sẽ hội tụ nếu các hệ số của phương trình vi phân có cùng dấu.

■ ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH

Điều kiện cần và đủ để một mạch tuyến tính có hành vi mô tả được bằng phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng:

$$D_0 s(t) + D_1 \frac{ds(t)}{dt} + \dots + D_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = N_0 e(t) + N_1 \frac{de(t)}{dt} + \dots + N_m \frac{d^m e(t)}{dt^m}.$$

ổn định là:

- Các nghiệm của phương trình đặc trưng phải là số thực và âm, hoặc nếu là số phức thì phải có phần thực âm.
- Bậc m của biểu thức ở vế phải của phương trình vi phân phải nhỏ hơn hoặc bằng bậc n của biểu thức ở vế trái của nó ($m \leq n$).

■ CÁC ĐỊNH LUẬT TỔNG QUÁT TRONG CHẾ ĐỘ CƯỜNG BỨC HÌNH SIN

• Trở kháng phức

Luật ghép nối các trở kháng phức trong chế độ điều hòa cũng giống như khi ghép nối các điện kháng trong chế độ 1 chiều.

• Các định luật KIRCHHOFF

Các định luật của KIRCHHOFF có cùng dạng khi viết dưới dạng thực cũng như dưới dạng phức.

• Định luật nút:

$$\sum_{j \neq k} [Y_{jk}(\underline{v}_{jm} + \underline{e}_{jkm} - \underline{v}_{km}) + \underline{\eta}_{jkm}] = 0,$$

trong đó $\underline{e}_{jkm}$ và $\underline{\eta}_{jkm}$ hướng về nút A_k

• Định lý MILLMAN

$$\underline{v}_{km} = \frac{\sum_{j \neq k} \underline{\eta}_{jkm} + \sum_{j \neq k} Y_{jk}(\underline{v}_{jm} + \underline{e}_{jkm})}{\sum_{j \neq k} Y_{jk}}$$

trong đó $\underline{e}_{jkm}$ và $\underline{\eta}_{jkm}$ hướng về nút A_k

• Định lý THÉVENIN

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện THÉVENIN trong đó (h.15):

S.d.d. phức của nó $\underline{e}_m$ bằng biên độ phức của điện áp giữa hai đầu của phần tử 2 cực khi hở mạch $\underline{e}_m = \underline{u}_m$ ($\underline{i}_m = 0$);

Trở kháng trong $\underline{Z}$ thu được bằng cách tắt tất cả các nguồn và xác định cường độ dòng điện chạy qua khi đặt lên hai đầu của phần tử 2 cực một thế hiệu:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{u}_m}{\underline{i}_m}, \text{ (các nguồn đều bị tắt).}$$

• Định lý NORTON

Mỗi phần tử 2 cực tương đương với một máy điện NORTON trong đó :

D.d.d. phức của nó $\underline{\eta}_m$ bằng biên độ phức của dòng điện ngắn mạch của phần tử 2 cực $\underline{\eta}_m = \underline{i}_m$ ($\underline{u}_m = 0$);

Điện dẫn trong của nó thu được bằng cách tắt tất cả các nguồn tự do và xác định cường độ dòng điện chạy qua khi đặt lên hai đầu của phần tử 2 cực một thế hiệu.

$$\underline{Y}_m = \frac{\underline{i}_m}{\underline{u}_m} \text{ (các nguồn đều bị tắt).}$$

• Công suất trung bình

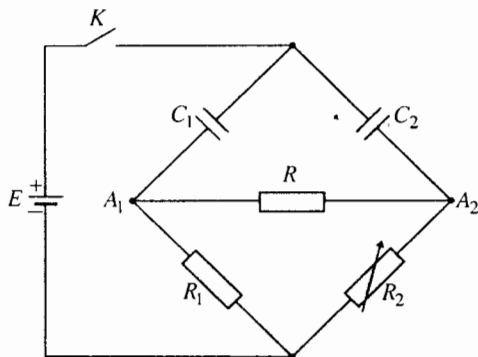
Công suất trung bình trên một phần tử 2 cực là $\mathcal{P}(t) = u(t)i(t)$. Giá trị trung bình của nó trong chế độ cường bức sin là $\langle \mathcal{P} \rangle = 0,5 \underline{u}_m \underline{i}_m \cos \varphi = UI \cos \varphi$, trong đó $U = \frac{\underline{u}_m}{\sqrt{2}}$ là điện áp hiệu dụng và $I = \frac{\underline{i}_m}{\sqrt{2}}$ là dòng điện hiệu dụng và φ là độ lệch pha giữa điện áp so với dòng điện.

BÀI TẬP

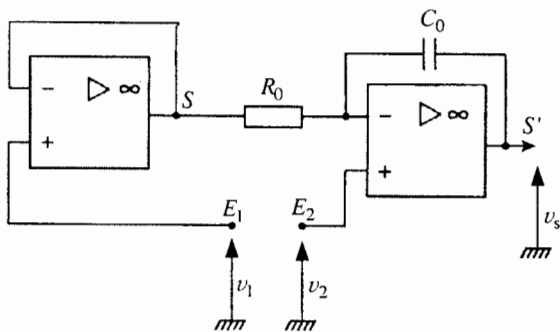
ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Đo điện dung

Mạch được trình bày dưới đây gồm 2 tụ điện C_1 và C_2 trước đó đã được phóng hết điện tích. Tại thời điểm $t = 0$ khóa K đóng lại.



- 1) Tính lượng điện tích q đi qua điện trở R .
- 2) Chứng minh rằng mạch dưới đây là một mạch tích phân vì sai có trở kháng vào lớn.
Làm thế nào để có thể kiểm chứng lại bằng thực nghiệm giá trị q đã tính ở phần 1) khi sử dụng mạch này?

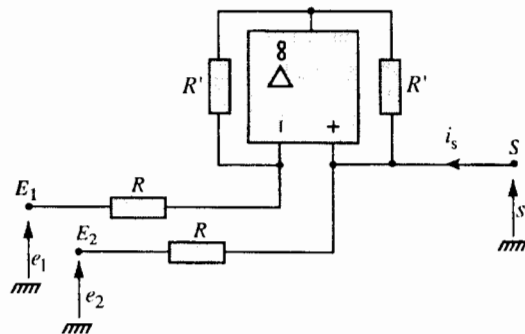


- 3) Ta có thể sử dụng mạch trên để đo điện dung của tụ điện không?

2 Nguồn dòng điện có điều khiển

1) Bộ khuếch đại tính toán được dùng trong sơ đồ là lí tưởng và làm việc trong chế độ tuyến tính. Hãy rút ra hệ thức giữa dòng điện ra i_s theo các điện áp đầu vào e_1 và e_2 .

2) Xác định điện trở ra của mạch.

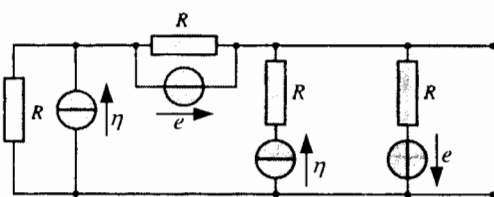


VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

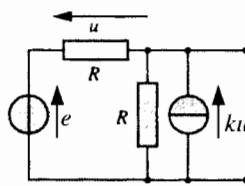
3 Các máy phát tương đương

Sử dụng các định lí THÉVENIN hoặc NORTON để tìm các máy phát tương đương với các phần tử 2 cực sau:

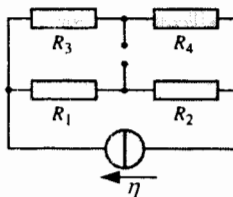
a)



b)

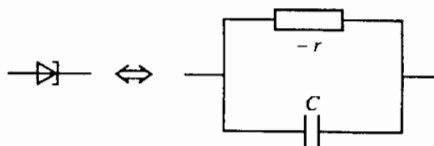


c)



4* Sự ổn định của mạch có điốt hiệu ứng đường hầm (điốt tunnel)

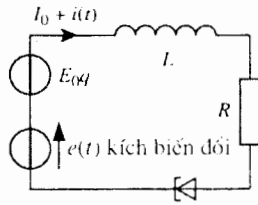
Một điốt hiệu ứng đường hầm nếu được phân cực một cách thích hợp sẽ tương đương với một điện trở âm r mắc song song với 1 tụ điện và tạo thành một linh kiện biến thiên theo tín hiệu.



Xét mạch sau đây với điện áp phân cực E_0 và dòng điện phân cực I_0 :

Sử dụng sơ đồ tương đương của diốt tunnel để xác định phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa $i(t)$ và $u(t)$.

Trong điều kiện nào mạch này ổn định?

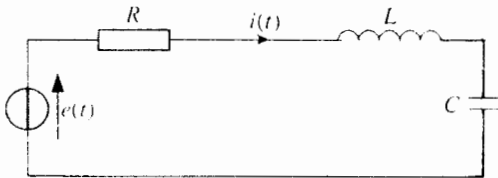


5** Tính đối ngẫu

Hai mạch đối ngẫu có các cách mắc khác nhau nhưng các phương trình để mô tả hành vi của chúng có cùng bản chất.

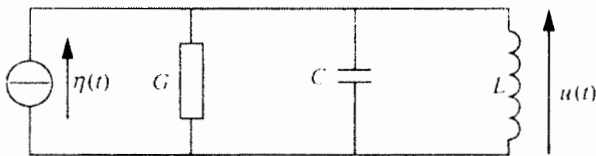
Để minh họa cho định nghĩa này ta xét một mạch gồm các phần tử R, L, C mắc nối tiếp và được nuôi bằng một nguồn điện áp có s.d.d. $e(t)$. Phương trình cho vòng có cùng dòng điện $i(t)$ là:

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u_C(0) \quad (1)$$



Ta xem xét tiếp mạch gồm các linh kiện R, L, C mắc song song và được nuôi bằng một nguồn dòng điện chung với d.d.d. $\eta(t)$. Với điện áp $u(t)$ chung cho các nhánh, phương trình cho dòng điện $\eta(t)$ là:

$$\eta(t) = Gu(t) + C \frac{du(t)}{dt} + \frac{1}{L} \int_0^t u(t) dt + i_L(0) \quad (2)$$



Hai mạch trên có cách mắc khác nhau nhưng hành vi của chúng lại được mô tả bằng các phương trình có cùng bản chất: chúng là các mạch đối ngẫu.

• Thí dụ vừa rồi cho ta thấy các cặp phần tử đối ngẫu:

Cường độ dòng điện $i(t)$ $\leftrightarrow$ Điện áp $u(t)$
 Điện trở R $\leftrightarrow$ Điện dẫn G
 Điện cảm L $\leftrightarrow$ Điện dung C
 Nguồn điện áp $e(t)$ $\leftrightarrow$ Nguồn dòng điện $\eta(t)$
 Công suất $\mathcal{P}(t)$ và năng lượng $\mathcal{E}(t)$ cũng là các đại lượng đối ngẫu. Trong biểu diễn bằng hàm phức cũng có cặp đối ngẫu
 Trở kháng $\underline{Z}$ $\leftrightarrow$ Dẫn nạp $\underline{Y}$

• Ta sẽ nói chính xác hơn về quan hệ giữa các phần tử đối ngẫu nói trên. Để làm điều này ta liên hệ dòng điện $i(t)$ với đại lượng đối ngẫu của nó bằng hệ thức $u(t) = R_0 i(t)$, trong đó R_0 là một điện trở bất kỳ. Nhân R_0 vào hai vế của phương trình (2) ở trên và sử dụng hệ thức vừa nêu $u(t) = R_0 i(t)$ ta thu được

$$R_0 \eta(t) = GR_0^2 i(t) + CR_0^2 \frac{di(t)}{dt} + \frac{R_0^2}{L} \int_0^t i(t) dt + R_0 i_L(0) \quad (3)$$

Đồng nhất các thành phần trong phương trình (1) và (3) ta thu được:

$$\frac{u}{i} = R_0; \quad \frac{e}{\eta} = R_0; \quad \frac{R}{G} = R_0^2; \quad \frac{Z}{Y} = R_0^2; \quad \frac{L}{C} = R_0^2$$

Giá trị của điện trở R_0 , còn được gọi là điện trở chuẩn hóa, có thể giữ cố định để tính toán phần tử đối ngẫu nếu biết được giá trị của các phần tử gốc.

Trong lĩnh vực điện tử, cường độ dòng điện thường vào quãng mA , điện áp thường cỡ V và trở kháng là cỡ $k\Omega$. Nếu lấy $R_0 = 1k\Omega$ ta có thể thu được các đại lượng đối ngẫu với các giá trị quen thuộc. Ví dụ một tụ điện $C = 1\mu F$ tương ứng với một điện cảm $L = 1mH$, còn một điện trở $R = 1k\Omega$ tương ứng với một điện dẫn $G = 1mS$.

• Một mạch đối ngẫu với một mạch gốc cho trước, mà các nhánh của nó không đè lên nhau, có thể được thực hiện theo quy tắc sau:

- Đánh dấu một điểm ở bên trong mỗi vòng độc lập của mạch gốc và một điểm ở ngoài mạch này. Tương ứng với mỗi điểm này là một nút trong vòng của mạch đối ngẫu.

- Mỗi phần tử của mạch gốc nằm giữa hai điểm trong và ngoài. Các phần tử đối ngẫu của mạch đối ngẫu sẽ nằm giữa hai nút đối ngẫu tương ứng.

- Nếu mỗi vòng của mạch gốc đều được định hướng, khi viết phương trình cho mỗi vòng trong mạch đó

($\sum_k \epsilon_k u_k = 0$) thì ở phía mạch đối ngẫu, khi viết các

phương trình đối ngẫu cho nút ($\sum_k \epsilon_k i_k = 0$), mạch đối

ngẫu cũng sẽ được định hướng.

Hãy chứng minh rằng:

a) Mạch có các phần tử (R, L, C) mắc nối tiếp sẽ có mạch đối ngẫu là các phần tử (R, L, C) mắc song song và ngược lại.

b) Tần số cộng hưởng ω_0 của mạch (R, L, C) gốc và tần số cộng hưởng ω'_0 của mạch đối ngẫu bằng nhau.

c) Hệ số chất lượng của mạch gốc gồm các phần tử (R, L, C) mắc nối tiếp $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$ bằng hệ số

chất lượng Q' của mạch gồm các phần tử đối ngẫu

$$(R'L'C') \text{ mắc song song } Q' = \frac{C'\omega'_0}{G'} = \frac{1}{G'L'\omega'_0}.$$

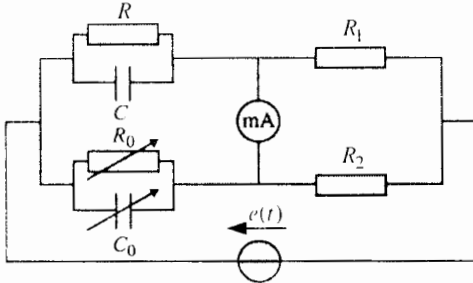
d) Máy phát THÉVENIN có đối ngẫu là máy phát NORTON.

e) Đối với một mạch có hai nút thì phương trình POUILLET có đối ngẫu là phương trình MILLMAN.

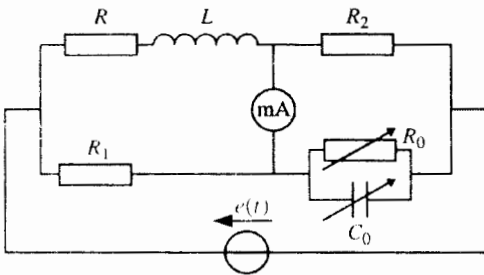
6 Mạch cầu xoay chiều

Xác định điều kiện cân bằng cho mỗi mạch cầu dưới đây và nói rõ phương pháp tạo ra chế độ làm việc cho phép nhận được trạng thái cân bằng.

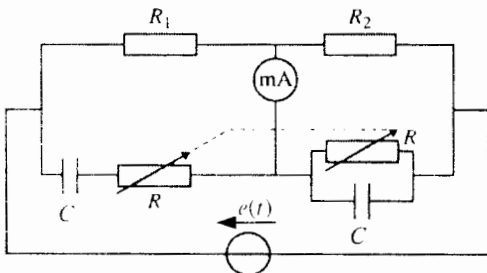
a) Cầu song song SAUTY



b) Cầu MAXWELL



c) Cầu ROBINSON



BÀI GIẢI

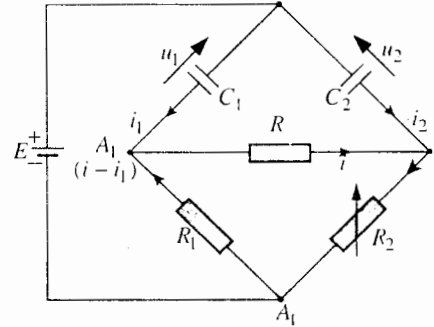
1 Đo điện dung

1) Ta kí hiệu i_1, i_2 lần lượt là các dòng điện chạy qua R, C_1, C_2 trong sơ đồ dưới đây. Áp dụng định luật vòng cho vòng chứa 3 điện trở ta có $Ri + R_2(i_2 + i) - R_1(i_1 - i) = 0$, từ đó:

$$i = \frac{R_1 i_1 - R_2 i_2}{R + R_1 + R_2} = \frac{R_1 C_1 \frac{du_1}{dt} - R_2 C_2 \frac{du_2}{dt}}{R + R_1 + R_2}$$

Sau khi nhân hai vế với dt và thực hiện tích phân ta có:

$$q = \int_0^\infty i dt = \frac{R_1 C_1 \int_0^\infty du_1 - R_2 C_2 \int_0^\infty du_2}{R + R_1 + R_2} = \frac{R_1 C_1 - R_2 C_2}{R + R_1 + R_2} E.$$



2) Hai bộ khuếch đại tính toán làm việc trong chế độ tuyến tính là do các vòng hồi tiếp về các đầu vào đảo của chúng. Vì vậy ta có:

$$i_0 = \frac{v_1 - v_2}{R_0} = -C_0 \frac{dv'_s}{dt},$$

Phương trình này định nghĩa mạch trên như là một bộ tích phân vì sai. Nếu các bộ khuếch đại tính toán là lý tưởng thì trở kháng vào của mạch tích phân là vô cùng lớn. Để có thể đo điện tích q , chỉ cần nối hai đầu vào của bộ tích phân với một điện trở R . Vì $v_1 - v_2 = Ri$ nên:

$$\frac{dv'_s}{dt} = -\frac{R}{R_0 C_0} i,$$

nếu tụ C_0 lúc đầu không có điện tích thì:

$$v'_s(\infty) = -\frac{R}{R_0 C_0} \int_0^\infty i dt = -\frac{Rq}{R_0 C_0}.$$

Tức là điện áp ở đầu ra của bộ tích phân sẽ tỉ lệ thuận với điện tích q .

3) Mạch này có thể được dùng vào việc đo điện dung của tụ điện. Như ta thấy trên hình vẽ, điện trở R_2 là điện trở biến đổi và được dùng để điều chỉnh dòng điện i đạt giá trị 0. R_1 và C_2 là các linh kiện chuẩn và C_1 chính là điện dung cần đo.

2 Nguồn dòng điện có điều khiển

1) Ta kí hiệu u là điện áp ở đầu ra của bộ khuếch đại tính toán. Định luật nút áp dụng cho đầu vào thuận và đầu vào đảo cho ta lần lượt các phương trình:

$$\frac{e_2 - s}{R} + \frac{u - s}{R'} = i_s \text{ và } \frac{e_1 - s}{R} + \frac{u - s}{R'} = 0.$$

Cộng các vế tương ứng của hai phương trình trên với nhau ta thu được:

$$i_s = \frac{e_1 - e_2}{R}$$

2) Nếu ta tắt các nguồn e_1 và e_2 và đặt một điện áp s ở đầu ra của mạch, ta thu được dòng điện ra là:

$$i_s = \frac{s - u}{R'} + \frac{s}{R}$$

Áp dụng định luật nút cho đầu vào đảo ta có:

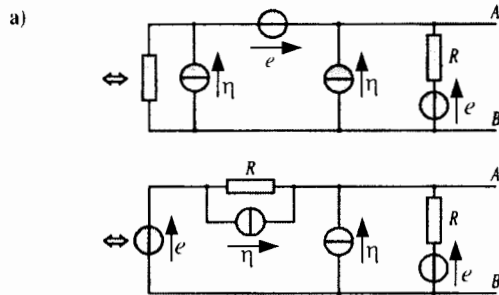
$$\frac{s - u}{R'} + \frac{s}{R} = 0$$

Tức là $i_s = 0$ và ta có điện trở ra theo định nghĩa: $R_s = \frac{s}{i_s}$ bằng vô cùng. Như vậy mạch đã cho là một nguồn dòng tuyến tính điều khiển bằng điện áp vì suí $e_1 - e_2$.

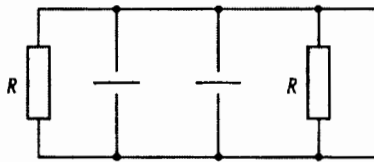
Chú ý rằng ta có thể đoán trước được kết quả này: Trong câu hỏi trước, ta đã nhận được biểu thức cho i_s , trong đó i_s không phụ thuộc vào s : ta có một "máy phát" có khả năng cung cấp dòng điện không phụ thuộc vào thế hiệu ở hai cực của nó. Đó chính là định nghĩa của một nguồn dòng lí tưởng có điện trở trong vô cùng lớn.

3 Máy phát tương đương

a) Bằng cách tháo bỏ điện trở R mắc nối tiếp với các nguồn dòng và điện trở R mắc song song với các nguồn điện áp, ta có:



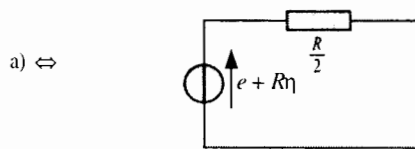
Điện trở tương đương được tính bằng cách tắt tất cả các nguồn:



và ta thu được: $R_{Th} = R/2$.

Điện áp hở mạch sẽ bằng s.d.d. tương đương ($V_{AB} = e_{Th}$). Áp dụng định luật nút cho nút A (khi không có dòng điện ra) ta có:

$$\eta + \frac{e - e_{Th}}{R} + \eta + \frac{e - e_{Th}}{R} = 0, \text{ tức là } e_{Th} = R\eta + e, \text{ vậy}$$

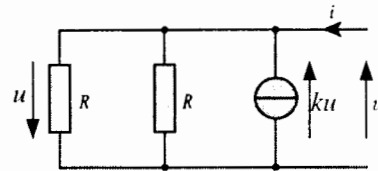


b) Cần phải chú ý nguồn có điều khiển!

Điện áp hở mạch sẽ bằng s.d.d. tương đương. Áp dụng định luật nút ta có:

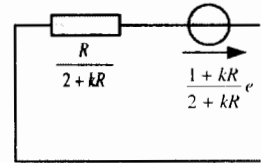
$$ku - \frac{e_{Th}}{R} + \frac{u}{R} = 0, \text{ trong đó } e_{Th} = e - u, \text{ từ đó ta có: } e_{Th} = \frac{1 + kR}{2 + kR} e.$$

Tất nhiên ta có: $v = R_{Th}i$.

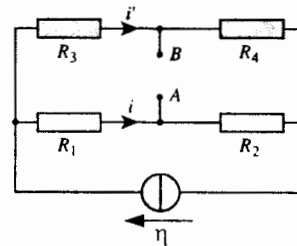


$$i = -ku + \frac{2v}{R}, \text{ từ đó } R_{Th} = \frac{R}{2 + kR}, \text{ vì thế:}$$

b) $\Leftrightarrow$



c)



• Điện áp hở mạch

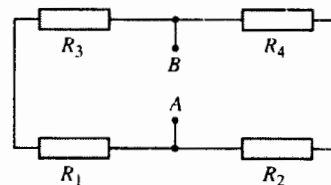
Phương trình mạch cầu chia dòng là:

$$i = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \eta \text{ và } i' = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \eta,$$

$$\text{tức là } V_A - V_B = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \eta = e_{Th}.$$

• Điện trở tương đương

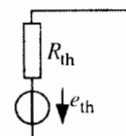
Tất nhiên ta được:



$$R_{Th} = (R_2 + R_4) // (R_1 + R_3) \text{ suy ra } R_{Th} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}.$$

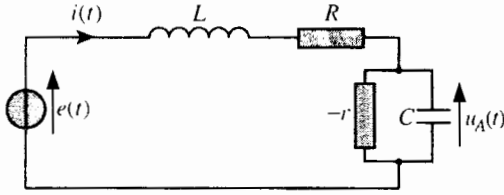
từ đó ta có:

c) $\Leftrightarrow$



4 Ổn định của mạch có diode tunnel

Mạch tương đương cho chế độ xoay chiều:



$$\begin{cases} u_A(t) = e(t) - Ri(t) - L \frac{di}{dt} \\ i(t) = -\frac{V_A}{r} + C \frac{dV_A}{dt}, \end{cases}$$

từ đó bằng cách khử V_A , ta có:

$$LC \frac{d^2 i}{dt^2} + \left(RC - \frac{L}{r} \right) \frac{di}{dt} + \left(1 - \frac{R}{r} \right) i = -\frac{e(t)}{r} + C \frac{de}{dt}$$

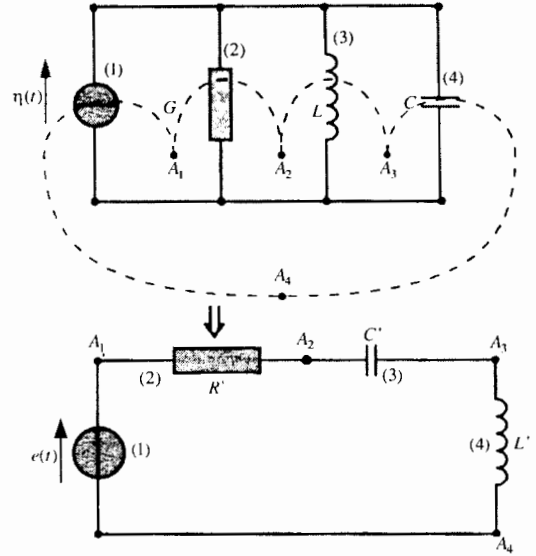
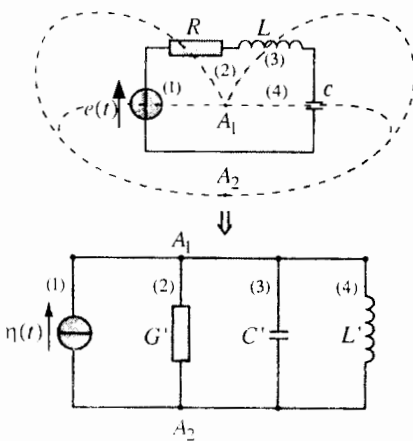
Điều kiện ổn định (theo Mục 7) là: $\left(RC - \frac{L}{r} \right) > 0$ và $1 - \frac{L}{r} > 0$, tức là $R < r$ và $L < rRC$.

5 Tính đối ngẫu

1) Ta sẽ minh họa việc áp dụng quy tắc thiết kế mạch đối ngẫu cho mạch có các phần tử (R, L, C) mắc nối tiếp. Mạch đối ngẫu của mạch trên là mạch có các phần tử (R, L, C) mắc song song với các thông số:

$$\eta' = \frac{e}{R_0}; \quad G' = \frac{R}{R_0^2}; \quad L' = R_0^2 C; \quad C' = \frac{L}{R_0^2},$$

trong đó R_0 là điện trở có giá trị bất kì.



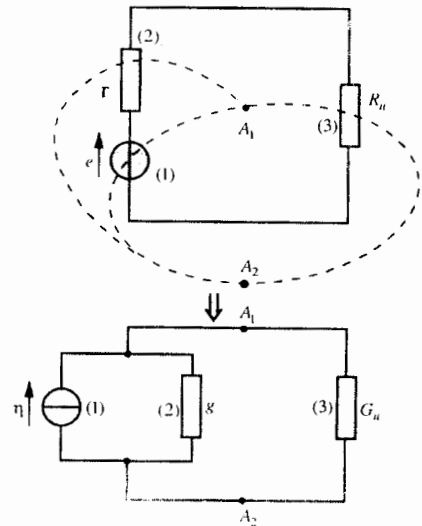
2) Tần số cộng hưởng ω_0 của mạch (R, L, C) nối tiếp thỏa mãn điều kiện $\omega_0^2 LC = 1$. Tần số cộng hưởng ω'_0 của mạch (R, L, C) song song đối ngẫu thỏa mãn điều kiện $\omega_0'^2 C' L' = 1$ vì các mạch này có cùng phương trình mô tả. Sử dụng quan hệ giữa các phần tử đối ngẫu ta có:

$$\omega_0'^2 = \frac{1}{L' C'} = \frac{R_0^2}{L} \frac{1}{R_0^2 C} = \frac{1}{LC} = \omega_0^2.$$

3) Chỉ cần sử dụng quan hệ giữa các phần tử đối ngẫu và phương trình $\omega'_0 = \omega_0$, ta có:

$$Q' = \frac{C' \omega'_0}{G'} = \frac{L}{R_0^2} \frac{R_0^2}{R} \omega_0 = \frac{L \omega_0}{R} = Q.$$

4)



Áp dụng cùng một quy tắc cho mạch (RLC) mắc song song ta sẽ thu được mạch (RLC) đối ngẫu mắc nối tiếp như trên hình sau:

Quy tắc thiết kế mạch đối ngẫu áp dụng cho một máy điện THÉVENIN có điện trở tải R_0 được minh họa ở hình dưới. Mạch đối ngẫu thu được là một máy điện NORTON có điện dẫn tải là G_0 . Ta sẽ thấy lại ở đây các quan hệ quen thuộc của máy điện THÉVENIN và NORTON nếu thay $R_0 = r$:

$$g' = \frac{r}{R_0^2} = \frac{1}{r} \quad \text{và} \quad \eta' = \frac{e}{R_0} = \frac{e}{r}$$

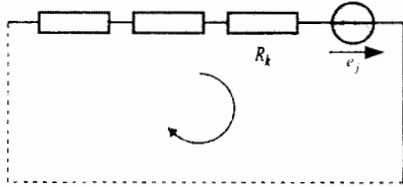
5) Định luật vòng $\sum_k \varepsilon_k u_k = 0$ được áp dụng cho một vòng, còn định luật

đối ngẫu của nó là định luật nút và được áp dụng cho một nút để biểu diễn các dòng điện $\sum_k \varepsilon_k i_k = 0$.

Luật POULLET được áp dụng cho một vòng mà trong đó tất cả các phần tử đều được mắc nối tiếp. Định luật đối ngẫu với nó là để áp dụng cho một nút mà ở đó các phần tử cùng nối với nút đó, đó là luật MILLMAN.

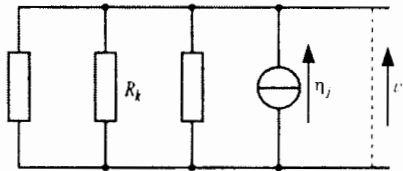
$$\text{Luật POULLET được phát biểu như sau: } i = \frac{\sum_j \varepsilon_j e_j}{\sum_k R_k}$$

trong đó $\varepsilon_j = 1$ khi e_j có chiều của vòng và ngược lại thì $\varepsilon_j = -1$.



$$\text{Định luật đối ngẫu của định luật trên là: } v = \frac{\sum_j \varepsilon_j \eta_j}{\sum_k \frac{1}{R_k}}$$

và đó chính là định lý MILLMAN của mạch có hai nút.



6 Mạch cầu xoay chiều

1) Giả thiết Z và Z_0 lần lượt là trở kháng của hai mạch song song (R, C) và (R, C_0). Điều kiện cân bằng cầu:

$$R_2 Z = R_1 Z_0, \text{ tức là } R_1 \frac{1}{Z} = R_2 \frac{1}{Z_0},$$

sẽ được biểu diễn rõ ràng hơn:

$$R_1 \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) = R_2 \left(\frac{1}{R_0} + j\omega C \right),$$

Cân bằng phần thực với nhau và phần ảo với nhau ta thu được điều kiện cân bằng không phụ thuộc vào ω :

$$R_1 R_0 = R R_2 \quad \text{và} \quad R_1 C = R_2 C_0.$$

Chế độ làm việc:

Cần phải tách riêng việc điều chỉnh R_0 và C_0 để chúng không phụ thuộc vào nhau:

- ở chế độ một chiều: ta cố định biến trở ở giá trị $R_0 = \frac{R R_2}{R_1}$;

- ở chế độ xoay chiều tại một tần số nào đó ta cố định biến dung ở giá trị

$$C_0 = \frac{C R_1}{R_2}.$$

Chú ý:

Nếu các tụ điện trong mạch có lớp điện môi không lý tưởng (điện trở cách điện R_i và R_{i0} thấp) thì ta phải tính đến các giá trị thực tế này, tức là phải thay thế các điện trở R bằng $R' = \frac{R R_i}{R + R_i}$ và R_0 bằng

$$R'_0 = \frac{R R_{i0}}{R + R_{i0}}$$

Mạch cầu này dùng để đo điện dung C .

2) Điều kiện cân bằng cầu $Z = R_1 R_2 \frac{1}{Z_0}$ có thể được biểu diễn tường minh hơn là:

$$R + j\omega L = R_1 R_2 \left(\frac{1}{R_0} + j\omega C_0 \right),$$

từ đó ta có các điều kiện thực hiện không phụ thuộc tần số: $R R_0 = R_1 R_2$ và $L = R_1 R_2 C_0$.

Chế độ làm việc:

Cần phải tách riêng việc điều chỉnh R_0 và C_0 để chúng không phụ thuộc vào nhau:

- ở chế độ một chiều: ta cố định biến trở ở giá trị $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R}$;

- ở chế độ xoay chiều tại một tần số nhất định ta cố định biến dung ở giá trị $C_0 = \frac{L}{R_1 R_2}$.

Mạch cầu MAXWELL dùng để đo điện cảm.

3) Để dễ biểu diễn tường minh điều kiện cân bằng, ta viết nó dưới dạng

$$R_1 = R_2 \frac{Z}{Z_0}, \text{ tức là:}$$

$$R_1 = R_2 \left(R + \frac{1}{j\omega C} \right) \left(\frac{1}{R} + j\omega C_0 \right),$$

từ đó ta có các điều kiện phải thực hiện: $R_1 = 2R_2$ và $\omega C R = 1$.

Ta nhận thấy rằng điều kiện thứ hai phụ thuộc vào tần số.

Chế độ làm việc:

- chọn $R_1 = 2R_2$ và chọn tụ điện C có giá trị biết trước;

- biến đổi R sao cho đạt điều kiện cân bằng.

Mạch cầu này dùng để đo tần số

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi RC}.$$

PHÂN TÍCH ĐIỀU HÒA MỘT TÍN HIỆU TUẦN HOÀN

3

Mở đầu

Tất cả các tín hiệu tuần hoàn thực hiện được một cách vật lý đều có thể được phân tích như sự xếp chồng của các tín hiệu sin.

Như vậy, một tín hiệu tuần hoàn có thể được mô tả bằng các dữ liệu của một tập hợp các thành phần điều hòa của nó và toàn bộ việc xử lý, có khả năng bảo tồn được các đặc tính tuần hoàn của nó, bao gồm hoặc là thêm vào các thành phần mới (làm giàu phổ tần số), hoặc là lấy bớt đi các thành phần đó (làm nghèo phổ)..

Khi phép xử lý là tuyến tính, phổ của một tín hiệu thường nghèo đi, hay chỉ ít là không thể phong phú hơn lên. Ngược lại, nếu phép xử lý là phi tuyến thì phổ của tín hiệu sẽ luôn được làm cho phong phú lên.

Việc làm giàu hoặc làm nghèo có điều khiến phổ của một tín hiệu tuần hoàn tương đương với việc sử dụng các phép biến đổi đối với tín hiệu và việc này thường dẫn đến các ứng dụng rất quan trọng trong thực tế: lọc, điều chế, lấy mẫu...

M u c t i ê u

- Định nghĩa việc phân tích một tín hiệu tuần hoàn thành chuỗi FOURIER.
- Đưa vào và sử dụng khái niệm phổ tần số.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Cách biểu diễn phức của các đại lượng hình sin.
- Các tính chất của chế độ tuyến tính.
- Định lý về tác động xếp chồng.

Phân tích một tín hiệu tuần hoàn thành chuỗi FOURIER

1.1. Định lý FOURIER

Giả thiết $s(t)$ là một tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Tại mọi thời điểm t mà ở đó tín hiệu là liên tục, nó có thể được khai triển duy nhất thành chuỗi FOURIER sau:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

Nếu tín hiệu $s(t)$ không liên tục tại thời điểm t (h.1) thì chuỗi FOURIER có dạng :

$$s_F(t) = \frac{[s(t_+) + s(t_-)]}{2}$$

Các hệ số của chuỗi FOURIER được tính theo các công thức sau:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \cos(n\omega t) dt \text{ và } B_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \sin(n\omega t) dt ,$$

trong đó t_0 là một thời điểm bất kì.

Như vậy, một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ có thể được phân tích thành tổng của:

- một tín hiệu không đổi (một chiều) $s_0 = \frac{A_0}{2}$;

- một tổng vô hạn của các tín hiệu hình sin

$$s_n(t) = A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t) \quad (n \geq 1)$$

với tần số lần lượt là $\omega, 2\omega, \dots, n\omega$ gọi là các hài và tạo nên thành phần gợn sóng $s_{xc}(t)$ (xoay chiều) của tín hiệu ban đầu:

$$s(t) = s_0(t) + s_{xc}(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{\infty} s_n(t).$$

Tín hiệu một chiều là giá trị trung bình của tín hiệu $s(t)$ trong một chu kỳ: $s_0 = \langle s(t) \rangle$.

Hài bậc n ($n \geq 1$) là tín hiệu:

$$s_n(t) = A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t).$$

Hài bậc 1 có cùng tần số với tín hiệu ban đầu $s(t)$ và được gọi là hài cơ bản:

$$s_1(t) = A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t).$$

Chú ý:

Các hệ số FOURIER của một tín hiệu tuần hoàn không phụ thuộc vào việc chọn khoảng thời gian để tính tích phân $[t_0, t_0 + T]$. Điều quan trọng là độ dài của khoảng thời gian này phải bằng chu kỳ T của tín hiệu.

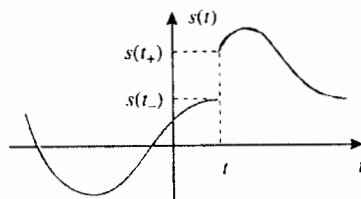
1.2. Một dạng khác của phân tích thành chuỗi FOURIER

Hài bậc n ($n \geq 1$) của tín hiệu :

$$s_n(t) = A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)$$

có thể được viết thành :

$$s_n(t) = C_n \cos(n\omega t + \phi_n),$$



H.1. Điểm gián đoạn loại một.

với

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \text{ và } \operatorname{tg}\phi_n = -\frac{B_n}{A_n},$$

trong đó C_n là biên độ của hài bậc n và ϕ_n là góc lệch pha của nó so với gốc thời gian.

Một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ có thể được phân tích thành chuỗi FOURIER dưới dạng sau:

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n),$$

trong đó:

- $C_0 = \frac{A_0}{2}$ là biên độ của thành phần một chiều ;
- $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ là biên độ của hài bậc n ;
- ϕ_n là góc lệch pha của hài bậc n so với gốc thời gian sao cho $\operatorname{tg}\phi_n = -\frac{B_n}{A_n}$.

1.3. Tính chất của chuỗi

■ Đối với một tín hiệu vật lý thì biên độ C_n của các hài tiến gần tới 0 khi bậc của các hài tiến tới vô cùng:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = 0.$$

Tính chất này sẽ còn được nói kĩ hơn ở Mục 4.

■ Nếu một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ là chẵn thì chuỗi FOURIER của nó cũng là chẵn, tức là $B_n = 0$ với mọi n và ta có:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t)$$

Chuỗi FOURIER của một hàm chẵn là một chuỗi các hàm cosin.

■ Nếu tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ là lẻ, thì chuỗi FOURIER của nó cũng là lẻ, tức là $A_n = 0$ với mọi n và :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t).$$

Chuỗi FOURIER của một hàm lẻ là chuỗi của các hàm sin.

Áp dụng 1

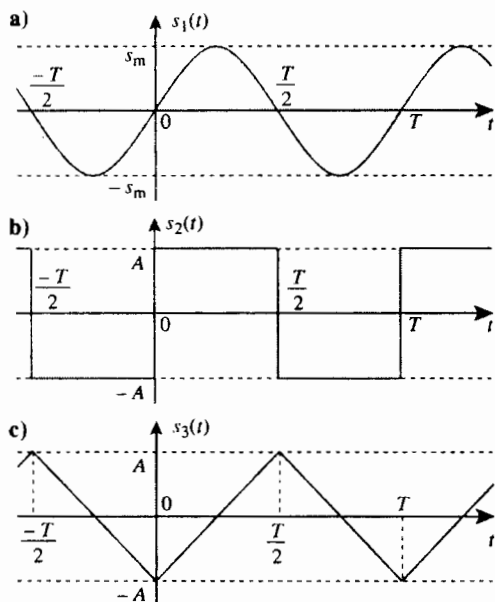
Phân tích một số tín hiệu thành chuỗi FOURIER

Hãy phân tích các tín hiệu sau đây thành chuỗi FOURIER:

a) Tín hiệu hình sin $s_1(t) = \sin_m \sin(\omega t)$ (h.2a) ;

b) Tín hiệu hình vuông đối xứng $s_2(t)$ (h.2b) ;

c) Tín hiệu hình tam giác đối xứng $s_3(t)$ (h.2c).



H.2. Ba tín hiệu tuần hoàn phân tích được thành chuỗi FOURIER

a) Tín hiệu hình sin $s_1(t)$ là một hàm lẻ nên chuỗi FOURIER của nó cũng chỉ bao gồm các thành phần lẻ chứa hàm sin: $A_p = 0$ và

$$\begin{aligned}
 B_p &= \frac{2}{T} s_m \int_0^T \sin(\omega t) \sin(p\omega t) dt \\
 &= \frac{s_m}{T} \int_0^T \cos[(p-1)\omega t] dt \\
 &\quad - \frac{s_m}{T} \int_0^T \cos[(p+1)\omega t] dt
 \end{aligned}$$

Nếu $p \neq 1$ thì hai tích phân trên sẽ triệt tiêu và $B_p = 0$.

Ngược lại nếu $p = 1$ thì tích phân thứ 2 sẽ bằng 0 và tích phân đầu có giá trị bằng T , suy ra $B_1 = s_m$.

Một tín hiệu sin khi phân tích thành chuỗi FOURIER thì sẽ thu được chính tín hiệu đó.

b) Tín hiệu $s_2(t)$ là một hàm lẻ nên chuỗi FOURIER của nó cũng chỉ bao gồm các thành phần lẻ, do đó $A_p = 0$ và

$$\begin{aligned}
 B_p &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_2(t) \sin(p\omega t) dt \\
 &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s_2(t) \sin(p\omega t) dt = \frac{2A}{p\pi} [1 - \cos(p\pi)].
 \end{aligned}$$

Do $\cos(p\pi) = 1$ khi p chẵn và $\cos(p\pi) = -1$ khi p lẻ nên chuỗi FOURIER của tín hiệu $s_2(t)$ chỉ bao gồm các thành phần chứa hàm sin bậc lẻ:

$$s_2(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin[(2p+1)\omega t]}{(2p+1)}.$$

c) Tín hiệu $s_3(t)$ là một hàm chẵn nên chuỗi FOURIER của nó cũng chỉ bao gồm các thành phần chẵn, do đó $B_p = 0$ và giá trị trung bình của tín hiệu $A_0 = 0$. Các thành phần cosin có các hệ số:

$$\begin{aligned}
 A_p &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_3(t) \cos(p\omega t) dt \\
 &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} s_3(t) \cos(p\omega t) dt
 \end{aligned}$$

Thay biểu thức của $s_3(t)$ trong khoảng $\left[0; \frac{T}{2}\right]$ vào công thức trên ta được:

$$\begin{aligned}
 A_p &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \frac{4A}{T} \left(t - \frac{T}{4}\right) \cos(p\omega t) dt \\
 &= \frac{16A}{T^2} \left[\int_0^{T/2} t \cos(p\omega t) dt - \frac{T}{4} \int_0^{T/2} \cos(p\omega t) dt \right]
 \end{aligned}$$

Tích phân thứ hai bằng 0 còn tích phân thứ nhất sau khi tính theo phương pháp tích phân từng phần ta thu được:

$$\frac{\cos(p\pi) - 1}{(p\omega)^2}.$$

và cuối cùng ta được:

$$A_p = \frac{4A}{(p\pi)^2} [\cos(p\pi) - 1],$$

trong đó $\cos(p\pi) = 1$ khi p chẵn và $\cos(p\pi) = -1$ khi p lẻ.

Tóm lại chuỗi FOURIER của tín hiệu $s_3(t)$ chỉ bao gồm các thành phần chứa hàm cosin bậc lẻ:

$$s_3(t) = -\frac{8A}{\pi^2} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos[(2p+1)\omega t]}{(2p+1)^2}.$$

2 Chuỗi FOURIER dùng kí hiệu phức

Ta đã biết rằng nếu $s(t)$ là một tín hiệu tuần hoàn thì ta có thể tìm được chuỗi FOURIER của nó như sau:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

$$= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \cos(n\omega t - \frac{\pi}{2})],$$

Ta có thể biểu diễn tín hiệu này bằng kí hiệu phức như sau:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n e^{jn\omega t} + B_n e^{j(n\omega t - \frac{\pi}{2})}] = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n - jB_n) e^{jn\omega t};$$

hay nếu đặt $\underline{C}_0 = \frac{A_0}{2}$ và $\underline{C}_n = A_n - jB_n$ ($n > 0$) ta được:

$$\underline{s}(t) = \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{-j(n\omega t)}$$

Các hệ số $\underline{C}_n$ ($n > 0$) được tính theo định nghĩa của chúng:

$$\underline{C}_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) [\cos(n\omega t) - j \sin(n\omega t)] dt,$$

hay :

$$\underline{C}_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) e^{-jn\omega t} dt \quad (n > 0).$$

Với $n = 0$ thì

$$\underline{C}_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt,$$

đó chính là giá trị trung bình của tín hiệu $s(t)$.

Quay về dạng biểu diễn thực ta có:

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n),$$

với $C_n = |\underline{C}_n|$ và $\phi_n = \arg(\underline{C}_n)$.

Tập hợp các hệ số C_n ($n \in \mathbb{N}$) tạo thành biểu diễn rời rạc của tín hiệu $s(t)$.

Áp dụng 2

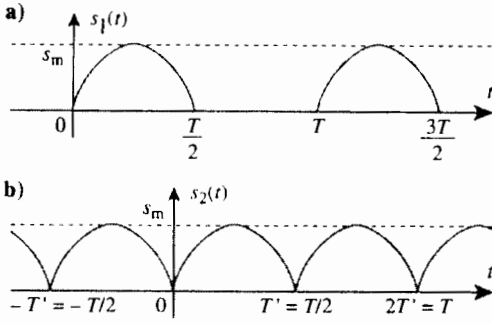
Các ví dụ áp dụng kí hiệu phức

Hãy phân tích các tín hiệu sau đây thành chuỗi FOURIER có sử dụng các kí hiệu phức:

a) Tín hiệu của bộ chỉnh lưu nửa chu kì $s_1(t)$ (h.3a)

b) Tín hiệu của bộ chỉnh lưu cả chu kì

$$s_2(t) = s_m |\sin(\omega t)| \quad (h.3b)$$



H.3. Tín hiệu chỉnh lưu nửa chu kỳ $s_1(t)$ và cả chu kỳ $s_2(t)$.

a) Giá trị trung bình của $s_1(t)$ là:

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_0^T s_m \sin(\omega t) dt = \frac{s_m}{\omega T} [-\cos(\omega t)]_0^T = \frac{s_m}{\pi}.$$

Các hệ số $\underline{C}_n$ ($n > 0$) được tính như sau:

$$\begin{aligned} \underline{C}_n &= \frac{2}{T} \int_0^T s_m \sin(\omega t) e^{-jn\omega t} dt \\ &= \frac{2s_m}{T} \int_0^T \left[\frac{e^{j(1-n)\omega t} - e^{-j(1+n)\omega t}}{2j} \right] dt, \end{aligned}$$

và nếu $n \neq 1$ thì ta có:

$$\begin{aligned} \underline{C}_n &= -\frac{s_m}{T} \left[\frac{e^{j(1-n)\pi} - 1}{(1-n)\omega} + \frac{e^{-j(1+n)\pi} - 1}{(1+n)\omega} \right] \\ &= -\frac{s_m}{2\pi} \left[\frac{e^{j(1-n)\pi} - 1}{(1-n)} + \frac{e^{-j(1+n)\pi} - 1}{(1+n)} \right]. \end{aligned}$$

Nếu $n = 2p + 1$ thì:

$$\underline{C}_{2p+1} = 0, \text{ tức là } A_{2p+1} = B_{2p+1} = 0;$$

còn ngược lại, nếu $n = 2p$ thì

$$\underline{C}_{2p} = \frac{2s_m}{\pi(1-4p^2)},$$

từ đó $A_{2p} = \frac{2s_m}{\pi(1-4p^2)}$ và $B_{2p} = 0$.

Cuối cùng nếu $n = 1$ thì:

$$\underline{C}_1 = \frac{2}{T} \int_0^T s_m \sin(\omega t) e^{-j\omega t} dt = -j \frac{s_m}{2},$$

từ đó $A_1 = 0$ và $B_1 = \frac{s_m}{2}$.

Như vậy chuỗi FOURIER của tín hiệu chỉnh lưu nửa chu kỳ $s_1(t)$ là:

$$s_1(t) = s_m \left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(2p\omega t)}{(4p^2 - 1)} \right].$$

b) Giá trị trung bình của $s_2(t)$ lớn gấp đôi so với của $s_1(t)$. Sử dụng kết quả của phần trước ta có:

$$C_0 = \frac{2s_m}{\pi}.$$

Chu kỳ T' của tín hiệu chỉnh lưu cả chu kỳ chỉ bằng một nửa chu kỳ của trường hợp chỉnh lưu nửa chu kỳ. Các hệ số của chuỗi FOURIER được tính như sau:

$$\underline{C}_p = \frac{2}{T'} \int_0^{T'} s_m |\sin(\omega t)| e^{-jp\omega' t} dt, \text{ với } \omega' = 2\omega.$$

Sử dụng kết quả của thí dụ trước ta có:

$$\underline{C}_p = 2 \frac{2}{T} \int_0^T s_m \sin(\omega t) e^{-j2p\omega t} dt = 2 \frac{2s_m}{\pi(1-4p^2)}.$$

từ đó ta có:

$$A_p = -\frac{4s_m}{\pi} \frac{1}{(4p^2 - 1)} \text{ và } B_p = 0.$$

Cuối cùng, ta có chuỗi FOURIER của tín hiệu chỉnh lưu cả chu kỳ $s_2(t)$ là:

$$s_2(t) = s_m \left[\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(2p\omega t)}{(4p^2 - 1)} \right].$$

Chú ý:

Ta có thể sử dụng hệ thức:

$$s_2(t) = 2s_1(t) - \sin \omega t$$

để thu được kết quả trên bằng cách viết trực tiếp:

$$\begin{aligned} s_2(t) &= 2s_m \left[\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2} \sin \omega t - \frac{2}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(2p\omega t)}{(4p^2 - 1)} \right] - \sin \omega t \\ &= s_m \left[\frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(2p\omega t)}{(4p^2 - 1)} \right]. \end{aligned}$$

3 Phổ tần số

3.1. Định nghĩa

Xét $s(t)$ là một tín hiệu tuần hoàn với khai triển thành chuỗi FOURIER được viết dưới dạng:

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n),$$

Tập hợp các biên độ (hệ số) C_n ($n \in \mathbb{N}$) tạo thành phổ tần số của tín hiệu $s(t)$.

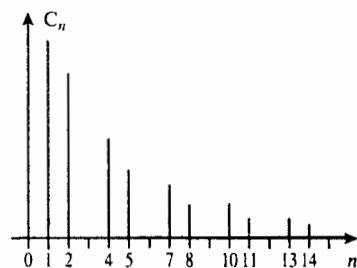
Nó được thể hiện bằng biểu đồ các thanh đứng, gọi là phổ vạch. Biểu đồ này được dựng bằng cách biểu diễn các biên độ C_n theo tần số $n\omega$ hoặc đơn giản hơn là theo bậc n (h.4).

Chú ý:

Theo chú ý ở Mục 1.1 thì phổ tần số của một tín hiệu là bất biến khi thay đổi gốc thời gian.

Phổ tần số của một tín hiệu có thể thu được:

- bằng cách tương tự khi sử dụng máy phân tích phổ;
- bằng kỹ thuật số: lấy mẫu tín hiệu rồi dùng phép biến đổi FOURIER nhanh (F.F.T.). Kỹ thuật này được sử dụng trong các máy hiện sóng số và trong một số phần mềm mô phỏng (như PSpice ...) dựa trên các mẫu đã lấy trên tín hiệu muốn mô phỏng.
- tính trực tiếp các hệ số C_n với sự trợ giúp của các phần mềm tính toán (như MAPLE, MATHEMATICA...).



H.4. Phổ tần số của một tín hiệu tuần hoàn.

Áp dụng 3

Dùng tin học dựng phổ tần số

Sử dụng một phần mềm tính toán hình thức (MAPLE, MATHEMATICA...) để lập chương trình dựng phổ tần số của một tín hiệu tuần hoàn có thể phân tích được thành chuỗi FOURIER.

Ta tiến hành chuẩn hóa thời gian bằng cách coi chu kỳ

T của tín hiệu là đơn vị thời gian: $t' = \frac{t}{T}$.

Với giả thiết trên và với phần mềm MAPLE, chương trình để vẽ phổ tần số của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ được trình bày trên hình 5.

Sự dịch gốc thời gian hay sự trễ không ảnh hưởng gì đến phổ tần số của tín hiệu tuần hoàn (xem bài tập 3)

Chương trình tính vạch phổ bậc n

```
> Cn:=proc(g,n)
    local x;
    if n=0 then abs(evalf(int(g(x), x=0..1)))
    else 2*abs(evalf(int(g(x)*exp(-I*2*n*Pi*x), x=0..1)));
    fi
end;
Cn:=proc(g,n)
    local x;
    if n=0 then abs(evalf(int(g(x), x=0..1)))
    else 2*abs(evalf(int(g(x)*exp(-2*I*n*pi*x), x=0..1)))
    fi
end
```

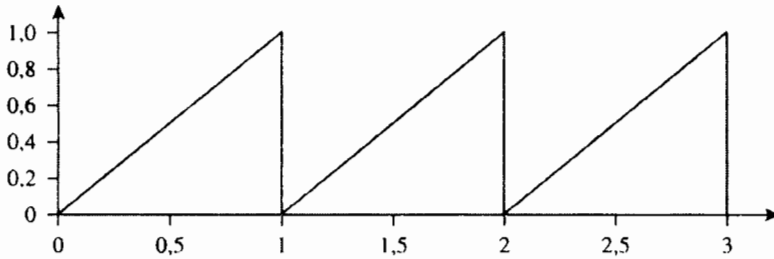
Ví dụ tín hiệu: tín hiệu răng cưa có biên độ đơn vị

```
> s1:=t->t-trunc(t);
```

$s1:=t \rightarrow t - \text{trunc}(t)$

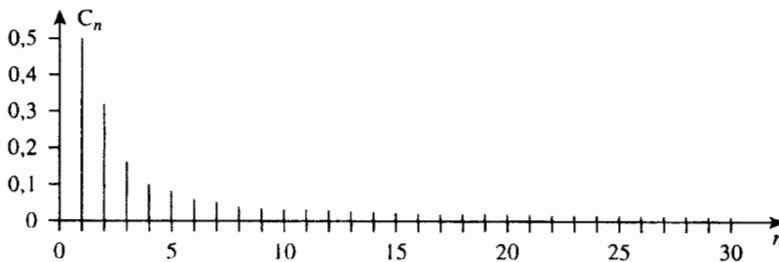
Tùy chọn: vẽ dạng tín hiệu

```
> plot(s1, 0..3);
```



Vẽ phổ tần số, hạn chế trong 30 vạch đầu tiên

```
> plot([seq([n,0],[n,Cn(s1,n)]), n= 0..30]);
```



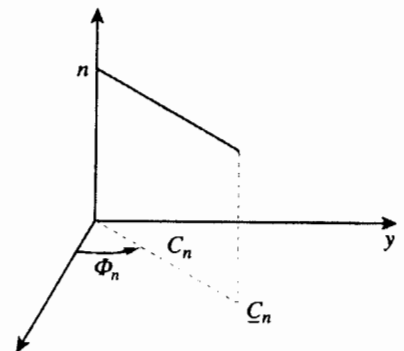
3.2. Phổ tần số trong không gian 3 chiều

Phổ tần số trong không gian 2 chiều (biểu diễn các hệ số C_n bằng các vạch) không cho phép khôi phục lại tín hiệu ban đầu bởi vì thông tin liên quan đến pha ϕ_n của tín hiệu đã không được đề cập đến.

Trái lại, việc biểu diễn các hệ số C_n bằng biểu đồ các vạch trong không gian 3 chiều (phổ tần số trong không gian 3 chiều) bao hàm được toàn bộ thông tin về tín hiệu.

Biểu đồ này được tạo ra bằng cách phối hợp mặt phẳng phức nằm ngang (xOy) với trục thẳng đứng (Oz) của tần số. Hình 6 cho ta thấy nguyên tắc xây dựng phổ tần số trong không gian 3 chiều.

◀ **H.5.** Chương trình tính phổ bằng MAPLE. Dòng chữ in đậm là đáp ứng của MAPLE.



H.6. Nguyên tắc xây dựng phổ tần số trong không gian 3 chiều.

Áp dụng 4

Sử dụng một phần mềm tính toán hình thức (MAPLE, MATHETICA...) để lập chương trình tính phổ tần số trong không gian 3 chiều của một tín hiệu tuần hoàn có thể phân tích được thành chuỗi FOURIER.

Ta tiến hành chuẩn hóa thời gian bằng cách coi chu kỳ

T của tín hiệu là đơn vị thời gian: $t' = \frac{t}{T}$. Với giả

thiết trên và với phần mềm MAPLE, chương trình để vẽ phổ tần số trong không gian 3 chiều của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ được trình bày trên hình 7.

Ta có thể khẳng định rằng các vạch của phổ của tín hiệu hình thang quay xung quanh trục thẳng đứng.

Sự dịch gốc hay thời gian hay sự trễ sẽ làm thay đổi phổ tần số trong không gian 3 chiều của tín hiệu tuần hoàn (xem thêm bài tập 3).

Chương trình tính hài bậc n

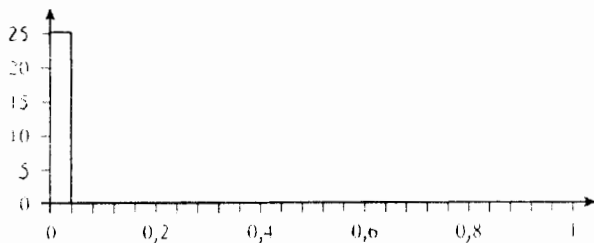
```
> Cn:=proc(g,n)
    local x;
    if n=0 then evalf(int(g(x), x=0..1))
    else 2*evalf(int(g(x)*exp(-I*2*Pi*n*x), x=0..1));
    fi;
end;
Cn:=proc(g,n)
    local x;
    if n=0 then evalf(int(g(x), x=0..1))
    else 2*evalf(int(g(x)*exp(-2*I*Pi*n*x), x=..1)))
    fi
end
```

Ví dụ tín hiệu: tín hiệu hình chữ nhật có diện tích đơn vị và có tỉ lệ 1/25

```
> s:= t->25*(Heaviside(t) - Heaviside(t-1/25));
s:= t->25 Heaviside(t) - 25 Heaviside(t-1/25)
```

Tùy chọn: vẽ dạng tín hiệu $s(t)$

```
> plot(s, 0..1);
```

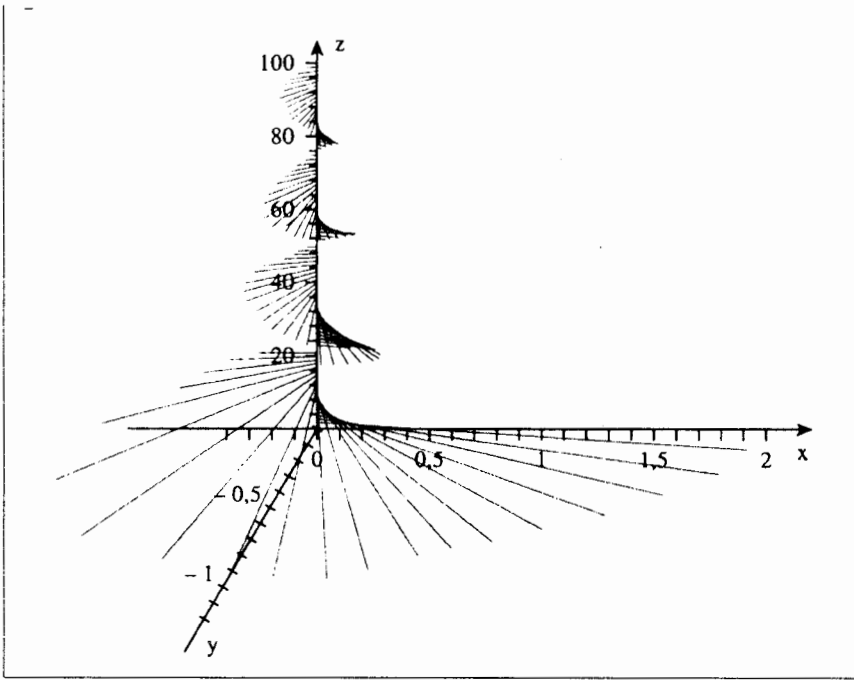


Vẽ phổ tần số, hạn chế trong 100 vạch đầu tiên

```
> plots([spacecurve]([seq([0,0,n],[Re(Cn(s,n)),Im(Cn(s,n)),n]), n= 0..100)),
orientation=[-80,60],color=green,axes=normal,labels=[x,y,z])
```

◀ **H.7.** Chương trình tính phổ trong không gian 3 chiều của tín hiệu bậc thang có diện tích bằng

1 và có tỉ lệ $\alpha = \frac{1}{25}$.

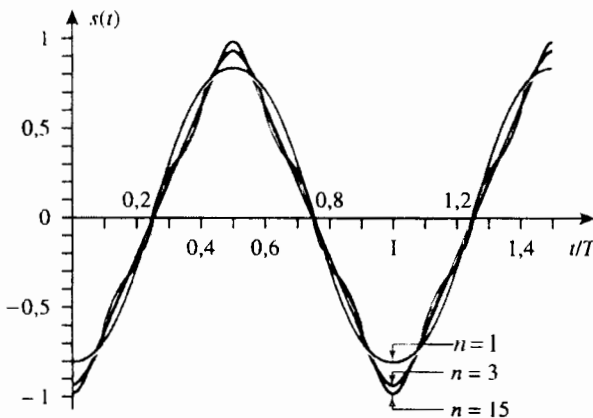


► Để luyện tập: bài tập 4 và 5.

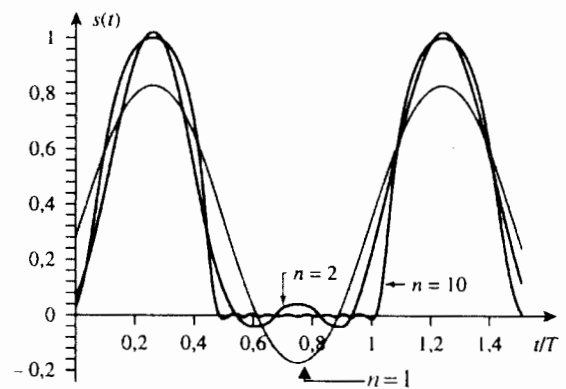
4 Tổng hợp tín hiệu từ chuỗi FOURIER

4.1. Tín hiệu liên tục

Ta kí hiệu $s_{Fn}(t)$ là chuỗi FOURIER giới hạn ở n số hạng đầu tiên của một tín hiệu tuần hoàn liên tục $s(t)$. Khi $n \rightarrow \infty$ thì $s_{Fn}(t) \rightarrow s(t)$, tức là $\lim_{n \rightarrow \infty} s_{Fn}(t) = s(t)$. Khi tổng hợp một tín hiệu như vậy thì tổng của n hài đầu tiên $s_{Fn}(t)$ có thể đủ để biểu diễn tín hiệu một cách thỏa đáng, tuy nhiên cũng có thể có các gián đoạn về độ dốc của tín hiệu như ta thấy trên các ví dụ ở hình 8 và 9.



H.8. Tổng hợp một tín hiệu tam giác.



H.9. Tổng hợp một tín hiệu chỉnh lưu nửa chu kỳ.

Một dải thông hạn chế thường là đủ để truyền một tín hiệu liên tục tuần hoàn. Nói một cách khác, một tín hiệu tuần hoàn liên tục tần số f_0 có thể đi qua một bộ lọc thông thấp mà không bị méo dạng đáng kể, nếu như tần số cắt f_H của bộ lọc là cỡ $\frac{T}{s_{\max}} \left| \frac{ds}{dt} \right|_{\max} \cdot f_0$

Chú ý:

Khi một tín hiệu tuần hoàn chỉ bị gián đoạn về độ dốc thì biên độ C_n của các vạch trong phổ tần số của nó sẽ giảm rất nhanh (ít nhất là cỡ $\frac{1}{n^2}$)

4.2. Tín hiệu không liên tục

Giả thiết $s(t)$ là một tín hiệu có thể phân tích được thành chuỗi FOURIER và bị gián đoạn tại $t = t_0$.

Chuỗi FOURIER $s_F(t)$ của nó là liên tục và khi t tiến tới t_0 nó sẽ tiến tới

$$s_F(t_0) = \frac{1}{2} [s(t_{0-}) + s(t_{0+})]$$

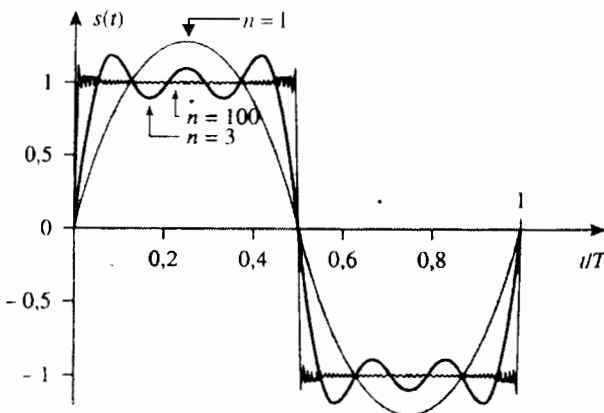
Tại lân cận của t_0 đồ thị của $s_F(t)$ biến đổi rất nhanh và liên tục để đi từ phía này sang phía kia của điểm gián đoạn.

Tại điểm gián đoạn, sự khác nhau giữa đồ thị của $s_{Fn}(t_0)$ và $s(t_0)$ là lớn và không giảm nhỏ được cho dù có tính đến số n hài bất kì. Hiện tượng này được gọi là hiện tượng GIBBS và được minh họa trên hình 10 cho tín hiệu là xung vuông và trên hình 11 cho tín hiệu là xung răng cưa tuần hoàn. Sự khác biệt tại lân cận điểm gián đoạn là khá lớn và có thể chứng minh được rằng sự chênh lệch này là cỡ 17% cho xung vuông.

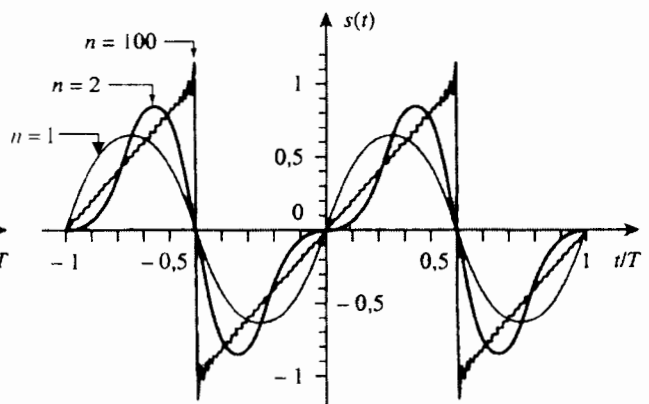
Trên quan điểm thực tiễn ta có thể nhắc lại rằng một tín hiệu có các gián đoạn đòi hỏi một dải thông rất rộng để có thể được truyền qua.

Chú ý:

Khi một tín hiệu tuần hoàn có các điểm gián đoạn thì biên độ C_n của các vạch trong phổ tần số của nó sẽ giảm chậm (thường là cỡ $\frac{1}{n}$).



H.10. Minh họa hiện tượng GIBBS cho xung vuông.



H.11. Minh họa hiện tượng GIBBS cho xung răng cưa

5 Giá trị hiệu dụng và các hệ số của chuỗi FOURIER

5.1. Công thức Parseval

Ta kí hiệu S là giá trị hiệu dụng của một tín hiệu tuần hoàn có thể phân tích được thành chuỗi FOURIER $s(t)$ và S^2 là giá trị trung bình của nó :

$$S^2 = \langle s^2(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t) dt$$

S^2 có thể được tính bằng công thức PARSEVAL :

$$S^2 = \langle s^2(t) \rangle = C_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2.$$

Có thể chứng minh được công thức PARSEVAL với lưu ý rằng biểu thức sau đây:

$$s^2(t) = \left[C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n) \right]^2 \text{ chứa:}$$

- một số hạng hằng số C_0^2 có giá trị trung bình là C_0^2 ;
- các số hạng dạng $2C_0C_n\cos(n\omega t + \phi_n)$ và $2C_n\cos(n\omega t + \phi_n)C_m\cos(m\omega t + \phi_m)$ với $n \neq m$ có giá trị trung bình bằng 0 ;
- Các số hạng dạng $C_n^2\cos^2(n\omega t + \phi_n)$ có giá trị trung bình bằng $\frac{1}{2}C_n^2$.

Áp dụng 5

Công suất trung bình của một dòng điện chỉnh lưu

- 1) Tính giá trị hiệu dụng theo định nghĩa của một dòng điện chỉnh lưu cả chu kì.
- 2) Dòng điện chỉnh lưu này được cho qua một bộ lọc thông thấp lí tưởng với tần số cắt là f_H . Hãy xác định tần số cắt f_H thấp nhất sao cho 99% công suất trung bình $\mathcal{P}$ được truyền qua.

1) Theo định nghĩa thì:

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{i_m^2}{T} \int_0^T \sin^2(n\omega t) dt = \frac{i_m^2}{2},$$

từ đó : $I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}.$

2) Trong Áp dụng 2, ta đã thiết lập được chuỗi FOURIER của một dòng điện chỉnh lưu cả chu kì có dạng:

$$i(t) = \frac{2i_m}{\pi} \left[1 - 2 \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\cos(2p\omega t)}{(4p^2 - 1)} \right].$$

Kí hiệu $Z = R + jX$ là trở kháng tải thì trên trở kháng này trước bộ lọc sẽ có công suất:

$$\mathcal{P} = RI^2 = R \frac{i_m^2}{2}.$$

Sau khi đi qua bộ lọc thì trên tải chỉ còn lại các hài đầu tiên, vì vậy trên tải chỉ còn công suất tính được theo công thức PARSEVAL:

$$\mathcal{P}_n = R \frac{4i_m^2}{\pi^2} \left[1 + 2 \sum_{p=1}^n \frac{1}{(4p^2 - 1)^2} \right].$$

Tỉ số ρ_n giữa công suất thực có trên tải và công suất đưa đến trước bộ lọc là:

$$\rho_n = \frac{\mathcal{P}_n}{\mathcal{P}} = \frac{8}{\pi^2} \left[1 + 2 \sum_{p=1}^n \frac{1}{(4p^2 - 1)^2} \right].$$

Ta tính một vài giá trị ρ_n đầu tiên: $\rho_0 = 0,8104$; $\rho_1 = 0,9905$ và $\rho_2 = 0,9977$.

Để cho 99% công suất truyền qua bộ lọc đi được đến tải thì bộ lọc phải có tần số cắt lớn hơn tần số cơ bản

$f_1 = \frac{2\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{\pi}$, tức là tần số cắt phải lớn hơn ít nhất là 2 lần tần số của dòng điện trước khi được chỉnh lưu.

5.2. Hệ số dạng - Tỷ lệ gọn sóng

Tùy theo bản chất của các xử lý áp dụng cho tín hiệu mà người ta sử dụng một số các đại lượng để đánh giá tác dụng của các xử lý đó.

Chẳng hạn, chất lượng của chỉnh lưu được đánh giá thông qua:

- Hệ số dạng F , được biểu diễn như tỉ số giữa giá trị hiệu dụng S của điện áp sau chỉnh lưu và giá trị trung bình của nó s_{tb} :

$$F = \frac{S}{s_{tb}} = \frac{\sqrt{\langle s^2(t) \rangle}}{\langle s(t) \rangle} = \frac{\sqrt{C_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2}}{C_0},$$

- tỉ lệ gọn sóng δ_0 được biểu diễn như tỉ số giữa giá trị hiệu dụng S_{gs} của điện áp gọn sóng và giá trị trung bình của tín hiệu s_{tb} :

$$\delta_0 = \frac{S_{gs}}{s_{tb}} = \frac{\sqrt{\langle s_{gs}^2(t) \rangle}}{\langle s(t) \rangle} = \frac{\sqrt{\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2}}{C_0}.$$

Hai đại lượng trên liên hệ với nhau qua biểu thức: $F^2 = 1 + \delta_0^2$.

Như vậy đối với dòng điện 1 chiều thì $F = 1$ và $\delta_0 = 0$. Do đó, một dòng điện sẽ được chỉnh lưu tốt hơn khi hệ số dạng của nó càng gần 1 và tỉ lệ (độ) gọn sóng của nó càng gần 0.

Áp dụng 6

Hệ số dạng và tỉ lệ gọn sóng của một dòng điện chỉnh lưu

Tính hệ số dạng F và tỉ lệ gọn sóng δ_0 của một dòng điện:

- chỉnh lưu nửa chu kỳ;
- chỉnh lưu cả chu kỳ.

- Ta hãy tính giá trị hiệu dụng I của dòng điện chỉnh lưu nửa chu kỳ:

$$\begin{aligned} I^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{i_m^2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin^2(\omega t) dt \\ &= \frac{i_m^2}{2T} \int_0^{\frac{T}{2}} 1 - \cos(2\omega t) dt = \frac{i_m^2}{4}, \end{aligned}$$

tức là $I = \frac{i_m}{2}$.

Giá trị trung bình của dòng điện là:

$$i_{tb} = \frac{1}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i_m \sin(\omega t) dt = \frac{i_m}{\pi}.$$

Từ đó suy ra hệ số dạng cho dòng điện chỉnh lưu nửa chu kỳ:

$$F_1 = \frac{I}{i_{tb}} = \frac{\pi}{2} = 1,57$$

và tỉ số gọn sóng của nó là:

$$\delta_{0_1} = \sqrt{F_1^2 - 1} = 1,21.$$

- Tương tự ta tính được cho dòng điện chỉnh lưu cả chu kỳ:

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}}, i_{moy} = \frac{2i_m}{\pi}, F_2 = 1,11 \text{ và } \delta_{0_2} = 0,48.$$

Ta thấy rằng:

$$F_1 > F_2 > 1$$

và

$$0 < \delta_{0_2} < \delta_{0_1};$$

như vậy ta có thể dễ dàng nhận được dòng điện một chiều từ một dòng điện chỉnh lưu cả chu kỳ hơn là từ một dòng điện chỉnh lưu nửa chu kỳ.

5.3. Hệ số méo

Ta đưa một tín hiệu kiểu sin là $v_e(t) = v_{e_m} \cos(\omega t)$ vào đầu vào của một bộ khuếch đại. Nếu bộ khuếch đại là tuyến tính thì tại đầu ra của nó ta cũng sẽ thu được tín hiệu kiểu sin với cùng ω .

Như vậy thành phần hài cơ bản ở đầu ra là ứng với sự khuếch đại tuyến tính còn các hài bậc cao hơn là do tính phi tuyến của bộ khuếch đại mà có. Kết quả là tính tuyến tính (bậc nhất) của bộ khuếch đại có thể được đánh giá bằng hệ số méo hài δ_h , được định nghĩa như là tỉ số giữa giá trị hiệu dụng S_h của các hài bậc cao ($n > 1$) sinh ra bởi sự méo và giá trị hiệu dụng S_f của hài cơ bản:

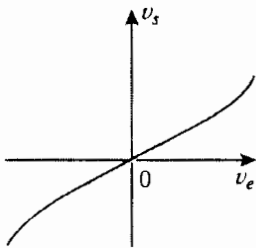
$$\delta_h = \frac{S_h}{S_f} = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} C_n^2}}{C_1}.$$

Một bộ khuếch đại được xem là càng tuyến tính khi hệ số méo càng gần 0.

Áp dụng 7

Méo hài của một bộ khuếch đại

Đặc tuyến $v_s = f(v_e)$ cho trên hình 12 là đặc tuyến của một bộ khuếch đại có điện áp đầu vào là $v_e(t) = v_{e_m} \cos(\omega t)$ với tần số nằm trong dải thông. Biết rằng phương trình của đặc tuyến này là $v_s = av_e + bv_e^3$ với $a > 0$ và $b > 0$, hãy xác định hệ số méo δ_h của bộ khuếch đại nói trên :



H.12. Đặc tuyến của bộ khuếch đại kiểu hài khi tín hiệu vào lớn.

Ta đưa vào đầu vào của bộ khuếch đại một điện áp hình sin $v_e(t) = v_{e_m} \cos(\omega t)$. Điện áp thu được ở đầu ra không còn là tuyến tính nữa:

$$v_s(t) = av_{e_m} \cos(\omega t) + bv_{e_m}^3 \cos^3(\omega t).$$

Ta sử dụng hệ thức:

$$\cos^3(\omega t) = \frac{3}{4} \cos(\omega t) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t).$$

để tuyến tính hóa biểu thức trên và thu được:

$$v_s(t) = [av_{e_m} + \frac{3b}{4}v_{e_m}^3] \cos(\omega t) + \frac{b}{4}v_{e_m}^3 \cos(3\omega t)$$

Chuỗi FOURIER của điện áp ra sẽ chỉ chứa hai số hạng với biên độ:

$$C_1 = av_{e_m} + \frac{3b}{4}v_{e_m}^3 \quad \text{và} \quad C_3 = \frac{b}{4}v_{e_m}^3.$$

Từ đây ta tính được độ méo:

$$\delta_h = \frac{C_3}{C_1} = \frac{bv_{e_m}^3}{4av_{e_m} + 3bv_{e_m}^3}$$

Hệ số méo thường được viết dưới dạng

$$\delta_h = \frac{b}{3h + \frac{4a}{v_{e_m}^2}}$$

và ta có thể thấy là độ méo là một hàm tăng của biên độ tín hiệu đầu vào.

Thông thường hiện tượng méo hài của bộ khuếch đại này thể hiện chủ yếu ở chế độ tín hiệu vào mạnh.

6 Từ chùm xung chữ nhật đến chùm xung DIRAC

6.1. Phổ tần số của chùm tín hiệu chữ nhật

Ta phải xác định chuỗi FOURIER của một tín hiệu tuần hoàn hình chữ nhật $s(t)$ với chu kỳ T , biên độ A và khoảng rỗng $(1 - \alpha)T$ (tức là khoảng lấp đầy là αT) (h.13).

Giá trị trung bình của $s(t)$ là $C_0 = \alpha A$.

Biên độ phức $\underline{C}_n$ của hài bậc n của tín hiệu được tính theo công thức:

$$\begin{aligned}\underline{C}_n &= \frac{2}{T} \int_0^T s(t) e^{-jn\omega t} dt = \frac{2A}{T} \int_0^{\alpha T} e^{-jn\omega t} dt = \frac{2A(1 - e^{-jn\omega\alpha T})}{jn\omega T} \\ &= \frac{4A}{n\omega T} e^{-jn\omega\alpha \frac{T}{2}} \frac{e^{jn\omega\alpha \frac{T}{2}} - e^{-jn\omega\alpha \frac{T}{2}}}{2j},\end{aligned}$$

hay:
$$\underline{C}_n = 2\alpha A \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} e^{-jn\alpha\pi}.$$

Chuỗi FOURIER của xung chữ nhật biểu diễn bằng kí hiệu phức là:

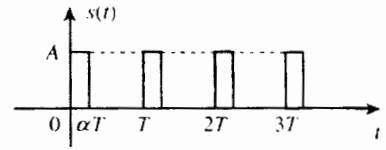
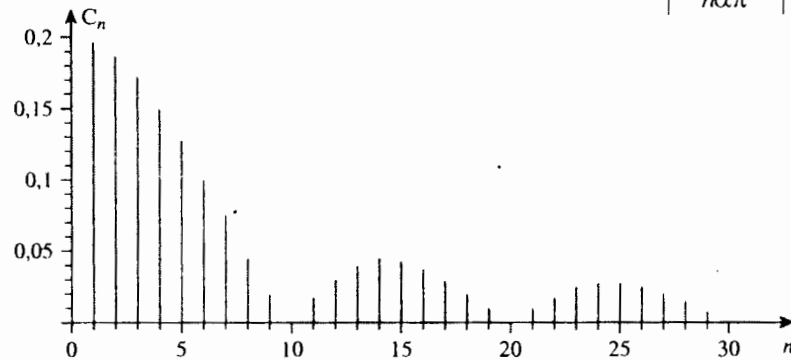
$$\underline{s}(t) = \alpha A \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} e^{jn(\omega t - \alpha\pi)} \right),$$

và biểu diễn bằng kí hiệu thực:

$$s(t) = \alpha A \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos[n(\omega t - \alpha\pi)] \right),$$

Phổ tần số của tín hiệu này được biểu diễn trên hình 14. Từ đây có thể thấy rằng các hài bậc $\frac{k}{\alpha}$ ($k \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{k}{\alpha}$ là số nguyên) đều bằng 0 và đường

bao của phổ tần số với ($n > 0$) có phương trình là: $C = 2\alpha A \left| \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \right|$.



H.13. Xung chữ nhật.

◀ H.14. Phổ tần số của dãy xung chữ nhật biên độ 1 với tỉ lệ lấp đầy $\alpha = \frac{1}{10}$.

Áp dụng 8

Sự lấy mẫu

Lấy mẫu một tín hiệu $s(t)$ là với một tần số lấy mẫu

$f_c = \frac{1}{T_c}$, ta trích ra các giá trị $s(0)$, $s(T_c)$, ..., $s(nT_c)$

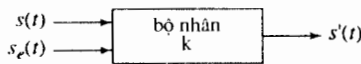
của tín hiệu tại các thời điểm $0, T_c, 2T_c, \dots, nT_c, \dots$.

Dạng của tín hiệu mẫu $s'(t)$ phụ thuộc vào dạng của tín hiệu $s(t)$ được lấy mẫu và dạng của xung lấy mẫu $s_c(t)$.

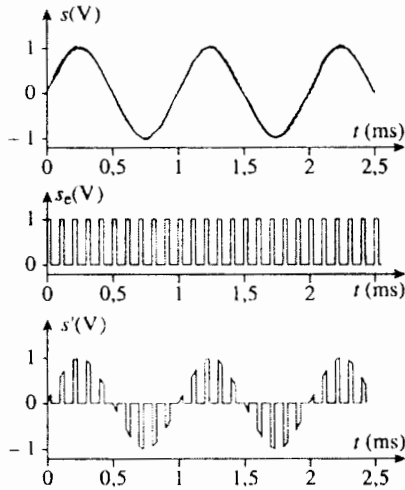
Tại các đầu vào của bộ nhân ta đưa đến một tín hiệu cần lấy mẫu $s(t)$ và một tín hiệu lấy mẫu $s_e(t)$, tín hiệu này định nghĩa hàm lấy mẫu (h.15).
 Tại đầu ra của bộ nhân ta thu được tích của tín hiệu được lấy mẫu $s(t)$ và tín hiệu lấy mẫu $s_e(t)$, tức là tín hiệu $s'(t) = ks(t)s_e(t)$.

1) Tín hiệu lấy mẫu $s_e(t)$ là một dãy xung chữ nhật có biên độ A và chu kỳ $T_e = \frac{2\pi}{\omega_e}$ và tỉ lệ lấp đầy của nó là α . Hãy biểu diễn tín hiệu mẫu $s'(t)$ khi có tín hiệu cần lấy mẫu là $s(t) = s_m \cos(\omega_0 t)$ và $\omega_0 \ll \omega_e$.

2) Xác định phổ tần số của $s'(t)$.



H.15. Nguyên tắc lấy mẫu một tín hiệu.



H.16. Lấy mẫu một tín hiệu hình sin bằng một dãy tín hiệu hình chữ nhật.

1) Trên hình 16 là tín hiệu cần lấy mẫu $s(t)$ có tần số $f = 1\text{kHz}$ và tín hiệu lấy mẫu $s_e(t)$ có tần số $f_e = 10\text{kHz}$, và tỉ lệ lấp đầy là $\alpha = 1/5$. Cũng trên hình này ta có tín hiệu đã lấy mẫu $s'(t)$ ở đầu ra của bộ nhân.

2) Khai triển tín hiệu $s'(t) = ks(t)s_e(t)$ ta có:

$$s'(t) = ks_m \cos(\omega_0 t) \alpha A \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos[n(\omega_e t - \alpha\pi)] \right).$$

Để tính được các thành phần phổ tần số của $s'(t)$ ta phải tuyến tính hóa biểu thức trên và thu được:

$$s'(t) = k\alpha s_m A \cos(\omega_0 t) + k\alpha s_m A \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} (\cos[(n\omega_e - \omega_0)t - n\alpha\pi] + \cos[(n\omega_e + \omega_0)t - n\alpha\pi])$$

Phổ tần số này bao gồm:

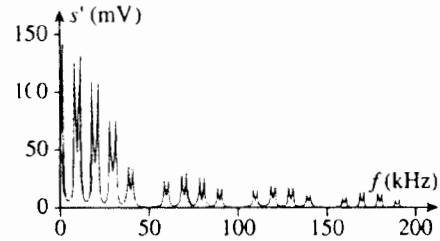
• một thành phần hài tần số ω_0 với biên độ

$$C'_0 = k\alpha s_m A;$$

• các thành phần hài có tần số $(n\omega_e - \omega_0)$ và $(n\omega_e + \omega_0)$ với biên độ:

$$C'_n = k\alpha s_m A \left| \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \right| = C'_0 \left| \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \right|.$$

Phổ tần số của $s'(t)$ được minh họa trên hình 17.



H.17. Phổ tần số của tín hiệu hình sin tần số 1 kHz được lấy mẫu bằng dãy xung chữ nhật có tỉ lệ lấp đầy $\alpha = 1/5$ và tần số 10 kHz.

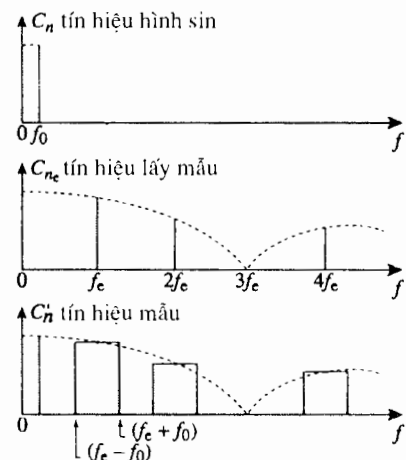
Gọi τ là độ dài của xung chữ nhật, ta có thể biểu diễn

$$\alpha \text{ theo } \tau \text{ như sau: } \alpha = \frac{\tau}{T} = \frac{\tau\omega_e}{2\pi};$$

tương tự có thể biểu diễn biên độ của các hài như sau:

$$C'_n = C'_0 \frac{\sin\left(n \frac{\tau}{2} \omega_e\right)}{n\omega_e \frac{\tau}{2}}.$$

Như vậy việc lấy mẫu một tín hiệu hình sin có phổ tần số chỉ là một vạch tại tần số f_0 bằng một dãy xung chữ nhật sẽ tạo ra một tín hiệu có phổ tần số gồm vô số các vạch với tần số $f_0, nf_e \pm f_0$ (h.18).



H.18. Nguyên tắc tạo thành phổ tần số của tín hiệu mẫu.

6.2. Chùm xung DIRAC (lược DIRAC)

Nếu ta cứ giảm mãi tỉ lệ lấp đầy α của xung chữ nhật trong thí dụ trước nhưng lại giữ nguyên chu kì T và diện tích $I = \alpha T$ của nó thì khi $\alpha \rightarrow 0$, từ một dãy xung chữ nhật tuần hoàn với độ rộng xung hữu hạn như trên hình 13 ta sẽ thu được dãy xung chữ nhật tuần hoàn với biên độ vô hạn và độ rộng xung bằng 0, được gọi là lược DIRAC với cường độ I và chu kì T . Lược DIRAC không thực hiện được về mặt vật lí nhưng lại có ý nghĩa quan trọng về lí thuyết. Nếu ta thay αT bằng $\frac{I}{T}$ ta có chuỗi FOURIER của $s(t)$ là :

$$s(t) = \frac{I}{T} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha\pi)}{n\alpha\pi} \cos[n(\omega t - \alpha\pi)] \right),$$

và nếu trong biểu thức trên ta cho $\alpha \rightarrow 0$, ta sẽ thu được chuỗi FOURIER của lược DIRAC với cường độ I và chu kì T :

$$s(t) = \frac{I}{T} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\omega t) \right).$$

Phổ tần số của lược DIRAC được minh họa trên hình 19.

Chú ý: Sẽ là rất phù hợp ở đây để lưu ý rằng:

- Khi $\alpha \rightarrow 0$ phổ của tín hiệu chữ nhật bị biến dạng: biên độ của các hài suy giảm chậm hơn và tiến tới cùng một giới hạn là $\frac{2I}{T}$, tức là 2 lần lớn hơn so với biên độ của thành phần một chiều.
- Biểu diễn lược DIRAC bằng chuỗi FOURIER là không hoàn hảo do hiện tượng GIBB (xem mục 4.2).

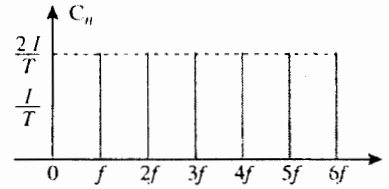
6.3. Xung DIRAC

Xét một xung có độ rộng Δt và biên độ $A = \frac{I}{\Delta t}$ (h.20a). Khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì xung này được kí hiệu là $I\delta(t - t_0)$ và được gọi là xung DIRAC với cường độ I , xuất hiện tại thời điểm t_0 và được biểu diễn tượng trưng trên hình 20b.

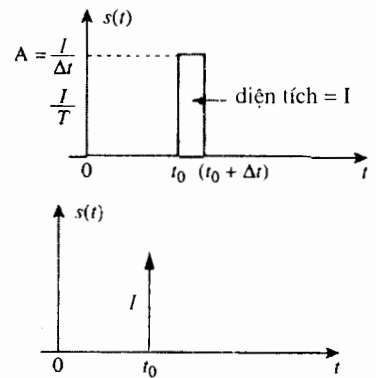
Cũng cần phải lưu ý rằng kí hiệu $\delta(t - t_0)$ không phải là kí hiệu của một hàm số theo nghĩa thông thường, bởi vì $\delta(t - t_0) = 0$ với $t \neq t_0$ và không xác định khi $t = t_0$.

Lược DIRAC ở phần trước chính là chuỗi tuần hoàn của các xung DIRAC với

cường độ I và xuất hiện tại các thời điểm $t = nT = \frac{n}{f}$: $s(t) = I \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$.



H.19. Phổ tần số của lược DIRAC với cường độ I và chu kì T .



H.20. a. Xung với độ rộng Δt và diện tích I .

b. Xung DIRAC với cường độ I .

Áp dụng 9

Lược DIRAC

1) Xác định phổ tần số của một tín hiệu hình sin $s(t) = s_m \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$ được lấy mẫu bằng tín hiệu lược DIRAC với cường độ I .

2) Với điều kiện nào của tần số lấy mẫu f_0 thì có thể khôi phục lại được tín hiệu ban đầu từ tín hiệu mẫu?

1) Việc lấy mẫu một tín hiệu hình sin $s(t)$ có thể được thực hiện bằng cách nhân $s(t)$ với lược DIRAC $s_e(t)$:

$$s_e(t) = \frac{I}{T_e} \left(1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n2\pi f_e t) \right).$$

Gọi $s'(t)$ là tín hiệu thu được tại đầu ra của bộ nhân ta có:

$$s'(t) = ks(t)s_e(t)$$

$$= ks_m \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) \frac{1}{T_e} \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \cos(n 2\pi f_e t) \right]$$

Khai triển biểu thức trên và thực hiện tuyến tính hóa nó ta sẽ thu được:

$$s'(t) = k \frac{1}{T_e} s_m \cos(2\pi f_0 t + \phi_0)$$

$$+ k \frac{1}{T_e} s_m \sum_{n=1}^{\infty} (\cos[2\pi(nf_e + f_0) + \phi_0] + \cos[2\pi(nf_e - f_0) - \phi_0])$$

Phổ tần số gồm các vạch, tất cả đều có biên độ bằng nhau và tần số ứng với các giá trị f_0 , $(f_e - f_0)$, $(f_e + f_0)$, ..., $(nf_e - f_0)$, $(nf_e + f_0)$, v.v... h.21).

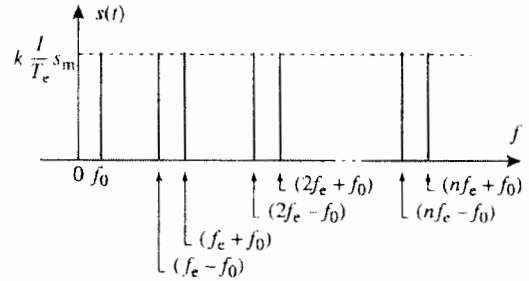
2) Để có thể khôi phục lại tín hiệu hình sin ban đầu thì cần phải sử dụng một bộ lọc thông thấp với tần số cắt trong khoảng f_0 và $(f_e - f_0)$.

Điều này chỉ có được khi $f_0 < (f_e - f_0)$, tức là $2f_0 < f_e$.

► Để luyện tập : Bài tập 7.

Như vậy tần số lấy mẫu f_e phải lớn hơn 2 lần tần số f_0 của tín hiệu cần lấy mẫu.

Kết quả này là một mặt của một kết quả tổng quát hơn tạo thành định lý SHANNON. Ví dụ để khôi phục được một tín hiệu âm thanh có tần số $f_0 < 20$ kHz thì tần số lấy mẫu của của đầu đọc đĩa CD âm thanh phải là $f_e = 44$ kHz.



H.21. Phổ tần số của một tín hiệu hình sin tần số f_0 được lấy mẫu bằng lược DIRAC với cường độ đơn vị và tần số f_e .

7 Máy phân tích phổ

7.1. Nguyên tắc của máy phân tích phổ

Có hai phương pháp để xác định tần số f_n và biên độ C_n của các hài của một tín hiệu tuần hoàn:

• Ta có thể xây dựng một bộ lọc thông thấp có tần số trung tâm f_0 điều chỉnh được, sau đó cho tần số f_0 tăng dần từ giá trị 0 (h.22).

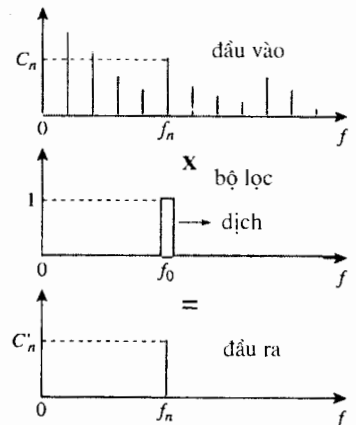
Tại đầu ra của bộ lọc ta sẽ có điện áp giá trị 0, trừ trường hợp mà giá trị f_0 bằng một trong những giá trị f_n của hài tín hiệu ở đầu vào. Trong trường hợp này thì tín hiệu tại đầu ra của bộ lọc cũng sẽ là hình sin và có biên độ tỉ lệ với biên độ của thành phần hài bậc n .

Ta sẽ còn nghiên cứu loại bộ lọc này ở Chương 6, Mục 4.4.

• Ta cũng có thể thực hiện bộ lọc thông thấp có tần số trung tâm f_0 không đổi và dịch chuyển phổ của tín hiệu phải nghiên cứu sao cho các hài của tín hiệu lần lượt xuất hiện trên dải thông của bộ lọc. Tại đầu ra của bộ lọc ta sẽ có được tín hiệu hình sin với biên độ tỉ lệ với C_n khi hài (f_n, C_n) có mặt trong dải thông của bộ lọc.

Phương pháp thứ nhất đơn giản về mặt nguyên tắc nhưng một bộ lọc có dải thông chọn lọc và tần số trung tâm f_0 điều chỉnh được trong một dải rộng lại rất khó thực hiện.

Phương pháp thứ hai giả thiết rằng ta biết cách dịch một phổ tần số. Vấn đề này đã được giải quyết rất hoàn hảo và việc thực hiện một bộ lọc thông thấp có tần số trung tâm f_0 không đổi không phải là vấn đề khó khăn.



H.22. Nguyên tắc của một máy phân tích phổ bằng cách dịch chuyển tần số trung tâm f_0 của một bộ lọc thông thấp.

7.2. Máy phân tích phổ theo nguyên tắc dịch phổ

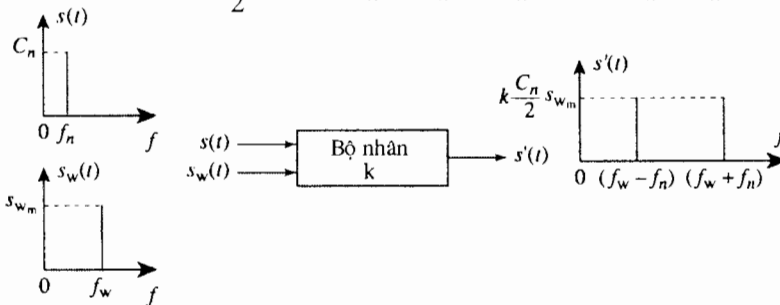
7.2.1. Nguyên tắc

Gọi $s(t)$ là tín hiệu tuần hoàn phải phân tích, các hài của nó có biên độ giảm dần và tiến tới 0 khi bậc n của các hài tiến tới vô cùng (h.23).

Để thực hiện máy phân tích phổ ta nhân tín hiệu $s(t)$ với một tín hiệu hình sin $s_w(t)$ có tần số f_w , tần số này sẽ được lấy ra từ một máy đo đặc tuyến tần số (vibrator). Trong phổ nhận được của tín hiệu $s'(t)$ mỗi vạch (f_n, C_n) của phổ tín hiệu $s(t)$ sẽ được nhân lên thành 2 vạch có biên độ chỉ còn bằng một nửa, các vạch cao bằng nhau này có tần số $(f_w + f_n)$ và $|f_w - f_n|$ (h.24).

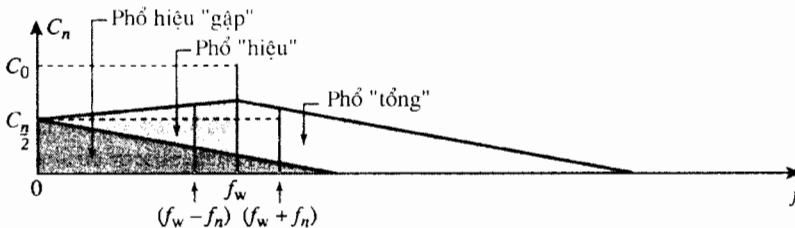
vì $C_n \cos(\omega_n t + \phi_n) s_w(t) \cos(\omega_w t)$

$$= \frac{C_n s_{wn}}{2} (\cos[(\omega_n + \omega_w)t + \phi_n] + \cos[(\omega_w - \omega_n)t - \phi_n])$$



H.24. Tại đầu ra của bộ nhân, vạch (f_n, C_n) được lặp thành hai vạch.

Như vậy, phổ tần số của $s(t)$ đã bị dịch (h.25) bao gồm các vạch phổ có tần số bằng tổng tần số $(f_w + f_n)$ (gọi tắt là "phổ tổng") và các vạch phổ có tần số bằng hiệu tần số $|f_w - f_n|$ (gọi tắt là "phổ ảnh" hoặc "phổ hiệu").



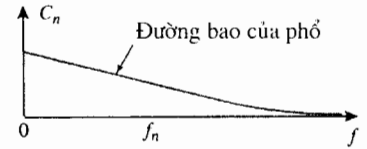
H.25. Việc nhân một tín hiệu tuần hoàn với một tín hiệu hình sin làm phổ tín hiệu bị dịch và tách làm hai.

Chú ý:

• Phổ của thành phần một chiều không bị tách làm hai và giữ nguyên biên độ.

• "Phổ hiệu" bị gấp đôi với các vạch có tần số f_n mà $f_w - f_n < 0$. Do đó, trong trường hợp tổng quát, tần số của các phổ hiệu bằng $|f_w - f_n|$.

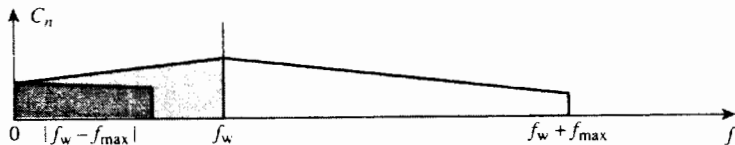
Hiện tượng "phổ hiệu" bị gấp tạo nên tình huống không cho phép phân tích điều hòa tín hiệu $s(t)$. Nguyên nhân là do các vạch khác nhau của phổ tín hiệu $s(t)$ có thể bị chồng lên nhau trong phổ của tín hiệu $s'(t)$.



H.23. Dạng phổ tương trưng của một tín hiệu tuần hoàn.

Bởi vì phổ của tín hiệu gốc $s(t)$ bao gồm vô số hài nên về nguyên tắc việc gập phổ của $s(t)$ có ảnh hưởng đến toàn bộ phổ của tín hiệu $s'(t)$. Vì thế nên cần phải hạn chế bớt các hài bậc cao của tín hiệu $s(t)$ để giảm bớt ảnh hưởng của hiện tượng gập phổ đối với toàn bộ thang tần số.

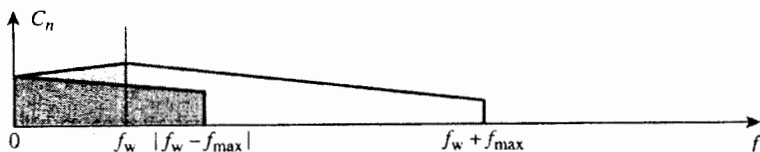
Ta sử dụng bộ lọc thông thấp với tần số $[0, f_{\max}]$ để hạn chế bớt độ rộng của dải tần số trong khi thực hiện phân tích phổ của tín hiệu tuần hoàn (h.26). Nói chung, nếu tần số $f_{\max}$ đủ lớn thì các hài bậc cao bị lọc đi có biên độ nhỏ và trong thực tế không có ý nghĩa.



H.26. Với việc hạn chế bớt các tần số cao, việc gập phổ chỉ biểu hiện ở một số giá trị tần số.

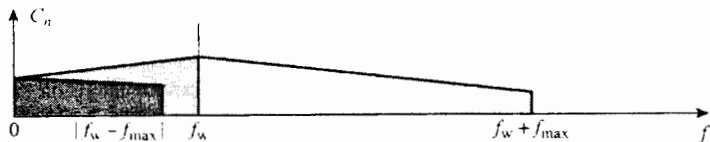
Sau khi lọc qua bộ lọc thông thấp và nếu không có hiện tượng gập phổ thì phổ "tổng" và phổ "hiệu" chiếm một dải tần liên tục có độ rộng $2f_{\max}$. Ta tăng dần tần số f_w từ giá trị 0 và nghiên cứu vị trí của "phổ tổng" và "phổ hiệu" trong suốt một dải tần số:

■ Ngay khi giá trị f_w lớn hơn 0, "phổ tổng" và "phổ hiệu" bắt đầu xuất hiện. Khi sự dịch phổ là nhỏ, việc gập phổ của phổ tín hiệu $s'(t)$ bao trùm lên toàn bộ vùng "phổ hiệu" và một phần của "phổ tổng" (h.27). Điều này vẫn còn đúng khi mà $f_w < \frac{f_{\max}}{2}$. Băng tần bị trùm là $[0, f_{\max} - f_w]$ với $(f_{\max} - f_w)$ nằm trong "phổ tổng".



H.27. Với $f_w < \frac{f_{\max}}{2}$ "phổ hiệu" bị trùm toàn bộ, "phổ tổng" bị trùm một phần.

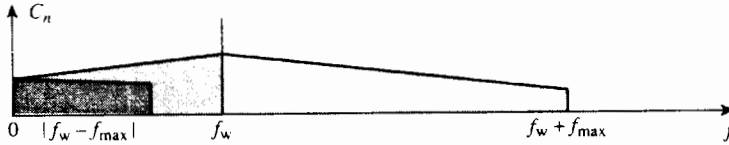
• Bắt đầu từ tần số $\frac{f_{\max}}{2}$ thì "phổ tổng" không bị trùm nữa (h.28), còn "phổ hiệu" bị trùm một phần chừng nào $f_w < f_{\max}$. Băng tần bị trùm là $[0, f_{\max} - f_w]$ với $(f_{\max} - f_w)$ nằm trong "phổ hiệu".



H.28. Với $\frac{f_{\max}}{2} \leq f_w < f_{\max}$ "phổ hiệu" vẫn còn bị trùm một phần.

Bởi vì phổ của tín hiệu gốc $s(t)$ bao gồm vô số hài nên về nguyên tắc việc gập phổ của $s(t)$ có ảnh hưởng đến toàn bộ phổ của tín hiệu $s'(t)$. Vì thế nên cần phải hạn chế bớt các hài bậc cao của tín hiệu $s(t)$ để giảm bớt ảnh hưởng của hiện tượng gập phổ đối với toàn bộ thang tần số.

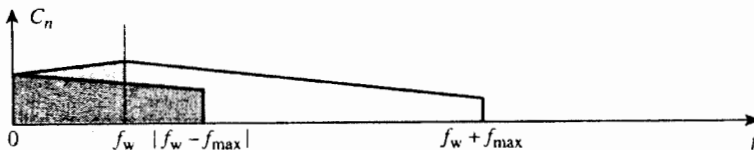
Ta sử dụng bộ lọc thông thấp với tần số $[0, f_{\max}]$ để hạn chế bớt độ rộng của dải tần số trong khi thực hiện phân tích phổ của tín hiệu tuần hoàn (h.26). Nói chung, nếu tần số $f_{\max}$ đủ lớn thì các hài bậc cao bị lọc đi có biên độ nhỏ và trong thực tế không có ý nghĩa.



H.26. Với việc hạn chế bớt các tần số cao, việc gập phổ chỉ biểu hiện ở một số giá trị tần số.

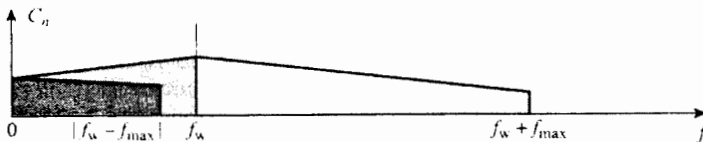
Sau khi lọc qua bộ lọc thông thấp và nếu không có hiện tượng gập phổ thì phổ "tổng" và phổ "hiệu" chiếm một dải tần liên tục có độ rộng $2f_{\max}$. Ta tăng dần tần số f_w từ giá trị 0 và nghiên cứu vị trí của "phổ tổng" và "phổ hiệu" trong suốt một dải tần số:

■ Ngay khi giá trị f_w lớn hơn 0, "phổ tổng" và "phổ hiệu" bắt đầu xuất hiện. Khi sự dịch phổ là nhỏ, việc gập phổ của phổ tín hiệu $s'(t)$ bao trùm lên toàn bộ vùng "phổ hiệu" và một phần của "phổ tổng" (h.27). Điều này vẫn còn đúng khi mà $f_w < \frac{f_{\max}}{2}$. Băng tần bị trùm là $[0, f_{\max} - f_w]$ với $(f_{\max} - f_w)$ nằm trong "phổ tổng".



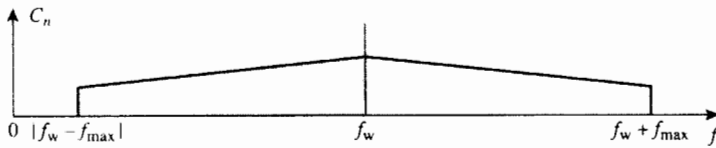
H.27. Với $f_w < \frac{f_{\max}}{2}$ "phổ hiệu" bị trùm toàn bộ, "phổ tổng" bị trùm một phần.

• Bắt đầu từ tần số $\frac{f_{\max}}{2}$ thì "phổ tổng" không bị trùm nữa (h.28), còn "phổ hiệu" bị trùm một phần chừng nào $f_w < f_{\max}$. Băng tần bị trùm là $[0, f_{\max} - f_w]$ với $(f_{\max} - f_w)$ nằm trong "phổ hiệu".



H.28. Với $\frac{f_{\max}}{2} \leq f_w < f_{\max}$ "phổ hiệu" vẫn còn bị trùm một phần.

■ Bắt đầu từ tần số $f_w = f_{\max}$ sự dịch phổ đủ lớn làm cho phổ của tín hiệu $s(t)$ không còn bị gấp (h.29). Băng tần bị trùm là $[f_w - f_{\max}, f_w + f_{\max}]$.



H.29. Với $f_w > f_{\max}$ phổ không còn bị gấp.

Kết luận:

- Sự gấp phổ chỉ xảy ra khi $f_w < f_{\max}$ và phần băng tần bị trùm là $[0, f_{\max} - f_w]$.
- Bắt đầu từ tần số $f_w = \frac{f_{\max}}{2}$ phổ tổng không còn bị trùm.
- Bắt đầu từ tần số $f_w = f_{\max}$ không còn hiện tượng gấp phổ.

7.2.2. Chọn tần số nào ?

Câu hỏi đặt ra là ta phải chọn tần số trung tâm f_0 của bộ lọc thông dải nhỏ nhất là bao nhiêu để cho phổ tổng hoặc phổ hiệu di chuyển qua f_0 không bị trùm khi tần số f_w lớn dần lên?

Dựa vào kết quả đạt được ở mục 7.2.1. ta thấy rằng:

- Nếu $f_0 = f_{\max}$ phổ tổng sẽ biến đổi qua giá trị f_0 mà không bị trùm khi f_w lớn dần từ f_0 đến $f_{\max}$;
- Nếu $f_0 = \frac{f_{\max}}{2}$ phổ hiệu sẽ biến đổi qua giá trị f_0 mà không bị trùm khi f_w lớn dần từ $\frac{f_{\max}}{2}$ đến $\frac{f_{\max}}{2} + f_{\max} = \frac{3f_{\max}}{2}$.

Trong trường hợp thứ nhất, khi f_w lớn dần, các hài xuất hiện trong cửa sổ của bộ lọc thông dải theo thứ tự ngược lại so với bậc của chúng, còn trong trường hợp thứ hai, các hài xuất hiện trong cửa sổ theo đúng thứ tự với bậc của chúng. Vì tình huống thứ hai được ưa chuộng hơn nên ta chọn máy phân tích phổ ứng với trường hợp thứ hai nhất là khi tập các giá trị tần số là nhỏ hơn.

Cần phải nhấn mạnh thêm là việc phân tích phổ của tín hiệu quan tâm không được phép ảnh hưởng đến phần phổ bị trùm do hiện tượng gấp phổ. Thực tế trong phân bị trùm này của phổ, 2 vạch có bậc n và m khác nhau có thể bị xếp chồng lên nhau trong dải thông của bộ lọc thông dải, tại đầu ra của bộ lọc này ta thu được đáp ứng là tổng biên độ của các vạch với tần số là f_n và f_m , điều này không tương ứng với một thực tế vật lý nào.

Kết luận :

Khi muốn thực hiện việc phân tích phổ của một tín hiệu tuần hoàn đến một tần số cực đại $f_{\max}$ nào đó ta cần phải:

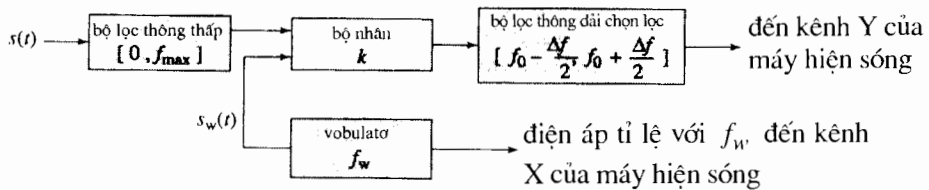
- lọc tín hiệu này bằng một bộ lọc thông dải có tần số cắt là $f_{\max}$ để hạn chế bớt các hài bậc cao ;

- sử dụng bộ lọc thông dải chọn lọc có tần số trung tâm $f_0 = \frac{f_{\max}}{2}$.
- nhân tín hiệu này với một tín hiệu hình sin có tần số f_w nằm trong khoảng f_0 và $f_0 + f_{\max}$.

Giữa tần số trung tâm f_0 của bộ lọc, tần số dịch chuyển f_w và tần số f_n của hài nằm trong dải thông của bộ lọc có hệ thức: $f_0 = f_w - f_n$ tức là $f_n = f_w - f_0$.

7.2.3. Phân tích chức năng của máy phân tích phổ

Ta hãy phân tích chức năng của sơ đồ trên hình 30.



H.30. Sơ đồ nguyên tắc của máy phân tích phổ FOURIER bằng cách dịch phổ.

Bộ lọc thông thấp trong sơ đồ có tác dụng lọc đi các tần số cao hơn tần số $f_{\max}$ đã chọn. Bộ nhân sẽ tính tích của tín hiệu $s(t)$ đã qua lọc và tín hiệu hình sin $s_w(t)$ lấy từ một máy đo đặc tuyến tần số (vobulator) có tần số f_w biến đổi trong dải f_0 và $f_0 + f_{\max}$, trong đó f_0 là tần số cộng hưởng của bộ lọc chọn lọc $f_0 = \frac{f_{\max}}{2}$.

Sau khi đi qua bộ lọc thông dải có tần số trung tâm f_0 , bộ tách sóng đỉnh sẽ đưa ra một điện áp tỉ lệ với biên độ của thành phần có tần số $f_n = f_w - f_0$ của tín hiệu đầu vào.

Điện áp ở đầu ra của bộ tách sóng đỉnh được đưa đến đầu vào Y, còn điện áp lấy từ vobulator được đưa đến đầu vào X của máy hiện sóng. Bằng cách này ta có thể quan sát được biên độ của các hài khác nhau của tín hiệu khi tần số thay đổi.

Chú ý:

- Biên độ của thành phần một chiều ($f_0 = 0$) được giữ nguyên bởi bộ phân tích phổ, ngược lại biên độ của các hài với $f_n \neq 0$ bị chia 2 (xem Mục 7.2.1). Chúng ta cần phải tính đến các tín hiệu có giá trị trung bình khác 0 này.
- Bộ lọc thông thấp được chọn cần phải có hệ số khuếch đại gần bằng 0dB trong toàn dải thông của nó, còn ở ngoài dải thông thì hệ số khuếch đại phải suy giảm thật nhanh. Bộ lọc còn phải có trở kháng vào thật lớn để không làm ảnh hưởng đến mạch cần đo.
- Nếu các hài của tín hiệu quan tâm với tần số cao hơn tần số $f_{\max}$ có giá trị nhỏ có thể bỏ qua được thì việc lọc bằng bộ lọc thông thấp không còn cần thiết. Trong trường hợp này ta có thể vừa lòng với một mạch phối hợp trở kháng, ví dụ như là một mạch lặp lại thực hiện bằng một bộ khuếch đại tính toán.
- Tốc độ quét cao nhất do theo f_w của vobulator được xác định bằng thời gian đáp ứng của bộ lọc.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ PHÂN TÍCH FOURIER CỦA MỘT TÍN HIỆU TUẦN HOÀN

Một tín hiệu $s(t)$ tuần hoàn với chu kỳ $T = \frac{2\pi}{\omega}$, thực hiện được về mặt vật lý, có thể phân tích được thành chuỗi FOURIER tại mọi thời điểm t mà ở đó tín hiệu là liên tục :

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

và tại thời điểm t mà tín hiệu là gián đoạn thì chuỗi FOURIER có giá trị: $s_F(t) = \frac{|s(t_+) + s(t_-)|}{2}$

Các hệ số của chuỗi FOURIER được tính theo các công thức sau:

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \cos(n\omega t) dt \quad \text{và} \quad B_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) \sin(n\omega t) dt.$$

trong đó t_0 là một thời điểm bất kỳ.

Một tín hiệu không đổi $\frac{A_0}{2} = \langle s(t) \rangle$ là giá trị trung bình của $s(t)$ trong 1 chu kỳ.

Hàì bậc 1: $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t) + B_1 \sin(\omega t)$ được gọi là hàì cơ bản của tín hiệu $s(t)$.

Chuỗi FOURIER của một hàm chẵn là một chuỗi chứa các cosin còn chuỗi FOURIER của một hàm lẻ là một chuỗi chứa các sin.

■ PHỔ TẦN SỐ

Chuỗi FOURIER của một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ còn có thể được viết dưới dạng sau:

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n),$$

trong đó: $C_0 = \frac{A_0}{2}$ là biên độ của thành phần một chiều, $C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ là biên độ của hàì bậc n , và

ϕ_n là góc lệch pha so với gốc thời gian, được tính theo công thức $\phi_n = -\frac{B_n}{A_n}$.

Tập hợp các biên độ $\{C_0, \dots, C_n, \dots\}$ tạo thành phổ tần số của tín hiệu $s(t)$.

Phổ tần số của một tín hiệu không thay đổi khi thay đổi gốc thời gian.

■ PHÂN TÍCH FOURIER THEO KÍ HIỆU PHỨC

Nếu sử dụng kí hiệu phức thì chuỗi FOURIER của một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ có thể được viết dưới dạng

$$\text{sau: } \underline{s}(t) = \underline{C}_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \underline{C}_n e^{jn\omega t}$$

Các hệ số $\underline{C}_n$ được tính theo định nghĩa sau : $\underline{C}_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt$ và $\underline{C}_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) e^{-jn\omega t} dt$.

Muốn quay về dạng biểu diễn thực ta dùng các hệ thức : $C_n = |\underline{C}_n|$ và $\phi_n = \arg(\underline{C}_n)$.

■ GIÁ TRỊ HIỆU DỤNG VÀ HỆ SỐ C_n ?

Giá trị toàn phương trung bình $\langle s^2(t) \rangle$ và giá trị hiệu dụng S của một tín hiệu tuần hoàn có quan hệ

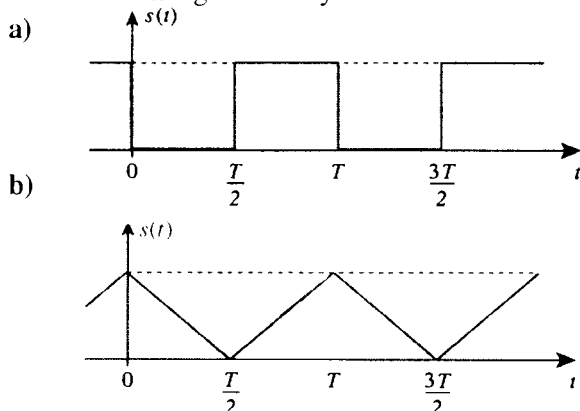
với nhau thông qua biểu thức PARSEVAL: $S^2 = \langle s^2(t) \rangle = C_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} C_n^2$.

BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

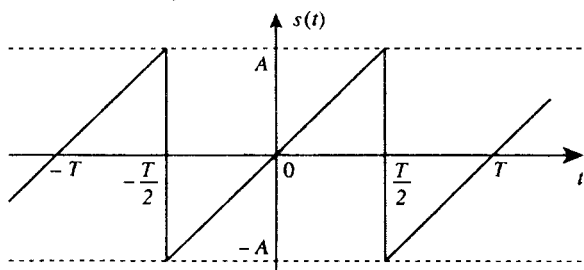
1 Phân tích thành chuỗi FOURIER

Bằng cách sử dụng các tính chất chung của phép phân tích thành chuỗi FOURIER của một tín hiệu tuần hoàn và với sự trợ giúp của các kết quả có được trong Áp dụng 1, hãy xác định (mà không cần phải tính các tích phân) chuỗi FOURIER của các tín hiệu cho bằng các biểu đồ thời gian sau đây:



2 Phân tích thành chuỗi FOURIER của tín hiệu răng cưa tuần hoàn

Phân tích thành chuỗi FOURIER tín hiệu răng cưa tuần hoàn với biên độ A và chu kỳ T .



3 Phân tích thành chuỗi FOURIER của một tín hiệu bị trễ

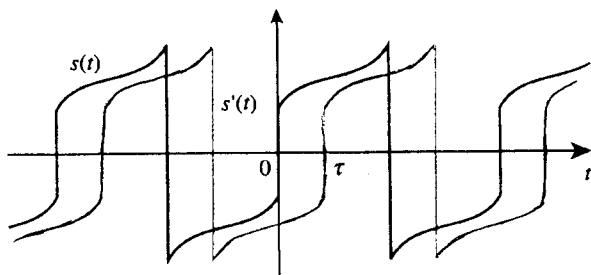
Một tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ với chu kỳ $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ phân tích được thành chuỗi FOURIER:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t + \phi_n)$$

bị dịch đi về thời gian một đoạn là τ tạo thành tín hiệu $s'(t)$.

1) Tìm chuỗi FOURIER của $s'(t)$.

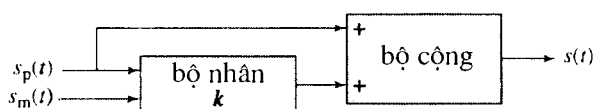
2) Suy ra điều kiện để một bộ khuếch đại không làm biến dạng tín hiệu mà nó khuếch đại.



4 Phân tích phổ của một tín hiệu điều biến bằng tín hiệu hình sin

Một tín hiệu mang $s_p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$ gọi là được điều chế biên độ nếu như biên độ A_p của nó là hàm của một tín hiệu điều chế $s_m(t)$ có tần số $f_m \ll f_p$.

Trong trường hợp điều chế bằng tín hiệu hình sin thì $s_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ và ta thu được tín hiệu đã điều chế là $s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_p t)$, trong đó m là chỉ số điều chế.



1) Bộ điều chế sử dụng có cấu trúc như hình trên. Hãy tính chỉ số m .

2) Xác định phổ tần số của tín hiệu đã điều chế $s(t)$.

5 Phân tích phổ của một tín hiệu điều tần bằng tín hiệu hình sin

Một tín hiệu mang $s_p(t) = A_p \sin[\varphi(t)]$ gọi là được điều chế tần số nếu như giá trị pha tức thời của nó $\varphi(t) = 2\pi f_p t + \phi(t)$ là hàm của một tín hiệu điều chế $s_m(t)$. Tần số tức thời $f(t)$ của tín hiệu mang là:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} = f_p + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = f_p + k s_m(t),$$

trong đó k là hằng số có thứ nguyên và biểu thức của tín hiệu đã được điều chế có dạng:

$$s(t) = A_p \sin[2\pi f_p t + k 2\pi \int s_m(t') dt'],$$

Trong trường hợp điều chế bằng tín hiệu hình sin thì $s_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ và ta thu được tín hiệu đã điều chế là $s(t) = A_p \sin[2\pi f_p t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$,

trong đó $\beta = \frac{k A_m}{f_m}$ là chỉ số điều chế.

Hãy sử dụng phần mềm tính toán hình thức (MAPLE, MATHEMATICA...) hoặc một phần mềm mô phỏng (PSPICE...) thực hiện việc vẽ phổ bằng phép biến đổi FOURIER nhanh (F.F.T.) để xác định phổ tần số của $s(t)$.

Hãy nhận dạng tần số của các vạch thu được và chứng minh rằng các tần số này không phụ thuộc vào β trong khi đó biên độ của các vạch lại phụ thuộc vào β .

VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

6 Bộ khuếch đại phi tuyến

Điện áp đầu ra $v_x(t)$ của bộ khuếch đại quan hệ với điện áp vào $v_e(t)$ của nó qua biểu thức:

$$v_x(t) = Av_e(t) + Bv_e^2(t),$$

(A và B là các hằng số dương).

- 1) Hãy tính tỉ lệ méo điều hòa δ_h của bộ khuếch đại này.
- 2) Giả thiết Δf là dải tần số đầu vào, vậy dải tần số ở đầu ra là bao nhiêu?

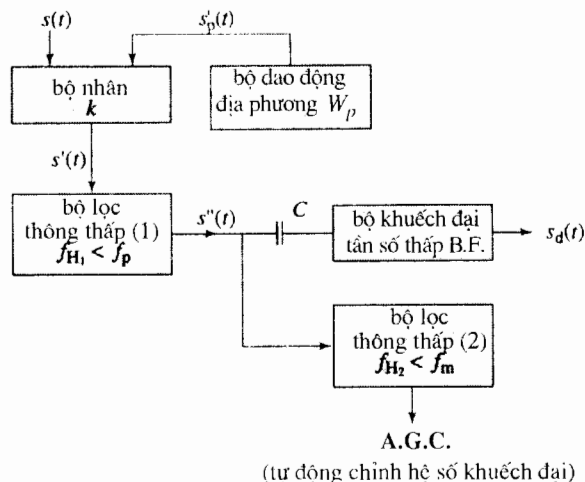
7* Điều chế và giải điều chế biên độ

Một tín hiệu bị điều chế biên độ có dạng:

$$s(t) = A_p[1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_p t),$$

trong đó f_p là tần số tín hiệu mang, f_m là tần số tín hiệu điều chế ($f_m \ll f_p$) và m là chỉ số điều chế.

- 1) Hãy đưa ra sơ đồ của một bộ điều chế biên độ sử dụng một bộ cộng và một bộ nhân.
- 2) Cho biết hình dạng của tín hiệu đã được điều biên $s(t)$ với $m < 1$.
- 3) Tính dải thông cần thiết để có thể truyền đi một tín hiệu âm tần có tần số nằm trong dải $f_{m1} = 300\text{Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,5\text{KHz}$, biết rằng $f_p = 1\text{MHz}$.
- 4) Giả thiết là tại đầu thu ta có bộ tạo dao động (tạo sóng) địa phương $s'_p(t) = A'_p \cos(2\pi f_p t)$ đồng bộ với bộ tạo dao động được dùng ở đầu phát, hãy giải thích nguyên tắc của mạch sau nếu các tần số cắt của bộ lọc thông thấp (1) là f_{H1} sao cho $f_{H1} < f_p$ và của bộ lọc (2) là f_{H2} sao cho $f_{H2} < f_m$.



BÀI CHỮA

1 Phân tích thành chuỗi FOURIER

Các tín hiệu $s(t)$ ở ví dụ này được suy ra từ các tín hiệu $s(t)$ đã được nghiên cứu trong Áp dụng 1 bằng cách dịch chuyển, cộng thêm thành phần một chiều và hiệu chỉnh về biên độ. Việc một tín hiệu bị dịch chuyển về thời gian một đoạn là τ (ở đây $\tau = \frac{T}{2}$) không làm thay đổi hệ số trong chuỗi FOURIER của nó (xem mục 7.1.1). Việc cộng thêm thành phần một chiều s_0 vào tín hiệu $s(t)$ tương đương với việc cộng thêm thành phần một chiều này (ở đây là $\frac{A}{2}$) vào giá trị trung bình của $s(t)$. Việc thay đổi biên độ của $s(t)$ tương đương với việc nhân tất cả các hệ số trong chuỗi FOURIER của nó với một hệ số tỉ lệ (ở đây là $k = \frac{1}{2}$).

Tóm lại, nếu như chuỗi FOURIER của $s(t)$ là:

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)],$$

thì chuỗi FOURIER của $s'(t)$ là:

$$s'(t) = s_0 + k \left[\frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[n\omega(t - \tau)] + B_n \sin[n\omega(t - \tau)] \right].$$

1) Phân tích phổ của xung vuông ở Áp dụng 1 là:

$$s_2(t) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[(2n-1)\omega t]}{(2n-1)},$$

và như vậy chuỗi FOURIER của tín hiệu trên hình a) là:

$$s'_2(t) = \frac{A}{2} - \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left[(2n-1)\omega\left(t - \frac{T}{2}\right)\right]}{(2n-1)^2} = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin[(2n-1)\omega t]}{(2n-1)^2}.$$

2) Chuỗi FOURIER của xung răng cưa ở Áp dụng 1 là:

$$s_3(t) = -\frac{8A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos[(2n-1)\omega t]}{(2n-1)^2}$$

và như vậy chuỗi FOURIER của tín hiệu trên hình b) là:

$$s'_3(t) = \frac{A}{2} - \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left[(2n-1)\omega\left(t - \frac{T}{2}\right)\right]}{(2n-1)^2} = \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos[(2n-1)\omega t]}{(2n-1)^2}.$$

2 Phân tích thành chuỗi FOURIER của tín hiệu răng cưa tuần hoàn

Giá trị trung bình của tín hiệu là 0 : $A_0 = 0$. Các hệ số phức của chuỗi FOURIER là :

$$C_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{2A}{T} t e^{-jn\omega t} dt = \frac{4A}{T^2} \left[\frac{te^{-jn\omega t}}{-jn\omega} \right]_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} - \frac{1}{jn\omega} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-jn\omega t} dt$$

hay

$$C_n = \frac{A}{T^2} \left(\frac{jT}{n\omega} \frac{e^{-jn\omega \frac{T}{2}} + e^{jn\omega \frac{T}{2}}}{2} - \frac{1}{jn\omega} \frac{e^{-jn\omega \frac{T}{2}} - e^{jn\omega \frac{T}{2}}}{-jn\omega} \right)$$

$$= \frac{4A}{T^2} \left(j \frac{T}{n\omega} \cos\left(n\omega \frac{T}{2}\right) + \frac{2j}{(n\omega)^2} \sin\left(n\omega \frac{T}{2}\right) \right);$$

từ đó :

$$C_n = j \frac{2A}{n\pi} (-1)^n, \text{ tức là : } A_n = 0 \text{ và } B_n = (-1)^{n+1} \frac{2A}{n\pi}.$$

Tín hiệu là một hàm lẻ và chuỗi FOURIER của nó chỉ gồm các thành phần chứa sin :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2A \sin(n\omega t)}{n\pi}.$$

Lưu ý rằng vì tín hiệu có các điểm gián đoạn nên các hài của chuỗi FOURIER có biên độ giảm như $\frac{1}{n}$.

3 Phân tích thành chuỗi FOURIER của tín hiệu bị trễ

1) Tín hiệu $s'(t)$ bị trễ một thời gian là τ so với tín hiệu $s(t)$, như thế có thể viết :

$$s'(t) = s(t - \tau).$$

Chuỗi FOURIER của $s'(t)$ sẽ có dạng :

$$s'(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos[n\omega_0(t - \tau) + \phi_n] = \frac{A'_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C'_n \cos[n\omega_0 t + \phi'_n]$$

trong đó :

$$A'_0 = A_0, C'_n = C_n, \phi'_n = \phi_n - n\omega_0 \tau.$$

Biên độ của các hài được giữ nguyên nên hai tín hiệu $s(t)$ và $s'(t)$ có cùng phổ tần số giống nhau.

Tuy nhiên phổ tần số trong không gian 3 chiều của hai tín hiệu $s(t)$ và $s'(t)$ không giống nhau.

Các hài của hai tín hiệu $s(t)$ và $s'(t)$ có pha lệch nhau một giá trị tỉ lệ với tần số : $\phi'_n - \phi_n = n\omega_0 \tau$.

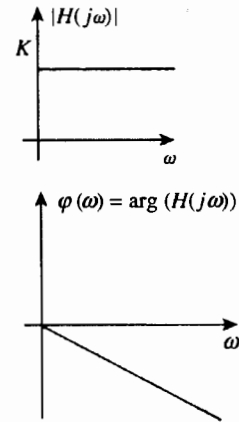
2) Một bộ khuếch đại lí tưởng cho ta tín hiệu ra đã được khuếch đại với một hệ số K không đổi, tức là đối với mọi hài :

$$A'_0 = KA_0 \text{ và } C'_n = KC_n,$$

tín hiệu ra không bị méo dạng mà chỉ bị trễ với hằng số trễ τ :

$$(\nabla \omega) \phi'_n = \phi_n - \omega \tau,$$

Hàm truyền của bộ khuếch đại có dạng : $H(j\omega) = Ke^{-j\omega\tau}$, có thể biểu diễn bằng đặc tuyến biên độ và đặc tuyến pha như sau :



4 Phổ của tín hiệu đã bị điều biến bằng tín hiệu hình sin

1) Tín hiệu đã bị điều biến có dạng :

$$s(t) = s_p(t) + ks_p(t)s_m(t) = A_p[1 + kA_m \cos(\omega_m t)]\cos(\omega_p t),$$

trong đó $m = kA_m$ là hệ số không thứ nguyên.

2) Khai triển $s(t)$ sẽ có

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + mA_p \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_p t).$$

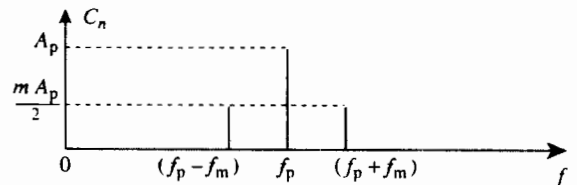
Tuyến tính hóa biểu thức trên ta được :

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + \frac{mA_p}{2} \cos[2\pi(f_p - f_m)t] + \frac{mA_p}{2} \cos[2\pi(f_p + f_m)t].$$

Phổ tần số của tín hiệu đã bị điều biến gồm 3 vạch : vạch $[f_p, A_p]$ có

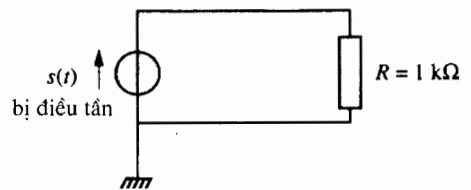
liên quan đến tín hiệu mang và 2 vạch khác là $\left[f_p - f_m, \frac{mA_p}{2}\right]$ và

$\left[f_p + f_m, \frac{mA_p}{2}\right]$ được tạo ra do điều biến.



5 Phổ của tín hiệu đã bị điều tần bằng tín hiệu hình sin

1) Ta mô phỏng (bằng phần mềm PSPICE) một mạch điện gồm một nguồn điện áp bị điều tần $s(t)$ và một điện trở tải R .

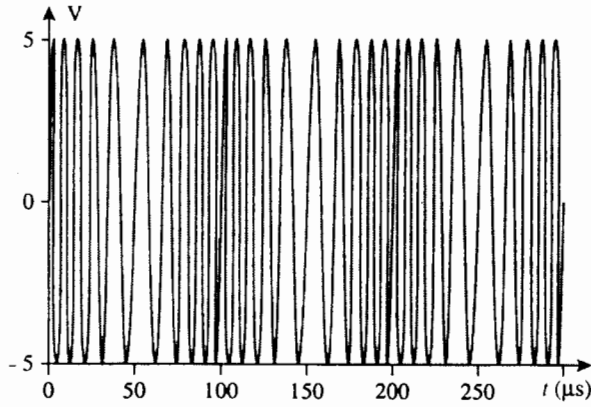


Đối với tín hiệu : $s(t) = s_m \sin[2\pi f_p t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$,

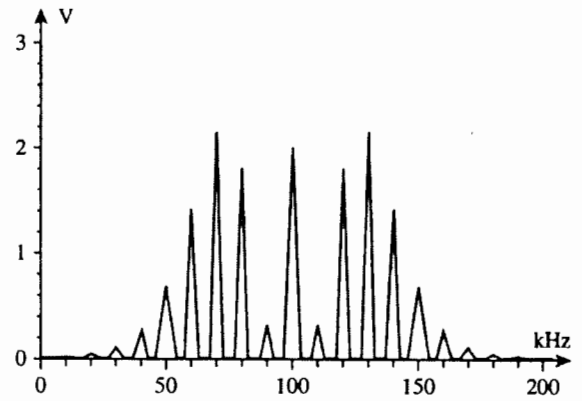
trong đó : $s_m = 5V$, $f_p = 100 \text{ kHz}$, $f_m = 10 \text{ kHz}$ ta định nghĩa các thông số như sau :

$$V_{off} = 0V, V_{ampl} = 5V, F_H = 100 \text{ kHz}, M_{od} = \beta, F_m = 10 \text{ kHz}.$$

Với $\beta = 2$ và $\beta = 4$ thì tín hiệu $s(t)$ và phổ của nó là như sau :



$\beta = 2$, $s(t)$ đã bị điều tần.

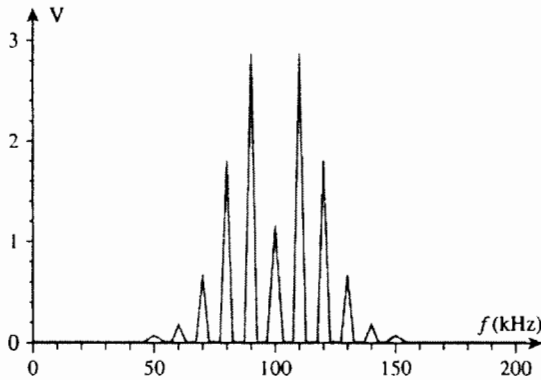


$\beta = 4$, phổ tần số của $s(t)$.

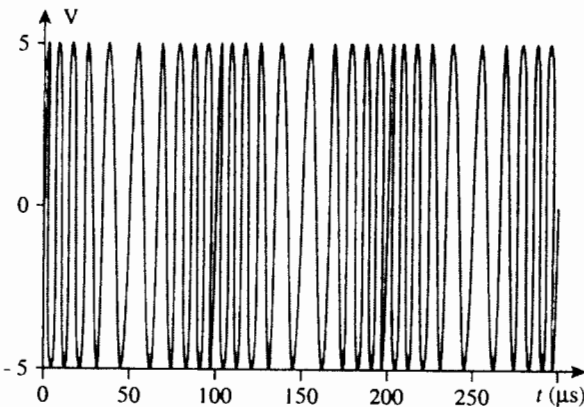
Trong cả hai trường hợp, ta đều nhận được phổ có tần số trung tâm là $f_0 = 100 \text{ kHz}$ và khoảng cách tần số giữa các vạch đều bằng nhau : $\Delta f_p = f_m = 10 \text{ kHz}$. Tần số của các vạch không phụ thuộc chỉ số điều chế β . Trái lại, biên độ của các vạch trong hai trường hợp là khác nhau, tức là phụ thuộc vào β .

Ví dụ thực hiện bằng phần mềm MAPLE

```
>readlib(FFT);
>spectre_f:=proc(df,b);
df tỉ số fp/fm, b chỉ số điều chế
local T1, T2,p,pp,n;
p:=8;pp:=2^p;
256 điểm
T1(phần thực) Trường gồm 256 giá trị sin(2Pi x + bsin2Pi x)
T1:=array([seq(evalhf(sin(2*Pi*n*df/pp+b*sin(2*Pi*n/pp))),
n=0..pp-1)]);
T2 (phần ảo) bằng 0
T2:=array([seq(0,n=1..pp)]);
FFT(p,T1,T2);
Vẽ các hài, giá trị 1 ứng với sóng mang
plot([seq([(n-1)/df,0],[n-1)/df,
(T1[n]^2+T2[n]^2)^1/2pp]],n=1..pp/4),color=blue);
end;
```



$\beta = 2$, phổ tần số của $s(t)$.



$\beta = 4$, $s(t)$ đã bị điều tần.

6 Bộ khuếch đại phi tuyến

1) Để đánh giá độ méo hài của một bộ khuếch đại, người ta đưa một tín hiệu điện áp hình sin $v_e(t) = v_{em} \cos(\omega t)$ tới đầu vào của nó. Thành phần phổ có tần số ω ứng với hoạt động khuếch đại tuyến tính, còn các thành phần khác xuất hiện là do tính phi tuyến của bộ khuếch đại. Ta có điện áp ra là :

$$\begin{aligned} v_s(t) &= Av_{em} \cos(\omega t) + Bv_{em}^2 \cos^2(\omega t) \\ &= Av_e \cos(\omega t) + \frac{B}{2} v_{em}^2 [1 + \cos(2\omega t)], \end{aligned}$$

Phổ tần số của tín hiệu tại đầu ra của bộ khuếch đại gồm 2 vạch : vạch thứ nhất có tần số ω và biên độ $C_1 = Av_{em}$ và vạch thứ 2 có tần số 2ω

và biên độ $C_2 = \frac{B}{2} v_{em}^2$.

Từ đó ta tính được hệ số méo: $\delta_h = \frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{B}{2} v_{em}^2}{A v_{em}} = \frac{B v_{em}}{2A}$

Như vậy độ méo là hàm của biên độ điện áp vào v_{em} .

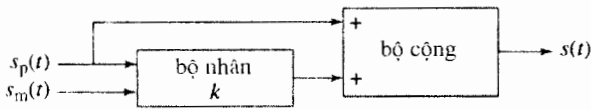
2) Ứng với mỗi thành phần phổ (ω, v_{em}) của tín hiệu vào là tín hiệu ra gồm 2 thành phần phổ là (ω, C_1) và ($2\omega, C_2$). Dải tần số của tín hiệu ra rộng gấp 2 lần dải tần số Δf của tín hiệu vào.

7 Điều chế biên độ và giải điều chế

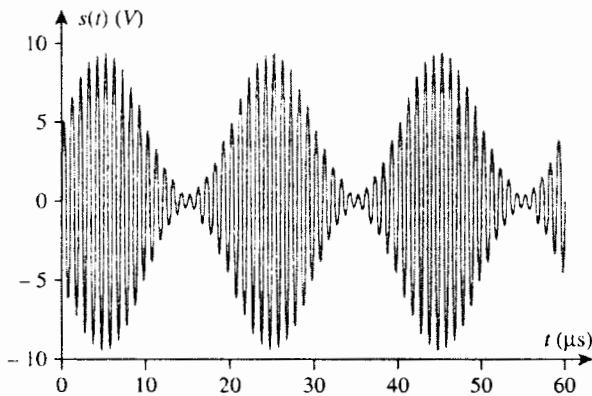
1) Tín hiệu đã điều chế có dạng

$$s(t) = A_p \cos(2\pi f_p t) + m A_p \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_p t)$$

có thể phân tích như một tổng gồm 2 thành phần: thành phần thứ nhất là sóng mang $A_p \cos(2\pi f_p t)$, còn thành phần thứ 2 là tín hiệu $s_0(t) = k A_m A_p \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_p t)$, trong đó $m = k A_m$. Thành phần cuối cùng thu được nhờ một bộ nhân là một bộ phận của bộ điều chế. Như vậy ta có thể vẽ sơ đồ của bộ điều chế như sau:



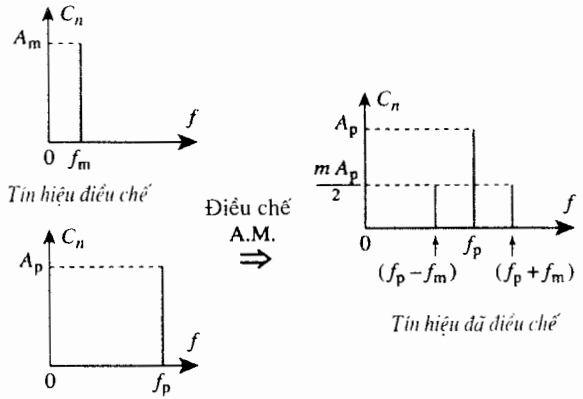
2) Biên độ của tín hiệu đã điều chế biến đổi trong khoảng $A_p(1+m)$ và $A_p(1-m)$ theo nhịp độ của tín hiệu điều chế $s_m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ với chỉ số điều chế $m = 0.9$. Để có thể nhìn rõ dạng sóng, ta đặt tỉ số $\frac{f_p}{f_m} = 20$.



3) Ta thực hiện tuyến tính hóa biểu thức cho $s(t)$:

$$s(t) = A_p \cos(\omega_p t) + \frac{m A_p}{2} (\cos[(\omega_p + \omega_m)t] + \cos[(\omega_p - \omega_m)t])$$

Như vậy ứng với mỗi tần số f_m của phổ âm thanh có 3 vạch trong phổ tần số của tín hiệu đã điều chế với tần số lân cận là f_m , $f_p + f_m$ và $f_p - f_m$.

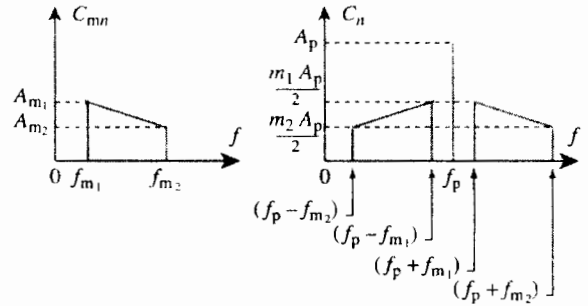


Tín hiệu mang

Điều này có nghĩa là băng tần để truyền tín hiệu đã điều chế biên độ sẽ phải mở rộng ra thêm từ tần số $(f_p - f_{m2}) = 0,9955 \text{ MHz}$ đến tần số $(f_p + f_{m2}) = 1,0045 \text{ MHz}$

Tín hiệu điều chế

Tín hiệu đã điều chế



4) Tín hiệu tại đầu ra của bộ nhân là:

$$s'(t) = k' s(t) s'_p(t) = k' A_p A'_p [1 + m \cos(\omega_m t)] \cos^2(\omega_p t),$$

tuyến tính hóa nó ta có:

$$\begin{aligned} s'(t) &= \frac{k' A'_p A_p}{2} [1 + m \cos(\omega_m t)] [1 + \cos(2\omega_p t)] \\ &= \frac{k' A'_p A_p}{2} (1 + m \cos(\omega_m t) + \cos(2\omega_p t) \\ &\quad + \frac{m}{2} [\cos(2\omega_p - \omega_m)t] + \frac{m}{2} [\cos(2\omega_p + \omega_m)t]). \end{aligned}$$

Tần số $(2f_p - f_m) > f_m$ (vì $f_p \gg f_m$), nên sau khi sử dụng bộ lọc thông thấp ta sẽ thu được tín hiệu:

$$s'(t) = \frac{k' A'_p A_p}{2} [1 + m \cos(\omega_m t)].$$

Tín hiệu $s''(t)$ được đưa qua tụ nên thành phần một chiều của nó bị chặn lại không đến được đầu vào của bộ khuếch đại tần số thấp và tại đầu vào này là tín hiệu đã được giải điều chế:

$$s_d(t) = \frac{k' m A'_p A_p}{2} \cos(\omega_m t)$$

Thành phần một chiều $s''(t)$ thu được sau khi qua bộ lọc thông thấp (2) tỉ lệ với biên độ của tín hiệu đã được giải điều chế. Tính chất này được sử dụng để điều khiển một mạch khống chế hệ số khuếch đại của bộ khuếch đại (CAG).

TÁC DỤNG CỦA CÁC BỘ LỘC ĐƠN GIẢN LÊN TÍN HIỆU TUẦN HOÀN

4

Mở đầu

Cho tới nay ta mới quan tâm đến đáp ứng của mạch điện trong chế độ cường bức hình sin. Lựa chọn này tuy lúc đầu xem ra có vẻ bị hạn chế nhưng thực tế cũng cho phép nghiên cứu tất cả các chế độ cường bức tuần hoàn nhờ ứng dụng chuỗi FOURIER.

Chương này ta sẽ phân tích ảnh hưởng của các bộ lọc lên các tín hiệu tuần hoàn không phải dạng sin. Ta sẽ chọn các tín hiệu hình tam giác hoặc hình vuông được lấy từ các máy phát xung tần số thấp.

Các bộ lọc cơ bản được mô tả trong chương này là các bộ lọc thụ động, tức là các bộ lọc được làm từ các linh kiện R, L, C. Các bộ lọc tích cực sẽ được trình bày ở Chương 6.

M u c t i ê u

- Xác định hàm truyền của các bộ lọc bậc 1 và bậc 2.
- Trình bày đáp ứng của một bộ lọc với tín hiệu tuần hoàn có so sánh tần số của tín hiệu với tần số đặc trưng của bộ lọc.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Cách tính toán hàm truyền.
- Các kiến thức về phân tích FOURIER.

Nói chung bộ lọc là một hệ thống mà môđun $H(\omega)$ của hàm truyền của nó trong chế độ điều hòa phụ thuộc vào tần số.

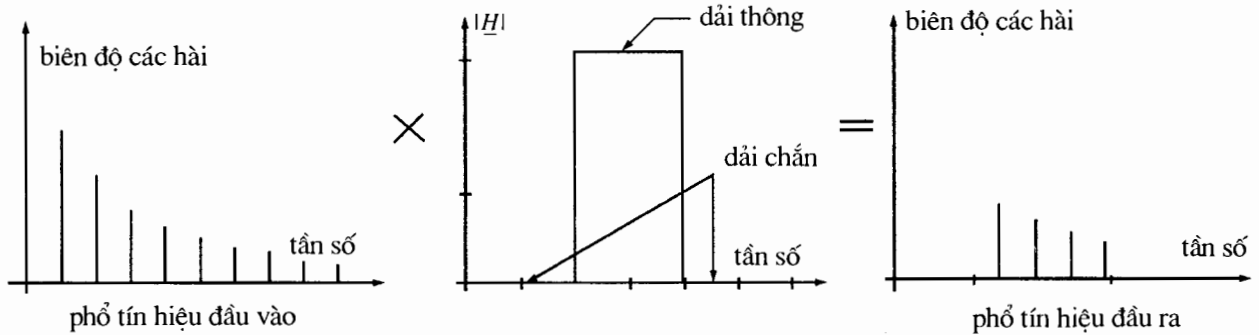
Tuy nhiên, trong lĩnh vực điện tử thì cái tên bộ lọc được dành cho một loại hệ thống rất xác định. Thực tế, phần lớn các mạch điện đều có tác dụng lọc và tác dụng này thường được phân tích như là các thiếu sót làm hạn chế công năng thực của các mạch điện đó. Chúng ta đặt tên các mạch điện này dựa theo chức năng mà chúng được tạo thành mặc dù trong đó có thể có một chức năng lọc nào đó không mong muốn.

Ngược lại ta gọi bộ lọc là các mạch được thiết kế để truyền đi có chọn lọc và với đặc tuyến đã được xác định từ trước các thành phần có tần số khác nhau của tín hiệu kích thích. Đây chính là ý nghĩa mà ta sẽ sử dụng để chỉ thuật ngữ bộ lọc.

1.1. Bộ lọc lí tưởng

Bộ lọc lí tưởng là phần tử 4 cực mà hàm truyền của nó cho phép:

- Truyền với một độ trễ nhất định nhưng không làm biến dạng các thành phần hình sin của một tín hiệu nào đó trong khuôn khổ dải thông của bộ lọc.
- Hạn chế các thành phần hình sin có tần số nằm trong dải chắn (cắt), tức là nằm ngoài dải thông (h.1).



H.1. Tác dụng của một bộ lọc lí tưởng lên một tín hiệu tuần hoàn.

Ta giới hạn ở đây các bộ lọc làm việc không có trễ, không làm suy giảm biên độ và không làm thay đổi dấu của tín hiệu.

Giả thiết ta có $e(t)$ là một tín hiệu tuần hoàn và $e_k(t) = E_{k_m} \cos(\omega_k t + \phi_{e_k})$ là một thành phần trong phổ tần số của tín hiệu $e(t)$. Để một bộ lọc là lí tưởng thì :

- Bộ lọc phải là tuyến tính để cho mỗi thành phần $e_k(t)$ nằm trong dải thông của nó chỉ cho ra một thành phần phổ $s_k(t) = S_{k_m} \cos(\omega_k t + \phi_{s_k})$ ở đầu ra, tức là nó không được làm nảy sinh thêm các hài (thường là hậu quả của tính chất phi tuyến);
- Đối với mọi thành phần phổ $e_k(t)$ nằm trong dải thông của bộ lọc phải cho tại đầu ra một thành phần phổ $s_k(t) = E_{k_m} \cos[\omega_k(t + \phi_{e_k})]$ tái hiện tín hiệu vào;
- Các thành phần phổ nằm ngoài dải thông phải bị cắt.

Điều này có thể được thỏa mãn khi :

- môđun của hàm truyền bằng 1 trong dải thông và bằng 0 ở dải chắn.
- lệch pha giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra bằng 0 ở dải thông.

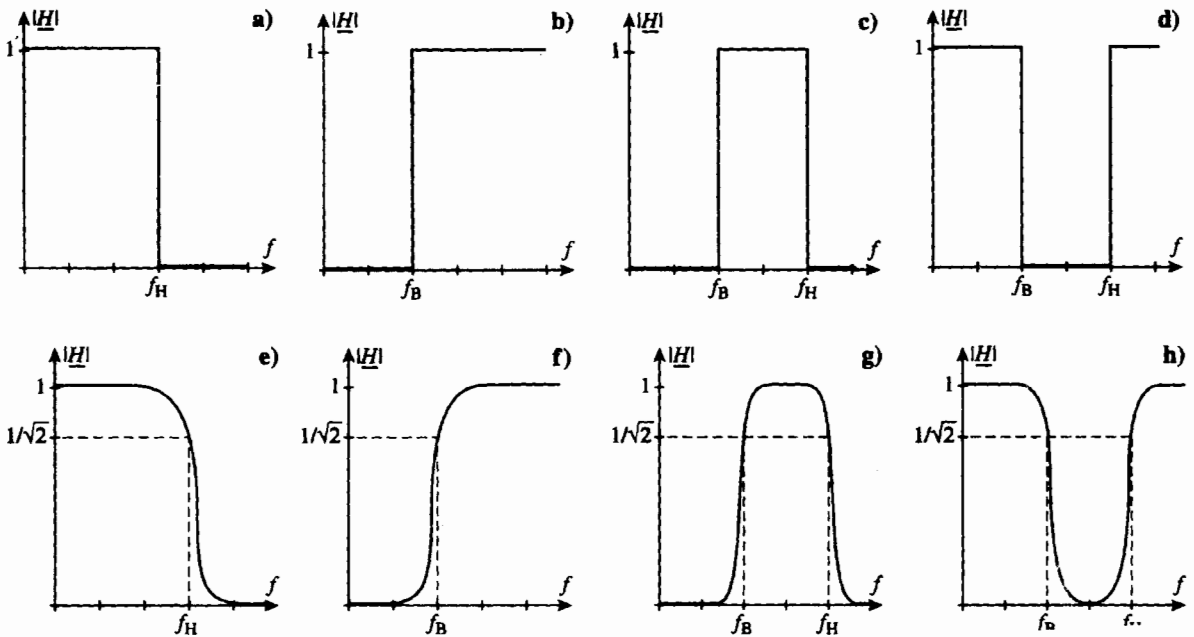
Tuy nhiên các điều kiện này đều khó thực hiện được trong thực tế. Thực tế thì hàm truyền của một bộ lọc tạo bởi các linh kiện rời là một phân thức của $j\omega$. Bậc của tử số nhỏ hơn hoặc bằng bậc của mẫu số và bậc của mẫu số cũng chính là bậc của bộ lọc. Bậc của bộ lọc càng cao thì đặc tuyến của nó càng gần với đặc tuyến của bộ lọc lí tưởng.

1.2. Các loại bộ lọc lí tưởng

Ta nhắc lại 4 loại bộ lọc cơ bản (h.2):

- Bộ lọc thông thấp : dải thông $[0, f_H]$;
- Bộ lọc thông cao : dải thông $[f_B, \infty]$;
- Bộ lọc thông dải : dải thông $[f_B, f_H] (f_B < f_H)$;
- Bộ lọc chắn dải : dải chắn $[f_B, f_H] (f_B < f_H)$.

Ta sẽ chỉ nghiên cứu về bộ lọc chắn dải trong phần bài tập (xem bài tập 2).



H.2. Các bộ lọc lí tưởng và thực tế

- Bộ lọc thông thấp lí tưởng,
- Bộ lọc thông cao lí tưởng,
- Bộ lọc thông dải lí tưởng,
- Bộ lọc chắn dải lí tưởng,
- Bộ lọc thông thấp thực tế,
- Bộ lọc thông cao thực tế,
- Bộ lọc thông dải thực tế,
- Bộ lọc chắn dải thực tế.

2 Các bộ lọc thực tế

2.1. Bộ lọc thông thấp bậc 1 (h.3)

Bộ lọc này được đặc trưng bởi hàm truyền $\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{f}{f_H}}$.

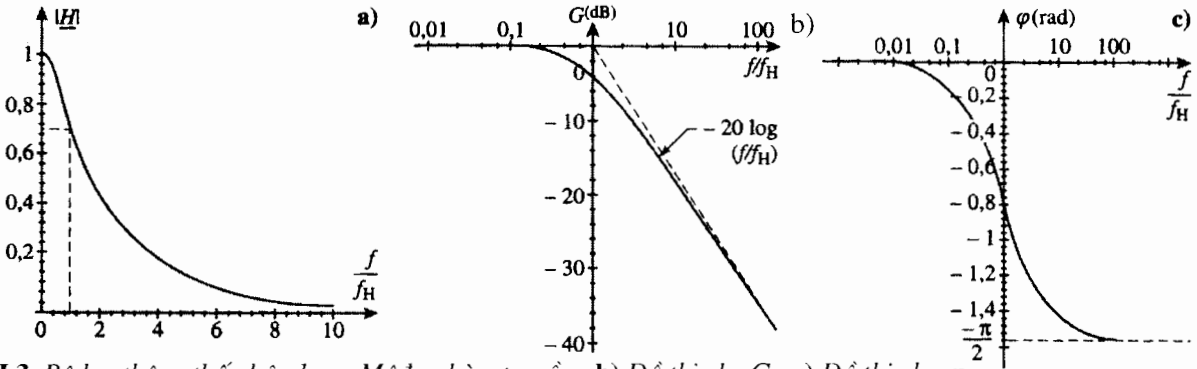
Độ khuếch đại tương ứng là :

$$G = 20 \log |\underline{H}| = -10 \log \left[1 + \left(\frac{f}{f_H} \right)^2 \right]$$

và lệch pha là : $\varphi = \arg(\underline{H}) = -\text{Atg} \left(\frac{f}{f_H} \right)$.

Đồ thị tiệm cận của nó được cho bởi :

- đối với $f \ll f_H$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.
- đối với $f \gg f_H$: $G = -20 \log \left(\frac{f}{f_H} \right)$ và $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
- Lưu ý rằng đối với $f = f_H$: $G = -10 \log 2 = -3 \text{ dB}$. Dải thông của nó tại -3 dB là $[0, f_H]$ trong đó f_H là tần số cắt đối với các tần số cao hơn.



H.3. Bộ lọc thông thấp bậc 1 : a. Môđun hàm truyền ; b) Đồ thị cho G ; c) Đồ thị cho φ .

2.2. Bộ lọc thông cao bậc 1 (h.4)

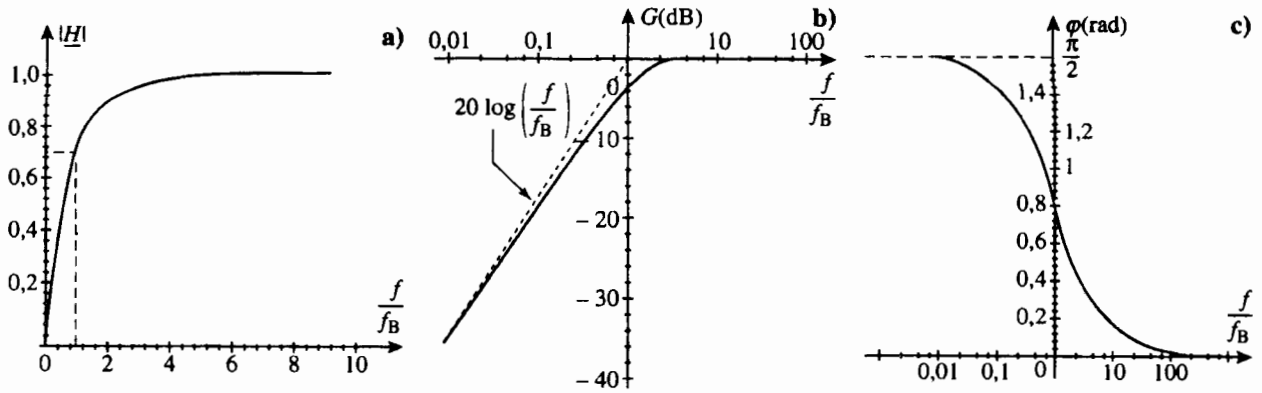
Bộ lọc này được đặc trưng bởi hàm truyền $\underline{H} = \frac{j \frac{f}{f_B}}{1 + j \frac{f}{f_B}} = \frac{1}{1 - j \frac{f}{f_B}}$.

Độ khuếch đại tương ứng là : $G = 20 \log |\underline{H}| = -10 \log \left[1 + \left(\frac{f_B}{f} \right)^2 \right]$

và lệch pha là : $\varphi = \arg(\underline{H}) = \text{Atg} \left(\frac{f_B}{f} \right)$.

Đồ thị tiệm cận của nó được cho bởi:

- đối với $f \ll f_B$: $G = 20 \log \left(\frac{f}{f_B} \right)$ và $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
- đối với $f \gg f_B$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.
- đối với $f = f_B$: $G = -10 \log 2 = -3 \text{ dB}$. Dải thông của nó tại -3 dB là $[f_B, \infty]$, trong đó f_B là tần số cắt đối với các tần số thấp hơn.



H.4. Bộ lọc thông cao bậc 1: **a.** Mô đun hàm truyền ; **b.** Đồ thị cho G ; **c.** Đồ thị cho φ .

2.3. Bộ lọc thông dải bậc 2 (h.5)

2.3.1. Hàm truyền

Để nhận được bộ lọc thông dải với dải thông $[f_B, f_H]$, ta có thể nghĩ đến việc kết hợp 1 bộ lọc thông thấp với dải thông $[0, f_H]$ ở -3dB và một bộ lọc thông cao với dải thông $[f_B, \infty]$ ở -3dB . Trong trường hợp này ta có hàm truyền là :

$$\underline{H} = \left(\frac{1}{1 + j \frac{f}{f_H}} \right) \left(\frac{1}{1 - j \frac{f_B}{f}} \right).$$

Độ khuếch đại tương ứng là tổng của hệ số khuếch đại của hai bộ lọc thành phần, vì vậy nếu $f_B \ll f_H$ thì dải thông tại -3dB của bộ lọc thông dải là $[f_B, f_H]$.

Hàm truyền thường hay được dùng dưới dạng : $\underline{H} = \frac{A_0}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$,

trong đó Q là hệ số chất lượng, f_0 là tần số trung tâm và A_0 là hệ số khuếch đại tại tần số f_0 của bộ lọc.

Bằng cách đồng nhất hai biểu thức trên ta có :

$$\frac{1}{A_0} = 1 + \frac{f_B}{f_H}; \quad \frac{Q}{A_0 f_0} = \frac{1}{f_H} \quad \text{và} \quad \frac{Q f_0}{A_0} = f_B, \quad \text{tức là} \quad f_0^2 = f_B f_H \quad \text{và}$$

$$Q = \frac{f_0}{f_B + f_H} = \frac{1}{\sqrt{\frac{f_B}{f_H} + \frac{f_H}{f_B}}}.$$

Lưu ý rằng từ biểu thức trên suy ra $Q < 0,5$ và vì thế biểu thức đầu tiên ta chọn là tổng quát hơn.

A_0 là hệ số khuếch đại tại tần số f_0 , việc chọn giá trị của nó không làm thay đổi hình dạng của đường đặc tuyến G nên ta có thể chọn $A_0 = 1$. Ta sẽ nghiên cứu bộ lọc thông dải với hàm truyền sau :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}.$$

Độ khuếch đại tương ứng là :

$$G = -10 \log \left[1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 \right],$$

và lệch pha là : $\varphi = -\text{Atg} \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)$.

(Vì phần thực của mẫu số là dương nên không có gì trở ngại khi phải xác định lệch pha từ Atg).

2.3.2. Dải thông tại -3dB

Ta sẽ xác định dải thông của bộ lọc tại -3dB.

Theo biểu thức của G thì các giá trị $x = \frac{f}{f_0}$ tương ứng với giới hạn của dải thông và ta có :

$$1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 2, \text{ tức là } Q \left(x - \frac{1}{x} \right) = \pm 1 \text{ hay là } x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0.$$

$\frac{f}{f_0}$ là một số dương nên các giới hạn của dải thông là :

$$x = \pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \quad (1)$$

Dải thông tại -3dB là : $\left[f_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right); f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right) \right];$

Độ rộng của dải thông là : $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$.

Bộ lọc có dải thông rộng khi $\frac{\Delta f}{f_0} \gg 1$, tức là khi hệ số chất lượng $Q \ll 1$.

Khai triển gần đúng biểu thức (1) của x ta có :

$$\pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} = \frac{1}{2Q} (\pm 1 + \sqrt{4Q^2 + 1}) \approx \frac{1}{2Q} (\pm 1 + 1 + 2Q^2), \quad (2)$$

từ đó ta có các tần số cắt là : $f_B \approx Qf_0$ và $f_H \approx \frac{f_0}{Q}$.

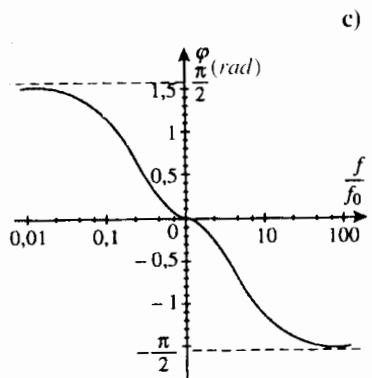
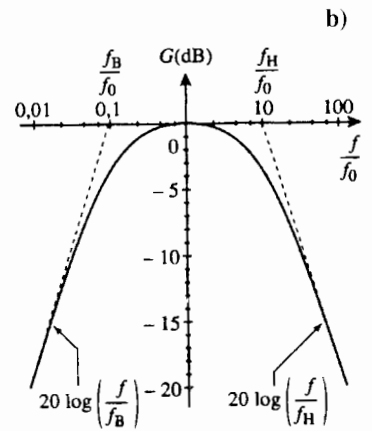
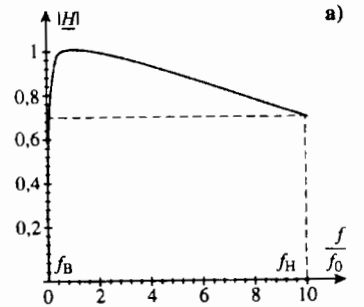
Bộ lọc có dải thông hẹp (bộ lọc chọn lọc) khi $\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1$, tức là khi hệ số phẩm chất $Q \gg 1$.

Khai triển gần đúng biểu thức (1) của x ta có :

$$\pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \approx 1 \pm \frac{1}{2Q},$$

từ đó ta có các tần số cắt là :

$$f_B \approx \left(1 - \frac{1}{2Q} \right) f_0 \text{ và } f_H \approx \left(1 + \frac{1}{2Q} \right) f_0.$$



H.5. Bộ lọc thông dải rộng ($Q = 0,1$).

a. Môđun của hàm truyền.

b. Đồ thị của G .

c. Đồ thị của φ .

2.3.3. Đặc tuyến tiệm cận

Đặt $f_1 = Qf_0$ và $f_2 = \frac{f_0}{Q}$. So sánh ba số hạng 1, $\frac{Qf}{f_0}$ và $\frac{Qf_0}{f}$ dẫn ta đến việc phải phân biệt ba trường hợp sau :

- nếu $f \ll f_0$ và $f \ll f_1$: $G \approx -20 \log \left(\frac{Qf_0}{f} \right) = 20 \log \left(\frac{f}{f_1} \right)$ và $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$;
- nếu $f \gg f_0$ và $f \gg f_2$: $G \approx -20 \log \left(\frac{Qf_0}{f} \right) = -20 \log \left(\frac{f}{f_2} \right)$ và $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$;
- nếu $f \gg f_1$ và $f \gg f_2$: $G \approx 0$ và $\varphi \approx 0$,

Còn theo giá trị của hệ số chất lượng Q ta có thể phân ra hai trường hợp :

■ $Q \ll 1$: Bộ lọc thông dải rộng:

$f_2 \gg f_1$ tồn tại 3 trường hợp đặc biệt.

Lưu ý rằng $f_1 \approx f_B$ và $f_2 \approx f_H$. Các tần số đặc trưng là các tần số cắt ở -3dB .

Đồ thị tiệm cận là :

- $f \ll f_B$: $G = 20 \log \left(\frac{f}{f_B} \right)$ và $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$;
- $f_B \ll f \ll f_H$: $G = 0$ và $\varphi = 0$,
- $f_H \ll f$: $G = -20 \log \left(\frac{f}{f_H} \right)$ và $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$;

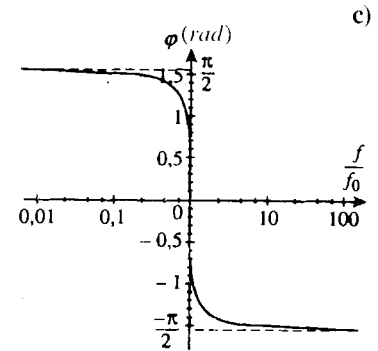
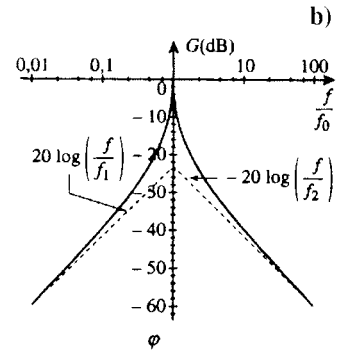
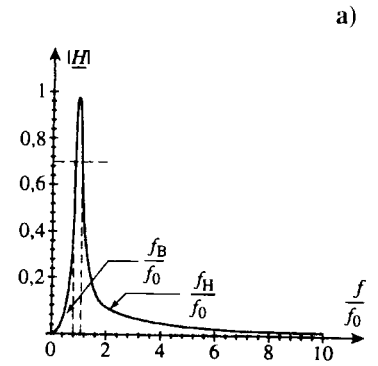
■ $Q > 1$: Bộ lọc thông dải hẹp:

$f_1 > f_2$: trường hợp $f \gg f_1$ và $f \ll f_2$ không tồn tại.

Đồ thị tiệm cận là :

- $f \ll f_0$: $G = 20 \log \left(\frac{f}{f_1} \right)$ và $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$;
- $f_0 \ll f$: $G = -20 \log \left(\frac{f}{f_2} \right)$ và $\varphi \approx -\frac{\pi}{2}$;
- $f_1 = \frac{f_0}{Q}$ và $f_2 = Qf_0$: không biểu diễn các tần số cắt tại -3dB .

► Đề tập luyện : Bài tập 3.

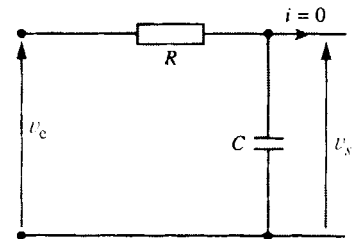


H.6. Bộ lọc thông dải hẹp ($Q = 10$).

a. Mô đun hàm truyền.

b. Đồ thị của G .

c. Đồ thị của φ .



H.7. Mạch lọc thông thấp (R, C).

3 Thực hiện bộ lọc thông thấp

3.1. Bộ lọc thông thấp bậc 1

Bộ lọc thông thấp bậc 1 đơn giản nhất là mạch (R, C) mắc thành bộ phân áp, điện áp ra được lấy trên tụ điện (h.7).

Theo công thức của bộ chia điện áp ta có : $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_c} = \frac{1}{1 + j\omega CR}$.

Nó đáp ứng tốt các tiêu chuẩn của bộ lọc. Dải thông của bộ lọc này tại -3dB là $[0, f_H]$, trong đó $f_H = \frac{1}{2\pi RC}$.

3.2. Bộ lọc thông thấp bậc 2

Đặc tuyến tiệm cận của bộ lọc thông thấp bậc 2 như ở trên hình 8.

Các trường hợp tương quan với tần số trung gian f_0 :

- $f \ll f_0$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.
- $f \gg f_0$: $G = -40 \log\left(\frac{f}{f_0}\right)$ và $\varphi = -\pi$ (tức là đều gấp đôi so với ở bộ

lọc bậc 1);

Bộ lọc thông thấp bậc 2 đơn giản nhất là một mạch (R, L, C) mắc thành bộ chia áp và lấy điện áp ra trên tụ điện (h.9).

Theo công thức của bộ chia điện áp ta có:

$$H(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}.$$

- Nếu $RC\omega \ll 1$ và $LC\omega^2 \ll 1$ thì $G \approx 0$ và $\varphi \approx 0$.
- Nếu $LC\omega^2 \gg RC\omega$ và $LC\omega^2 \gg 1$ thì $G = -40 \log(\omega \sqrt{LC})$ và $\varphi = -\pi$.

Mạch R, L, C trên đáp ứng tốt các tiêu chuẩn của bộ lọc. Tần số đặc trưng

$$\text{của bộ lọc } R, L, C \text{ này là: } f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$$

Chúng ta có thể thấy rằng việc thay đổi giá trị của điện trở R không làm thay đổi đồ thị tiệm cận của bộ lọc này.

Nếu ta định nghĩa hệ số phẩm chất của mạch (R, L, C) là:

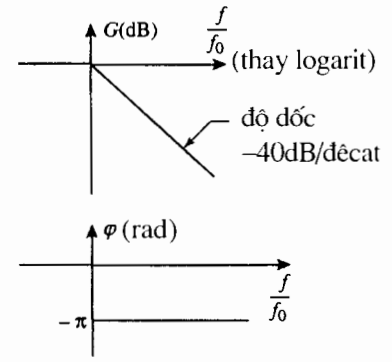
$$Q = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ và nghiên cứu hình 10 ta có thể nhận thấy:}$$

- Nếu $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì hệ số khuếch đại thực bao giờ cũng nhỏ hơn giá trị tiệm cận của nó. Sai lệch này càng lớn khi hệ số phẩm chất càng nhỏ.

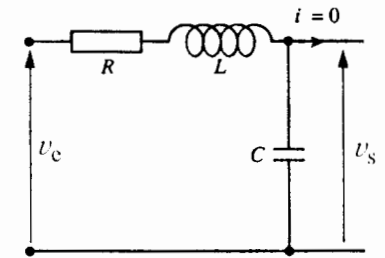
- Nếu $\frac{1}{\sqrt{2}} < Q < 1$ thì hệ số khuếch đại thực gần bằng giá trị tiệm cận của nó

và giá trị cực đại này càng lớn khi hệ số phẩm chất càng lớn. Ta có thể kết luận rằng để đặc tuyến của bộ lọc thông thấp (R, L, C) gần với đồ thị tiệm cận

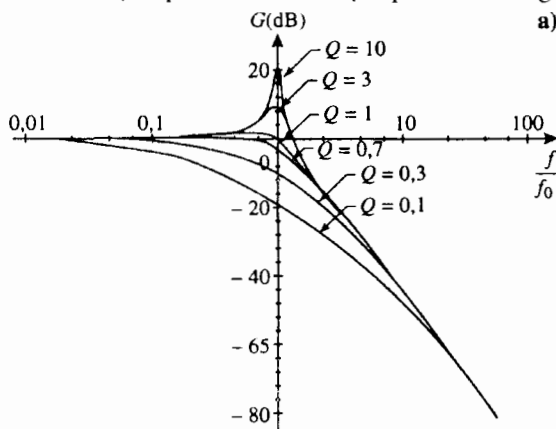
của nó thì hệ số phẩm chất của mạch phải nằm trong khoảng $\frac{1}{\sqrt{2}} < Q < 1$.



H.8. Đặc tuyến tiệm cận của bộ lọc thông thấp bậc 2.

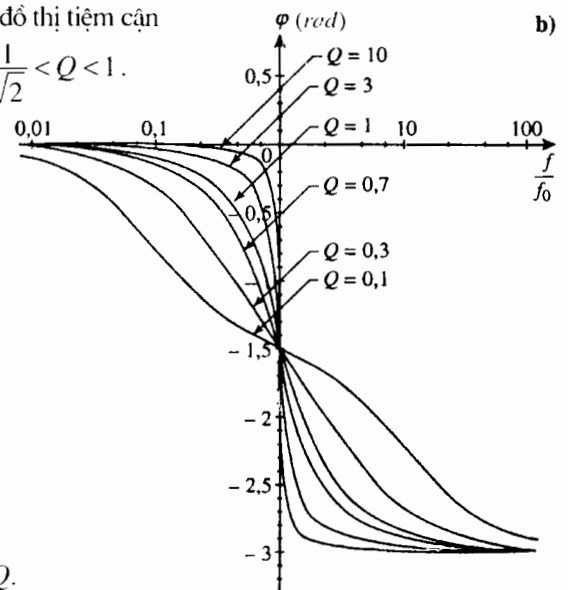


H.9. Mạch lọc R, L, C .



H.10. Biểu đồ BODE của bộ lọc thông thấp bậc 2.

a. Độ khuếch đại phụ thuộc Q ; b. Góc lệch pha phụ thuộc Q .



Áp dụng 1

Biểu đồ BODE của bộ lọc thông thấp bậc 2

- 1) Tính hệ số khuếch đại của mạch trên hình 9.
- 2) Xác định giá trị nhỏ nhất của Q để hệ số khuếch đại này là lớn nhất.
- 3) Hãy vẽ giá trị tuyệt đối của độ lệch lớn nhất giữa hệ số khuếch đại thực và giá trị tiệm cận của nó khi $f < f_0$.
- 4) Cũng hỏi như câu 3 nhưng với $f > f_0$.
- 5) Tính giá trị Q tương ứng để sai lệch giữa hệ số khuếch đại thực và giá trị tiệm cận của nó lớn nhất là $\pm 3\text{dB}$.

1) Theo công thức của bộ chia điện áp ta có :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2} = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2},$$

trong đó $x = \frac{f}{f_0}$, từ đó

$$G = -10\log\left[1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)x^2 + x^4\right].$$

2) Biểu thức $\left[1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)x^2 + x^4\right] = G$ là nhỏ nhất

khi $x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$ và có giá trị $G_{\min} = 1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2$.

Như vậy giá trị nhỏ nhất của Q làm cho G có giá trị lớn nhất là $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3) Nếu $Q < \frac{1}{\sqrt{2}}$ sai lệch là lớn nhất khi $f = f_0$ (tức là $x = 1$): $\Delta G_{\max} = |20\log Q|$.

Nếu $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ thì G là lớn nhất bằng :

$$G_{\max} = -10\log\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2\right].$$

Sai lệch lớn nhất sẽ bằng giá trị cao nhất trong hai giá

$$\text{trị } -10\log\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2\right] \text{ và } |20\log Q|.$$

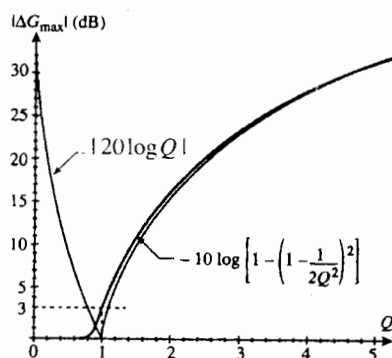
Kết quả được biểu diễn trên hình 11.

4) Sai lệch giữa giá trị thực và giá trị tiệm cận của hệ số khuếch đại là :

$$\begin{aligned}\Delta G &= -10\log\left[1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)x^2 + x^4\right] + 40\log x \\ &= 10\log\left[1 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2\right)\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4}\right]\end{aligned}$$

Các kết quả thu được ở phần 2) có thể sử dụng được ở đây nếu ta thay x bằng $\frac{1}{x}$. Cuối cùng ta thu được kết quả giống nhau.

5) Trên hình 11 ta có thể thấy giá trị $Q \in \left[\frac{1}{\sqrt{2}}, 1\right]$ là phù hợp.



H.11. Sai lệch (phụ thuộc hệ số Q) giữa đường cong hệ số khuếch đại và đường tiệm cận.

4 Ảnh hưởng của bộ lọc thông thấp lên tín hiệu tuần hoàn

Ta có thể xét 3 trường hợp :

- Tần số f của tín hiệu nhỏ hơn rất nhiều so với tần số cắt f_H .
- f cỡ bằng f_H .
- $f \gg f_H$.

4.1. Quan sát tín hiệu

Cả 3 trường hợp nêu trên được minh họa trên hình 12 và 13 cho tín hiệu hình tam giác và trên hình 14 và 15 cho tín hiệu hình vuông với điện áp đỉnh là 1V và thành phần 1 chiều là 0,1V. Trong tất cả các trường hợp ta cần lưu ý rằng :

Thành phần một chiều được truyền qua hoàn toàn với hệ số khuếch đại là 1. Tín hiệu ở đầu ra không có bất kì một điểm gián đoạn nào.

Ta sẽ quan sát thành phần xoay chiều.

Trong trường hợp $f < f_H$, tín hiệu hình tam giác được truyền với sự biến dạng nhỏ ở chỗ độ dốc thay đổi còn tín hiệu hình vuông thì bị méo dạng nhiều hơn tại các điểm không liên tục.

Trong trường hợp f cỡ xấp xỉ f_H cả hai tín hiệu đều được truyền với sự biến dạng lớn.

Trong trường hợp $f > f_H$ biên độ của tín hiệu xoay chiều đi qua bộ lọc bậc 1 bị suy giảm nhiều và có thể coi như bằng 0 đối với bộ lọc bậc 2.

4.2. Giải thích

Một tín hiệu tuần hoàn có thể được phân tích thành chuỗi FOURIER với thành phần một chiều bằng giá trị trung bình của nó và các hài có tần số nf (n là số nguyên).

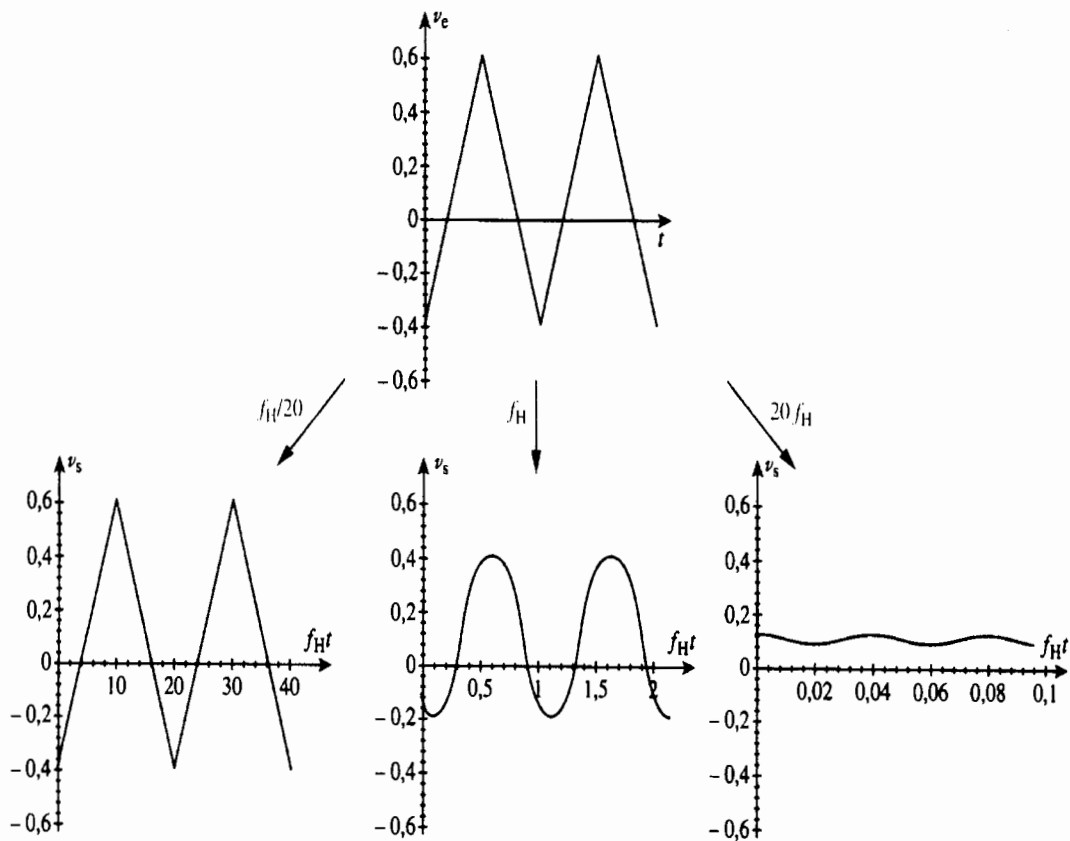
Một bộ lọc thông thấp không làm suy giảm tín hiệu một chiều và các tín hiệu hình sin với tần số nhỏ hơn tần số f_H .

• Nếu $f \ll f_H$, thì phần lớn các hài của tín hiệu được truyền qua mà không hề bị thay đổi (h.16). Tín hiệu ở đầu ra gần giống tín hiệu ở đầu vào. Sự biến dạng của tín hiệu đầu ra ở các điểm gián đoạn là do việc các hài bậc cao $\left(n > \frac{f_H}{f}\right)$ đã bị loại đi. Đối với bộ lọc bậc 2 các hài bậc cao bị khử triệt để hơn nữa nên tín hiệu ra lại càng bị làm méo dạng mạnh hơn.

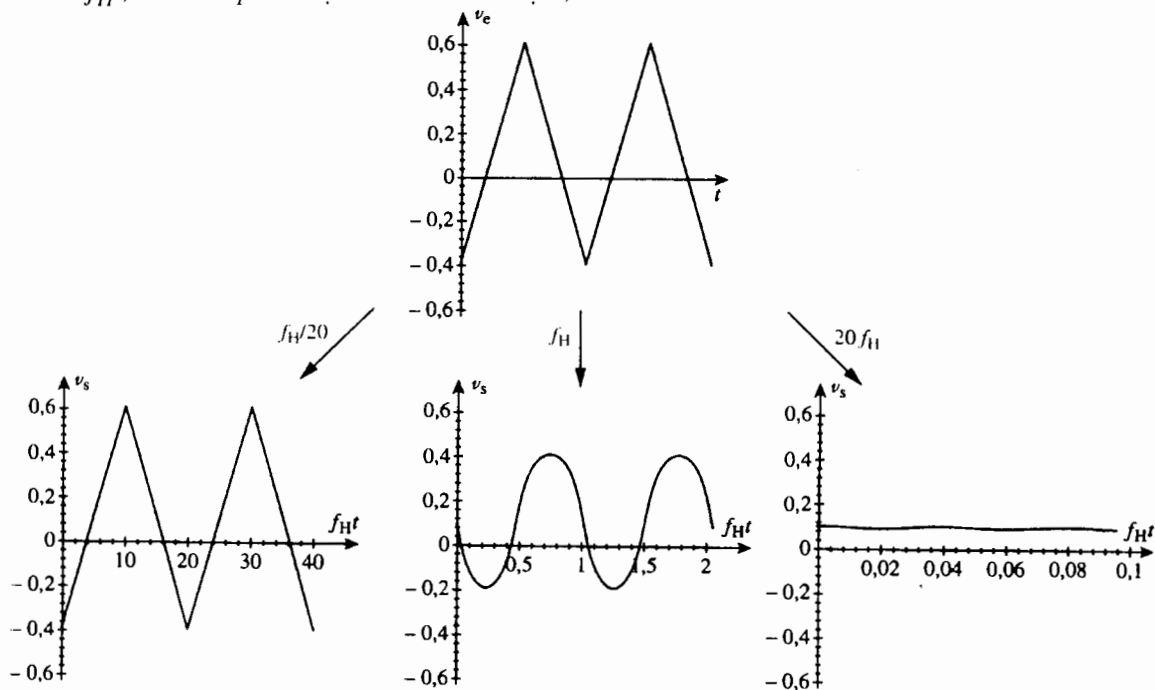
• Nếu f là cỡ f_H thì chỉ có tần số cơ bản và một số hài của tín hiệu được truyền qua, còn các hài khác sẽ bị khử hết (h.17). Tín hiệu ở đầu ra không còn gần với tín hiệu ở đầu vào nữa.

• Nếu $f \gg f_H$ thì chỉ có thành phần một chiều của tín hiệu được truyền qua mà không hề bị làm thay đổi. Các hài khác bị suy giảm mạnh đối với bộ lọc bậc 1 và coi như hoàn toàn bị khử đối với bộ lọc bậc 2 (h.18).

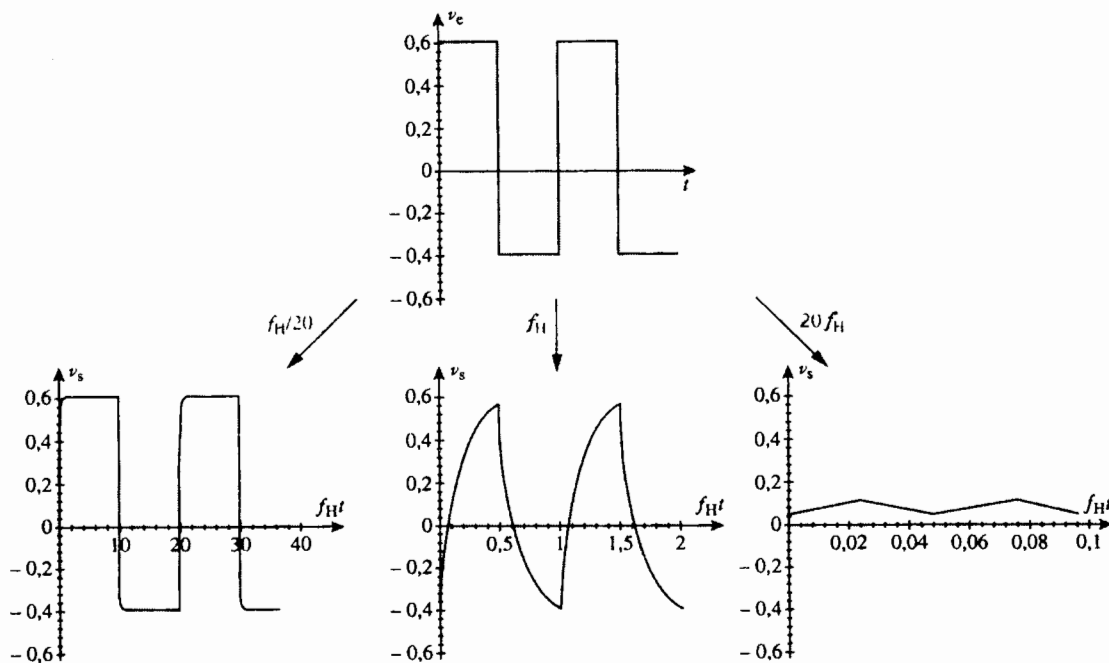
► Đề tập luyện : Bài tập 6.



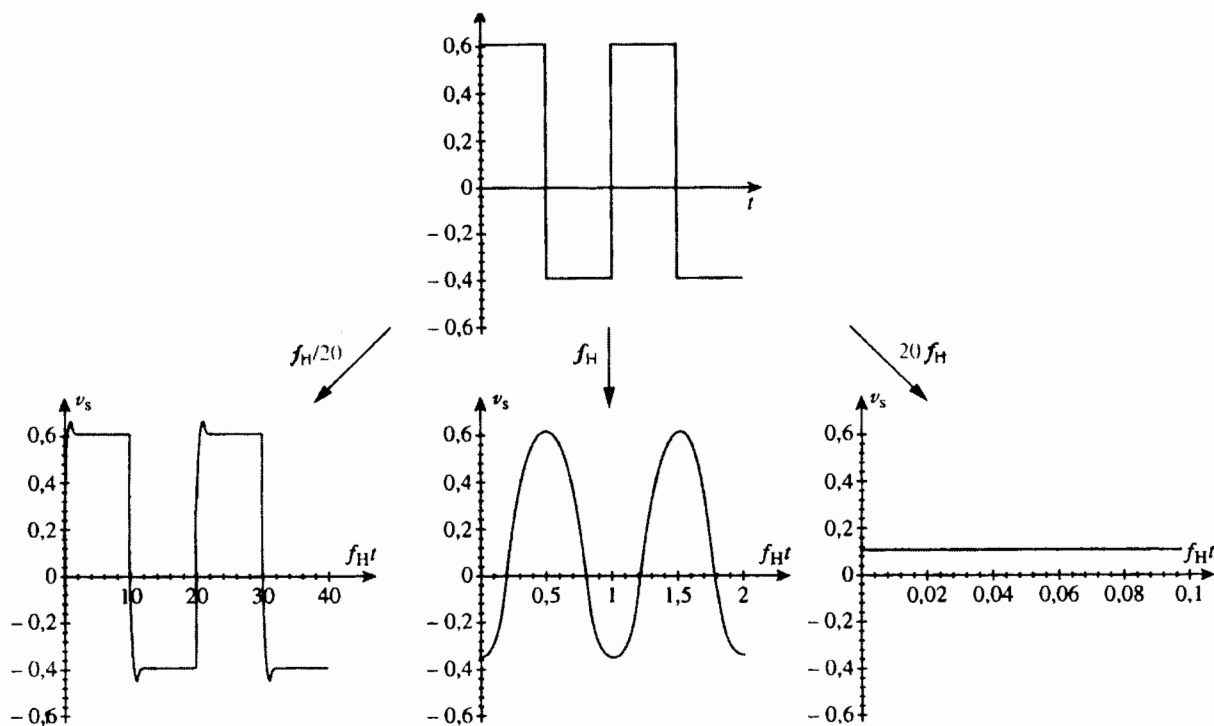
H.12. Bộ lọc thông thấp bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình tam giác biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $f_H/20$, f_H và $20f_H$, có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.



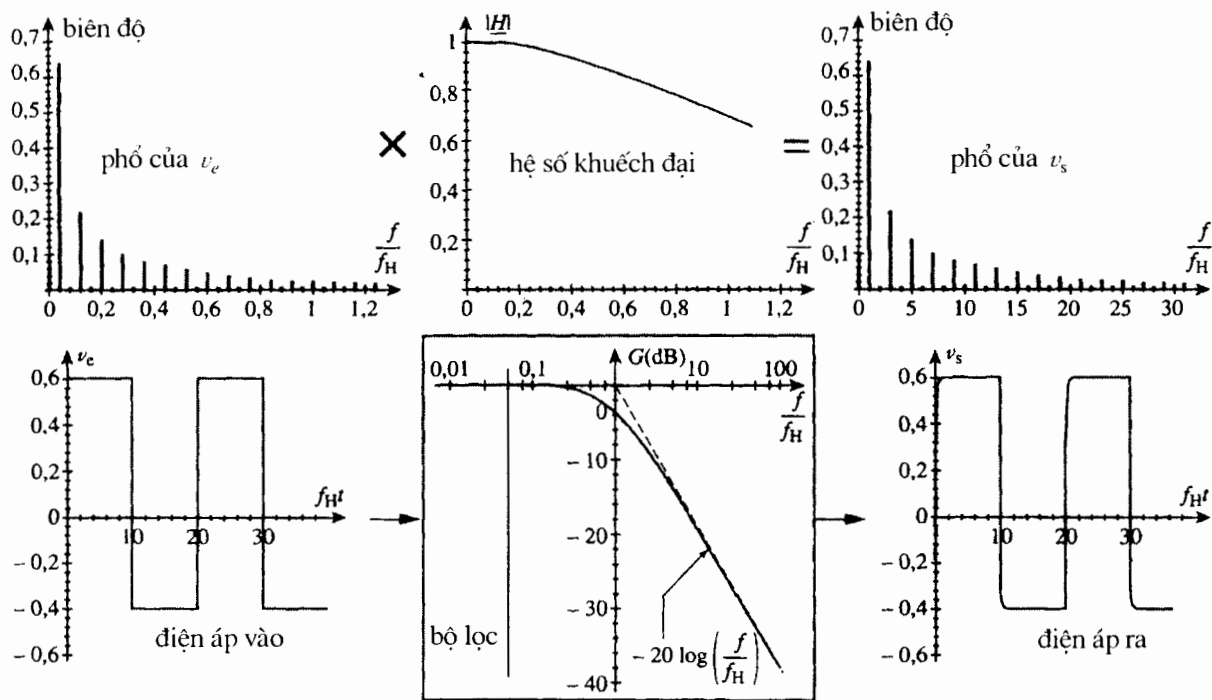
H.13. Bộ lọc thông thấp bậc 2. Đáp ứng với tín hiệu hình tam giác biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $f_H/20$, f_H và $20f_H$ và có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.



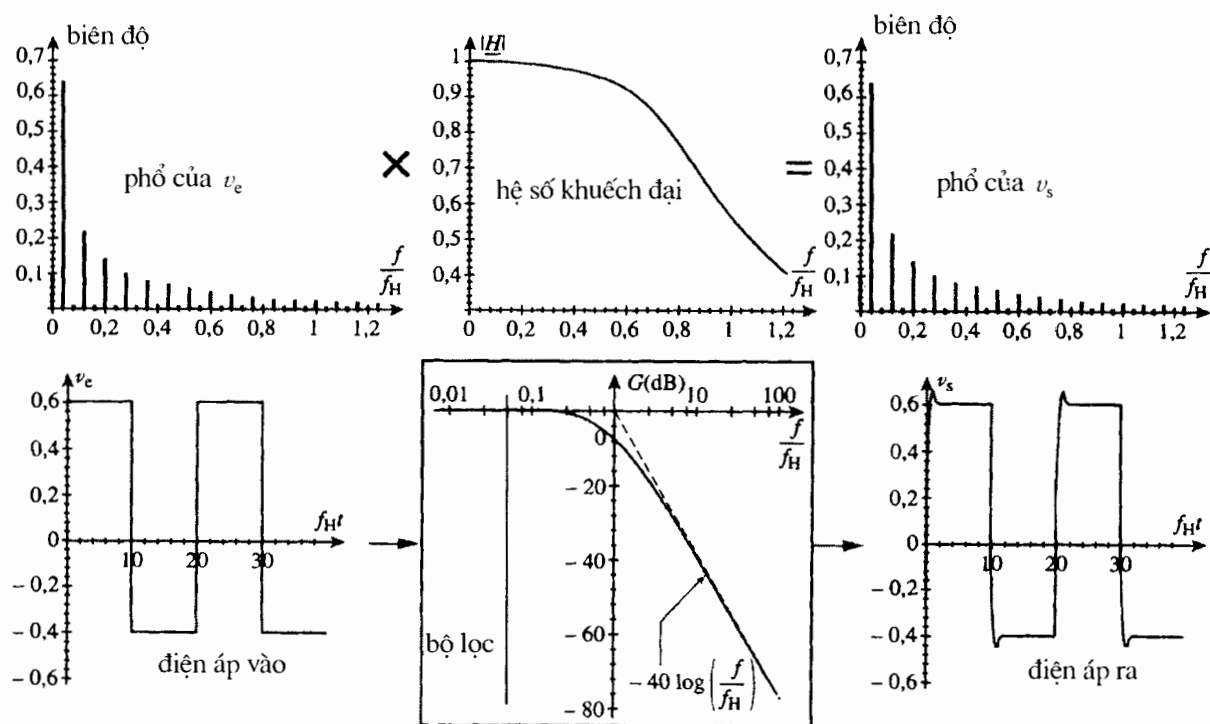
H.14. Bộ lọc thông thấp bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_H/20$, f_H và $20f_H$ và có thành phần một chiều với biên độ 0,1V.



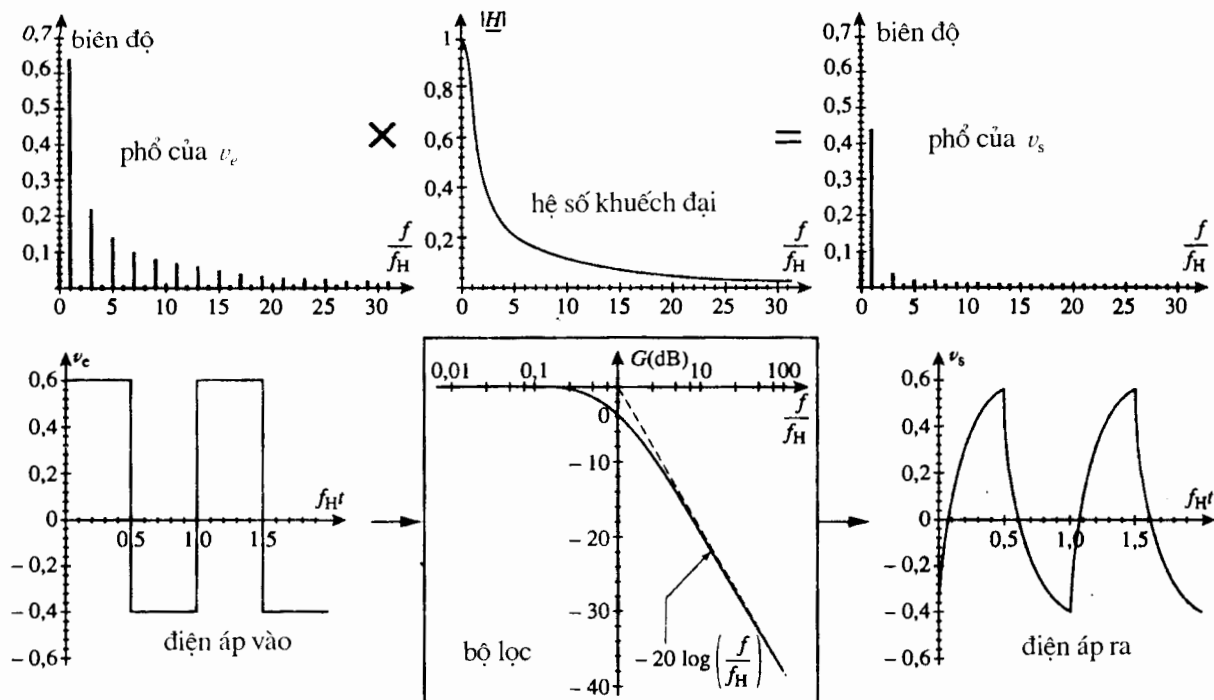
H.15. Bộ lọc thông thấp bậc 2. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_H/20$, f_H và $20f_H$ và có thành phần một chiều với biên độ 0,1V.



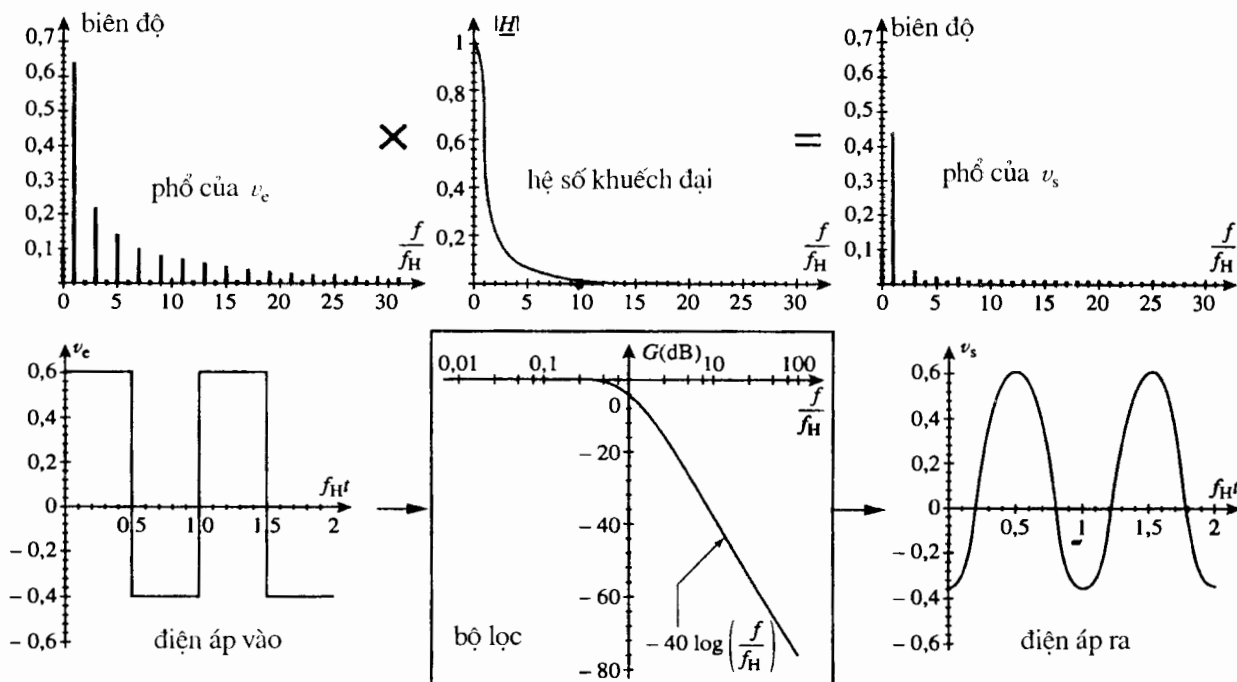
H.16.a) Bộ lọc thông thấp bậc 1 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_H/20$ và có thành phần một chiều với biên độ 0,1V.



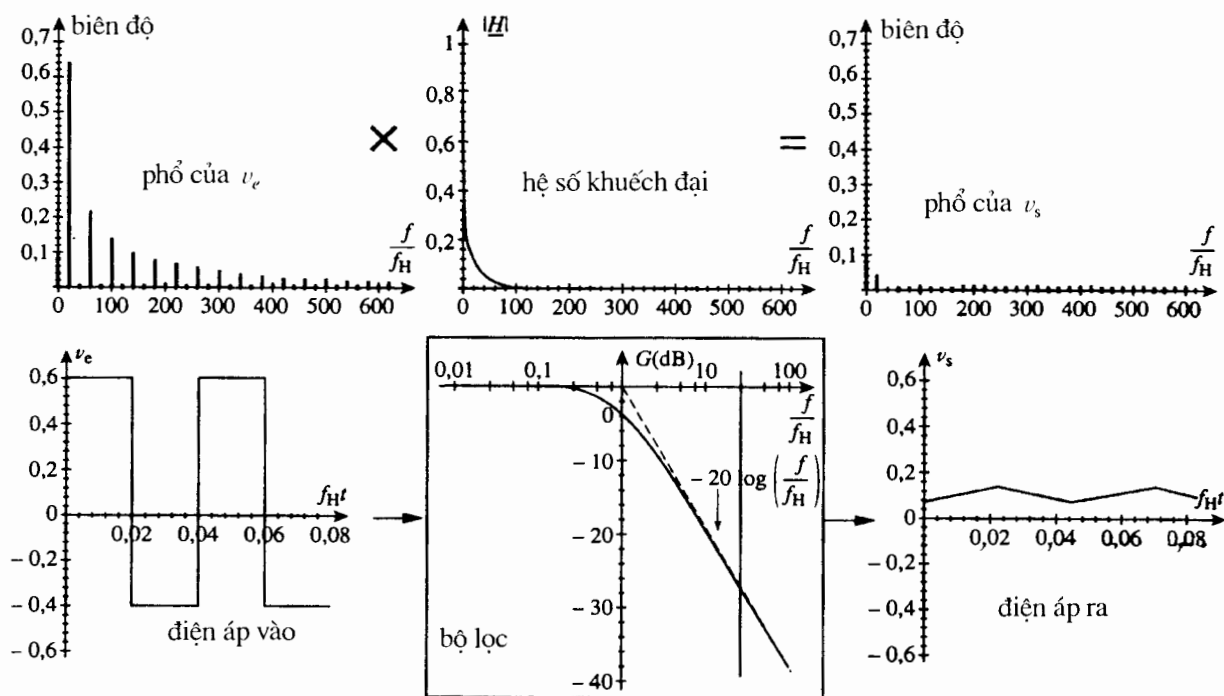
H.16.b) Bộ lọc thông thấp bậc 2. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_H/20$ và có thành phần một chiều với biên độ 0,1V.



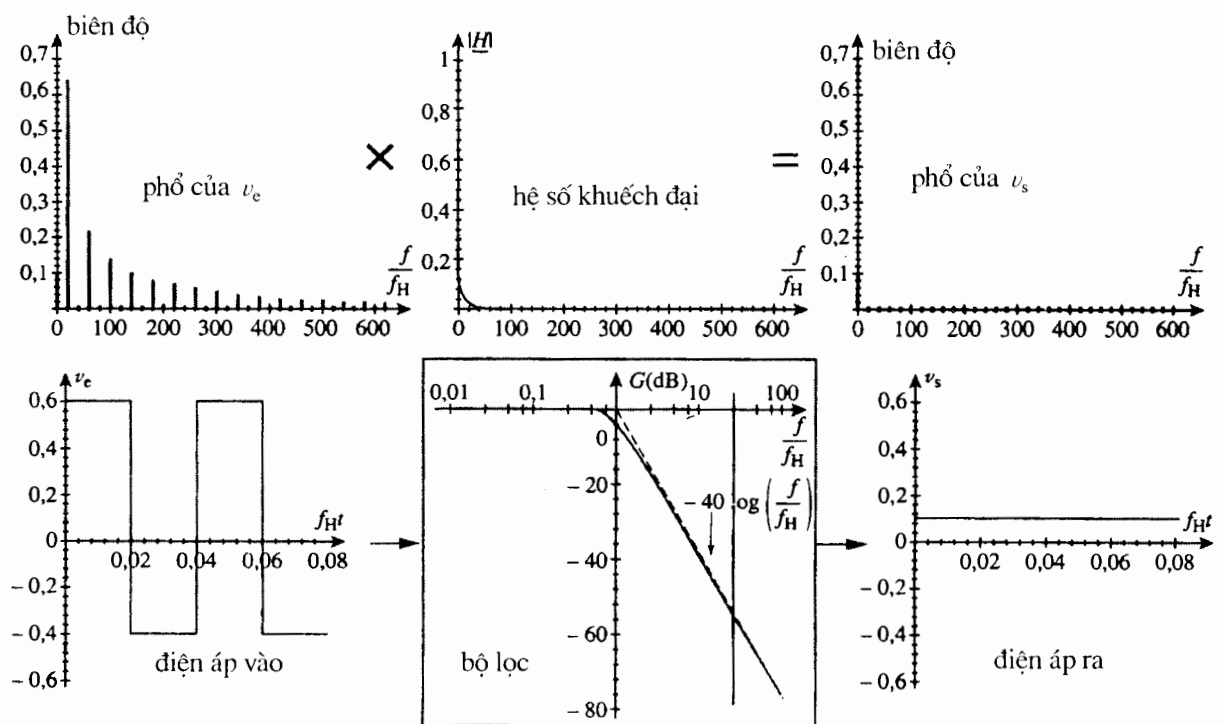
H.17.a) Bộ lọc thông thấp bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số f_H và có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.



H.17.b) Bộ lọc thông thấp bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số f_H và có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.



H.18.a) Bộ lọc thông thấp bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $20f_H$, có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.



H.18.b) Bộ lọc thông thấp bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $20f_H$ và có thành phần một chiều với biên độ $0,IV$.

Áp dụng 2

So sánh đáp ứng của hai loại bộ lọc có tín hiệu vào hình tam giác

Chuỗi FOURIER của tín hiệu hình tam giác có các hài bậc chẵn bằng 0 và các hài bậc lẻ có biên độ tỉ lệ với $\frac{1}{n^2}$ (xem Chương 3).

Hãy cho biết dạng của tín hiệu ở đầu ra của bộ lọc bậc 1 và bộ lọc bậc 2 khi tín hiệu đầu vào của nó là tín hiệu hình tam giác.

Thành phần một chiều được truyền qua không thay đổi.

• $f \ll f_H$: Các hài bị biến dạng rất ít. Các hài bậc cao của tín hiệu tam giác có biên độ rất nhỏ (tỉ lệ với

$\frac{1}{n^2}$), do đó tuy có bị khử bởi các bộ lọc nhưng không làm tín hiệu bị biến dạng.

• $f = f_H$: Chỉ có thành phần một chiều, hài cơ bản và một số ít hài khác được truyền qua bộ lọc.

Đối với bộ lọc bậc 2 thì hài bậc 3 bị hạn chế rất nhiều nên tín hiệu đầu ra gần như là hình sin.

• $f \gg f_H$: Sự giải thích tương tự như ở trường hợp tín hiệu hình vuông.

5 Thực hiện bộ lọc thông cao

5.1. Bộ lọc thông cao bậc 1

Bộ lọc thông cao bậc 1 đơn giản nhất là mạch (R, C) mắc thành bộ phân áp, điện áp ra được lấy trên điện trở R (h.19).

Theo công thức của bộ chia điện áp ta có : $H(j\omega) = \frac{V_S}{V_e} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$

• Nếu $RC\omega \ll 1$, thì $G \approx 20\log RC\omega$ và lệch pha là $\varphi \approx \frac{\pi}{2}$.

• Nếu $RC\omega \gg 1$ thì $G = 0$ và $\varphi = 0$.

$G = -3\text{dB}$ tại $\omega = \frac{1}{RC}$. Dải thông của bộ lọc này tại -3dB là $[f_B, \infty]$,

trong đó $f_B = \frac{1}{2\pi RC}$.

5.2. Bộ lọc thông cao bậc 2

Đặc tuyến tiệm cận của bộ lọc thông cao bậc 2 như trên hình 20. Các trường hợp tương quan với tần số trung gian f_0 :

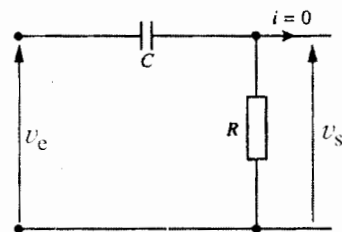
• $f \ll f_0$: $G = G_0 + 40\log\left(\frac{f}{f_0}\right)$ và $\varphi = \pi$ (tức là gấp đôi so với ở bộ lọc bậc 1);

• $f \gg f_0$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.

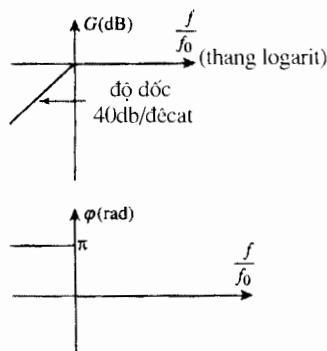
Bộ lọc thông cao bậc 2 đơn giản nhất là một mạch (R, L, C) mắc thành bộ chia áp và lấy điện áp ra trên điện cảm L (h.21).

Theo công thức của bộ chia điện áp ta có :

$$H(j\omega) = \frac{V_S}{V_e} = \frac{jL\omega}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{X\omega}\right)} = \frac{-LC\omega^2}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$$



H.19. Mạch lọc thông cao R, C.



H.20. Đặc tuyến tiệm cận của bộ lọc bậc 2.

• Nếu $RC\omega \ll 1$ và $LC\omega^2 \ll 1$ thì $G = 40 \log(\omega\sqrt{LC})$ và $\varphi \approx \pi$.

• Nếu $LC\omega^2 \gg RC\omega$ và $LC\omega^2 \gg 1$ thì $G \approx 0$ và $\varphi \approx 0$.

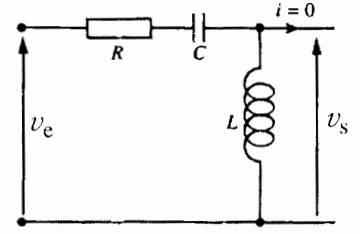
Mạch R, L, C trên đáp ứng tốt các tiêu chuẩn của bộ lọc. Tần số đặc trưng của bộ lọc R, L, C này là :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

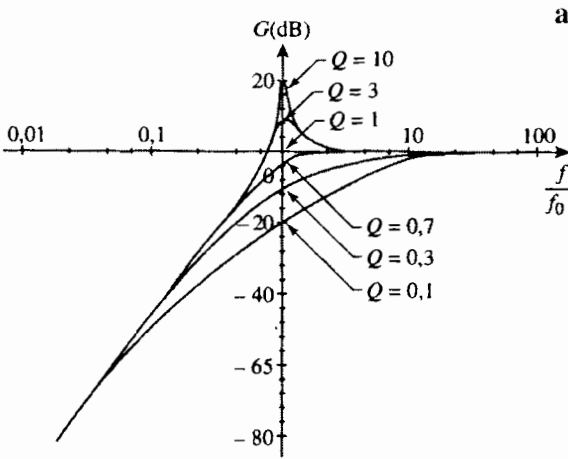
Cũng như ở bộ lọc thông thấp, việc chọn giá trị của điện trở R sẽ cho phép chọn được hệ số phẩm chất mong muốn của bộ lọc.

Ta có thể nhận được kết quả giống như ở bộ lọc thông thấp (h.22) : để đặc tuyến của bộ lọc thông cao (R, L, C) gần với đồ thị tiệm cận của nó thì hệ

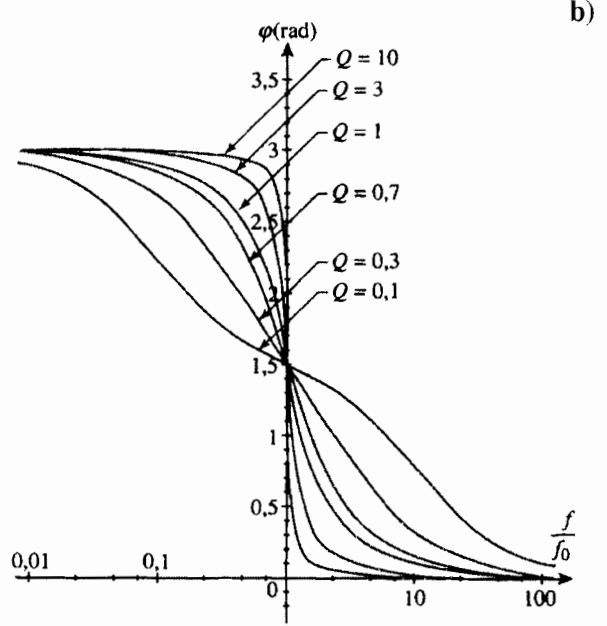
số phẩm chất của mạch lọc phải nằm trong khoảng : $\frac{1}{\sqrt{2}} < Q < 1$.



H.21. Mạch lọc thông cao (R, L, C).



a)



b)

H.22. Biểu đồ BODE của bộ lọc thông cao bậc 2.

a. Độ khuếch đại phụ thuộc Q . b. Lệch pha phụ thuộc Q .

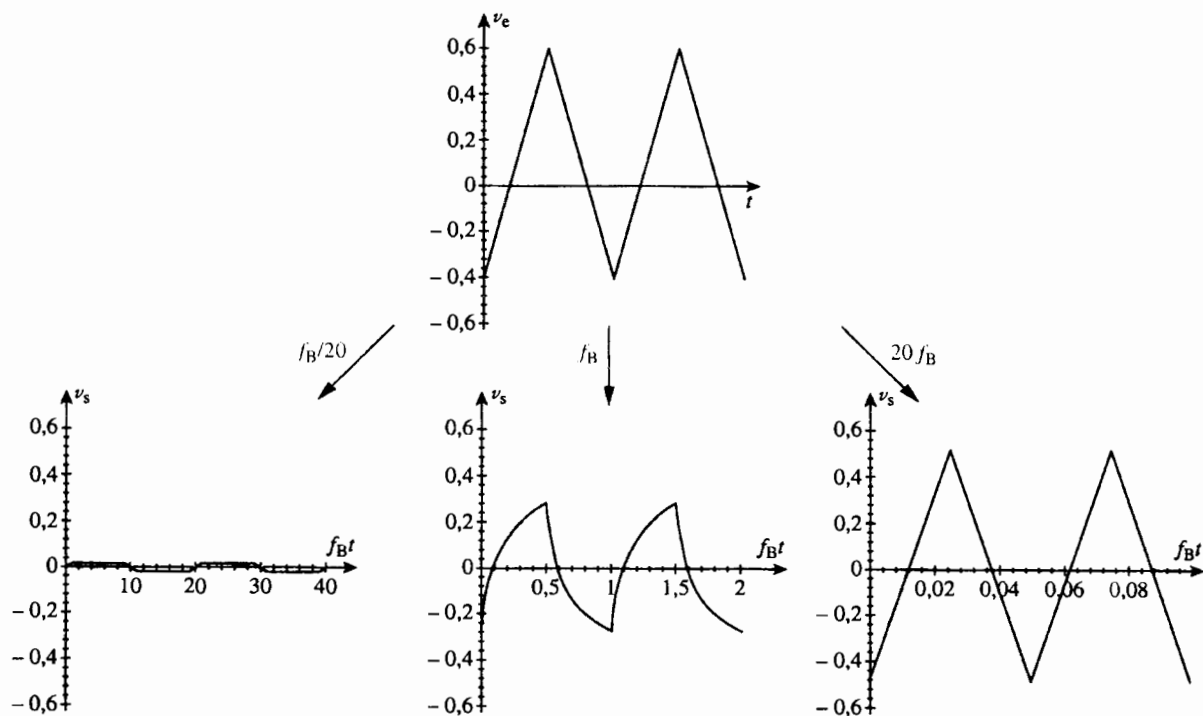
6 Tác dụng của bộ lọc thông cao lên tín hiệu tuần hoàn

Ta xét 3 trường hợp :

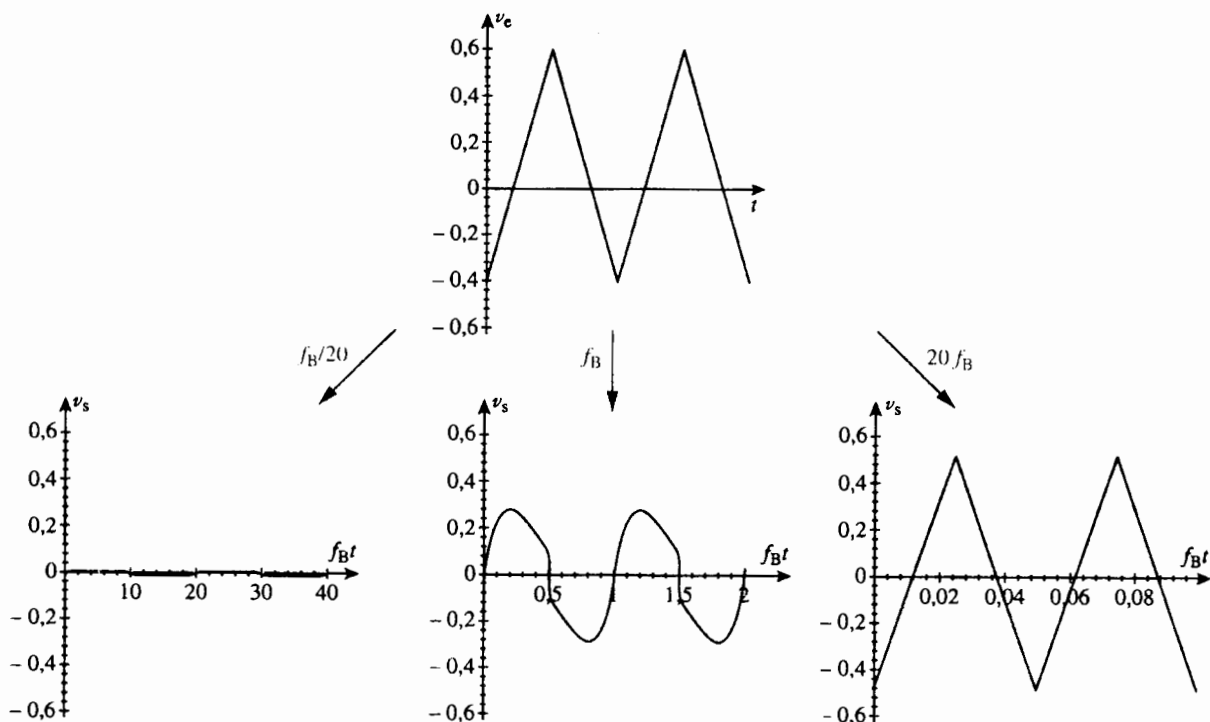
- Tần số f của tín hiệu nhỏ hơn rất nhiều so với tần số cắt f_B ;
- f cỡ bằng f_B ;
- $f \gg f_B$;

6.1. Quan sát tín hiệu

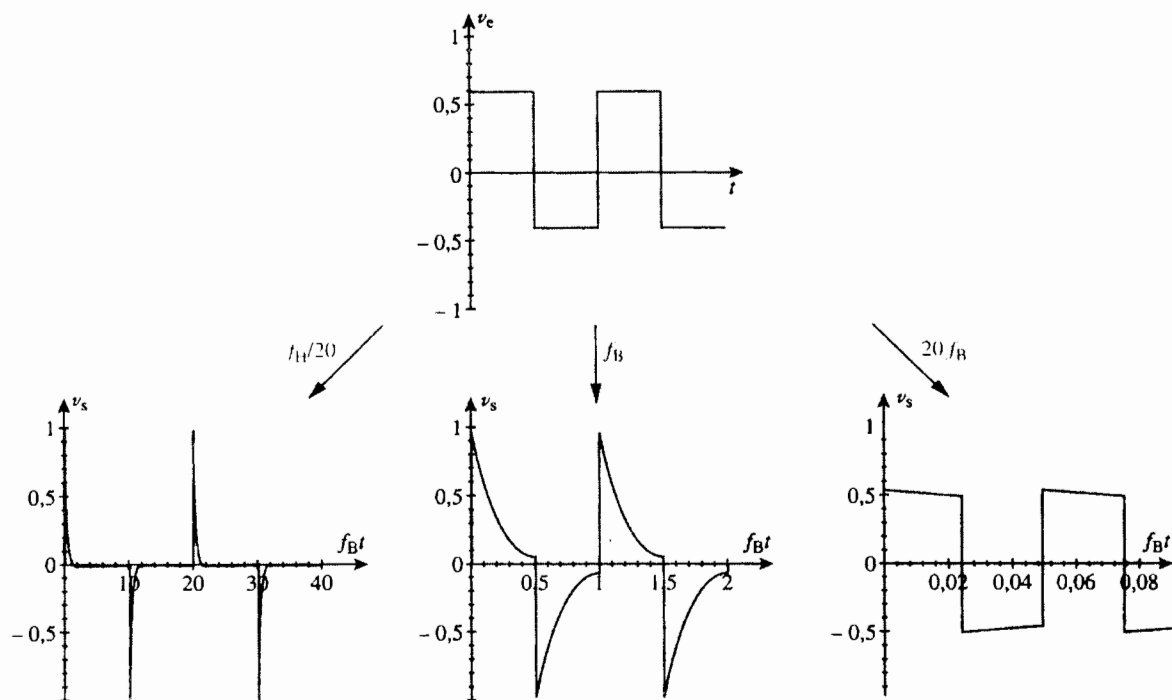
Cả 3 trường hợp nêu trên được minh họa trên hình 23, 24, 25 và 26.



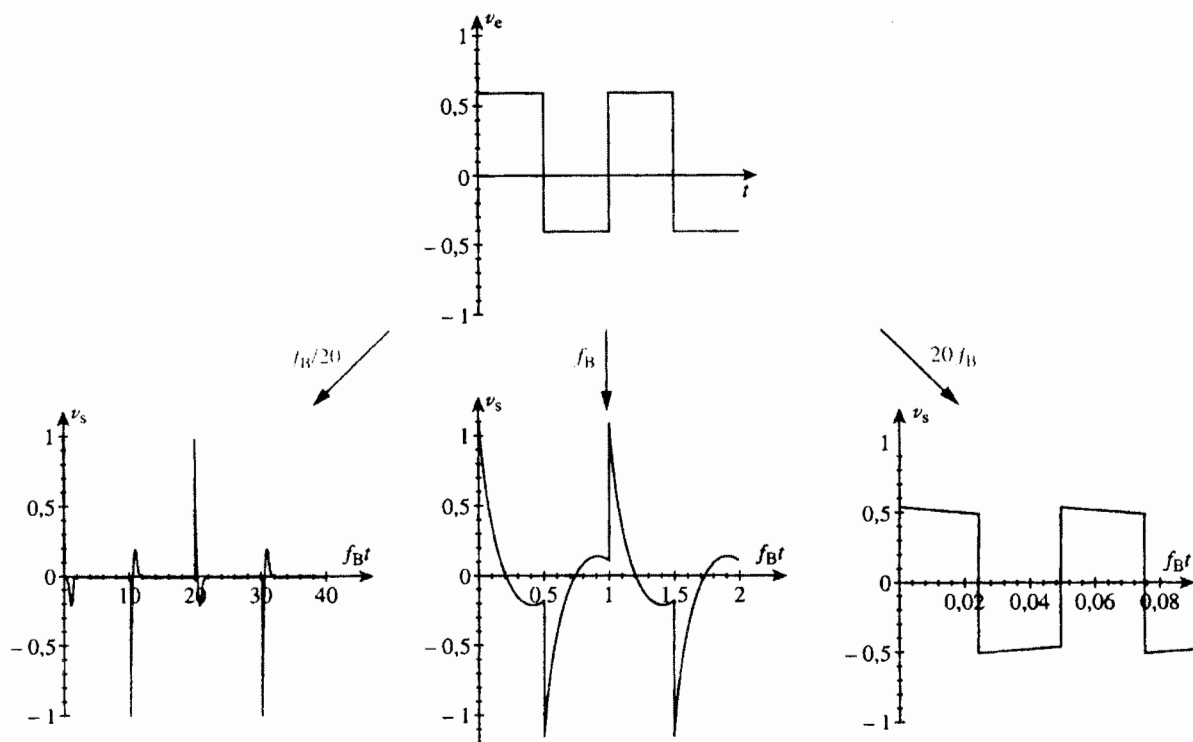
H.23. Bộ lọc thông cao bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_B , $20f_B$ và với thành phần một chiều là 0,1V.



H.24. Bộ lọc thông cao bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_B , $20f_B$ và với thành phần một chiều là 0,1V.



H.25. Bộ lọc thông cao bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $f_B/20$, $20f_B$ và với thành phần một chiều là $0,IV$.



H.26. Bộ lọc thông cao bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh - đỉnh là IV , tần số $f_B/20$, f_B , $20f_B$ và với thành phần một chiều là $0,IV$.

Trong tất cả ba trường hợp ta cần lưu ý rằng : *Thành phần một chiều đã bị loại bỏ*. Đáp ứng của bộ lọc với tín hiệu hình vuông có các điểm gián đoạn với biên độ 1V giống như tín hiệu ở đầu vào.

Bộ lọc thông cao không làm suy giảm các điểm gián đoạn nhưng loại bỏ thành phần một chiều của tín hiệu.

- Trong trường hợp $f \ll f_B$, tín hiệu hình tam giác được truyền qua với biên độ nhỏ. Ngược lại đối với tín hiệu hình vuông thì sẽ có xung nhọn biên độ 1V tại mỗi điểm không liên tục của tín hiệu đầu vào.
- Trong trường hợp f cỡ xấp xỉ f_B các tín hiệu được truyền qua hai bộ lọc với sự biến dạng lớn.
- Trong trường hợp $f \gg f_B$ tín hiệu một chiều bị loại bỏ còn các tín hiệu khác không bị ảnh hưởng và có thể coi như giống tín hiệu đầu vào.

Ghi chú :

Bộ lọc thông cao bậc 1 thường được sử dụng trong các máy hiện sóng ở chế độ xoay chiều (tiếng Anh alternative current, viết tắt là AC). Trong chế độ này tín hiệu muốn hiển thị sẽ bị biến dạng nếu như tần số của nó không lớn hơn nhiều lần so với tần số cắt của bộ lọc (tần số này thấp cỡ 10Hz). Khi sử dụng chế độ AC cần phải rất thận trọng đối với cả các tín hiệu có tần số lớn hơn 100Hz).

6.2. Giải thích

Một bộ lọc thông cao có tác dụng khử thành phần một chiều và làm suy giảm rất mạnh các tín hiệu hình sin với tần số nhỏ hơn tần số f_B , các tín hiệu với tần số lớn hơn f_B sẽ được truyền qua.

Sự gián đoạn của tín hiệu đầu ra là do sự có mặt của các hài bậc cao với biên độ tỉ lệ với $\frac{1}{n}$ (xem chương 3). Việc các hài bậc cao được truyền qua không bị suy giảm giải thích sự tồn tại của các điểm gián đoạn trong tín hiệu ra.

- Nếu $f \ll f_B$, thì phần lớn các hài của tín hiệu bị suy giảm (h.27). Chỉ có các hài bậc n cao mới được truyền qua, thế nhưng biên độ của các hài này trong tín hiệu tam giác là rất nhỏ (tỉ lệ với $\frac{1}{n^2}$), nên tín hiệu ra rất

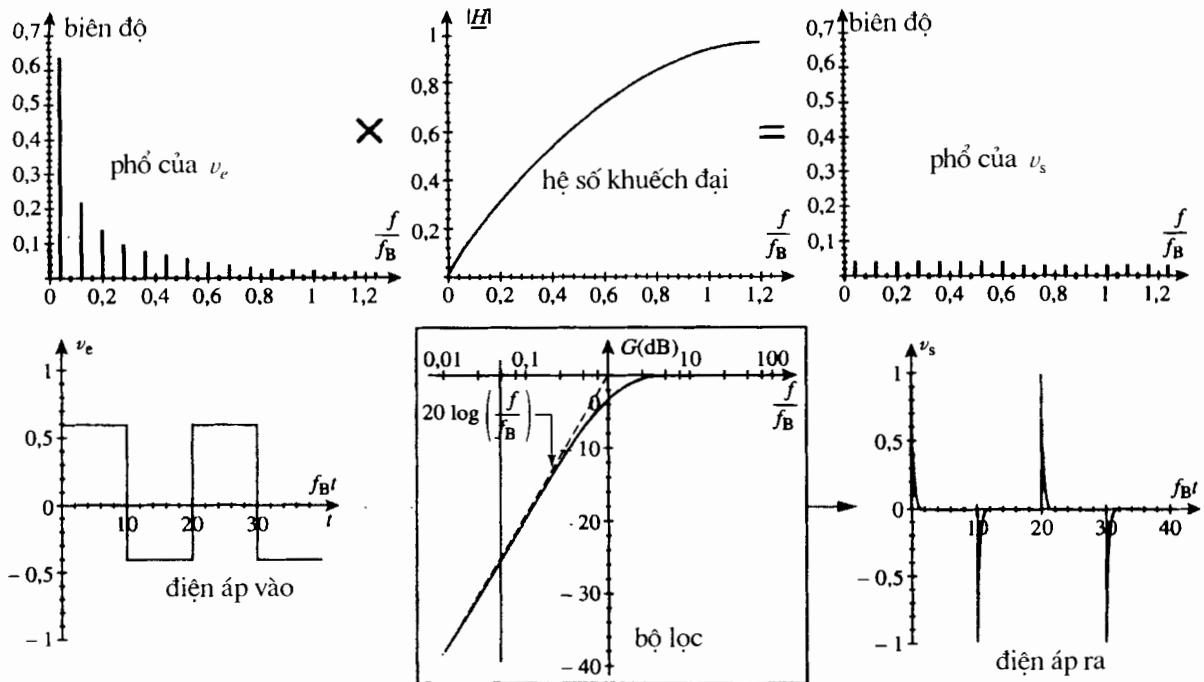
nhỏ, còn trong trường hợp tín hiệu hình vuông thì biên độ tỉ lệ với $\frac{1}{n}$ nên tạo ra các điểm gián đoạn với biên độ 1V.

- Nếu f là cỡ f_B thì tần số cơ bản và thành phần một chiều của tín hiệu sẽ bị khử, còn các hài khác sẽ được truyền qua (h.28). Tín hiệu ở đầu ra không giống với tín hiệu ở đầu vào.

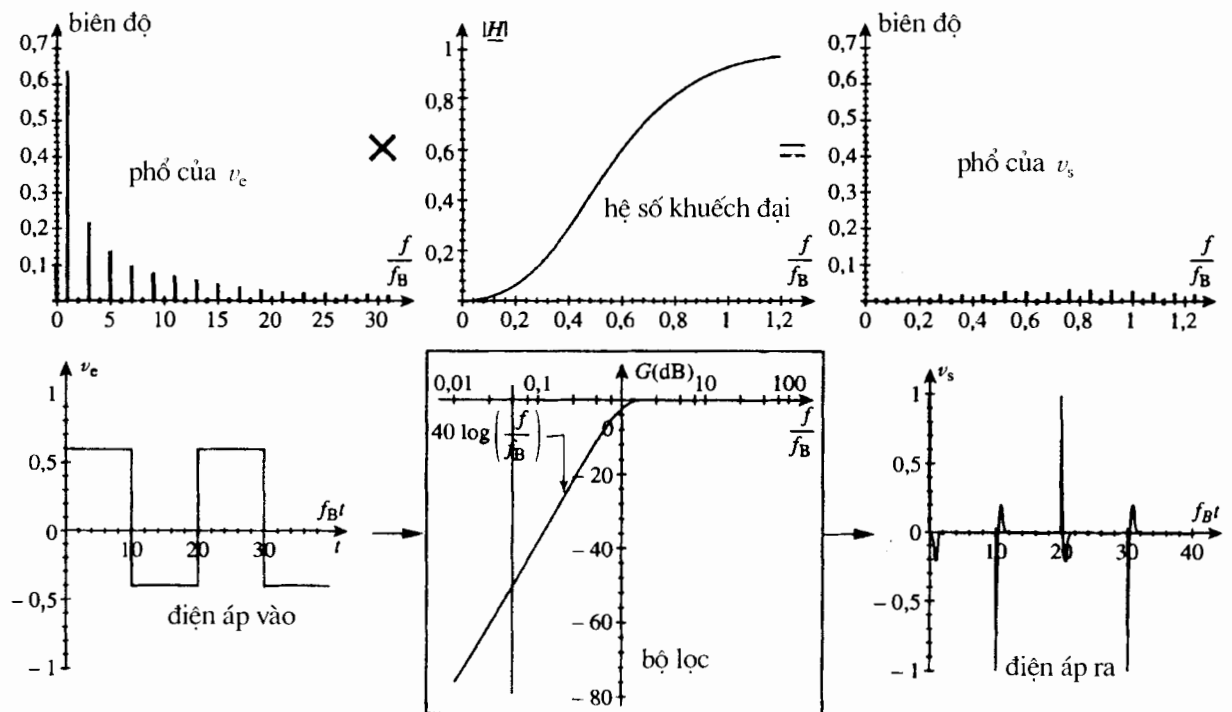
- Nếu $f \gg f_B$ thì chỉ có thành phần một chiều của tín hiệu bị khử. Các hài khác được cả 2 bộ lọc cho đi qua (h.29).

Có thể giải thích như thế nào về sự biến dạng của tín hiệu đầu ra ở tần số cao ?

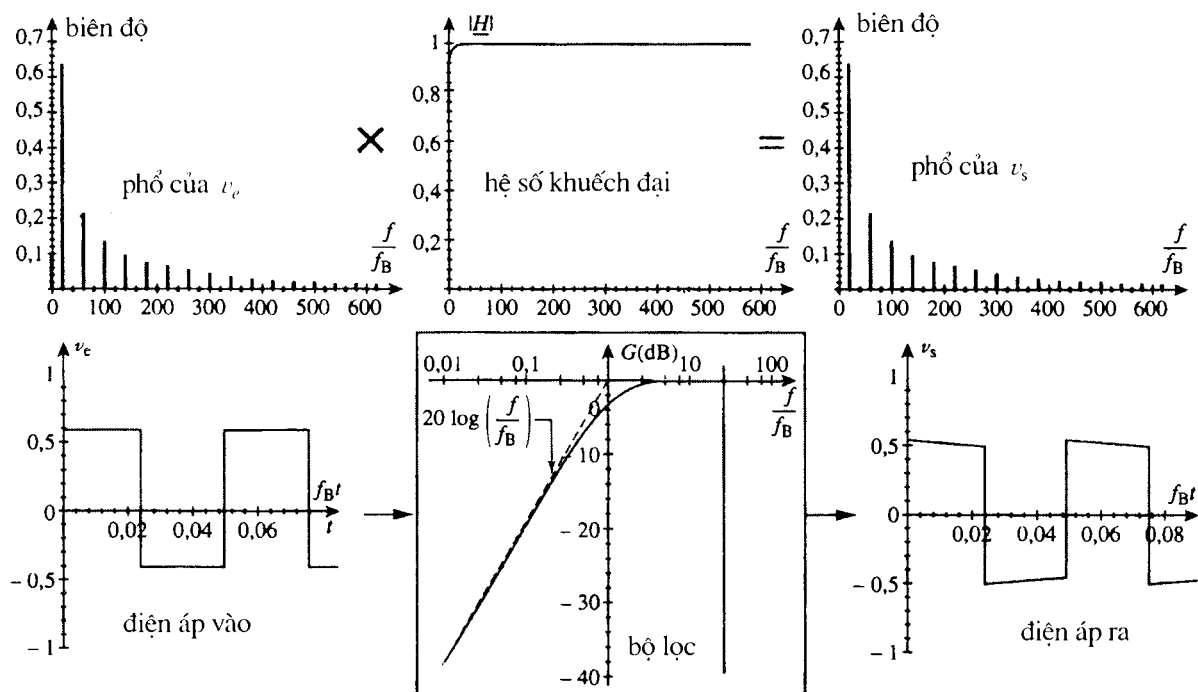
Quan sát sự dịch pha gây ra bởi bộ lọc thông cao (h.22b) ta thấy rằng các góc này không hoàn toàn bằng 0 tại các tần số cao. Tuy nhiên chúng còn phụ thuộc vào giá trị của hệ số phẩm chất Q : ở tần số cao, khi Q càng lớn thì dịch pha càng tiến nhanh tới 0. Sự dịch pha này giải thích sự biến dạng của tín hiệu ra : sự biến dạng càng nhỏ khi Q càng lớn (h.30).



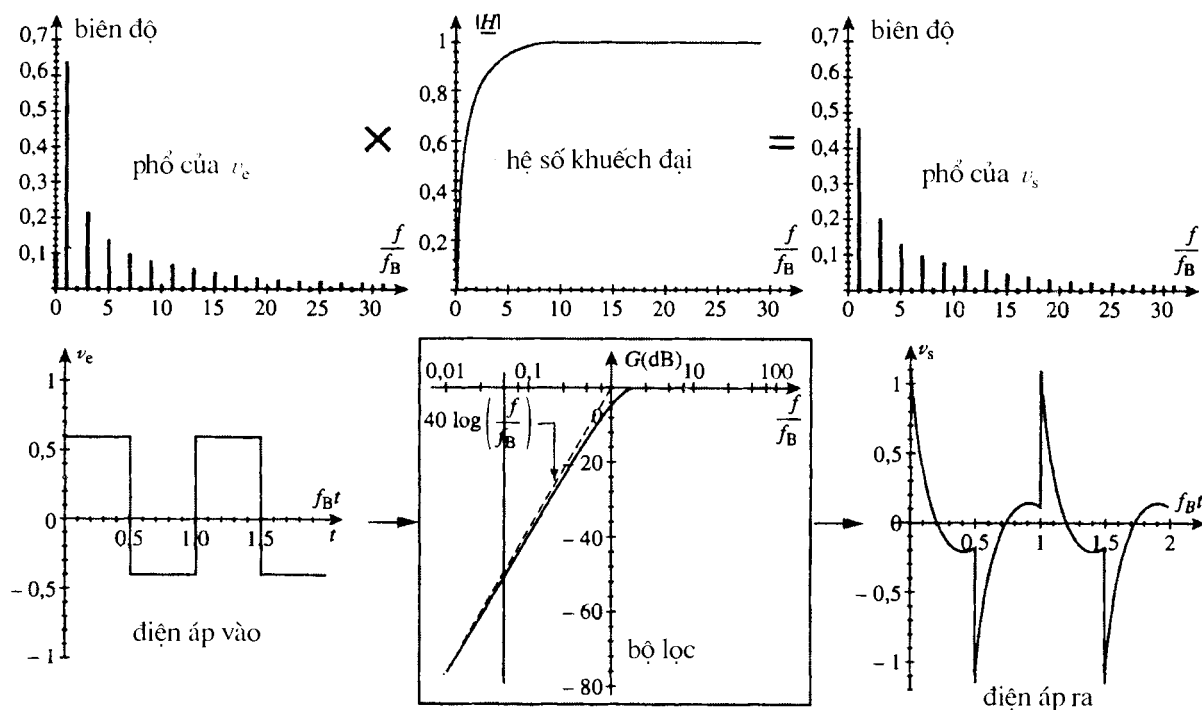
H.27.a) Bộ lọc thông cao bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông có biên độ đỉnh - đỉnh là $1V$, tần số $f_B/20$ và có thành phần một chiều là $0,1V$. Phân tích các hài của tín hiệu vào và ra.



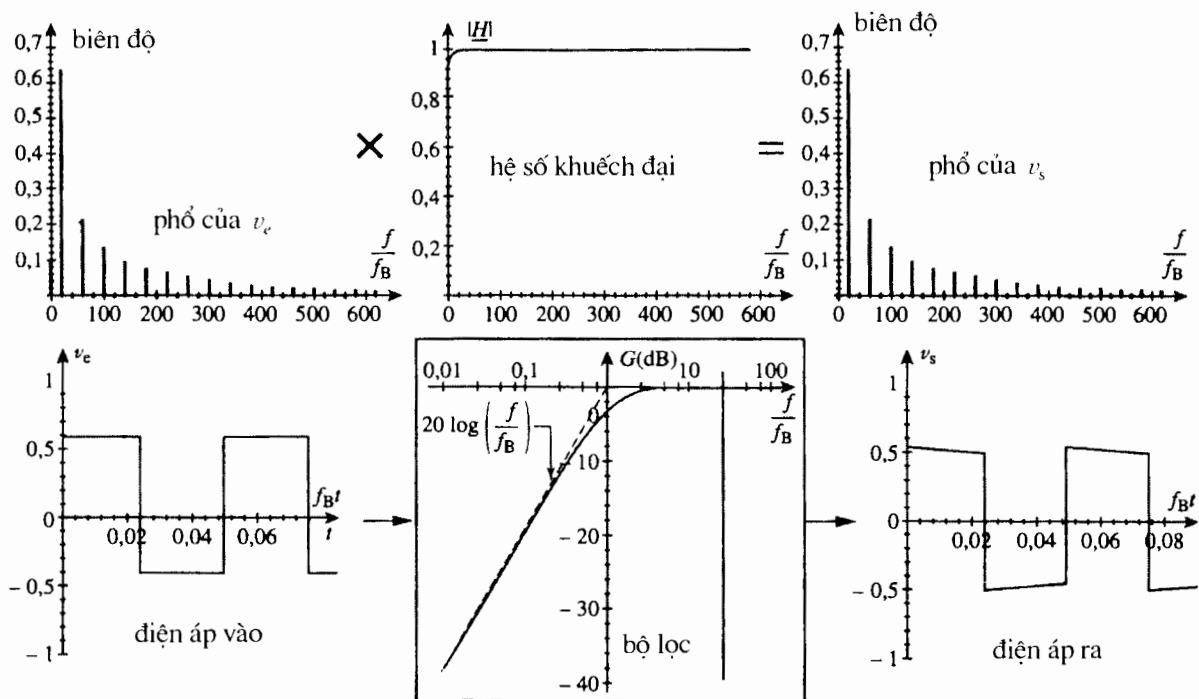
H.27.b) Bộ lọc thông cao bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông có biên độ đỉnh - đỉnh là $1V$, tần số $f_B/20$ và có thành phần một chiều là $0,1V$. Phân tích các hài của tín hiệu ra và vào (*) Chỉ có các hài bậc $n > 20$ được truyền qua không suy giảm. Các hài này gây gián đoạn tín hiệu ra.



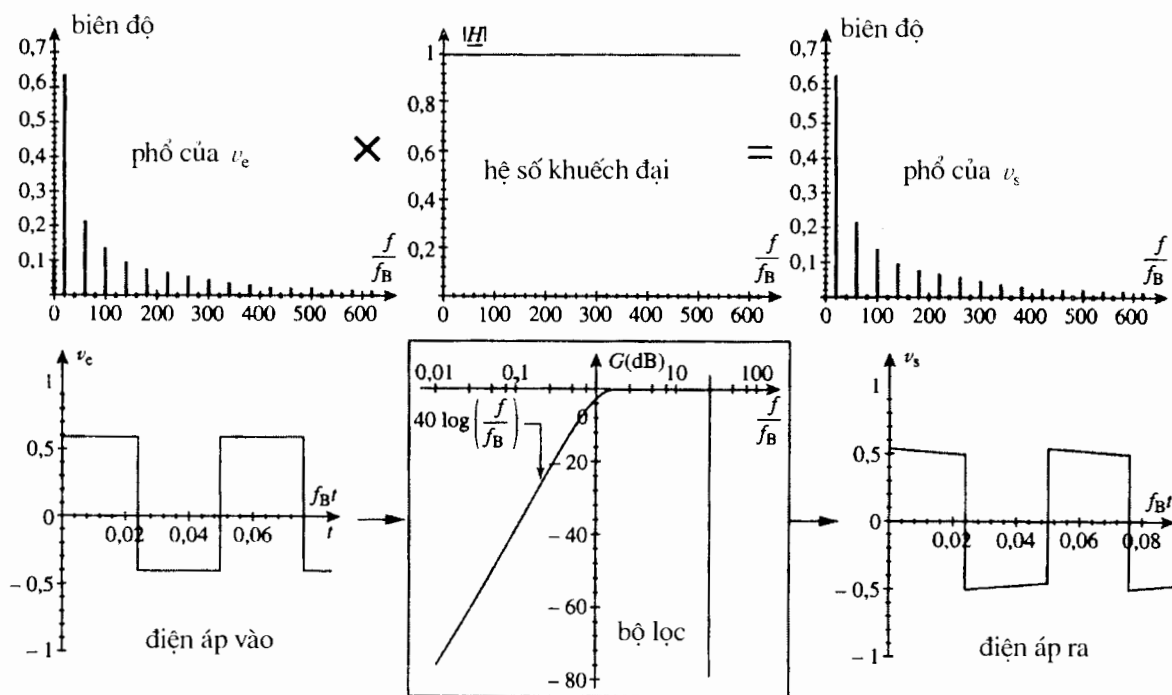
H.28.a) Bộ lọc thông cao bậc 1. Đáp ứng với xung vào hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh $1V$, tần số f_B , và có thành phần một chiều $0,1V$. Phân tích các hài của tín hiệu vào và ra.



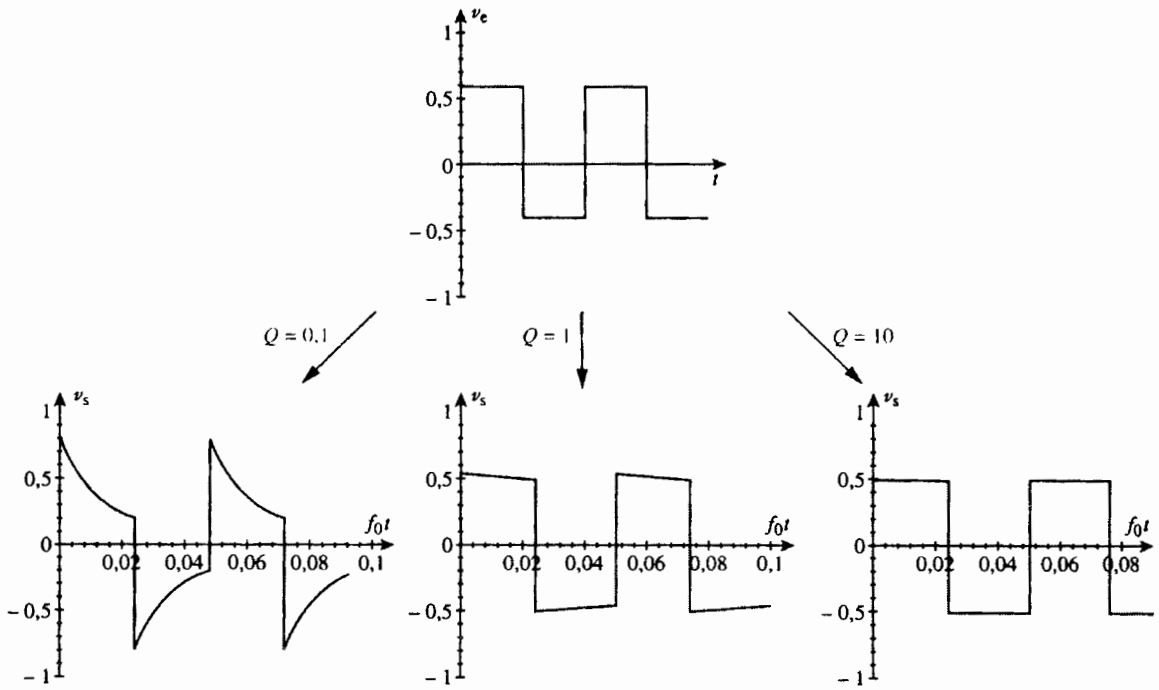
H.28.b) Bộ lọc thông cao bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh $1V$, tần số f_B , và có thành phần 1 chiều $0,1V$. Phân tích các hài của tín hiệu vào và ra.



H.29.a) Bộ lọc thông cao bậc 1. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh IV, tần số $20f_B$ và có thành phần một chiều là 0,IV. Phân tích các hài của tín hiệu vào và ra.



H.29.b) Bộ lọc thông cao bậc 2 ($Q = 0,7$). Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh IV, tần số $20f_B$ và có thành phần 1 chiều 0,IV. Phân tích các hài của tín hiệu vào và ra.



H.30. Bộ lọc thông cao bậc 2. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh 1V, tần số $20f_0$ và có thành phần 1 chiều 0,1V đối với các giá trị Q khác nhau. Từ tần số $20f_0$ tất cả các hài được truyền qua không suy giảm. Tuy nhiên độ quay pha càng nhỏ khi Q càng lớn. Với $Q = 10$ thì tín hiệu đầu ra giống như tín hiệu đầu vào nếu không có thành phần một chiều.

7 Bộ lọc thông dải

7.1. Thực hiện bộ lọc thông dải bậc 2

Bộ lọc thông dải được thực hiện bằng mạch R, L, C mắc thành bộ chia áp, điện áp ra được lấy trên điện trở R (h.31).

Theo công thức của bộ chia điện áp ta có :

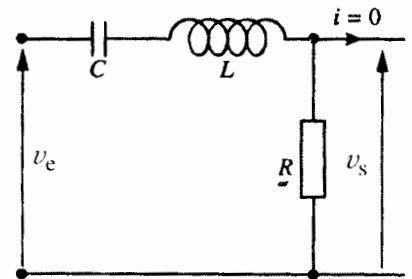
$$\underline{H}(j\omega) = \frac{R}{R + j(L\omega - 1/C\omega)}.$$

Nếu ta định nghĩa tần số góc đặc trưng là $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, tần số đặc trưng là

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ và hệ số phẩm chất $Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0}$, thì hàm

truyền của bộ lọc là :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}$$



H.31. Mạch lọc thông dải R, L, C .

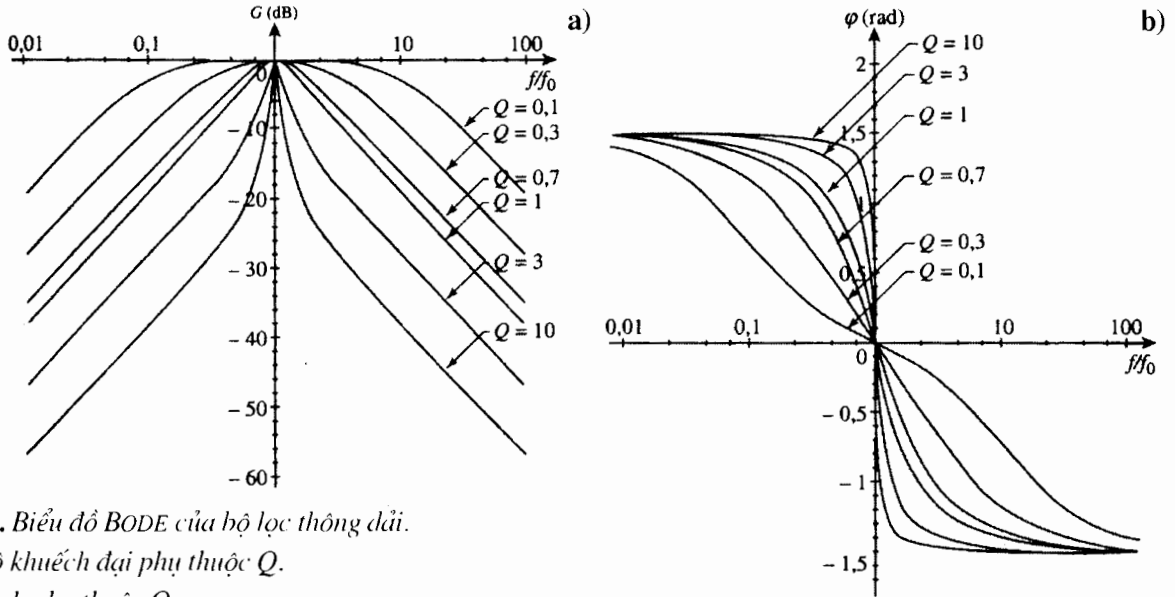
Từ đó ta có : $G = -10 \log \left(1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 \right)$

Với $x \ll 1$ ta có tiệm cận ở tần số thấp là $G = 20 \log \left(\frac{x}{Q} \right)$ và với $x \gg 1$ ta

có tiệm cận ở tần số cao là $G = -20 \log(Qx)$.

Dải thông của bộ lọc tại -3dB là:

$$\left[f_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right); f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right) \right]$$



H.32. Biểu đồ BODE của bộ lọc thông dải.

a. Độ khuếch đại phụ thuộc Q .

b. Lệch phụ thuộc Q .

7.2. Tác dụng của bộ lọc thông dải lên tín hiệu tuần hoàn

Ta nghiên cứu tác dụng của bộ lọc thông dải với dải thông rộng ($Q = 0,1$), dải thông trung bình ($Q = 1$) và dải thông hẹp ($Q = 10$) trong các trường hợp sau của tín hiệu tuần hoàn:

- $f < f_B$: tần số f của tín hiệu nhỏ hơn so với tần số f_B của bộ lọc.
- $f_B < f < f_H$: tần số nằm trong dải thông của bộ lọc.
- $f > f_H$: tín hiệu có tần số lớn hơn tần số cao của bộ lọc.

7.2.1. Quan sát tín hiệu

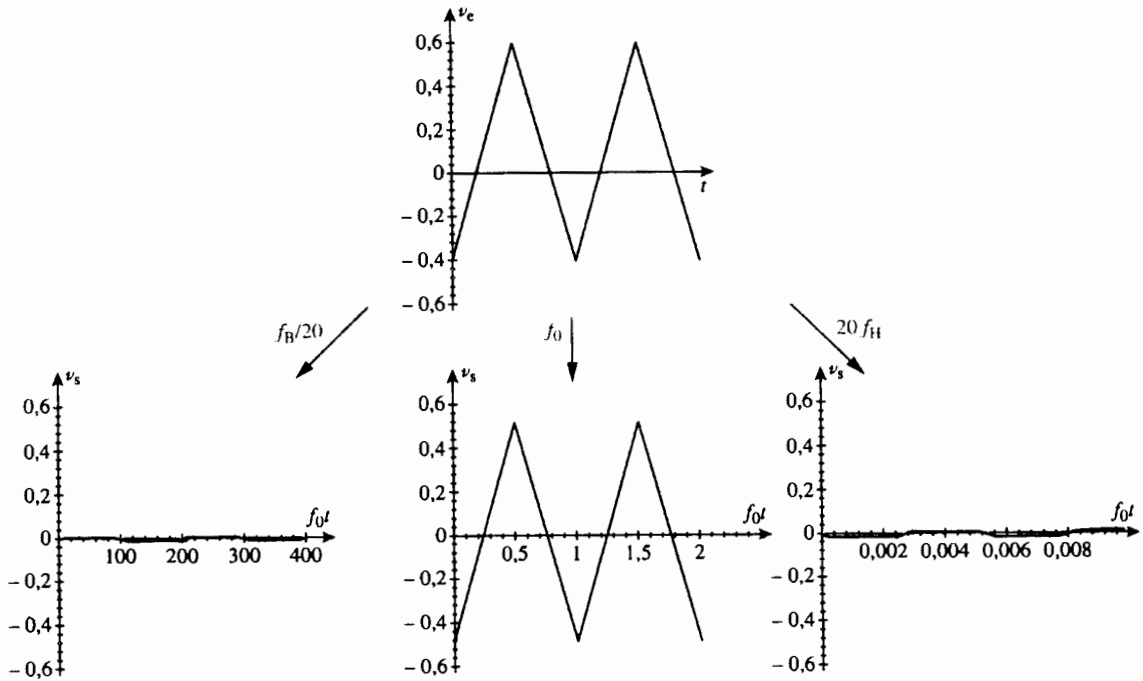
Trong cả ba trường hợp tín hiệu không có các gián đoạn và thành phần một chiều của nó bị loại bỏ.

■ Trường hợp bộ lọc dải rộng $Q = 0,1$ (h.33 và 34)

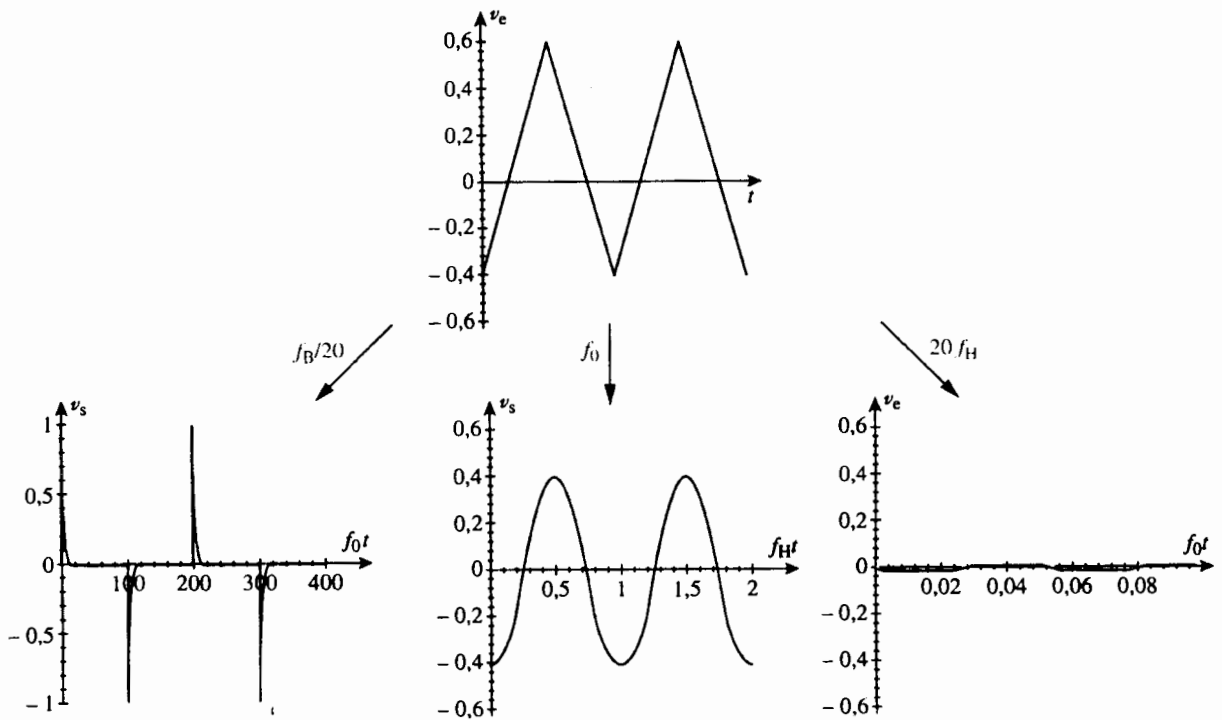
Khi $f \ll f_B$ tín hiệu ra có dạng giống như tín hiệu quan sát được trong trường hợp bộ lọc thông cao (h.23 và 25).

Khi $f = f_0$ tín hiệu ra giống như tín hiệu đầu vào.

Với tần số $f \gg f_H$: ngoại trừ sự khác nhau chút ít trong thành phần một chiều, tín hiệu đầu ra có dạng giống như tín hiệu quan sát được trong trường hợp bộ lọc thông thấp (h.12 và 14).



H.33. Bộ lọc thông dải với $Q = 0,1$; $f_B = 0,1f_0$ và $f_H = 10f_0$. Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh-dỉnh là $1V$, tần số $f_B/20, f_0$ và $20f_H$ và với thành phần một chiều là $0,1V$.



H.34. Bộ lọc thông dải với $Q = 0,1$; $f_B = 0,1f_0$ và $f_H = 10f_0$. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông có biên độ đỉnh-dỉnh là $1V$, tần số $f_B/20, f_0$ và $20f_H$ và với thành phần một chiều là $0,1V$.

Đối với thành phần xoay chiều, một bộ lọc thông dải với dải thông rộng hoạt động như một bộ lọc thông cao ở tần số thấp, như một bộ lọc thông thấp ở tần số cao và cho tần số $f_B < f \ll f_H$ đi qua mà không hề làm méo dạng một cách rõ rệt.

■ Trường hợp bộ lọc thông dải $Q = 1$ (h.35 và 36)

Bộ lọc này làm suy giảm rất mạnh các tín hiệu với tần số nhỏ hơn rất nhiều so với f_B hoặc lớn hơn rất nhiều so với f_H và làm méo dạng rất nhiều tín hiệu với tần số f_0 .

■ Trường hợp bộ lọc thông dải hẹp $Q = 10$ (h.37 và 38)

Tín hiệu ở đầu ra hoặc là có biên độ rất nhỏ (nếu f khác xa f_0) hoặc gần như là hình sin (nếu f gần bằng f_0).

Một bộ lọc thông dải với dải tần hẹp chỉ cho đi qua các thành phần hình sin có tần số lân cận tần số cộng hưởng f_0 của bộ lọc.

7.2.2. Giải thích (h.39 và 41)

Một bộ lọc thông dải làm suy giảm các thành phần tín hiệu hình sin với tần số nằm ngoài dải thông.

Hài bậc n của một tín hiệu sẽ được truyền qua mà không bị suy giảm đáng kể nếu bậc của nó thỏa mãn $\frac{f_B}{f} < n < \frac{f_H}{f}$.

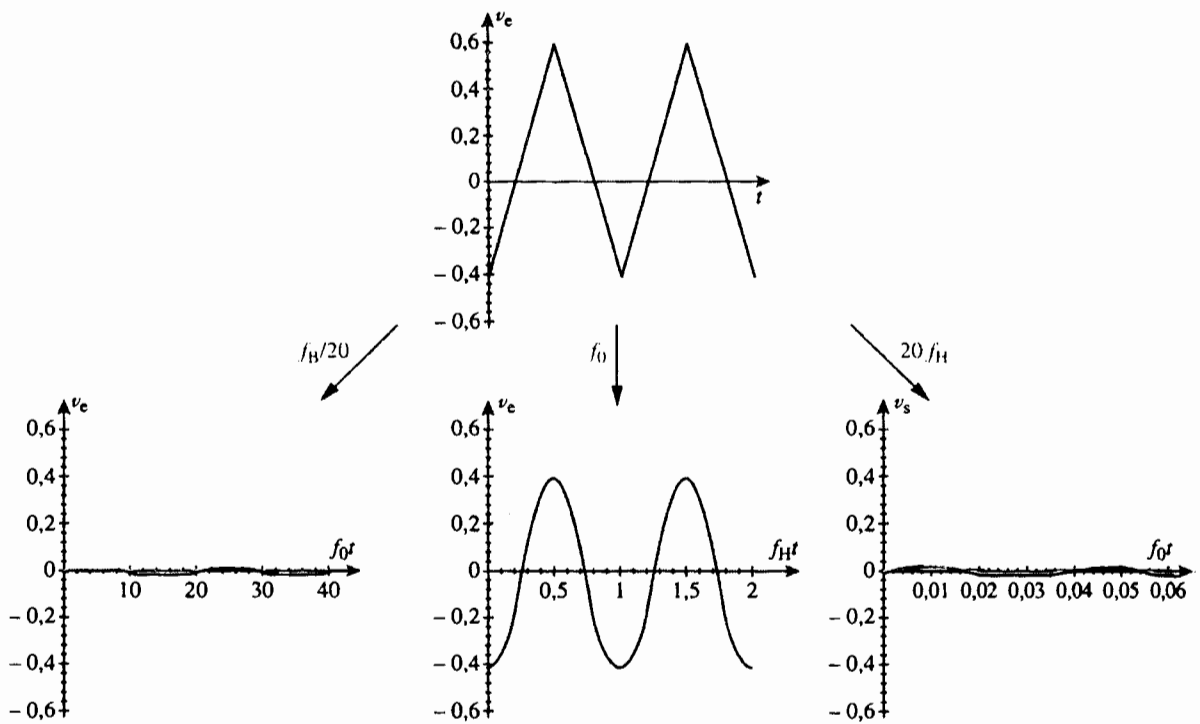
Số lượng các hài đi qua được bộ lọc là cỡ $\frac{f_H - f_B}{f} = \frac{\Delta f}{f} = \frac{f_0}{Qf}$ (Δf là dải thông, f_0 là tần số đặc trưng và Q là hệ số phẩm chất của bộ lọc).

Tùy theo giá trị của $\frac{\Delta f}{f} = \frac{f_0}{Qf}$ ta phân biệt ra 3 trường hợp:

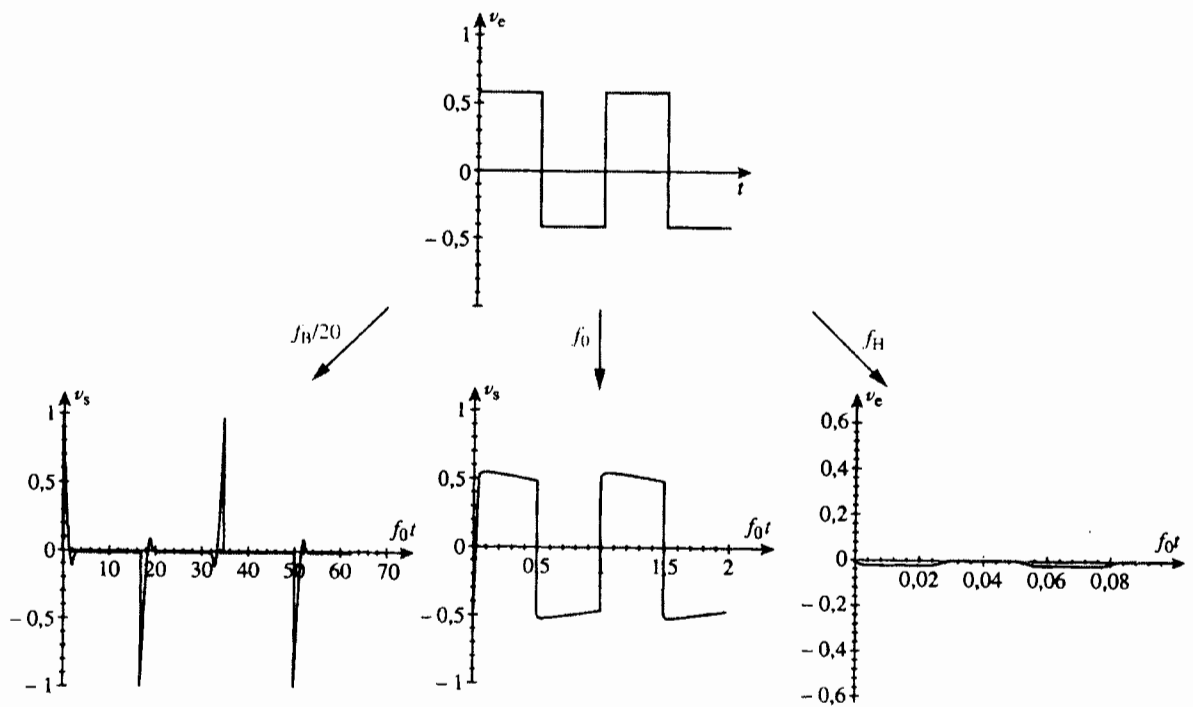
- $\frac{f_0}{Qf} \gg 1$: có rất nhiều hài nằm trong dải thông của bộ lọc (trường hợp 1).
- $\frac{f_0}{Qf} \approx 1$: có ít hài nằm trong dải thông của bộ lọc (trường hợp 2).
- $\frac{f_0}{Qf} \ll 1$: chỉ có 1 hoặc không có hài nào nằm trong dải thông của bộ lọc (trường hợp 3).

■ Nếu $f = f_B/20$:

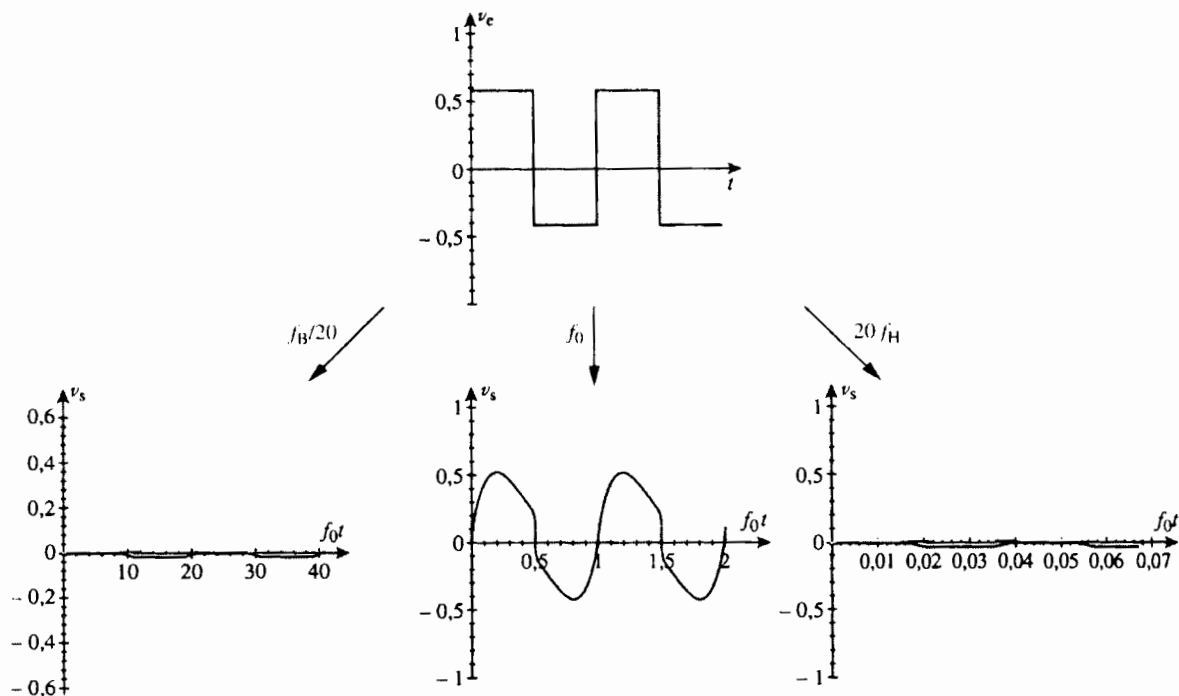
- $Q = 0,1$ (h.39a) hoặc $Q = 1$ (h.39b) ứng với trường hợp 1. Phần lớn các hài bậc cao của tín hiệu được truyền qua và bộ lọc tương đương với một bộ lọc thông cao.
- $Q = 10$ (h.39c) ứng với trường hợp 2. Các hài có bậc cỡ 20 được truyền qua. Tác dụng tổng hợp của các tín hiệu này khi tín hiệu đầu vào là hình vuông sẽ cho một tín hiệu tựa tuần hoàn có chu kỳ là f_0 .



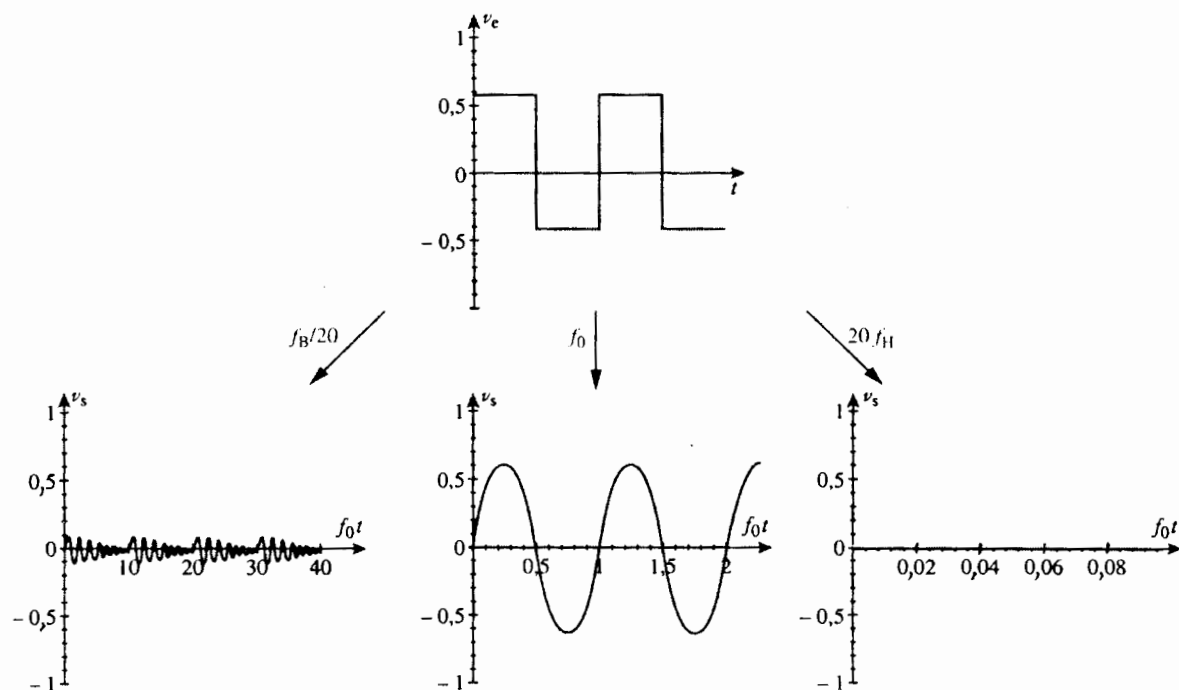
H.35. Bộ lọc thông dải với $Q = 1$, $f_B = 0,6f_0$, $f_H = 1,6f_0$. Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_0 và $20f_H$ và với thành phần một chiều là 0,1 V.



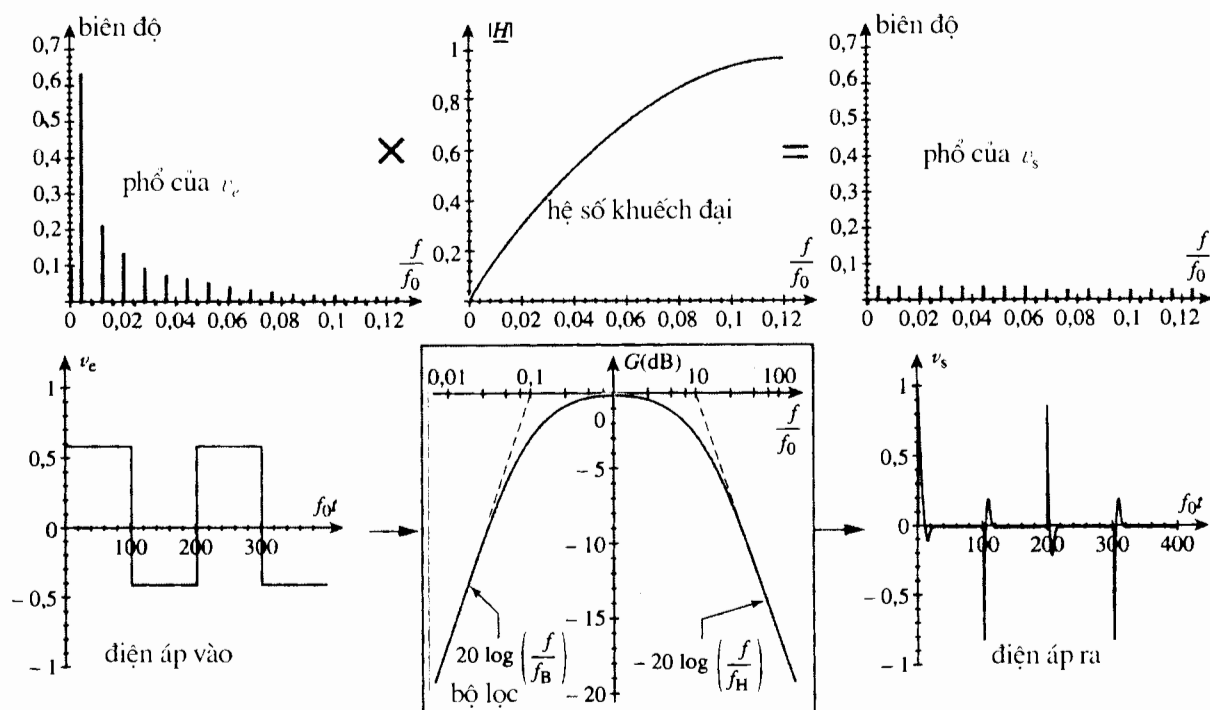
H.36. Bộ lọc thông dải với $Q = 0,1$; $f_B = 0,6f_0$; $f_H = 1,6f_0$. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông có biên độ đỉnh - đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_0 và $20f_H$ và với thành phần một chiều là 0,1 V.



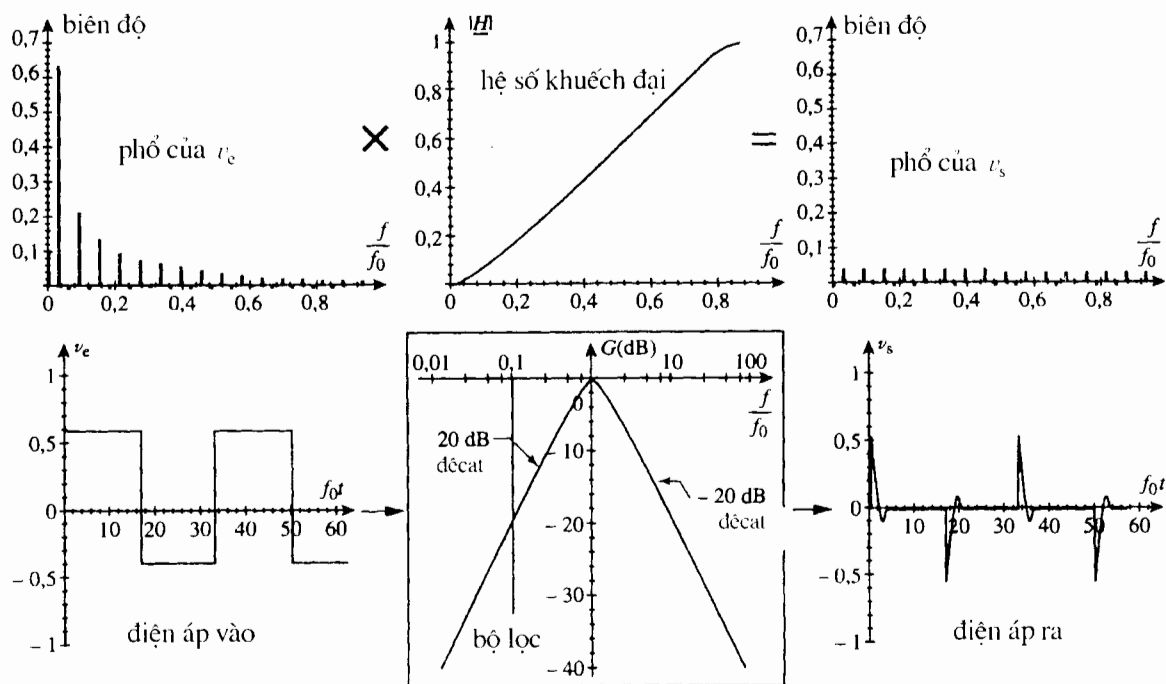
H.37. Bộ lọc thông dải với $Q = 10$; $f_B = 0,95f_0$ và $f_H = 1,05f_0$. Đáp ứng với tín hiệu tam giác có biên độ đỉnh-đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_0 và $20f_H$ và với thành phần một chiều là 0,1 V.



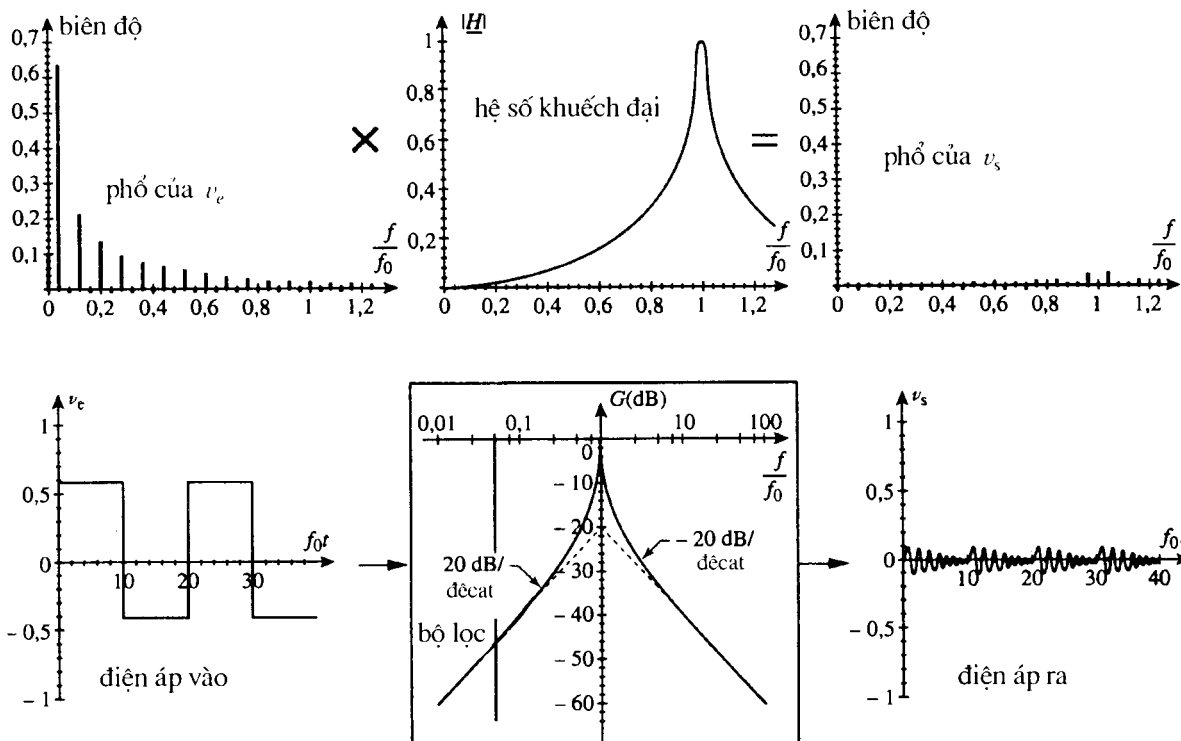
H.38. Bộ lọc thông dải với $Q = 10$; $f_B = 0,95f_0$; $f_H = 1,05f_0$. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh-đỉnh là 1V, tần số $f_B/20$, f_0 và $20f_H$ và với thành phần một chiều là 0,1 V.



H.39. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV, tần số $f_B/20$ và với thành phần một chiều là 0, IV. **a.** Bộ lọc thông dải với $Q = 0,1$. Các hài bậc cao ít bị suy giảm còn các hài bậc thấp bị suy giảm nhiều.



H.39.b. Bộ lọc thông dải với $Q = 1$. Các hài bậc cao ít bị suy giảm còn các hài bậc thấp bị suy giảm nhiều.



H.39.c. Bộ lọc thông dải với $Q = 10$. Chỉ có một số hài (hạng 19 và 21) được truyền qua. Điều này giải thích dạng tựa tuần hoàn của tín hiệu ra với tần số cỡ f_0 .

■ Nếu $f = f_0$:

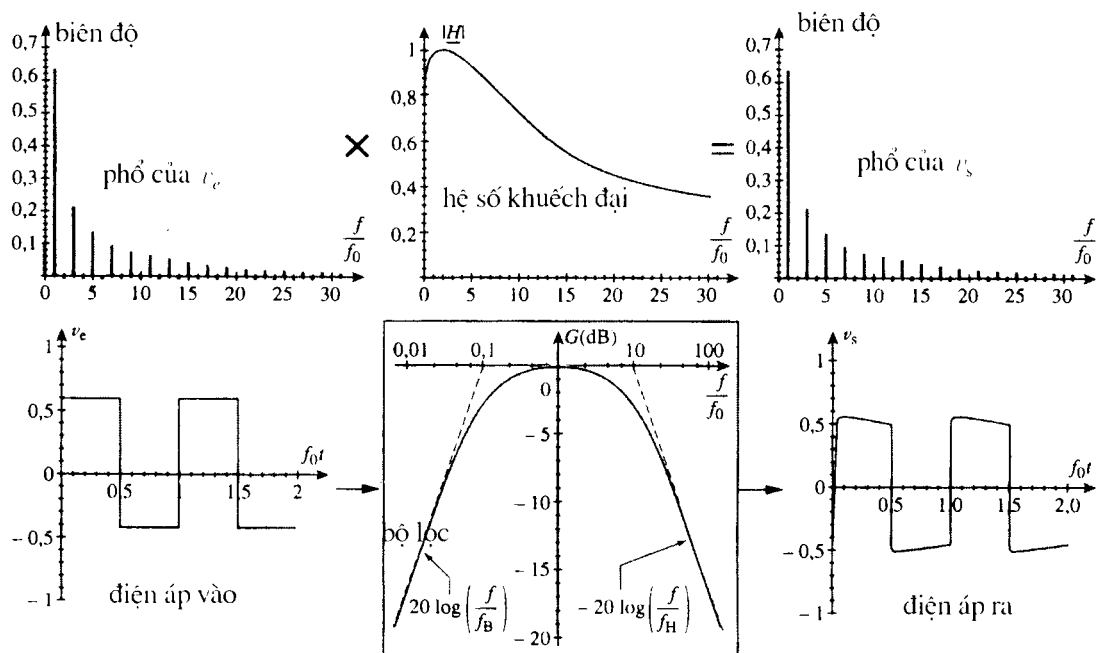
- $Q = 0,1$ (h.40a) ứng với trường hợp 1. Hài cơ bản và các hài có biên độ lớn của tín hiệu được truyền qua. Tín hiệu ra có dạng gần giống như tín hiệu đầu vào.
- $Q = 1$ (h.40b) ứng với trường hợp 2. Hài cơ bản và một số các hài khác của tín hiệu được truyền qua. Tín hiệu ra bị méo dạng rất mạnh.
- $Q = 10$ (h.40c) ứng với trường hợp 3. Chỉ có hài cơ bản được truyền qua. Tín hiệu đầu ra là tín hiệu gần giống hình sin.

■ Nếu $f = 20f_H$:

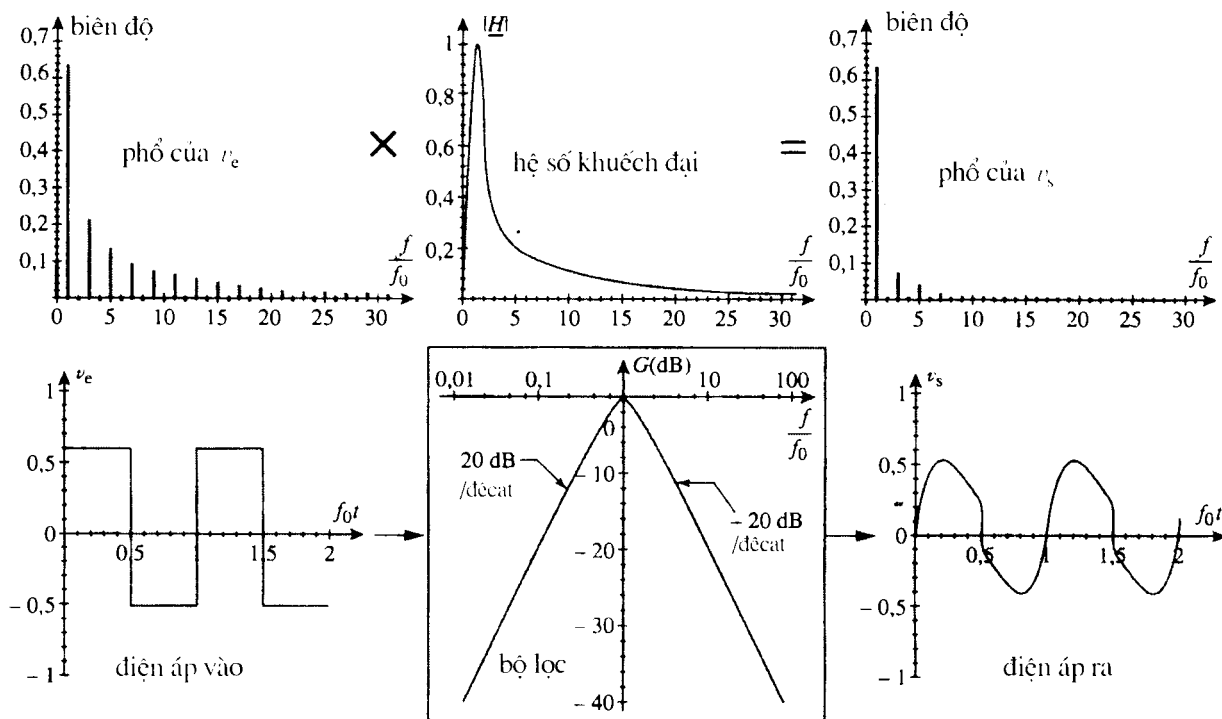
Với mọi giá trị Q ở đây đều ứng với trường hợp 3. Tín hiệu không được truyền qua. Bộ lọc này tương đương với bộ lọc thông thấp có tần số cắt là f_H (chú ý rằng thành phần một chiều cũng bị khử).

Hệ số khuếch đại $|H|$ của bộ lọc tiến về 0 nhanh hơn trong trường hợp Q có giá trị lớn (h.32a). Bộ lọc có $Q = 10$ có khả năng làm suy giảm tín hiệu hiệu quả hơn so với bộ lọc có $Q = 1$ hoặc $Q = 0,1$.

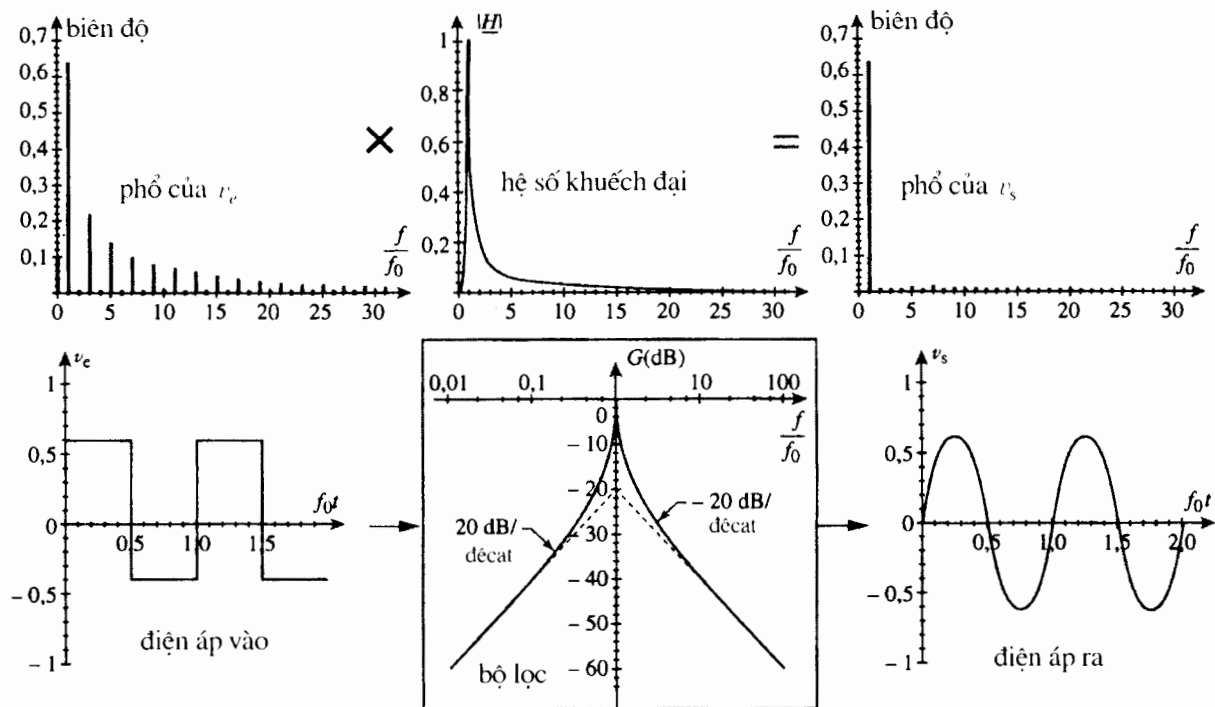
► **Đề tập luyện : Bài tập 5.**



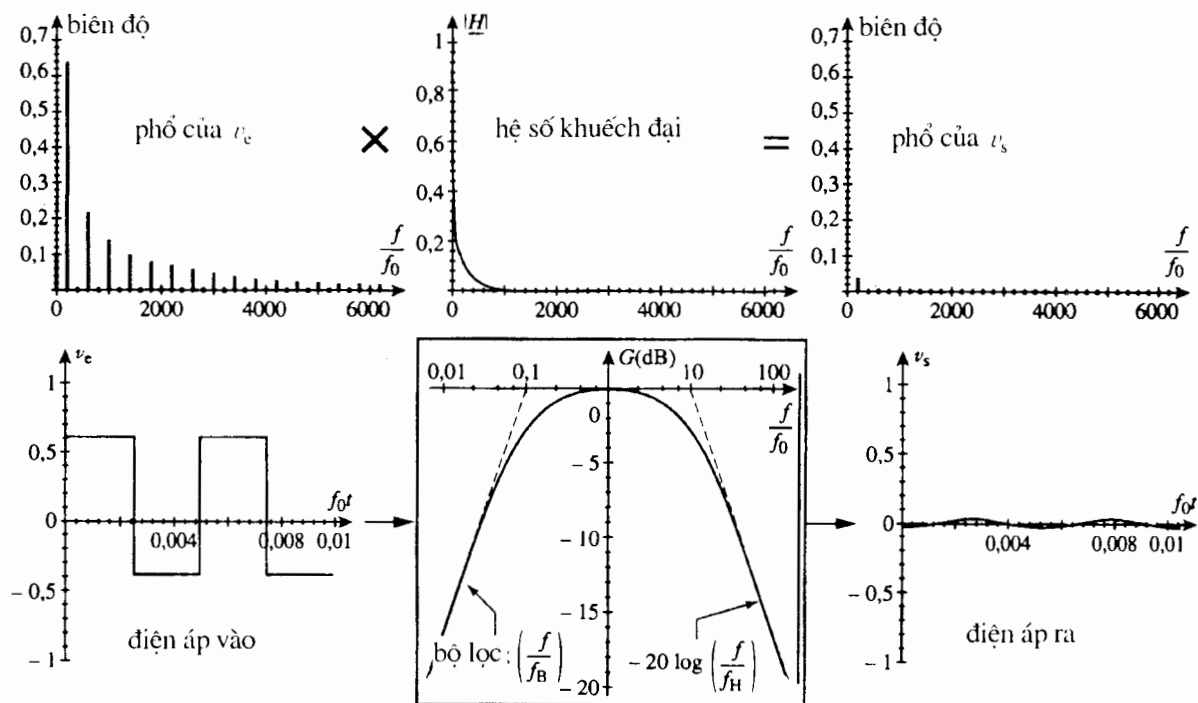
H.40. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là IV, tần số f_0 và với thành phần một chiều là 0,IV.
a. Bộ lọc thông dải với $Q = 1$. Các hài có biên độ lớn ít bị suy giảm nên tín hiệu đầu ra gần giống đầu vào.



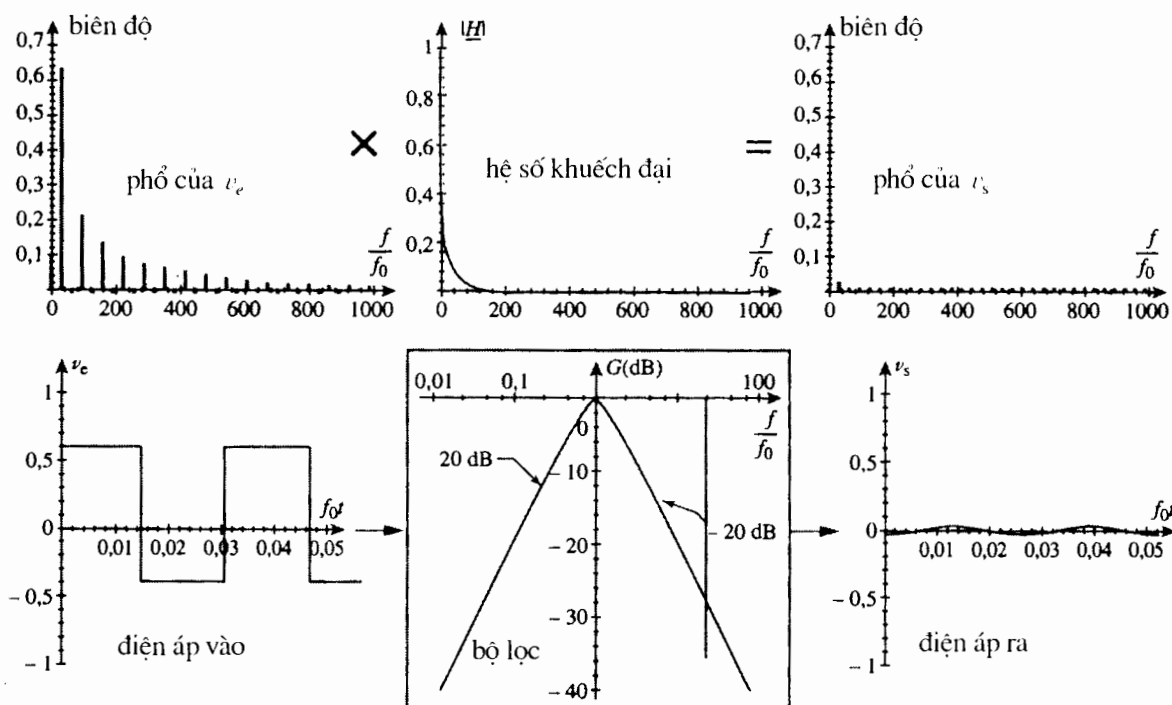
H.40b) Bộ lọc thông dải với $Q = 1$. Chỉ có hài bậc 1, 3, 5 được truyền qua. Tín hiệu ra bị méo dạng nhiều.



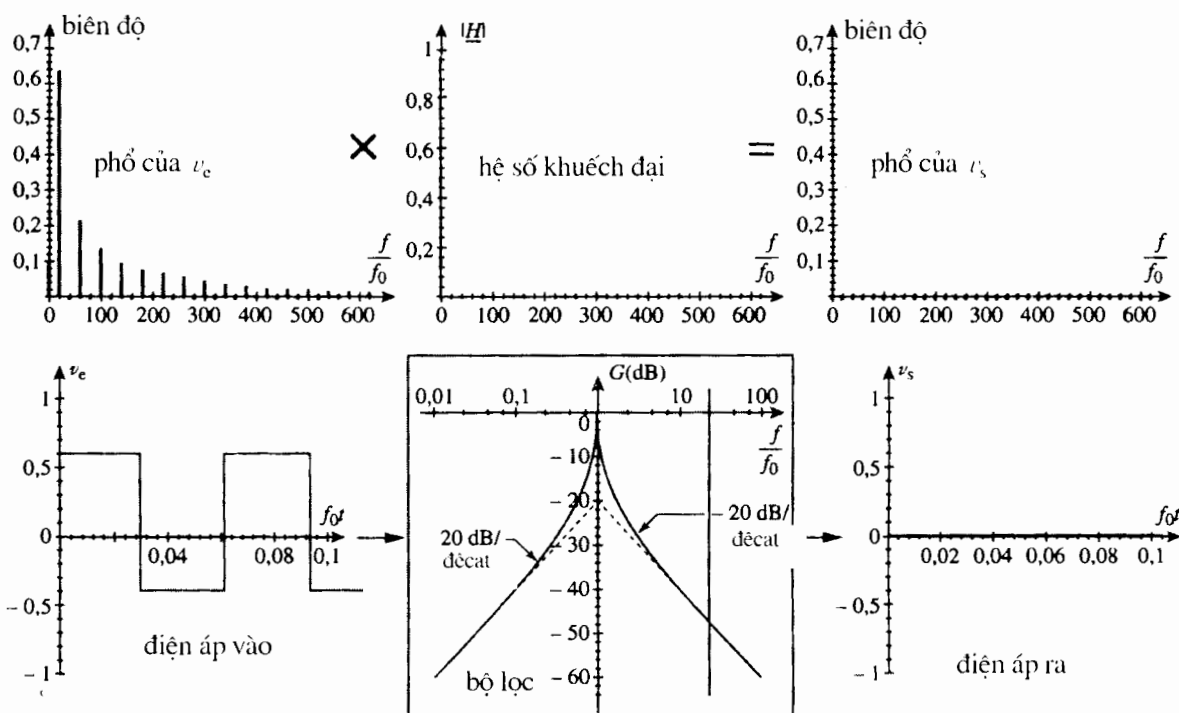
H.40c) Bộ lọc thông dải với $Q = 10$. Chỉ có hài bậc 1 được truyền qua. Tín hiệu ra tựa hình sin với tần số cỡ f_0 .



H.41. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông biên độ đỉnh - đỉnh là $1V$, tần số $20f_H$ và với thành phần một chiều là $0,1V$. **a.** Bộ lọc thông dải với $Q = 0,1$. Tất cả các hài đều bị suy giảm mạnh. Mạch hoạt động như bộ lọc thông thấp có tần số cắt f_H , trừ thành phần một chiều bị khử.



H.41.b) Bộ lọc thông dải với $Q = 1$. Tất cả các hài đều bị suy giảm, tín hiệu đầu ra rất yếu.



H.41.c) Bộ lọc thông dải với $Q = 10$. Tất cả các hài đều bị khử, tín hiệu đầu ra nhỏ không đáng kể.

Áp dụng 3

Hệ số phẩm chất của một bộ phân tích phổ

Một bộ phân tích phổ được thực hiện bằng một bộ lọc thông dải với tần số trung tâm thay đổi được nhưng có hệ số phẩm chất không đổi và một vôn-mét đo giá trị hiệu dụng.

Vôn-mét này đo căn bậc 2 của một phần hai tổng các bình phương của các hệ số trong phân tích FOURIER của tín hiệu ở đầu ra.

Tín hiệu đầu vào của bộ lọc là tín hiệu hình vuông có biên độ 1V và tần số là 1000 Hz

1) Tần số trung tâm của bộ lọc là 1000Hz. Mạch phải có hệ số phẩm chất bằng bao nhiêu để vôn-mét chỉ giá trị tương ứng với biên độ hài cơ bản với sai khác 0,1%? (ta chỉ quan tâm đến hài bậc 1 và bậc 3).

2) Tần số trung tâm của bộ lọc bây giờ là 3000 Hz. Vôn-mét sẽ chỉ bao nhiêu? Sai số sẽ là bao nhiêu nếu so sánh với biên độ của hài bậc 3? (ta chỉ quan tâm đến hài bậc 1, 3 và bậc 5).

3) Hãy xác định một cách gần đúng tần số cao nhất của bộ lọc mà ở đó ta còn có thể đo được cỡ độ lớn của biên độ các hài?

Hàm truyền của bộ lọc là:

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)}$$

(f_0 là tần số trung tâm của bộ lọc).

1) Với $f = f_0$ thì $|\underline{H}| = 1$; với $f = 3f_0$ thì

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{8Q}{3} \right)^2}}$$

Biên độ của các thành phần trong phân tích FOURIER của tín hiệu hình vuông là:

$$a_{2p+1} = \frac{4}{(2p+1)\pi}$$

Vôn-mét sẽ đo được giá trị:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{8Q}{3} \right)^2}} \approx \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{9 + 64Q^2} \right) \right]$$

Để sai số là 0,1% thì

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{9 + 64Q^2} \right) \approx 10^{-3} \text{ và từ đó } Q \approx 2,8.$$

2) Với $f = f_0$ thì $|\underline{H}| = 1$; với $f = \frac{f_0}{3}$ (tần số cơ bản) thì

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{8Q}{3} \right)^2}}$$

và với tần số $f = \frac{5f_0}{3}$ (hài bậc 5) thì

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{16Q}{15} \right)^2}}$$

Vôn-mét sẽ đo được giá trị gần đúng là:

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{\frac{1}{1 + \left(\frac{8Q}{3} \right)^2} + \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \left(\frac{1}{5} \right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{16Q}{15} \right)^2}} \approx 1,094 \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}$$

Sai số tương đối là cỡ 10%.

3) Dải thông của bộ lọc là $\Delta f = f_0/Q$. Khoảng cách tần số giữa 2 hài có biên độ khác 0 của tín hiệu hình vuông là 2000Hz (chỉ với các hài bậc lẻ). Các phép đo của vôn-mét chỉ có ý nghĩa khi chỉ có một hài nằm trong dải thông của bộ lọc thông dải, tức là $\Delta f = 2000 \text{ Hz}$.

Ứng với giá trị này là $f_0 = 16\text{kHz}$. Như vậy chỉ có các hài bậc thấp hơn 16 là có thể được tách bởi bộ lọc này. Điều này trong thực tế nhiều khi là quá đủ.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ BA LOẠI BỘ LỌC CƠ BẢN

- Bộ lọc thông thấp: bộ chia áp (R, C), điện áp lấy ra trên hai đầu C ;
- Bộ lọc thông cao: bộ chia áp (R, C), điện áp lấy ra trên hai đầu R ;
- Bộ lọc thông dải: bộ chia áp (R, L, C), điện áp lấy ra trên hai đầu R .

■ BỘ LỌC THÔNG THẤP

Thành phần một chiều được truyền qua không hề bị suy giảm.

Tín hiệu đầu ra không có các điểm gián đoạn.

Nếu tín hiệu vào là tuần hoàn với tần số:

- thấp hơn rất nhiều so với tần số cắt f_H : tín hiệu đầu ra ít bị biến dạng.
- xấp xỉ tần số cắt f_H : tín hiệu đầu ra bị biến dạng rất mạnh.
- cao hơn rất nhiều so với tần số cắt f_H : tín hiệu đầu ra chỉ có thành phần một chiều.

■ BỘ LỌC THÔNG CAO

Thành phần một chiều bị khử.

Các điểm gián đoạn được truyền qua không hề bị suy giảm.

Nếu tín hiệu vào là tuần hoàn với tần số:

- thấp hơn rất nhiều so với tần số cắt f_B : tín hiệu đầu ra có biên độ rất nhỏ.
- xấp xỉ tần số cắt f_B : tín hiệu đầu ra bị biến dạng rất mạnh.
- cao hơn rất nhiều so với tần số cắt f_B : tín hiệu đầu ra ít bị biến dạng, thành phần một chiều bị khử.

■ BỘ LỌC THÔNG DẢI

Thành phần một chiều bị khử.

Tín hiệu đầu ra không có các điểm gián đoạn.

• Bộ lọc dải rộng :

- thấp hơn rất nhiều so với tần số cắt f_B : tín hiệu đầu ra có biên độ rất nhỏ (giống như ở trường hợp bộ lọc thông cao).
- nằm trong khoảng tần số $f_B < f < f_H$: tín hiệu đầu ra ít bị biến dạng.
- cao hơn rất nhiều so với tần số cắt f_H : tín hiệu đầu ra có biên độ rất nhỏ (giống như ở trường hợp bộ lọc thông thấp).

• Bộ lọc dải hẹp hay chọn lọc

Bộ lọc này chỉ cho các thành phần tín hiệu hình sin có tần số gần bằng tần số cộng hưởng của mạch đi qua.

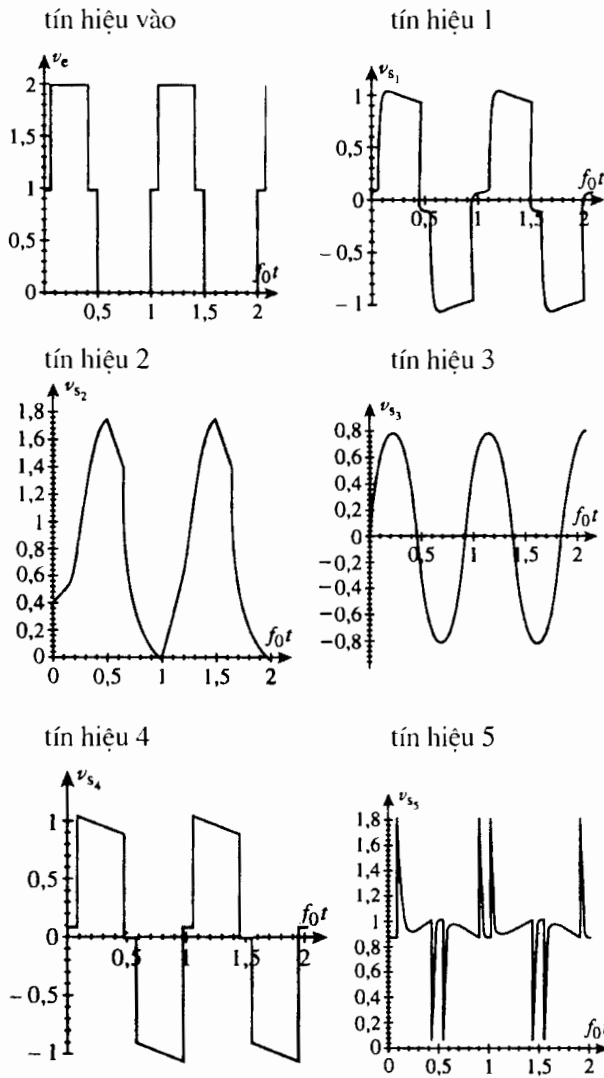
BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Xác định loại của một bộ lọc

Xác định loại bộ lọc (thông thấp, thông cao, thông dải với dải rộng hoặc chọn lọc) tương ứng với các tín hiệu ra 1, 2, 3, 4 sau đây.

Chứng minh rằng tín hiệu 5 ứng với bộ lọc chắn dải.



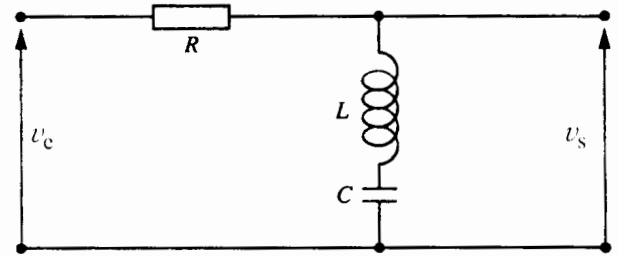
2* Bộ lọc chắn dải

1) Chứng minh rằng hàm truyền $\underline{H} = \frac{1-x^2}{1+j\frac{x}{Q}-x^2}$ với

$x = \frac{\omega}{\omega_0}$ tương ứng với một bộ lọc chắn dải.

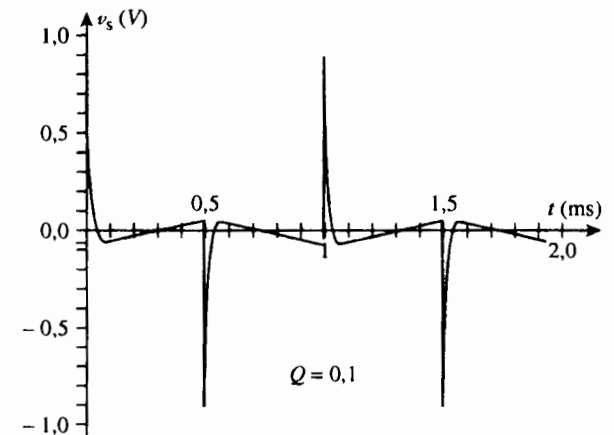
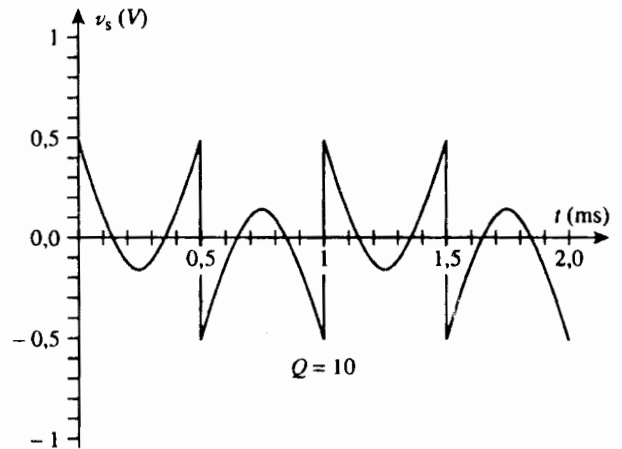
Tính chính xác hơn dải chắn của nó theo Q tại -3dB . Vẽ biểu đồ BODE của bộ lọc với $Q = 0,2$; 1 và 5.

2) Chứng minh rằng mạch sau đây là một bộ lọc chắn dải và tính các thông số đặc trưng của nó.



Cho biết $L = 10 \text{ mH}$, hãy xác định R và C để tần số cắt là 1000 Hz và $Q = 10$ hoặc $Q = 0,1$.

3) Giải thích các đặc tuyến sau đây (là đáp ứng của 2 bộ lọc với tín hiệu hình vuông có biên độ $0,5\text{V}$ và tần số 1000 Hz).



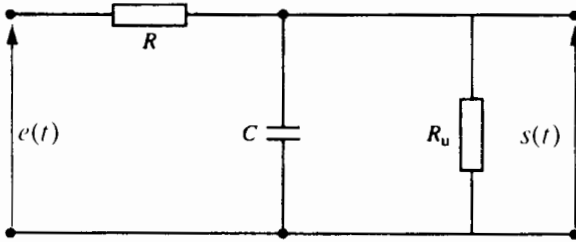
VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

3* Lọc điện áp lấy từ "nguồn chỉnh lưu 1 chiều"

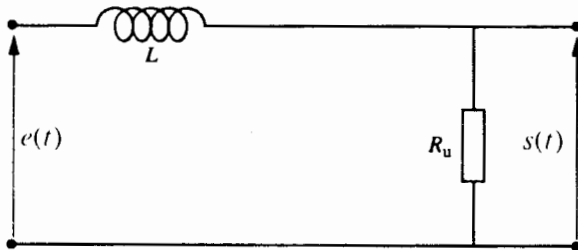
Điện áp "một chiều" được lấy từ bộ chỉnh lưu điện áp hình sin mắc ở đầu ra của một biến áp. Vì vậy điện áp này không hoàn toàn là một chiều: nó chứa thành phần xoay chiều có tần số 100Hz. Điện áp này được coi là có dạng $e(t) = E_0 + \Delta E \cos(200\pi t)$, trong đó $E_0 = 10 \text{ V}$, $\Delta E = 0,1 \text{ V}$ ($\frac{\Delta E}{E_0}$ gọi là hệ số

gợn sóng). Điện trở tải $R_u = 100\Omega$ của bộ lọc cần được cung cấp điện áp một chiều là 9V với hệ số gợn sóng nhỏ hơn 0,001.

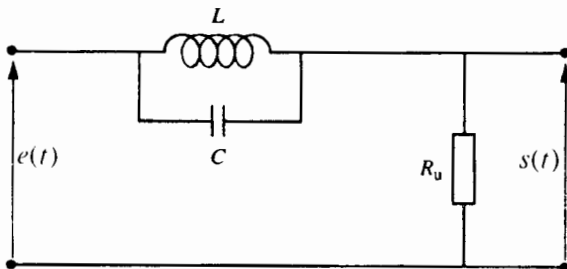
1) Xác định cặp giá trị (R, C) của mạch sau đây sao cho điều kiện trên được thỏa mãn với C nhỏ nhất. Rút ra kết luận.



2) Xác định giá trị của cuộn cảm mắc nối tiếp cho mạch trên đây cũng để thỏa mãn điều kiện trên. Rút ra kết luận.



3) Chứng minh rằng mạch sau đây về lí thuyết có thể khử hoàn toàn thành phần xoay chiều. Vì sao điều này không đúng trong thực tế?



Cho biết $L = 1 \text{ mH}$, hãy xác định C để có thể hạn chế thành phần gợn sóng.

4* Trễ do bộ lọc gây ra

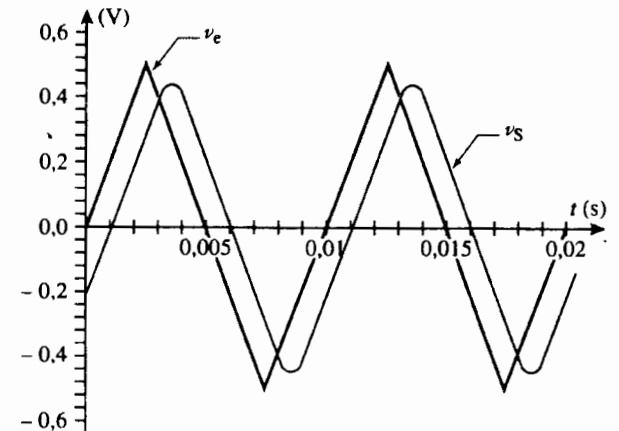
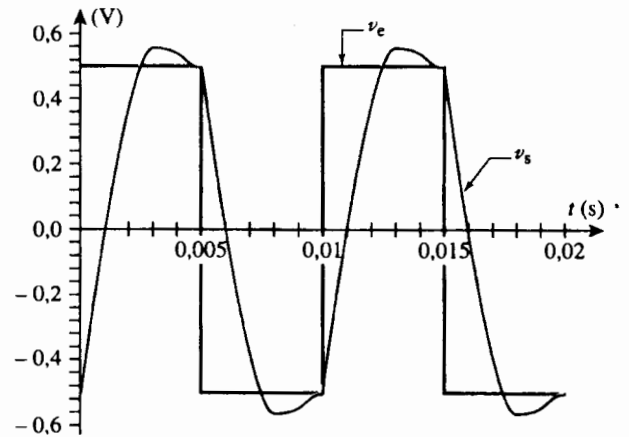
Giả thiết $e(t)$ là một tín hiệu tuần hoàn với chu kì T .

1) Hãy ứng dụng phân tích FOURIER của tín hiệu này để chứng minh rằng bộ lọc với hàm truyền là $H = e^{-j\omega\tau}$ chỉ gây ra thời gian trễ τ mà không làm méo dạng tín hiệu.

Hàm truyền này là không thể thực hiện được vì nó không phải là hàm của một phân thức chứa $j\omega$.

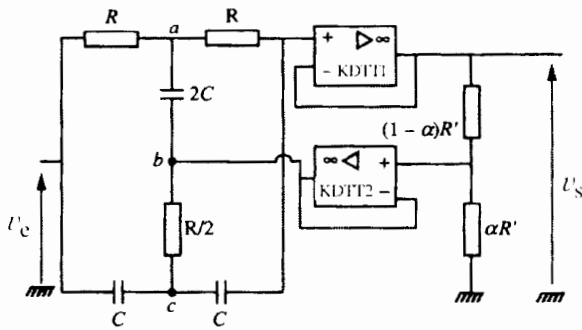
2) Xác định hàm truyền của bộ lọc thông thấp bậc 2 gần đúng với biểu thức $H(j\omega)$ trên (ta sẽ đồng nhất biểu thức ở mẫu số với biểu thức khai triển gần đúng của $e^{-j\omega\tau}$).

3) Làm thế nào để thực hiện bộ lọc trên cơ sở (R, L, C) với $L = 0,1 \text{ H}$ để đạt được độ trễ 1ms? Giải thích các đáp ứng của bộ lọc nói trên đối với các tín hiệu sau.



5* Bộ lọc chắn (cắt) dải có độ rộng thay đổi

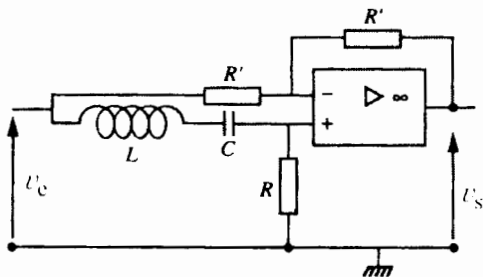
1) Xác định hàm truyền của mạch sau đây :



- 2) Độ rộng bị chắn của mạch là bao nhiêu tại -3dB ?
 3) Mạch lọc này ảnh hưởng như thế nào đến tín hiệu hình vuông có chu kỳ $8\pi RC$, nếu $\alpha \approx 1$ và $\alpha \approx 0$.

6* Mạch dịch pha bậc 2

Ta xét mạch sau đây:



- 1) Xác định hàm truyền của mạch biểu diễn theo hệ số phẩm chất Q và tần số đặc trưng f_0 của mạch (R, L, C). Hệ số khuếch đại của mạch là bao nhiêu?
 2) Hãy vẽ sự phụ thuộc của pha theo tần số (đặc tuyến tuyến tính) với các giá trị khác nhau của hệ số phẩm chất $Q = 0, 1; 1; 10$. Có thể rút ra kết luận gì về đáp ứng của mạch khi ở đầu vào là một tín hiệu tuần hoàn có tần số $0, 1f_0$?

7* Trễ do bộ lọc thông thấp bậc 2

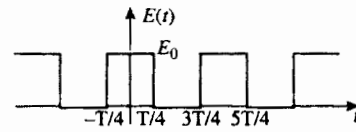
Giả thiết có bộ lọc thông thấp với hàm truyền

$$H = \frac{1}{1 + jx\sqrt{2} - x^2}$$

và với $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ ($\omega_0 = 10\,000\text{rad/s}^{-1}$).

1) Chứng minh pha $\varphi(\omega)$ của hàm truyền có giá trị $\varphi(\omega) = \pi - K\omega$ đối với các giá trị $\omega \ll \omega_0$, trong đó K là hệ số sẽ phải xác định.

2) Biết rằng tín hiệu hình vuông sau đây có các thông số $E_0 = 1\text{V}$, $T = \frac{2\pi}{\omega'_0}$, trong đó $\omega'_0 = 100\text{rad/s}^{-1}$.

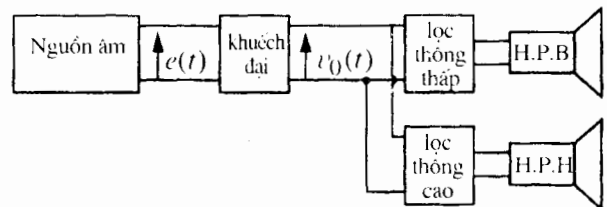


Hãy xác định phân tích FOURIER của tín hiệu này và của tín hiệu ở đầu ra của mạch lọc nói trên khi tại đầu vào của nó là tín hiệu hình vuông đã cho.

Ta chỉ xét đến tín hiệu được tạo thành từ 6 hài khác 0 đầu tiên. Chứng minh rằng các hiệu ứng lọc duy nhất ở đây là đảo cực tính và tạo một độ trễ τ giữa đầu vào và đầu ra. Tính τ .

8** Các bộ lọc cho loa

Một bộ loa đơn giản được làm từ một loa trầm và một loa cao gần giống như các điện trở thuần. Tín hiệu từ bộ khuếch đại được dẫn qua các bộ lọc để đến với loa này hoặc loa kia. Các bộ lọc này được làm chỉ từ các tụ điện và các cuộn cảm.



Bộ lọc 1 là một bộ lọc thông thấp BUTTERWORTH có hàm truyền với môđun là

$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^6}}$$

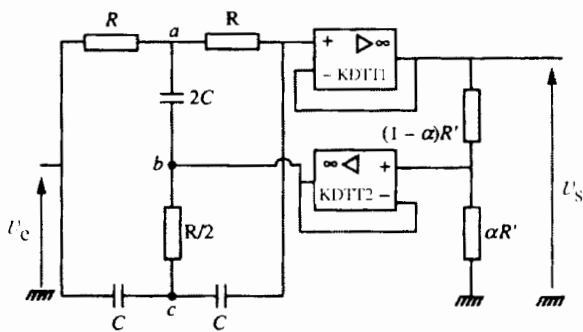
1) Chứng minh rằng hàm truyền

$H_1 = \frac{1}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$, trong đó $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ là phù hợp.

2) Hãy xét mạch 4 cực L_1, C, L_2 có tải là R như trên hình sau:

5* Bộ lọc chặn (cắt) dải có độ rộng thay đổi

1) Xác định hàm truyền của mạch sau đây :

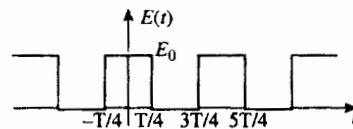


2) Độ rộng bị chặn của mạch là bao nhiêu tại -3dB ?

3) Mạch lọc này ảnh hưởng như thế nào đến tín hiệu hình vuông có chu kỳ $8\pi RC$, nếu $\alpha \approx 1$ và $\alpha \approx 0$.

1) Chứng minh pha $\varphi(\omega)$ của hàm truyền có giá trị $\varphi(\omega) = \pi - K\omega$ đối với các giá trị $\omega \ll \omega_0$, trong đó K là hệ số sẽ phải xác định.

2) Biết rằng tín hiệu hình vuông sau đây có các thông số $E_0 = 1\text{V}$, $T = \frac{2\pi}{\omega'_0}$, trong đó $\omega'_0 = 100\text{rads}^{-1}$.

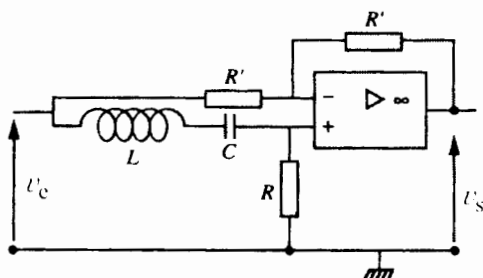


Hãy xác định phân tích FOURIER của tín hiệu này và của tín hiệu ở đầu ra của mạch lọc nói trên khi tại đầu vào của nó là tín hiệu hình vuông đã cho.

Ta chỉ xét đến tín hiệu được tạo thành từ 6 hài khác 0 đầu tiên. Chứng minh rằng các hiệu ứng lọc duy nhất ở đây là đảo cực tính và tạo một độ trễ τ giữa đầu vào và đầu ra. Tính τ .

6* Mạch dịch pha bậc 2

Ta xét mạch sau đây:



1) Xác định hàm truyền của mạch biểu diễn theo hệ số phẩm chất Q và tần số đặc trưng f_0 của mạch (R, L, C). Hệ số khuếch đại của mạch là bao nhiêu?

2) Hãy vẽ sự phụ thuộc của pha theo tần số (đặc tuyến tuyến tính) với các giá trị khác nhau của hệ số phẩm chất $Q = 0,1; 1; 10$. Có thể rút ra kết luận gì về đáp ứng của mạch khi ở đầu vào là một tín hiệu tuần hoàn có tần số $0,1f_0$?

7* Trễ do bộ lọc thông thấp bậc 2

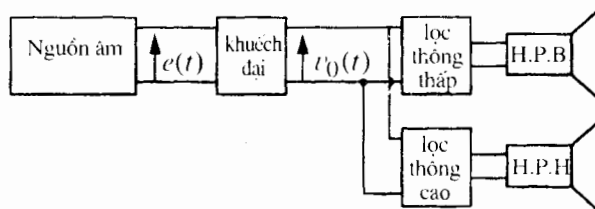
Giả thiết có bộ lọc thông thấp với hàm truyền

$$H = \frac{1}{1 + jx\sqrt{2} - x^2}$$

và với $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ ($\omega_0 = 10\,000\text{rads}^{-1}$).

8** Các bộ lọc cho loa

Một bộ loa đơn giản được làm từ một loa trầm và một loa cao gần giống như các điện trở thuần. Tín hiệu từ bộ khuếch đại được dẫn qua các bộ lọc để đến với loa này hoặc loa kia. Các bộ lọc này được làm chỉ từ các tụ điện và các cuộn cảm.



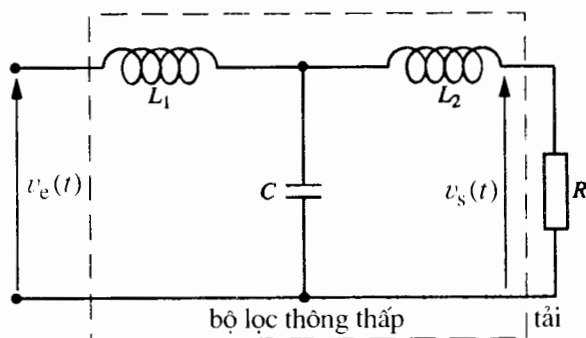
Bộ lọc 1 là một bộ lọc thông thấp BUTTERWORTH có hàm truyền với môđun là

$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^6}}$$

1) Chứng minh rằng hàm truyền

$H_1 = \frac{1}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$, trong đó $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ là phù hợp.

2) Hãy xét mạch 4 cực L_1, C, L_2 có tải là R như trên hình sau:



a) Xác định hàm truyền giữa điện áp đầu vào và đầu ra của mạch 4 cực.

b) Biết giá trị $R = 8\Omega$ (giá trị thường thấy của một loa), hãy xác định L_1 , C và L_2 sao cho hàm truyền của mạch sẽ là hàm truyền của một bộ lọc thông thấp BUTTERWORTH với tần số góc cắt ở -3dB bằng $\omega = 6000 \text{ rads}^{-1}$.

c) Hãy cho biết hình dạng của tín hiệu đầu ra khi tín hiệu vào là một tín hiệu hình vuông với chu kỳ là $T = 10\text{ms}$, 1ms và $0,1\text{ms}$ được định nghĩa như sau:

với $0 < t < \frac{T}{2}$ thì $v_e = 1\text{V}$; với $\frac{T}{2} < t < T$ thì $v_e = 0\text{V}$.

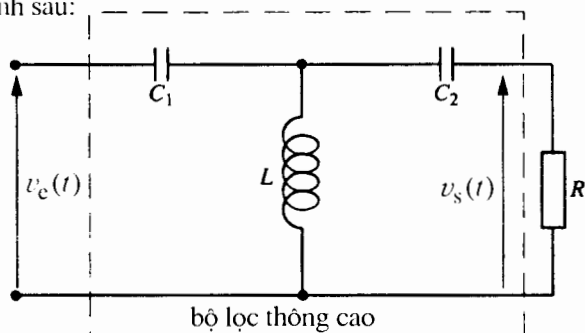
3) Xác định môđun của hàm truyền H của mạch lọc bậc 2 sao cho trong thiết bị này công suất trung bình tổng cộng của bộ khuếch đại đưa ra tải không phụ thuộc vào tần số (dùng quan điểm năng lượng). Có thể rút ra kết luận gì về các điện dẫn vào của 2 bộ lọc mắc song song?

Chứng minh rằng bộ lọc thông cao BUTTERWORTH

bậc 3 $H_2 = \frac{(jx)^3}{1 + 2jx + 2(jx)^2 + (jx)^3}$ với $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ là

phù hợp.

4) Hãy xét mạch 4 cực C_1 , L , C_2 có tải là R như trên hình sau:



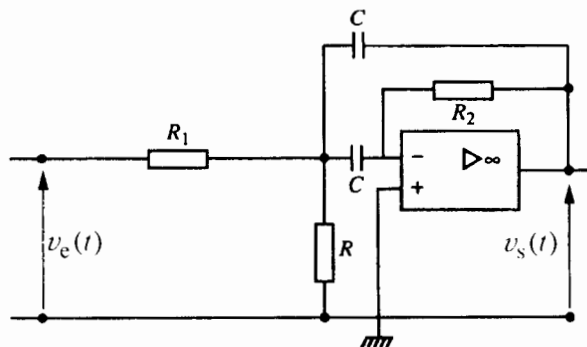
a) Xác định hàm truyền giữa điện áp đầu vào và đầu ra của mạch 4 cực đó.

b) Biết giá trị $R = 8\Omega$ (giá trị thường thấy của một loa), hãy xác định C_1 , L và C_2 sao cho hàm truyền của mạch sẽ là hàm truyền của một bộ lọc thông cao BUTTERWORTH với tần số góc cắt ω ở -3dB bằng 6000 rads^{-1} .

c) Hãy cho biết hình dạng của tín hiệu đầu ra khi tín hiệu vào là một tín hiệu hình vuông với chu kỳ là $T = 10\text{ms}$, 1ms và $0,1\text{ms}$ được định nghĩa như sau: với $0 < t < \frac{T}{2}$ thì $v_e = 1\text{V}$; với $\frac{T}{2} < t < T$ thì $v_e = 0\text{V}$.

9* Bộ lọc Rauch

Ta xét mạch với bộ khuếch đại tính toán lí tưởng sau đây, trong đó bộ khuếch đại làm việc ở chế độ tuyến tính:



1) Điều gì sẽ xảy ra khi ta hoán vị đầu vào đảo và đầu vào thuận của bộ khuếch đại?

2) Điện áp đầu vào v_e là một hàm hình sin với tần số góc ω_0 (tương ứng với hàm phức $\underline{v_e}$). Tương tự ở đầu ra v_s tương ứng với hàm phức $\underline{v_s}$. Ta kí hiệu $\underline{T}$ là hàm truyền đạt phức $\underline{T} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}}$ của mạch.

Hãy chứng minh rằng $\underline{T} = \frac{T_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}$,

trong đó T_0 là hàm thực của R_1 và R_2 , Q là hàm thực của R , R_1 và R_2 , còn $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ (ω_0 tỉ lệ với tần số và ta

sẽ biểu diễn như một hàm của R và C , R_1 và R_2). Ta

có thể đặt $R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ và biểu diễn các kết quả yêu cầu theo R' .

3) Ta định nghĩa hệ số khuếch đại của mạch là $G = 20\log T$ (T là môđun của $\underline{T}$). Hãy vẽ đồ thị biểu diễn G theo lôgarit của tần số và chỉ rõ các tiệm cận. Mạch này thực hiện chức năng gì?

4) a) Hãy tính T_0 , Q , ω_0 và $N_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

b) Định nghĩa và xác định dải thông ở -3dB của mạch. Tính giá trị các tần số cắt.

Cho biết: $C = 1\text{nF}$, $R = 10\text{k}\Omega$, $R_1 = 100\text{k}\Omega$, $R_2 = 1\text{M}\Omega$.

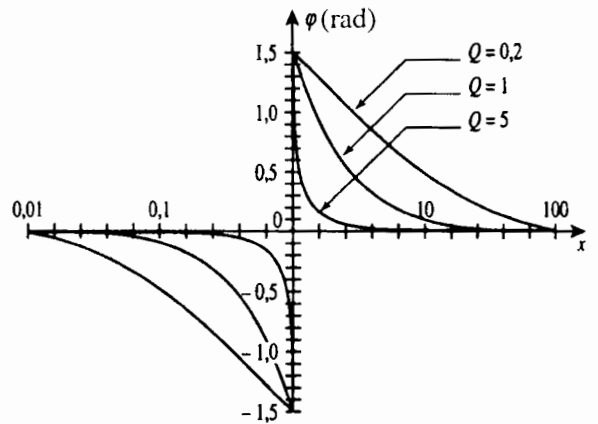
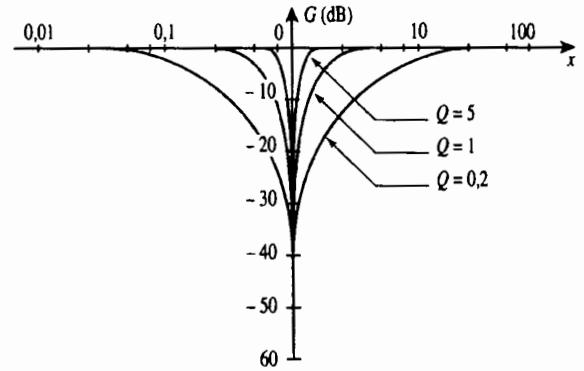
5) a) Tín hiệu vào v_e là điện áp hình vuông với chu kỳ T được định nghĩa như sau: trong khoảng $0 < t < \frac{T}{2}$ thì $v_e = V_0$; với $\frac{T}{2} < t < T$ thì $v_e = -V_0$.
 Tìm phân tích FOURIER của điện áp này.

b) Phân tích FOURIER của điện áp vào v_e sẽ ra sao nếu điện áp vào được định nghĩa như sau: trong khoảng $-\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4}$ thì $v_e = V_0$; với $\frac{T}{4} < t < 3\frac{T}{4}$ thì $v_e = -V_0$?

c) Sử dụng các giá trị số cho trong câu hỏi 4), điện áp vào phải có tần số $N = 1/T$ bằng bao nhiêu để N_0 (được định nghĩa và tính toán ở câu hỏi 2)) ứng với tần số của hài bậc 3 trong phân tích FOURIER của tín hiệu ở 5) a) ?

Tính biên độ của các hài bậc 1, 2, 3, 4 và 5 ở đầu vào và ở đầu ra của mạch với $V_0 = 0,5V$ rồi rút ra kết luận.

và độ rộng của dải chắn là: $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$



Theo đồ thị ta thấy pha thay đổi rất nhanh xung quanh $x = 1$ và càng nhanh hơn khi Q càng lớn.

2) Sử dụng công thức cho bộ chia điện áp ta có:

$$\underline{H} = \frac{R}{R + Z_L // Z_C} = \frac{1 - LC\omega^2}{1 + j\frac{L\omega}{R} - LC\omega^2}$$

từ đó bằng cách đồng nhất hệ số ta có $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và $Q = \frac{R}{L\omega_0} = RC\omega_0$.

Thay giá trị bằng số: $C = 25 \mu F$, $R = 6,3 \Omega$ thì $Q = 0,1$ còn $R = 360 \Omega$ thì $Q = 10$. Giá trị tương ứng tại $Q = 0,1$ rất nhỏ; cần phải tính đến điện trở trong của cuộn dây.

3) Tần số của tín hiệu là tần số cắt của bộ lọc. Các bộ lọc cho các tần số cao đi qua, như vậy các hài bậc cao của tín hiệu hình vuông sẽ được truyền qua mà không bị suy giảm và tạo ra các gián đoạn của điện áp với biên độ 1V tại các thời điểm 0 và 0,5ms.

Bộ lọc thông dải hẹp ($Q = 10$) chỉ khử hài cơ bản: tín hiệu ra là hiệu của điện áp hình vuông và điện áp hình sin có tần số 1000Hz và biên độ $\frac{4}{\pi} V_0 \approx 0,64V$.

Bộ lọc thông dải khử các hài có bậc thấp hơn 10 (tần số cắt cao là cỡ $\frac{f_0}{Q}$). Chỉ có các hài bậc cao tạo nên các gián đoạn điện áp là được truyền qua.

BÀI GIẢI

1 Xác định loại của một bộ lọc

Ta sử dụng những tính chất của các bộ lọc liên quan đến thành phần một chiều và sự gián đoạn của tín hiệu ra. Bộ lọc chắn dải tương đương với bộ lọc thông thấp ở tần số thấp hoặc bộ lọc thông cao ở tần số cao.

	Thành phần 1 chiều	Gián đoạn
Lọc thông thấp	Cho qua	Không cho qua
Lọc thông cao	Không cho qua	Cho qua
Lọc thông dải	Không cho qua	Không cho qua

Như vậy mạch lọc 1 và 3 là các bộ lọc thông dải, mạch lọc 2 là bộ lọc thông thấp, mạch lọc 4 là bộ lọc thông cao, còn mạch lọc 5 là bộ lọc chắn dải.

Tín hiệu ra của mạch lọc 1 gần giống tín hiệu vào của nó: mạch lọc 1 là bộ lọc thông dải rộng (tín hiệu nằm trong dải thông được truyền qua). Tín hiệu ở đầu ra của bộ lọc 3 hầu như là hình sin: mạch lọc 3 là một bộ lọc chọn lọc.

2 Bộ lọc chắn dải

1) Ta hãy ý rằng khi x tiến tới 0 hoặc vô cùng thì $|\underline{H}|$ tiến tới 1, còn khi $x = 1$ thì $|\underline{H}| \rightarrow 0$. Bộ lọc cho các tần số thấp và các tần số cao truyền qua, đồng thời khử các tần số lân cận $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

Ta tìm các giá trị x sao cho $|\underline{H}|^2 = \frac{1}{2}$ (dải chắn ở -3dB). Biểu thức

$$\left| \frac{1 - x^2}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \right|^2 = \frac{1}{2} \text{ tương đương với } \frac{x}{1 - x^2} = \pm 1, \text{ từ đó ta thu được}$$

phương trình bậc 2: $x^2 + \frac{x}{Q} - 1 = 0$, giống như phương trình cho dải thông tại -3dB của bộ lọc thông dải. Dải chắn của bộ lọc tại -3dB là:

$$\left[f_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right); f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right) \right]$$

3) 1) Loại điện áp lấy từ nguồn chính lưu "1 chiều"

Ta tính được hàm truyền là $\underline{H} = \frac{s}{c}$. Sử dụng công thức cho bộ chia điện

áp ta có: $\underline{H}j\omega = \frac{R_u // Z_C}{R + R_u // Z_C} = \frac{R_u}{R + R_u + jRR_u C\omega}$. từ đó

$$|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_u}\right)^2 + (RC\omega)^2}}$$

Hệ số khuếch đại cho thành phần một chiều là: $H(0) = \frac{1}{1 + R/R_u}$ và

độ gọn sóng là:

$$\tau = \frac{|\underline{H}| \Delta E}{H(0)E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{RC\omega}{1 + R/R_u}\right)^2}} \frac{\Delta E}{E_0}$$

Từ các điều kiện đề bài, để thành phần một chiều $H(0) \geq 0,9$ thì $R \leq 11\Omega$. Để tụ C là nhỏ nhất có thể được thì R phải là lớn nhất có thể được, từ đó $R = 11\Omega$, $C = 1600\mu F$. Như vậy tụ C phải là một tụ hóa giá trị lớn.

2) Tương tự ta cũng tính được cho mạch thứ 2: $\underline{H} = \frac{R_u}{R_u + jL\omega}$ và từ đó

$H(0) = 1$ và độ gọn sóng là:

$$\tau = \frac{|\underline{H}| \Delta E}{H(0)E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{L\omega}{R_u}\right)^2}} \frac{\Delta E}{E_0}$$

từ đó ta tính được giá trị nhỏ nhất của L là $L = 1,6H$. Một cuộn dây với điện cảm lớn như vậy rất đắt công kênh và nặng nên phương pháp này không được sử dụng trong thực tế.

3) Mạch này là một bộ lọc chặn dải. Hàm truyền của mạch này nhận được từ phương trình cho bộ chia điện áp:

$$\underline{H} = \frac{R}{R + jL\omega/(1 - LC\omega^2)} = \frac{1 - LC\omega^2}{1 + j\frac{L\omega}{R} - LC\omega^2}$$

Biểu thức này sẽ bằng 0 khi $LC\omega^2 = 1$, tức là $C = 250\mu F$. Phương pháp này về lý thuyết thì rất hiệu quả nhưng gọn sóng không phải hoàn toàn là hình sin; các hài vì thế được truyền qua. Thêm nữa điện trở trong của cuộn dây đã được bỏ qua khi tính toán.

4) Trở do bộ lọc gây ra

$$1) e(t) = \frac{e_0}{2} + \sum_{n>0} e_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T} + \varphi_{en}\right) \text{ và}$$

$$s(t) = \frac{s_0}{2} + \sum_{n>0} s_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T} + \varphi_{sn}\right).$$

Điều kiện $s(t + \tau) = e(t)$ sẽ được viết cho mỗi một thành phần của phân tích FOURIER: $s_n = e_n$ và $\varphi_{en} = \varphi_{sn} + \omega\tau$ hoặc $s_n = \left|H\left(\frac{2\pi nj}{T}\right)\right| e_n$ và

$\varphi_{sn} = \varphi_{en} + \arg\left(H\left(\frac{2\pi nj}{T}\right)\right)$. Điều này dẫn đến điều kiện là: muốn

cho biểu thức trên đúng với mọi T và n thì $\underline{H} = e^{(-j\omega\tau)}$.

2) Dạng tổng quát nhất của hàm truyền cho bộ lọc thông thấp bậc 2 là:

$$\underline{H} = \frac{1}{a + bj\omega + c(j\omega)^2}, \text{ trong đó } a, b \text{ và } c \text{ là các hệ số thực, dương. Ta}$$

sẽ đồng nhất hệ số của mẫu số ở biểu thức trên với hệ số của khai triển bậc 2

của biểu thức $e^{(-j\omega\tau)}$: $1 + j\omega\tau - \frac{(\omega\tau)^2}{2}$, khi đó: $a = 1$, $b = \frac{1}{\tau}$, $c = \frac{\tau^2}{2}$.

Ta cũng có thể viết hàm truyền trên dưới dạng: $\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$,

trong đó $x = \frac{\omega\tau}{\sqrt{2}}$ và hệ số phẩm chất $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3) Hàm truyền cho một bộ lọc thông thấp (R, L, C) thu được từ phương trình cho bộ chia điện áp như sau: $\underline{H} = \frac{1}{1 + jRC\omega - LC\omega^2}$. Từ đây ta có

$RC = 1ms$ và $LC = 0,5ms^2$ và ta sẽ tính tiếp được $C = 5\mu F$ và $R = 200\Omega$.

Chu kỳ của tín hiệu là 10τ . Việc xấp xỉ hàm truyền của bộ lọc bằng $e^{(-j\omega\tau)}$ chỉ có giá trị với các hài có bậc nhỏ hơn hoặc bằng 10. Các hài bậc cao hơn sẽ bị khử bởi bộ lọc thông thấp.

Ta lưu ý rằng các tín hiệu ra bị trễ 1ms. Tuy nhiên tín hiệu hình vuông bị méo dạng rất mạnh bởi vì các hài bậc cao của nó có biên độ đáng kể (biên độ tỉ lệ với $\frac{1}{n}$ cho các hài bậc lẻ). Tín hiệu tam giác sẽ ít bị méo hơn bởi vì

$\frac{1}{n^2}$ cho các hài bậc lẻ).

5) Bộ lọc chặn dải có băng tần thay đổi

1) Mạch khuếch đại tính toán 2 được mắc ở chế độ lặp lại, sử dụng biểu thức cho bộ chia điện áp ta có: $\underline{V}_b = \alpha \underline{V}_s$.

Mạch khuếch đại tính toán 1 cũng được mắc ở chế độ lặp lại, sử dụng biểu thức của định luật nút cho điểm c ta có:

$$\frac{V_c - V_a}{R} + \frac{V_s - V_a}{R} + 2j\omega C(\alpha V_s - V_a) = 0$$

Sử dụng biểu thức của định luật nút cho điểm c ta có:

$$jC(V_c - V_c) + j\omega C(V_s - V_c) + 2\frac{\alpha V_s - V_c}{R} = 0$$

và cũng lại áp dụng cho đầu vào thuận của khuếch đại tính toán 1 ta có:

$$\frac{V_a - V_s}{R} + j\omega C(\alpha V_c - V_s) = 0$$

Sau khi khử V_c và V_a và đặt $x = RC\omega$ ta thu được:

$$\frac{V_s}{V_c} = \underline{H} = \frac{1 - x^2}{1 + 4j(1 - \alpha)x - x^2}.$$

Đây là hàm truyền của bộ lọc chặn (cắt) dải (xem bài tập 4) với hệ số phẩm chất thay đổi được: $Q = \frac{1}{4(1 - \alpha)}$.

$$2) \text{ Dải chặn tại } -3dB \text{ là: } |\underline{H}|^2 = \frac{1}{2} \left| \frac{1 - x^2}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \right|^2 = \frac{1}{2}, \text{ tương đương}$$

với $\frac{x}{1 - x^2} = \pm 1$, từ đó ta thu được phương trình bậc 2:

$x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0$, giống như phương trình cho dải thông tại mức $-3dB$ của bộ lọc thông dải. Dải chặn của bộ lọc tại $-3dB$ là:

$$\left[f_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right); f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right) \right],$$

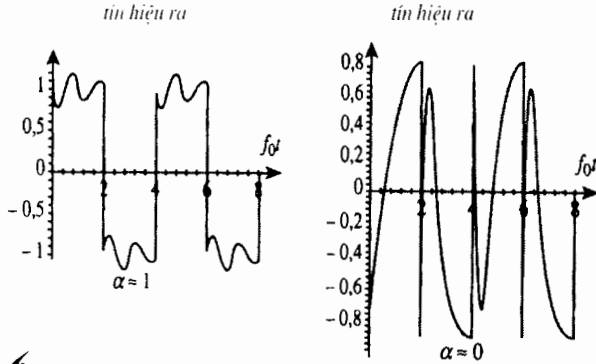
trong đó $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ và độ rộng của dải chặn là $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$.

3) Tín hiệu hình vuông chu kỳ $8\pi RC$ chứa các hài với tần số $\frac{f_0}{4}$, $3\frac{f_0}{4}$,

$5\frac{f_0}{4}$, $7\frac{f_0}{4}$... (hài bậc lẻ).

Nếu $\alpha \approx 1$, Q lớn, dải chắn sẽ rất hẹp ở lân cận tần số f_0 , tín hiệu vì thế được truyền qua không bị méo dạng (lưu ý là sự xoay pha làm méo dạng một phần tín hiệu ra, xem đặc tuyến pha trong bài tập 4).

Nếu $\alpha \approx 0$, $Q \approx 0,25$. Dải chắn ở -3dB là $[0,23 f_0; 4,23 f_0]$, các hài có bậc thấp hơn 15 bị suy giảm (nhất là các hài bậc 3 và 5). Các hài bậc cao tạo ra các gián đoạn của tín hiệu hình vuông được truyền qua hoàn toàn. Tín hiệu ra bị méo dạng rất nhiều.



6 Mạch dịch pha bậc 2

a) Sử dụng công thức cho bộ chia điện áp ta có:

$$V_+ = \frac{R}{R + \frac{1}{jC\omega} + jL\omega} V_c = \frac{V_c}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$$

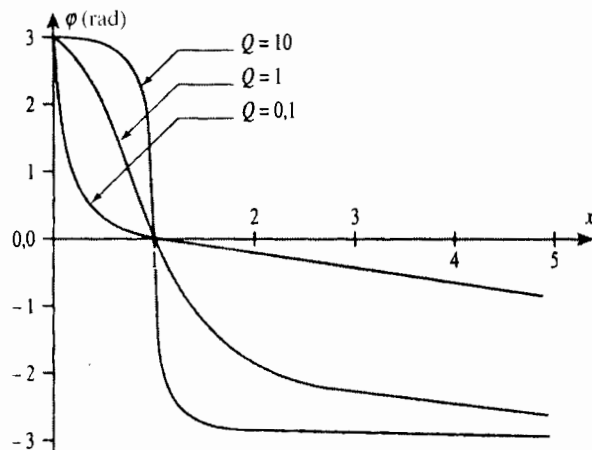
(trong đó $x = \frac{f}{f_0}$, $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ và $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$).

Định lý MILLMAN ở đầu vào đảo là: $V_- = \frac{V_c + V_s}{2}$. Trong chế độ tuyến tính của bộ khuếch đại tính toán thì $V_+ = V_-$ từ đó

$$\frac{V_s}{V_c} = H(j\omega) = \frac{1 - jQ(x - \frac{1}{x})}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}. \text{ Môđun của hàm truyền là 1, từ đó ta}$$

có hệ số khuếch đại $G = 0$.

b) Do pha bằng 2 lần pha của tử số (liên hợp phức), vì vậy $\text{tg} \frac{\varphi}{2} = Q(x - \frac{1}{x})$, trong đó φ biến đổi từ π (khi $x = 0$) đến $-\pi$ (khi $x \rightarrow \infty$).



Pha không phải là hàm tuyến tính của tần số. Tín hiệu không phải hình sin sẽ bị méo dạng khi truyền qua bộ lọc. Khi $Q = 0,1$ và 10 sự trễ pha biến đổi rất nhiều; tín hiệu ra bị méo dạng rất mạnh. Tín hiệu sẽ chỉ không bị méo dạng khi $Q \approx 1$.

7 Trễ do bộ lọc thông thấp bậc 2

1) Ta có $\text{tg} \varphi = \frac{\sqrt{2}x}{1-x^2}$, tức là đối với x nhỏ thì $\varphi \approx \pi - \sqrt{2}x$ (lưu ý rằng khi x nhỏ $\text{tg} \varphi = \sqrt{2}x$ suy ra $\varphi \approx \sqrt{2}x$ và $\varphi = \pi - 2\sqrt{x}$ nhưng vì $\cos \varphi < 0$, ta lấy nghiệm $\varphi = \pi - 2\sqrt{x}$), từ đó ta có $K = \frac{\sqrt{2}}{\omega_0}$.

$$2) E(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n>0} a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + \sum_{n>0} b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right),$$

$$\text{trong đó } a_n = \frac{2}{T} \int_0^T E(t) \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt \text{ và}$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T E(t) \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) dt.$$

Hàm đã cho là chẵn nên $b_n = 0$, $a_0 = E_0$, $a_{2p} = 0$ đối với $p \neq 0$ và

$$a_{2p+1} = (-1)^p \frac{2E_0}{(2p+1)\pi}.$$

$$S(t) = H(0) \frac{a_0}{2} + \sum_{n>0} \left(H(n\omega_0) a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T} + \varphi(n\omega_0)\right) \right).$$

$$H^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4}. \text{ Ta có } H \approx 1 \text{ trong dải } \omega < 1100 \text{ rad.s}^{-1} \text{ mà ta quan}$$

tâm và $\varphi(n\omega_0) = \pi - nK\omega_0$.

Từ đó ta có:

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{p=1}^6 a_{2p+1} \cos[2\pi n\omega_0(2p+1)(t-K)].$$

Ta có thể đồng nhất biểu thức này với một tổng gồm 6 hài khác 0 đầu tiên và thành phần một chiều của $E(t-K)$. Như vậy mạch này đã thực hiện độ trễ là $1,4.10^{-4}$ s.

8 Các bộ lọc cho loa

1) Ta có $|H_1|^2 = \frac{1}{(1-2x^2)^2 + (2x-x^3)^2} = \frac{1}{1+x^6}$. Như vậy bộ lọc là phù hợp.

2) a) Sử dụng 2 lần biểu thức cho bộ chia điện áp ta có:

$$H_1 = \frac{R}{Z // Z // Z_C + Z_{L_1}},$$

trong đó $Z = R + j\omega L_2$.

$$\text{tức là: } H_1 = \frac{R}{R + j\omega L_2 + j\omega L_1(1 + jC\omega(R + j\omega L_2))} = \frac{1}{1 + j\frac{L_2 + L_1}{R}\omega + L_1 C(j\omega)^2 + \frac{L_1 L_2 C}{R}(j\omega)^3}.$$

b) Đồng nhất biểu thức này với biểu thức cho bộ lọc BUTTERWORTH ta thu được:

$$\frac{2}{\omega_0} = \frac{L_1 + L_2}{R}, \frac{2}{\omega_0^2} = L_1 C \text{ và } \frac{1}{\omega_0^3} = \frac{L_1 L_2 C}{R}.$$

Từ đó ta có các biểu thức cho L_1 , L_2 và C phụ thuộc R và ω_0 như sau:

$$L_2 = \frac{R}{2\omega_0}, \quad L_1 = \frac{3R}{2\omega_0}, \quad C = \frac{4}{3R\omega_0} \text{ và có các giá trị số } L_1 = 2\text{mH},$$

$$L_2 = 0,67\text{mH}, \quad C = 28\mu\text{F}.$$

c) Tần số cắt của bộ lọc thông thấp tại -3dB là 1000 Hz . Tiệm cận tại tần số cao của bộ lọc có phương trình: $G = -60\log\frac{\omega}{\omega_0}$. Tín hiệu hình sin

có tần số cao hơn $\frac{\omega_0}{2\pi}$ sẽ bị khử rất hiệu quả bởi bộ lọc bậc 3 này.

• Đối với tín hiệu với chu kỳ 10ms (100Hz):

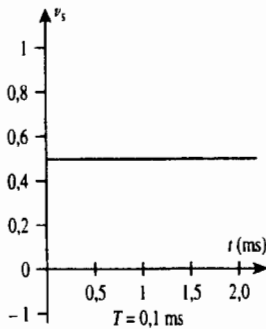
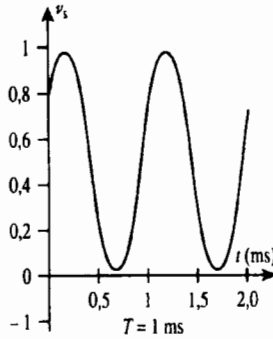
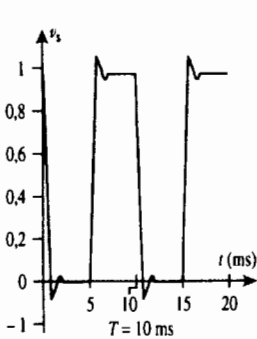
Thành phần một chiều và các hài khác có bậc thấp hơn 10 được truyền qua không hề bị suy giảm, tín hiệu sẽ ít bị méo dạng (trừ các gián đoạn do tín hiệu đầu vào).

• Đối với tín hiệu với chu kỳ 1ms (1000Hz):

Thành phần một chiều với biên độ $0,5\text{V}$ được truyền qua không hề bị suy giảm. Chỉ có hài cơ bản của tín hiệu với tần số 1000 Hz được truyền qua với độ suy giảm 3dB (nức là suy giảm đi $\sqrt{2}$ về biên độ), các hài khác bị hạn chế. Biên độ của hài cơ bản bị suy giảm đi $\sqrt{2}$ lần. Tín hiệu ra gần là dạng sin với biên độ $0,45\text{ V}$ cộng thêm thành phần một chiều có biên độ $0,5\text{ V}$.

• Đối với tín hiệu với chu kỳ $0,1\text{ms}$ ($10\,000\text{ Hz}$):

Chỉ có thành phần một chiều được truyền qua. Tín hiệu đầu ra là một chiều có biên độ $0,5\text{ V}$.



3) Hai bộ lọc cùng được làm từ điện cảm và tụ điện. Công suất trung bình cung cấp cho các mạch 2 cực này bằng 0. Toàn bộ năng lượng do bộ khuếch đại đưa ra được tiêu thụ ở một trong các điện trở 8Ω . Điều này có nghĩa là:

$$<P> = \frac{|H\underline{e}|^2}{2R} + \frac{|H'\underline{e}|^2}{2R} = \left(\frac{1}{1+x^6} + |H|^2\right) \frac{|\underline{e}|^2}{2R}.$$

Để cho công suất không phụ thuộc vào tần số (ở đây là vào x) ta cần phải có: $|H'|^2 = \frac{x^6}{1+x^6}$.

Lúc này $<P> = \frac{1}{2} \text{Re}(\underline{Y})|\underline{e}|^2$, trong đó $\underline{Y}$ là dẫn nạp nối tại đầu ra của máy phát.

Phần thực của dẫn nạp tại đầu vào của 2 bộ lọc là $\frac{1}{R}$. Đặt $x' = \frac{1}{x}$ ta sẽ có dạng của H_2 giống như của biểu thức ở mục 1) và từ đó ta có:

$$|H_2|^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^6}.$$

Điều này chứng minh điều kiện $|H_2|^2 = \frac{x^6}{1+x^6}$ là thỏa mãn.

4) a) Tương tự như ở 2) ta thay $jL_1\omega \rightarrow \frac{1}{jC_1\omega}$, $jL_2\omega \rightarrow \frac{1}{jC_2\omega}$
 $jC\omega \rightarrow \frac{1}{jL\omega}$ và thu được:

$$H_2 = \frac{1}{1 + \frac{1}{jR\omega} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) + \frac{1}{LC_1(j\omega)^2} + \frac{1}{RC_1C_2L(j\omega)^3}} \\ = \frac{RC_1C_2L(j\omega)^3}{1 + jRC_2\omega + L(C_1 + C_2)(j\omega)^2 + RC_1C_2L(j\omega)^3}.$$

b) Bằng cách đồng nhất biểu thức trên với biểu thức của bộ lọc BUTTERWORTH ta thu được: $2\omega_0 = \frac{1}{R} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$, $2\omega_0^2 = \frac{1}{LC_1}$,
 $\omega_0^3 = \frac{1}{RC_1C_2L}$. Từ đây ta có các biểu thức của C_1 , C_2 và L phụ thuộc vào R và ω_0 như sau:

$$C_1 = \frac{2}{3R\omega_0}; \quad C_2 = 3C_1 \text{ và } L = \frac{3R}{4\omega_0}.$$

Thay các giá trị số ta có: $C_1 = 14\mu\text{F}$, $C_2 = 42\mu\text{F}$, $L = 1\text{mH}$.

c) Tần số cắt của bộ lọc thông thấp tại -3dB là 1000 Hz . Tiệm cận ở tần số thấp có phương trình là $G = 60\log\frac{\omega}{\omega_0}$.

Các tín hiệu hình sin tần số thấp hơn $\frac{\omega_0}{2\pi}$ bị khử rất nhiều bởi bộ lọc bậc 3. Thành phần một chiều hoàn toàn bị khử: tín hiệu đầu ra có giá trị trung bình bằng 0.

• Đối với tín hiệu với chu kỳ 10ms :

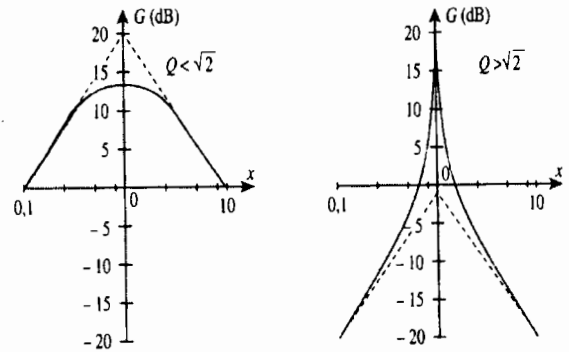
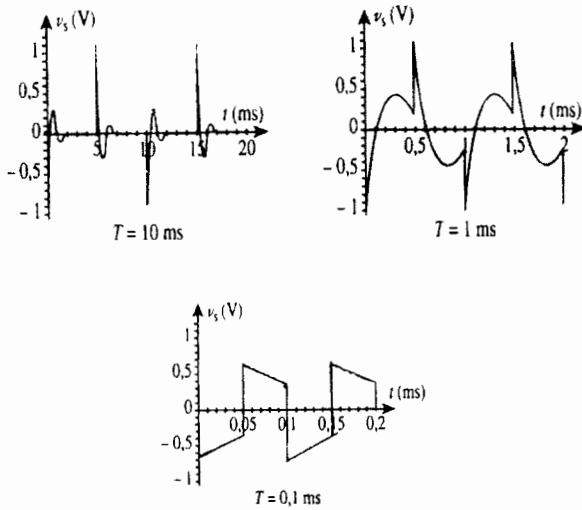
Tín hiệu đầu ra gồm các xung có biên độ 1 V vì các thành phần tần số cao của tín hiệu hình vuông truyền qua tạo ra các gián đoạn có biên độ 1 V .

• Đối với tín hiệu với chu kỳ 1ms :

Tín hiệu đầu ra bị méo dạng rất mạnh vì thành phần hài cơ bản bị suy giảm đi $\sqrt{2}$.

• Đối với tín hiệu với chu kỳ $0,1\text{ms}$:

Tín hiệu đầu ra gần giống (chỉ khác ở thành phần một chiều) với tín hiệu đầu vào (sự xoay pha làm biến dạng tín hiệu thành hình thang).



Dải thông tại -3dB là:

$$\left[N_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right); N_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1} \right) \right],$$

trong đó độ rộng của dải thông là $\Delta N = \frac{N_0}{Q}$. Các giá trị hằng số là:

$$N_1 = 1517\text{Hz}, N_2 = 1836\text{Hz} \text{ và } \Delta N = 319\text{Hz}.$$

5) a) $\underline{v}_x = \frac{a_0}{2} + \sum_{n>0} a_n \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) + \sum_{n>0} b_n \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$, trong đó:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_x(t) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt \text{ và } b_n = \frac{2}{T} \int_0^T v_x(t) \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) dt$$

Tín hiệu có giá trị trung bình bằng 0 nên $a_0 = 0$, tín hiệu là một hàm lẻ nên $a_n = 0$.

Nếu ta thay t bằng $t + \frac{T}{2}$ thì $\underline{v}_x$ đổi thành $\underline{v}_x \cdot \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right)$ sẽ đổi dấu

khi n là lẻ hoặc sẽ không thay đổi nếu n là chẵn. Tức là $b_{2p} = 0$ và

$$b_{2p+1} = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} V_0 \sin\left(\frac{2(2p+1)\pi t}{T}\right) dt = \frac{4V_0}{\pi(2p+1)} \text{ và}$$

$$\underline{v}_x = \sum_p \frac{4V_0}{(2p+1)\pi} \sin\left(\frac{2(2p+1)\pi t}{T}\right).$$

b) Nếu trong biểu thức trên ta thay t bằng $t + \frac{T}{4}$ thì ta thu được:

$$\underline{v}_x = \sum_p (-1)^p \frac{4V_0}{(2p+1)\pi} \cos\left(\frac{2(2p+1)\pi t}{T}\right).$$

$$[\cos(x + p\pi) = (-1)^p \cos x]$$

c) Hàm bậc 3 của tín hiệu có tần số là $3N$ do đó $N = \frac{N_0}{3}$ hay

$$N = 557\text{Hz}.$$

Ta có bảng sau:

Hàm bậc	Biên độ trong $\underline{v}_x$	$x = N/N_0$	(T)	Biên độ trong $\underline{v}_s$
1 (cơ sở)	$\frac{4V_0}{\pi} \approx 0,65\text{V}$	$\frac{1}{3}$	0,357	0,22V
2	0	-	-	0
3	$\frac{4V_0}{3\pi} \approx 0,21\text{V}$	1	5	1,06V
4	0	-	-	0
5	$\frac{4V_0}{5\pi} \approx 0,13\text{V}$	$\frac{5}{3}$	0,881	0,11V

Quan sát bảng trên ta thấy chỉ có hàm bậc 3 là được truyền qua với biên độ đáng kể, tín hiệu ở đầu ra gần như là hình sin với tần số 1670Hz và có biên độ là 1,06V.

9 Bộ lọc Rauch

1) Nếu hồi tiếp được đưa đến đầu vào thuận của bộ khuếch đại thì mạch sẽ không ổn định và sẽ làm việc ở chế độ không tuyến tính (sẽ bị bão hòa).

2) Áp dụng định luật nút tại điểm A ta có:

$$\frac{\underline{v}_x - \underline{v}_A}{R_1} - \frac{\underline{v}_A}{R} - jC\omega \underline{v}_A - jC\omega (\underline{v}_x - \underline{v}_A) = 0.$$

Cũng áp dụng luật nút tại đầu vào đảo ta có: $jC\omega \underline{v}_A + \frac{\underline{v}_x}{R} = 0$.

Từ hai biểu thức trên ta có:

$$\underline{v}_x \cdot \underline{v}_A = -\underline{v}_x \left(2 \frac{R_1}{R_2} + j \left(R_1 C \omega - \frac{R_1}{R_2 R' C \omega} \right) \right),$$

và từ đây sau khi đồng nhất $\underline{T} = \frac{T_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$ với $T_0 = \frac{-R_2}{2R_1} \omega$

$$\text{được: } Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} \text{ và } \omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_2 R'}}.$$

$$3) G = -10 \log \left(1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 \right) + 20 \log \left(\frac{R_2}{2R_1} \right).$$

Các đường tiệm cận là:

$$\omega \ll \omega_0 : G = 20 \log \left(\frac{R_2 R' C \omega}{R_1} \right)$$

$$\omega \gg \omega_0 : G = -20 \log (R_1 C \omega).$$

Cả hai trường hợp đều có thể xảy ra (xem đồ thị). Mạch này là bộ lọc thông thấp.

4) a) $T_0 = -5$; $Q = 5,24$; $\omega_0 = 1,0510^4 \text{ rad.s}^{-1}$, $N_0 = 1670 \text{ Hz}$. Bộ lọc là loại chọn lọc ($Q > 1$).

$$b) G = G_0 - 3 \text{ dB, tức là } 1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 2 \text{ hoặc } Q \left(x - \frac{1}{x} \right) = \pm 1$$

$$\text{hoặc } x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0.$$

Nghiệm có thể sử dụng được là các nghiệm dương: $x = \pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{\frac{1}{4Q^2} + 1}$.

5

ĐẶC TÍNH VI PHÂN VÀ TÍCH PHÂN CỦA BỘ LỌC

M u c t i ê u

■ Xây dựng mối liên hệ giữa hàm truyền của một bộ lọc (đặc biệt là đồ thị tiệm cận của nó) với các phép toán mà bộ lọc thực hiện trên tín hiệu: phép vi phân và tích phân gần đúng.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Phân tích FOURIER.
- Hàm truyền và biểu đồ BODE.
- Các loại bộ lọc cơ bản.

Mở đầu

Trong Chương 4 ta đã sử dụng phân tích điều hòa để giải thích đáp ứng của một bộ lọc đối với tín hiệu tuần hoàn.

Ta sẽ tiếp tục nghiên cứu hình dạng của tín hiệu đầu ra trong trường hợp tín hiệu vào lớn.

Trong chương này ta cũng sẽ nghiên cứu đáp ứng của các bộ lọc bậc 1 và của bộ lọc thông dải bậc 2 đối với các tín hiệu ở tần số nằm ngoài dải thông của bộ lọc. Ta sẽ sử dụng chủ yếu hàm truyền và phương trình vi phân của bộ lọc để giải thích dạng tín hiệu đầu ra.

Đáp ứng của bộ lọc thông thấp bậc 1

1.1. Nghiên cứu một mạch tích phân đơn giản

Như ta đã nghiên cứu ở Chương 4, bộ lọc thông thấp bậc 1 đơn giản nhất là mạch (R, C) (h.1).

Điều bất lợi cơ bản của mạch này là trở kháng tải của nó phải là vô cùng:

$i_s = 0$ để quan hệ: $V_s = \frac{1}{1 + jRC\omega} V_e$ là đúng. Như vậy không thể thực

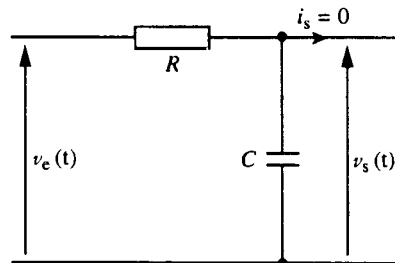
hiện phép đo điện áp ra mà không làm ảnh hưởng đến đầu ra của mạch.

Bây giờ ta nối vào đầu ra của bộ chia áp một bộ khuếch đại tính toán được nối như một bộ lặp (bộ khuếch đại không đảo pha). Trở kháng vào của bộ lặp là vô cùng lớn nên không làm ảnh hưởng đến điện áp ra của mạch (R, C) .

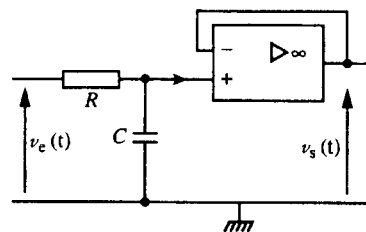
Khi bộ khuếch đại làm việc trong chế độ tuyến tính thì hàm truyền của mạch lọc (R, C) là $H(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$ và không phụ thuộc vào phần tử 2 cực mắc tại đầu ra của bộ khuếch đại.

1.2. Mạch giả tích phân

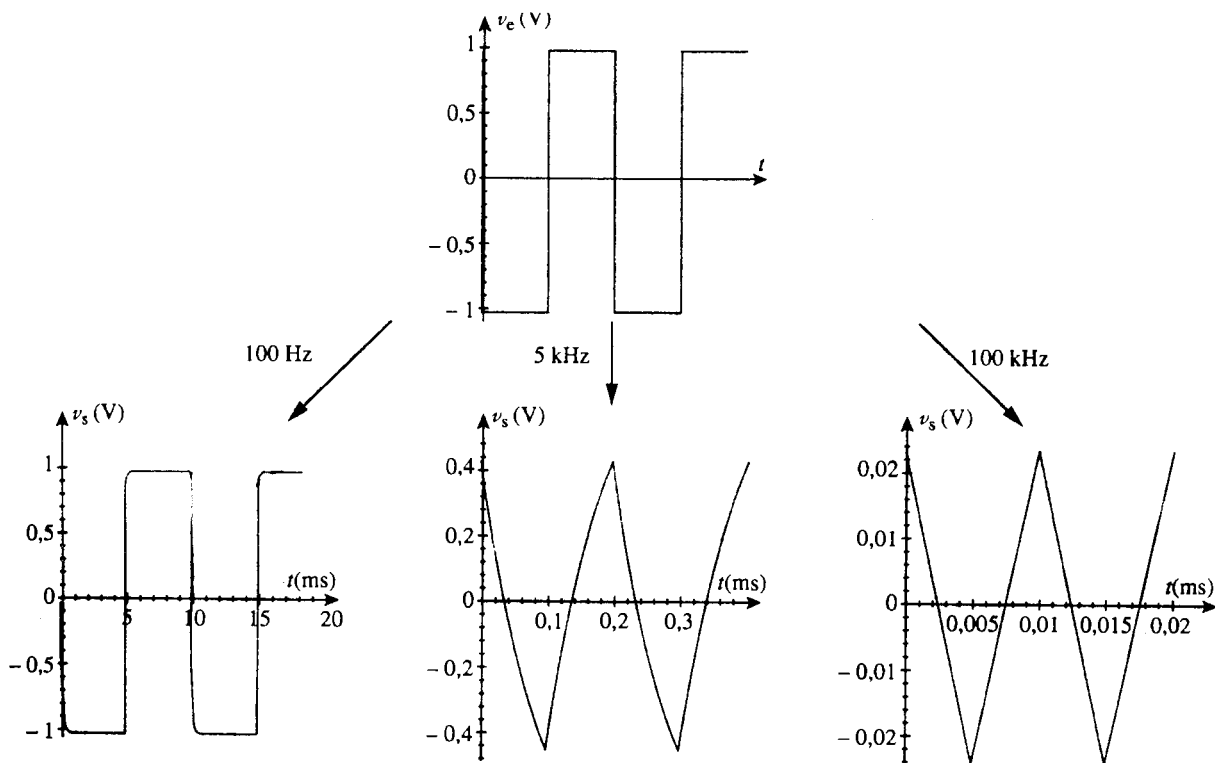
Bây giờ ta thực hiện mạch như trên hình 2 với hằng số thời gian là $RC = 10^{-4}$ s. Ta quan sát dạng tín hiệu ra khi tín hiệu vào là hình vuông với biên độ đỉnh - đỉnh là $V_0 = 1$ V (h.3).



H.1. Mạch lọc thông thấp R, C .



H.2. Mạch lọc thông thấp với bộ lặp.



H.3. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông của bộ lọc thông thấp (R, C) , $RC = 0,1$ ms.

Nếu chu kì T của tín hiệu vào lớn hơn rất nhiều so với hằng số thời gian RC ($T = 10\text{ms}$) thì tín hiệu đầu ra cũng là hình vuông và có cùng biên độ 1V . Kết quả này phù hợp với những gì thu được ở Chương 4.

Nếu chu kì T của tín hiệu vào có giá trị trung gian thì tín hiệu ra biến dạng từ gần giống hình vuông sang gần giống hình tam giác.

Nếu chu kì T của tín hiệu vào có giá trị nhỏ hơn so với RC , $T = 10^{-5}\text{s}$ thì tín hiệu đầu ra là hình tam giác với biên độ là 25mV .

Ta sẽ giải thích kết quả của trường hợp $T = 10^{-5}\text{s}$ bằng cách dùng phương trình vi phân cho điện áp ra $v_s(t)$.

Từ biểu thức của hàm truyền $V_s = (1 + jRC\omega) = V_e$ ta có $RC \frac{dv_s}{dt} + v_s = v_e(t)$.

Giả thiết tín hiệu đầu vào là hình sin với chu kì $T = \frac{2\pi}{\omega}$ thì trong chế độ cưỡng

bức tín hiệu đầu ra cũng là hình sin. Khi tín hiệu ra là $v_s = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$

thì đạo hàm của nó là $\frac{dv_s}{dt} = -\omega v_0 \sin(\omega t + \varphi)$.

Nếu $RC\omega \ll 1$, tức là $T \gg RC$ thì số hạng $RC \frac{dv_s}{dt}$ trong phương trình vi

phân trên trở nên quá nhỏ so với v_s , do đó $v_s \approx v_e$. Tín hiệu đầu ra gần giống như tín hiệu đầu vào.

Nếu $T \ll RC$ thì số hạng v_s lại trở nên quá nhỏ bé so với $RC \frac{dv_s}{dt}$, do đó

$RC \frac{dv_s}{dt} \approx v_e$ hay là $v_s = \frac{1}{RC} \int v_e dt$, tín hiệu đầu ra tỉ lệ với tích phân của tín hiệu đầu vào (hằng số tích phân được chọn sao cho tín hiệu ra có giá trị trung bình bằng 0).

Một tín hiệu hình vuông với biên độ V_0 và chu kì T_0 có thể được phân tích

thành các hài hình sin với chu kì $T_0, \frac{T_0}{3}, \frac{T_0}{5}, \frac{T_0}{7}, \dots, \frac{T_0}{2n+1}$ (phổ của tín

hiệu hình vuông chỉ bao gồm các hài bậc lẻ) với biên độ

$a, \frac{a}{3}, \frac{a}{5}, \frac{a}{7}, \dots, \frac{a}{2n+1}, (a = \frac{4V_0}{\pi})$.

Trong trường hợp $T_0 = 10^{-5}\text{s}$ thì tất cả các hài đều thỏa mãn $T \ll RC$.

Tín hiệu ra là nguyên hàm của tín hiệu vào, tức là tập hợp của các đoạn

thẳng với độ dốc $\pm \frac{V_0}{RC}$. Trong thời gian $\frac{T}{4}$ giá trị của điện áp ra biến đổi

từ 0 đến giá trị cực đại, vì vậy biên độ của nó là: $\frac{TV_0}{4RC}$.

Ta có thể nói rằng mạch này là một bộ *giả tích phân* vì tín hiệu ra của nó chỉ là nguyên hàm của tín hiệu vào đối với các tín hiệu tuần hoàn có chu kì nhỏ hơn rất nhiều so với hằng số thời gian RC của bộ lọc.

Áp dụng 1

Ta sử dụng mạch trên hình 3

1) Tại sao tín hiệu ra có giá trị trung bình bằng 0?

2) Tín hiệu ra có dạng thế nào khi tín hiệu vào là hình tam giác với tần số 10^5Hz , biên độ 1V và với thành phần một chiều là 10mV ?

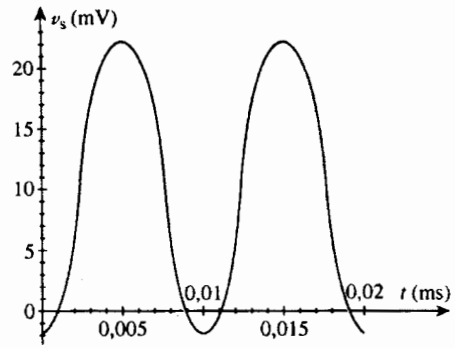
1) Quan hệ giữa thành phần một chiều ở đầu ra và đầu vào là

$$V_{s0} = H(0)V_{e0},$$

trong đó $H(0)$ là hệ số khuếch đại thành phần một chiều của bộ lọc (ở đây $H(0) = 1$).

Do $V_{e0} = 0$ (tín hiệu không có thành phần một chiều) vì thế $V_{s0} = 0$. Tín hiệu ra có giá trị trung bình bằng 0.

2) Tín hiệu ra tỉ lệ với tích phân của tín hiệu vào nên sẽ là các cung parabol có giá trị trung bình 10mV (thành phần một chiều được truyền qua không bị suy giảm) (h.4).



H.4. Đáp ứng của bộ lọc với tín hiệu vào hình tam giác biên độ 1V với thành phần 1 chiều 10mV.

2 Đặc tính tích phân của một bộ lọc bất kì

Ta tìm điều kiện để một bộ lọc nào đó có được đặc tính tích phân đối với tín hiệu tuần hoàn.

Phải lưu ý một điều là một bộ lọc không thể có đặc tính tích phân đối với tín hiệu một chiều. Thật vậy, tích phân của một hằng số sẽ tăng hoặc giảm tuyến tính theo thời gian. Vì điện áp đầu ra của bộ lọc bị hạn chế nên tín hiệu này sẽ đạt đến giá trị bão hòa. Do vậy chúng ta hạn chế chỉ làm việc với tín hiệu vào bộ lọc có giá trị trung bình bằng 0.

Giả thiết $v_e(t)$ là tín hiệu vào của bộ lọc. Phân tích FOURIER của tín hiệu vào có dạng:

$$v_e(t) = \sum_{n>0} a_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n),$$

và tích phân của nó với giá trị trung bình bằng 0 là:

$$\int v_e dt = \sum_{n>0} \frac{a_n}{n\omega_0} \sin(n\omega_0 t + \varphi_n).$$

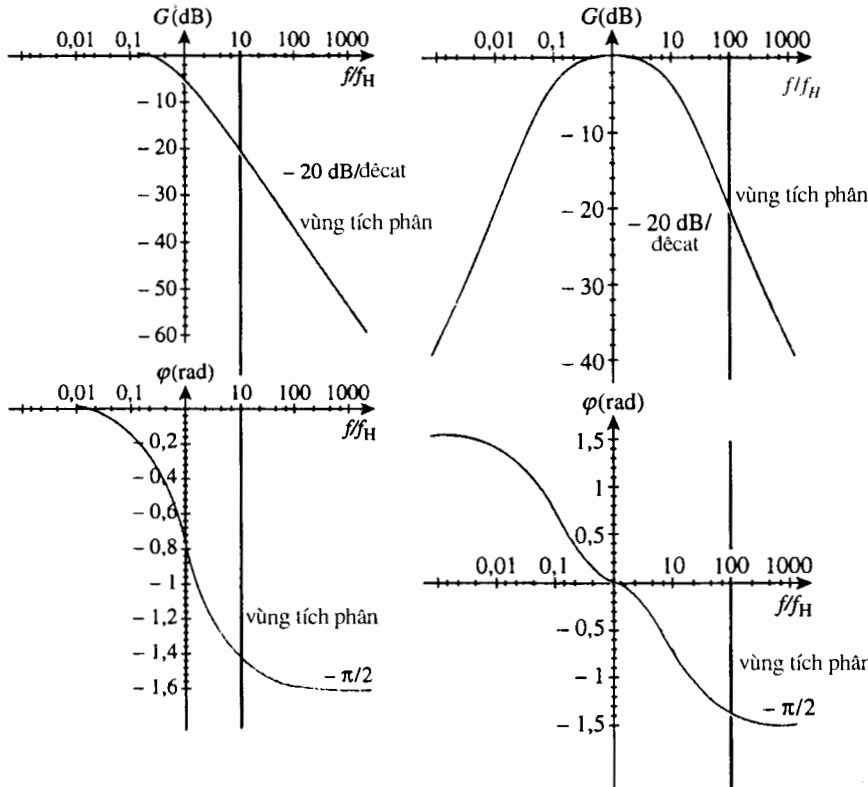
Đối với mỗi hài, tín hiệu ra sẽ bị lệch pha $-\frac{\pi}{2}$ còn biên độ sẽ bị suy giảm đi $n\omega_0$.

Như vậy hai điều kiện để một bộ lọc có đặc tính tích phân đối với tín hiệu tuần hoàn tần số f_0 là:

- độ dịch pha do bộ lọc tạo ra phải là cỡ $-\frac{\pi}{2}$ (hoặc là $\frac{\pi}{2}$ nếu bộ lọc còn đảo pha của tín hiệu)
- $G \approx 20 \log \frac{\omega_c}{\omega}$ (độ dốc -20dB/đecat) đối với mọi hài có biên độ đáng kể của đầu vào, tức là đối với mọi tần số nằm trong dải $[f_0, pf_0]$ (p là bậc của hài cuối cùng có biên độ đáng kể), $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ là tần số đặc trưng.

Tín hiệu ra khi đó là $v_s \approx \omega_c \int v_e dt$ nếu dịch pha là $\frac{\pi}{2}$ hoặc sẽ là $v_s \approx -\omega_c \int v_e dt$ nếu dịch pha là $-\frac{\pi}{2}$.

Điều kiện này đúng với các bộ lọc thông thấp bậc 1 hoặc bộ lọc thông dải bậc 2 nếu tần số f_0 lớn hơn rõ rệt so với tần số cắt cao f_H của chúng (thường thì $f_0 > 10f_H$ là đủ) (h.5).



H.5a. Vùng tích phân của bộ lọc thông thấp.

H.5b. Vùng tích phân của bộ lọc thông dải ($Q = 0,1; f_H = 10f_0$).

Các đồ thị trên là gồm một đồ thị tiệm cận tần số cao dạng $G = 20 \log \frac{f_c}{f}$

và một tiệm cận khác cho dịch pha $-\frac{\pi}{2}$ (xem Chương 4).

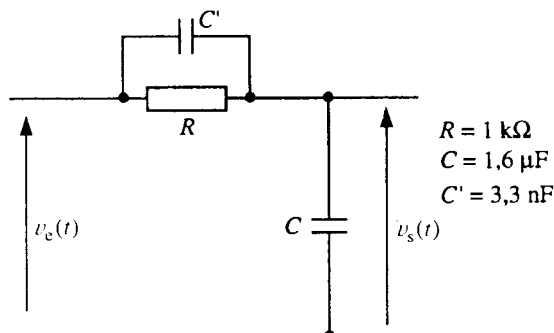
Đối với $f_0 \gg f_c$ thì 2 điều kiện nói trên cũng được thỏa mãn.

Một bộ lọc thông thấp bậc 1 hoặc một bộ lọc thông dải bậc 2 có đặc tính tích phân đối với các tín hiệu tuần hoàn có tần số lớn hơn hẳn so với tần số cắt cao của bộ lọc.

Kết quả này có thể được tổng quát hóa cho các tín hiệu không tuần hoàn nếu thời gian biến đổi đặc trưng của chúng nhỏ hơn nhiều so với $\frac{1}{f_H}$.

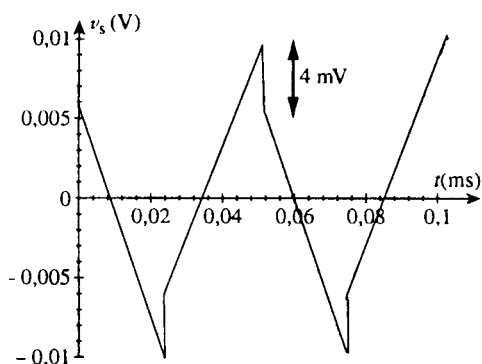
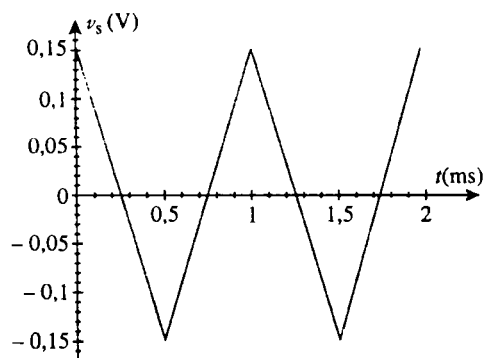
Áp dụng 2

Tìm dải tần số để bộ lọc trên hình 6 có được đặc tính tích phân.



H.6. Bộ chia áp ($R//C'$, C)

Bình luận kết quả trên hình 7 ứng với tín hiệu vào là hình vuông có biên độ 1V với tần số 1kHz và 20kHz.



H.7. Đáp ứng của bộ lọc với tín hiệu vào hình vuông tần số a) 1kHz và b) 20kHz.

► Để luyện tập : Bài tập 6.

Ta tính hàm truyền của bộ lọc:

$$\underline{H} = \frac{Z_{C'}}{Z_C + R // Z_{C'}} = \frac{1 + jRC'\omega}{1 + jR(C + C')\omega}$$

và đưa vào hai tần số đặc trưng:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC'}, \text{ và } f_2 = \frac{1}{2\pi R(C + C')},$$

từ đó ta có

$$\underline{H} = \frac{1 + j\frac{f}{f_1}}{1 + j\frac{f}{f_2}}$$

Thay số vào ta có: $f_1 = 48\text{kHz}$ và $f_2 = 100\text{Hz}$.

Đồ thị tiệm cận BODE là:

- $f \ll f_2$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.
- $f_2 \ll f \ll f_1$: $G = -20\log \frac{f}{f_2}$ và $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.
- $f_1 \ll f$: $G = -20\log \frac{f_2}{f_1}$ và $\varphi = 0$.

Từ những nghiên cứu trên, ta thấy bộ lọc sẽ có đặc tính tích phân khi các hài có biên độ đáng kể của đầu vào nằm trong dải $f_2 \ll f \ll f_1$ và lúc đó ta có:

$$G = -20\log \left(\frac{f}{f_2} \right) \text{ và } \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

b) Đó cũng chính là trường hợp của tín hiệu 1kHz: các hài chính (bậc nhỏ hơn 10) nằm trong dải [1kHz, 10kHz]. Mạch tích phân này tạo ra điện áp hình tam giác có độ dốc $\frac{1}{R(C + C')} = 0,63\text{Vms}^{-1}$ và

biên độ 0,16V. Điều này thực tế ứng với trường hợp trên hình 7a).

Đối với trường hợp tín hiệu 20kHz thì khác. Hệ số khuếch đại của bộ lọc lúc này là cỡ $\frac{f_2}{f_1} \geq 0,002$.

Các hài bậc cao của tín hiệu vào sẽ gây ra các gián đoạn có biên độ 2V tại các vị trí chuyển tiếp của tín hiệu hình vuông và điều này được phản ánh ở gián đoạn đầu ra ở mức 4mV.

Ta có thể quan sát được điều này trên hình 7b).

3 Đáp ứng của bộ lọc thông cao bậc 1

3.1. Thí dụ mạch đơn giản

Như ta đã nghiên cứu ở Chương 4, bộ lọc thông cao đơn giản nhất là mạch thực hiện bằng các linh kiện (R, C) (h.8). Chú ý là trở kháng tải của nó phải là vô cùng: $i_s = 0$ để quan hệ $\underline{V}_s = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \underline{V}_e$ là đúng.

3.2. Mạch giả vi phân

Ta thực hiện mạch như trên hình 9 với hằng số thời gian $RC = 10^{-4}$ s và quan sát các đặc tuyến thu được trong chế độ cường độ khi tín hiệu vào là hình tam giác có biên độ $v_0 = 1$ V (h.10).

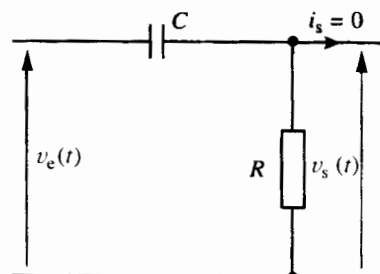
Lưu ý rằng khi tín hiệu vào có chu kỳ 10ms (tức là lớn hơn nhiều so với RC) thì tín hiệu ra là hình vuông biên độ 40mV.

Nếu tín hiệu vào có chu kỳ 10^{-5} s (tức là nhỏ hơn nhiều so với RC) thì tín hiệu ra là hình tam giác biên độ 1V. Kết quả này phù hợp với các kết quả thu được trong Chương 4. Đối với tín hiệu có chu kỳ trung gian thì tín hiệu ra biến dạng từ gần giống hình vuông sang gần giống hình tam giác.

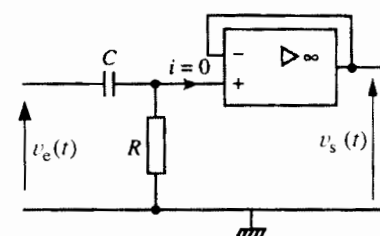
Ta sẽ giải thích tín hiệu ra cho trường hợp $T = 10^{-5}$ s bằng cách dùng phương trình vi phân cho điện áp ra $v_s(t)$.

Lưu ý rằng $v_s = v_+$. Sử dụng định luật nút biểu diễn qua điện áp cho đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán ta có:

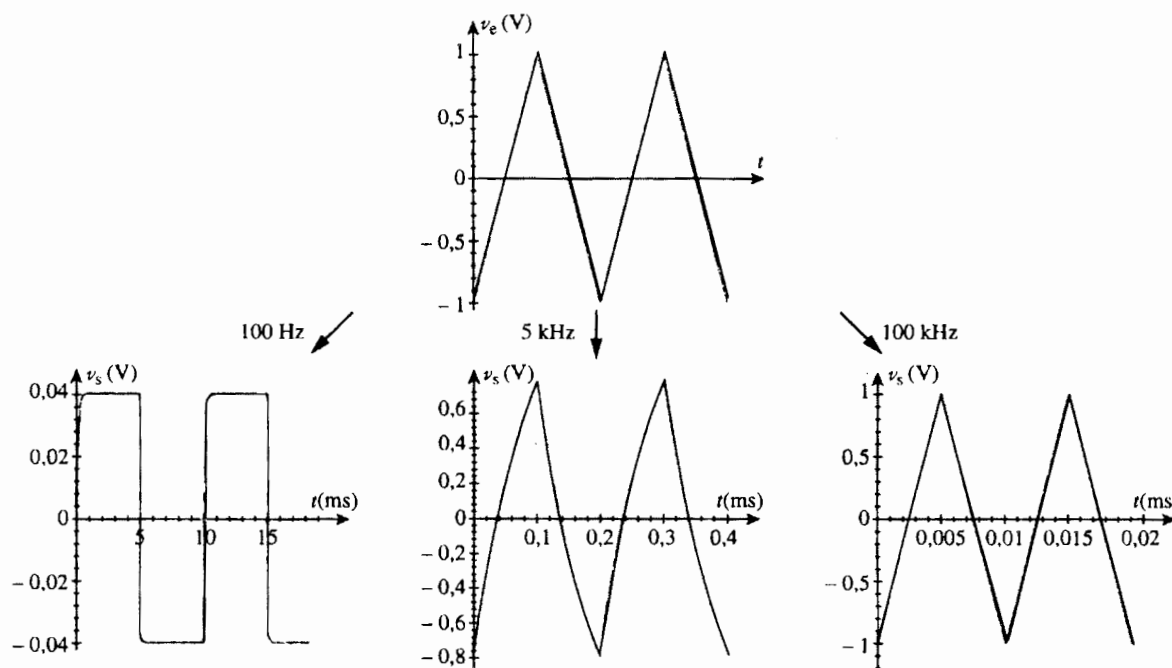
$$\frac{0 - v_+}{R} + C \frac{d(v_e - v_+)}{dt} = 0, \text{ từ đó } RC \frac{dv_s}{dt} + v_s = \frac{dv_e}{dt}$$



H.8. Mạch lọc thông cao (R, C).



H.9. Mạch lọc thông cao với bộ lặp.



H.10. Đáp ứng của bộ lọc thông cao (R, C) có hằng số thời gian 0,1 ms với tín hiệu vào hình tam giác.

Giả thiết tín hiệu đầu vào là hình sin với tần số góc ω thì trong chế độ cưỡng bức tín hiệu đầu ra cũng là hình sin.

Khi tín hiệu ra là $v_s = v_0 \cos(\omega t + \varphi)$ thì đạo hàm của nó

$$\frac{dv_s}{dt} = -\omega v_0 \sin(\omega t + \varphi).$$

Nếu $T \gg RC$ thì thành phần $RC \frac{dv_s}{dt}$ trở nên quá nhỏ so với v_s do đó

$v_s \approx RC \frac{dv_e}{dt}$. Tín hiệu đầu ra tỉ lệ với đạo hàm của tín hiệu đầu vào.

Nếu $T \ll RC$ thì thành phần v_s lại trở nên quá nhỏ bé so với $RC \frac{dv_s}{dt}$, do

đó $RC \frac{dv_s}{dt} \approx RC \frac{dv_e}{dt}$ hay là $v_s = v_e + \text{hằng số}$, tín hiệu đầu ra chỉ khác tín hiệu đầu vào ở hằng số tích phân (hằng số tích phân này được chọn sao cho tín hiệu ra có giá trị trung bình bằng 0).

Ta xét trường hợp tín hiệu vào là hình tam giác với biên độ V_0 và chu kỳ T_0 . Tín hiệu này có thể được phân tích thành các hài hình sin với chu kỳ

$T_0, \frac{T_0}{3}, \frac{T_0}{5}, \frac{T_0}{7}, \dots, \frac{T_0}{2n+1}$ (phổ của tín hiệu hình tam giác chỉ bao gồm

các hài bậc lẻ) với biên độ $a, \frac{a}{9}, \frac{a}{25}, \frac{a}{49}, \dots, \frac{a}{(2n+1)^2}, (a = \frac{8V_0}{\pi^2})$.

Trong trường hợp $T_0 = 10^{-2}$ s thì tất cả các hài đều thỏa mãn $T \gg RC$.

Tín hiệu ra là vi phân của tín hiệu vào. Tín hiệu vào hình tam giác có độ dốc $\pm \frac{4V_0}{T}$. Tín hiệu ra là hình vuông có biên độ là: $\frac{4RCV_0}{T} = 40\text{mV}$ ở

tần số 100Hz.

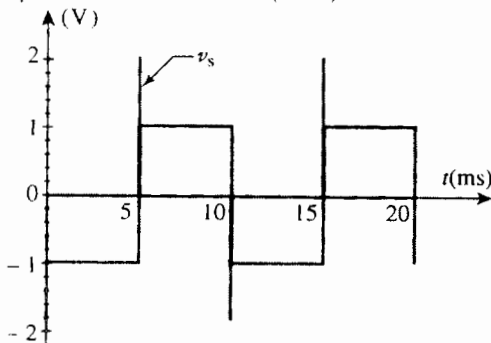
Ta có thể nói rằng mạch này là một bộ *giả vi phân* vì tín hiệu ra của nó chỉ là vi phân của tín hiệu vào đối với các tín hiệu tuần hoàn có chu kỳ lớn hơn rất nhiều so với hằng số thời gian RC của bộ lọc.

Áp dụng 3

1) Tìm đạo hàm của tín hiệu hình vuông.

2) Giải thích đáp ứng của mạch (RC) có hằng số thời

gian $RC = 10^{-4}$ s đối với tín hiệu vào hình vuông có biên độ 1V và tần số 100 Hz (h.11).



H.11. Đáp ứng của bộ vi phân có (R, C) có hằng số thời gian 0,1 ms với tín hiệu vào hình vuông biên độ 1V.

1) "Đạo hàm" của một tín hiệu hình vuông sẽ là các xung với biên độ rất lớn. Các xung này có cực tính dương khi tín hiệu vào chuyển tiếp từ $-V_0$ sang $+V_0$ hoặc cực tính âm khi tín hiệu vào chuyển tiếp từ $+V_0$ sang $-V_0$.

2) Mạch này là bộ giả vi phân. Thực tế là ta quan sát được các xung tại các điểm gián đoạn của đầu vào.

Vì là bộ lọc thông cao nên mạch không vi phân các hài bậc cao của tín hiệu vào. Sự góp mặt của các hài bậc cao ở đầu ra là không thể bỏ qua được trong trường hợp tín hiệu hình vuông (biên độ tỉ lệ $1/n$ như kết quả ở Chương 3). Tín hiệu ra vì thế có biên độ hữu hạn.

Ta sẽ giải thích biên độ 2V của xung. Điện áp trên hai đầu là liên tục. Ngay trước khi v_e đột ngột từ $-V_0$ lên $+V_0$, điện áp này có giá trị bằng -1 V. Nó giữ nguyên giá trị này cho tới khi có gián đoạn của v_e , do vậy v_s chuyển từ 0 đến 2V.

3.3. Đặc tính vi phân của một bộ lọc bất kì

Ta tìm điều kiện để một bộ lọc nào đó có được đặc tính vi phân đối với tín hiệu tuần hoàn.

Lưu ý một điều là một bộ lọc không thể có đặc tính vi phân đối với tín hiệu biến đổi quá nhanh: vì điện áp đầu ra của bộ lọc bị hạn chế nên tín hiệu này sẽ đạt đến giá trị bão hòa. Do vậy chúng ta hạn chế chỉ làm việc với tín hiệu vào bộ lọc có giá trị biến đổi chậm.

Giả thiết $v_e(t)$ là tín hiệu vào của bộ lọc. Phân tích FOURIER của tín hiệu vào có dạng:

$$v_e(t) = \sum_{n>0} a_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n),$$

như vậy vi phân của nó là: $\frac{dv_e}{dt} = \sum_{n>0} (-n\omega_0) a_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$.

Đối với mỗi hài, tín hiệu ra sẽ bị lệch pha $\frac{\pi}{2}$ còn biên độ sẽ được tăng lên $n\omega_0$ lần.

Như vậy hai điều kiện để một bộ lọc có đặc tính vi phân đối với tín hiệu tuần hoàn tần số f_0 là:

- độ di pha do bộ lọc tạo ra phải là cỡ $\frac{\pi}{2}$ (hoặc là $\frac{\pi}{2}$ nếu bộ lọc còn đảo pha của tín hiệu)
- $G \approx 20 \log \frac{\omega}{\omega_c}$ (độ dốc 20dB/decát) với mọi hài có biên độ đáng kể của đầu vào, tức là đối với mọi tần số nằm trong dải $[f_0, pf_0]$ (p là bậc của hài cuối cùng có biên độ đáng kể), $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ là tần số đặc trưng.

Tín hiệu ra khi đó là $v_s \approx \frac{1}{\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$ nếu dịch pha là $\frac{\pi}{2}$ hoặc sẽ là

$$v_s \approx -\frac{1}{\omega_0} \frac{dv_e}{dt} \text{ nếu dịch pha là } -\frac{\pi}{2}.$$

Điều kiện này đúng với các bộ lọc thông cao bậc 1 hoặc bộ lọc thông dải bậc 2 nếu tần số pf_0 nhỏ hơn rõ rệt so với tần số cắt thấp f_B của chúng (thường thì $p = 10$ và $pf_0 < 10f_B$ là đủ, tức là $f_0 < 100f_B$).

Điều kiện ở đây là khắt khe hơn nhiều nếu so với trường hợp của bộ tích phân (h.12).

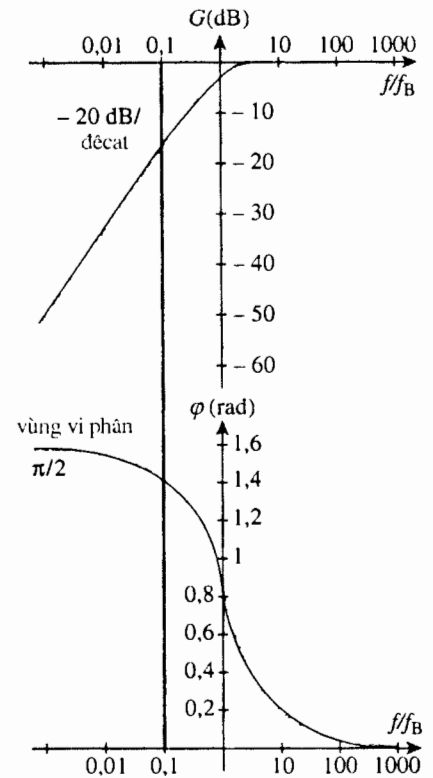
Các đồ thị trên hình 12 gồm một đồ thị tiệm cận ở tần số cao dạng

$$G = 20 \log \frac{f}{f_c} \text{ và một tiệm cận khác cho dịch pha } \pm \frac{\pi}{2} \text{ (xem Chương 4).}$$

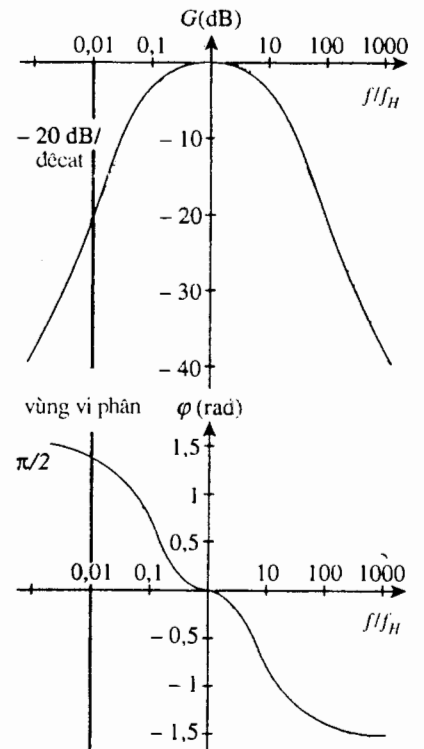
Đối với $f_0 \ll f_c$ và với điều kiện là các hài bậc cao của tín hiệu cần phải vi phân có biên độ không đáng kể thì 2 điều kiện nói trên cũng được thỏa mãn.

Một bộ lọc thông cao bậc 1 hoặc một bộ lọc thông dải bậc 2 có đặc tính vi phân đối với các tín hiệu tuần hoàn có tần số nhỏ hơn hẳn so với tần số cắt thấp của bộ lọc.

Kết quả này có thể được tổng quát hóa cho các tín hiệu không tuần hoàn nếu thời gian biến đổi đặc trưng lớn hơn nhiều so với $\frac{1}{f_B}$.



H.12a. Vùng vi phân của bộ lọc thông cao.

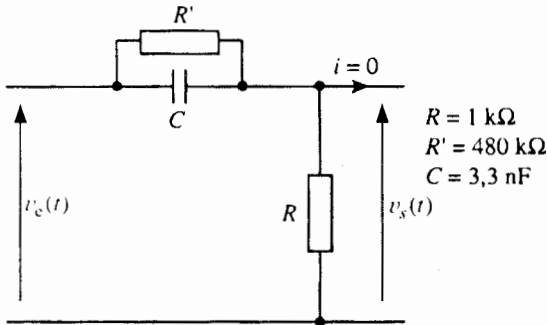


H.12b. Vùng vi phân của bộ lọc thông dải ($Q = 0,1$; $f_B = 0,1f_0$)

Áp dụng 4

Tìm dải tần số để bộ lọc trên hình 13 có được đặc tính vi phân.

Bình luận kết quả trên hình 14 ứng với tín hiệu vào là hình tam giác có biên độ 1V với tần số 10 Hz và 2kHz.



H.13. Bộ chia áp ($R'//C, R$).

Ta tính hàm truyền của bộ lọc:

$$\underline{H} = \frac{R}{R + R'//Z_C} = \frac{(1 + jR'C\omega)R}{R + R' + jRR'C\omega}$$

và đưa vào hai tần số đặc trưng:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi R'C} \text{ và } f_2 = \frac{R + R'}{2\pi R R' C} = \frac{1}{2\pi R_e C},$$

trong đó $R_e = R//R'$, và từ đó có $\underline{H} = \frac{f_1}{f_2} \frac{1 + j\frac{f}{f_1}}{1 + j\frac{f}{f_2}}$.

Thay số vào ta có: $f_1 = 100\text{Hz}$ và $f_2 = 48\text{kHz}$.

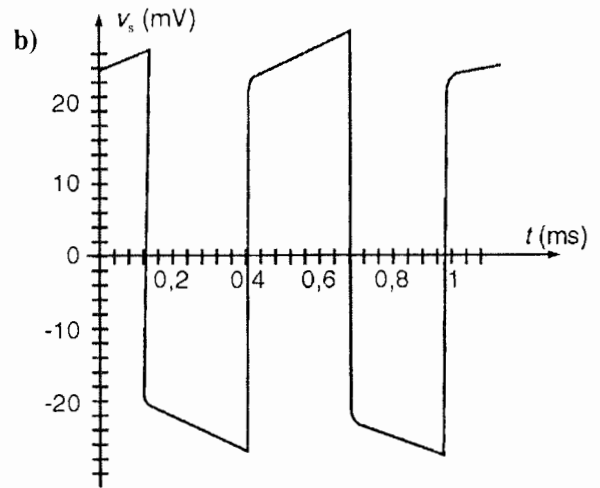
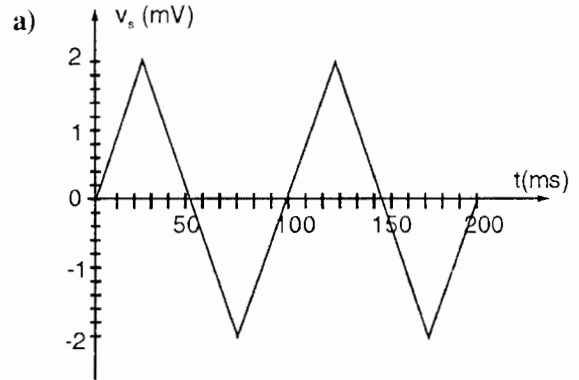
Đồ thị tiệm cận BODE là:

- $f \ll f_1$: $G = 20\log \frac{f_1}{f_2}$ và $\varphi = 0$.
- $f_1 \ll f \ll f_2$: $G = 20\log \frac{f}{f_2}$ và $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
- $f_2 \ll f$: $G = 0$ và $\varphi = 0$.

Từ những nghiên cứu trên ta thấy bộ lọc sẽ có đặc tính vi phân khi các hài có biên độ đáng kể của đầu vào nằm trong dải $f_1 \ll f \ll f_2$ và lúc đó ta có :

$$G = 20\log \frac{f}{f_2} \text{ và } \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Đó cũng chính là trường hợp của tín hiệu 2kHz: các hài chính (bậc nhỏ hơn 10) nằm trong dải $[2\text{kHz}; 20\text{kHz}]$.



H.14. Đáp ứng của bộ lọc đối với tín hiệu vào hình tam giác tần số a) 10 Hz và b) 2 kHz.

Từ điện áp hình tam giác có độ dốc $\frac{4}{T} = 8\text{V.ms}^{-1}$ mạch vi phân này tạo ra tín hiệu gần như hình vuông có biên độ $\frac{4R_e C}{T} = 26\text{mV}$. Điều này trong thực tế ứng với trường hợp trên hình 14 b).

Đối với trường hợp tín hiệu 10Hz thì khác. Hệ số khuếch đại của bộ lọc lúc này là cỡ $\frac{f_1}{f_2} \approx 0,002$. Các

hài bậc thấp đầu tiên của tín hiệu vào sẽ không bị vi phân, tín hiệu có dạng gần giống hình tam giác với biên độ 2mV. Ta có thể quan sát được điều này trên hình 14 a).

► Để tập luyện : Bài tập 4 và 7.

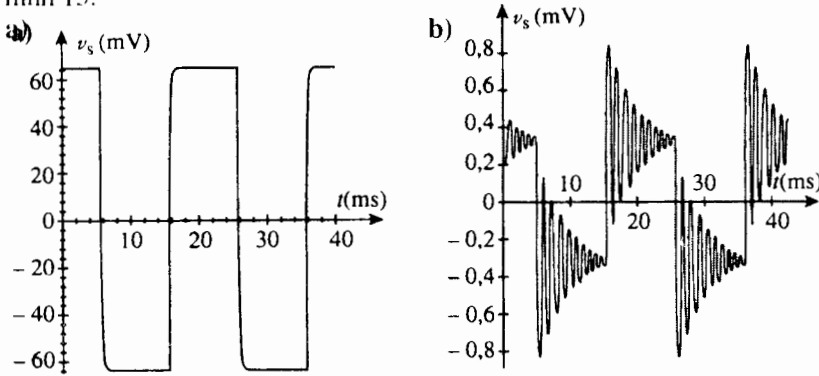
3.4. Đặc tính vi phân của một bộ lọc cộng hưởng

Ta nghiên cứu đáp ứng của của một bộ lọc thông dải (R, L, C) có tần số cộng hưởng $f_0 = 1\text{kHz}$ và hệ số phẩm chất $Q = 0,5$ và $Q = 10$ đối với tín hiệu hình tam giác có tần số $f = 50\text{Hz}$. Đường tiệm cận tại tần số thấp của bộ lọc thông dải là: $G = 20\log \frac{f}{f_1}$ ($f_1 = Qf_0$) và $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (xem Chương 4).

Các điều kiện đã được nêu ở phần trước dường như được thỏa mãn:

- Các hài của tín hiệu hình tam giác có biên độ tỉ lệ với $\frac{1}{n^2}$ nên các hài có tần số cao hơn f_1 không có đóng góp đáng kể.
- Dạng tiệm cận của đặc tuyến BODE cho tần số $f \ll f_1$ tương ứng với một bộ vi phân.

Tín hiệu đầu ra sẽ phải có dạng: $v_s \approx \frac{1}{2\pi f_1} \frac{dv_e}{dt}$. Ta quan sát đồ thị trên hình 15.



H.15. Đáp ứng của bộ lọc thông dải bậc 2 với tín hiệu vào hình tam giác tần số 50 Hz biên độ 4V. **a.** $Q = 0,5$; **b.** $Q = 10$.

Kết quả phù hợp với những điều thu được tại mục 3.3 đối với hệ số phẩm chất $Q = 0,5$. Tín hiệu v_s là hình vuông có biên độ 64mV, điều này tương ứng với $\frac{1}{2\pi f_1} \frac{dv_e}{dt}$, trong đó $\frac{dv_e}{dt} \approx 4f$.

Ngược lại, khi $Q = 10$ thì tín hiệu đầu ra là một tín hiệu hình vuông được cộng thêm các dao động tắt dần có tần số gần 1kHz, dao động này gần giống như dao động tự do của cường độ dòng điện trong mạch (R, L, C) mắc nối tiếp. Mạch này không phải là mạch vi phân.

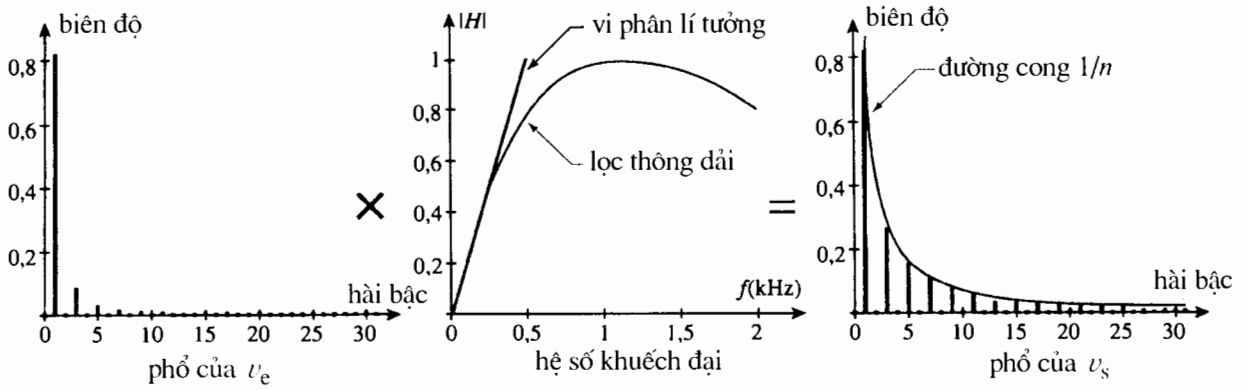
Hình 16b) chỉ ra rằng bộ lọc với hệ số phẩm chất $Q = 10$ khuếch đại quá mạnh các hài ở lân cận 1kHz. Biên độ của chúng không còn bỏ qua được trong tín hiệu đầu ra và tạo thành các dao động tắt dần.

Cần lưu ý rằng biên độ 3 mV của tín hiệu hình vuông là phù hợp với biểu thức $\frac{1}{2\pi f_1} \frac{dv_e}{dt}$.

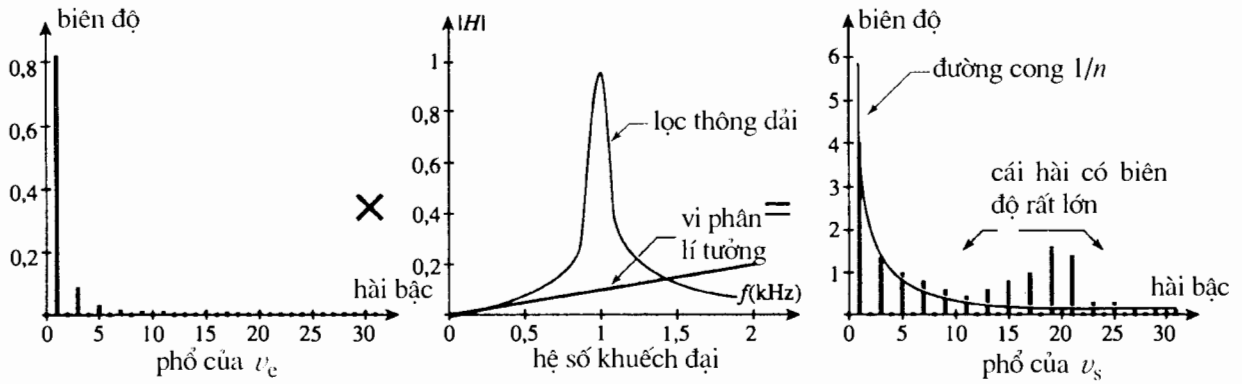
Bộ lọc thông dải chỉ biểu hiện đặc tính vi phân đối với các tần số thấp khi nó không phải là một bộ lọc chọn lọc tốt lắm ($Q \approx 1$).

Vấn đề này cũng đúng cho tất cả các bộ lọc có đặc tuyến tiệm cận là

$G = 20\log \frac{f}{f_c}$ và có đỉnh cộng hưởng nhọn.



H.16a. Đáp ứng tần số của bộ lọc. Với $Q = 0,5$ các hài có biên độ lớn của tín hiệu với tần số 50Hz được lấy đạo hàm.



H.16b. Đáp ứng tần số của bộ lọc. Với $Q = 10$ các hài có bậc cỡ 20 của tín hiệu tần số 50Hz bị suy giảm chưa đủ nhiều.

► Để luyện tập: Bài tập 8.

ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

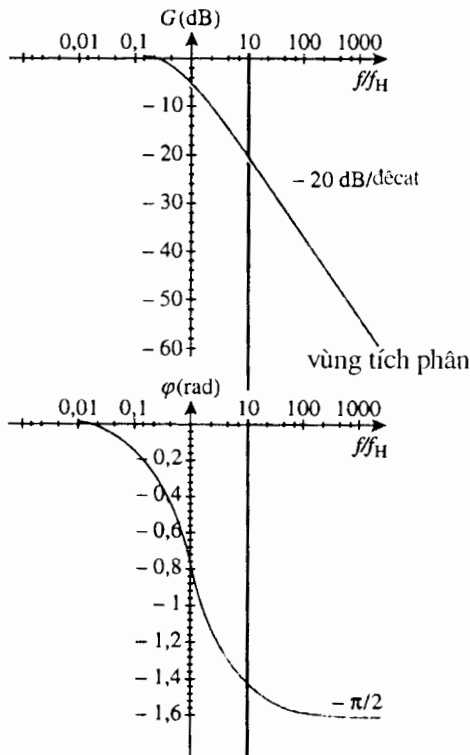
■ ĐẶC TÍNH TÍCH PHÂN CỦA MỘT BỘ LỌC

Hai điều kiện để một bộ lọc có đặc tính tích phân đối với tín hiệu tuần hoàn tần số f_0 là:

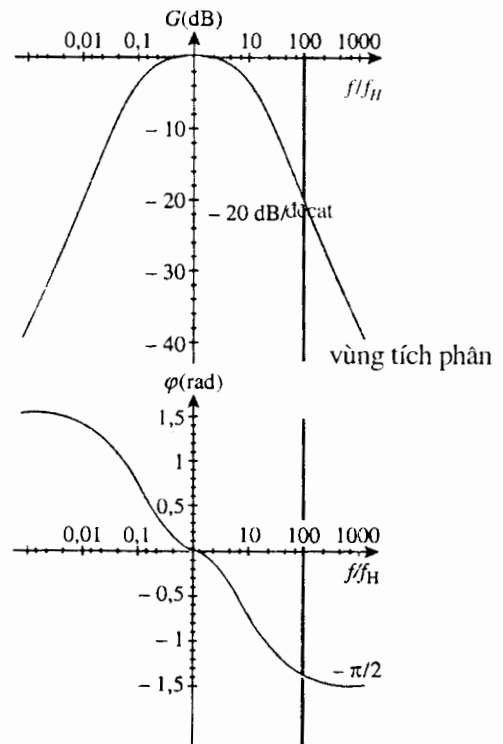
- độ dịch pha do bộ lọc tạo ra phải là cỡ $-\frac{\pi}{2}$ (hoặc là $\frac{\pi}{2}$ nếu bộ lọc còn đảo pha của tín hiệu)
- $G \approx 20 \log \frac{\omega_c}{\omega}$ (độ dốc $-20\text{dB}/\text{đecat}$) với mọi hài có biên độ đáng kể của đầu vào, tức là đối với mọi tần số nằm trong dải $[f_0, pf_0]$ (p là bậc của hài cuối cùng có biên độ đáng kể), $f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ là tần số đặc trưng.

Tín hiệu ra khi đó là $v_s \approx \omega_c \int v_e dt$ nếu dịch pha là $-\frac{\pi}{2}$ hoặc sẽ là $v_s \approx -\omega_c \int v_e dt$ nếu dịch pha là $\frac{\pi}{2}$.

Điều kiện này đúng với các bộ lọc thông thấp bậc 1 hoặc bộ lọc thông dải bậc 2 nếu tần số f_0 lớn hơn rõ rệt so với tần số cắt cao f_H của chúng (thường thì $f_0 > 10f_H$ là đủ).



Vùng tích phân của bộ lọc thông thấp



Vùng tích phân của bộ lọc thông dải
($Q = 0,1$; $f_H = 10f_0$)

■ ĐẶC TÍNH VI PHÂN CỦA MỘT BỘ LỌC

Hai điều kiện để một bộ lọc có đặc tính vi phân đối với tín hiệu tuần hoàn tần số f_0 là:

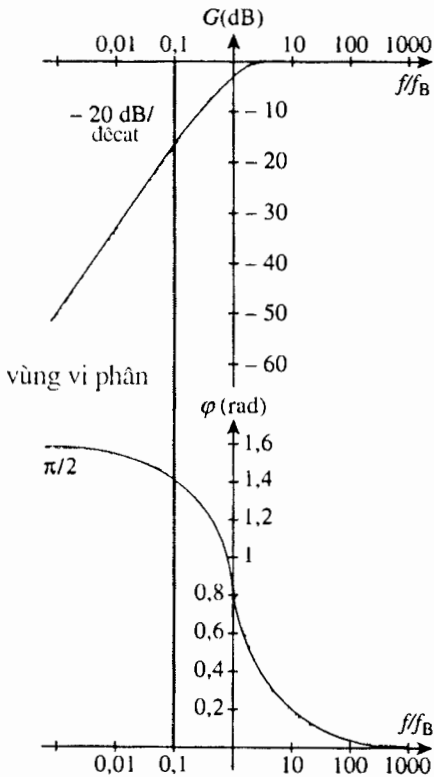
- độ dịch pha do bộ lọc tạo ra phải là cỡ $-\frac{\pi}{2}$ (hoặc là $\frac{\pi}{2}$ nếu bộ lọc còn đảo pha của tín hiệu)
- $G \approx 20 \log \frac{\omega}{\omega_c}$ (độ dốc 20dB/decát) với mọi hài có biên độ đáng kể của đầu vào, tức là đối với mọi tần số

nằm trong dải $[f_0, pf_0]$ (p là bậc của hài cuối cùng có biên độ đáng kể), $f_c = \frac{\omega_0}{2\pi}$ là tần số đặc trưng.

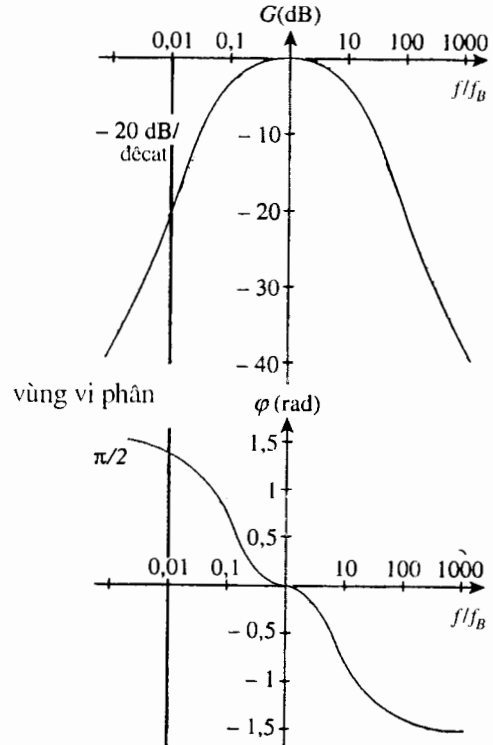
Tín hiệu ra là $v_s \approx \frac{1}{\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$ nếu dịch pha là $\frac{\pi}{2}$ hoặc sẽ là $v_s \approx -\frac{1}{\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$ nếu dịch pha là $-\frac{\pi}{2}$.

Điều kiện này đúng với các bộ lọc thông cao bậc 1 hoặc bộ lọc thông dải bậc 2 nếu tần số pf_0 nhỏ hơn rõ rệt so với tần số cắt thấp f_B của chúng (thường thì $f_0 < 100f_B$ là đủ).

Hơn nữa, bộ lọc thông dải còn phải ít có tính chọn lọc ($Q \approx 1$).



Vùng vi phân của bộ lọc thông cao



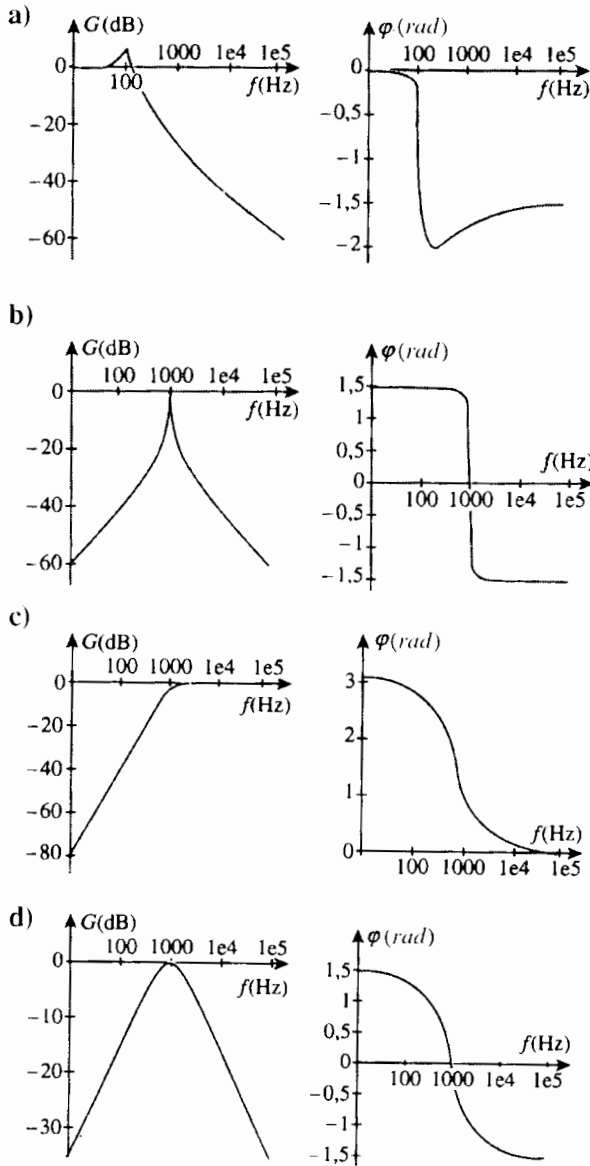
Vùng vi phân của bộ lọc thông dải
($Q = 0,1$; $f_B = f_0 / 10$)

BÀI TẬP

ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

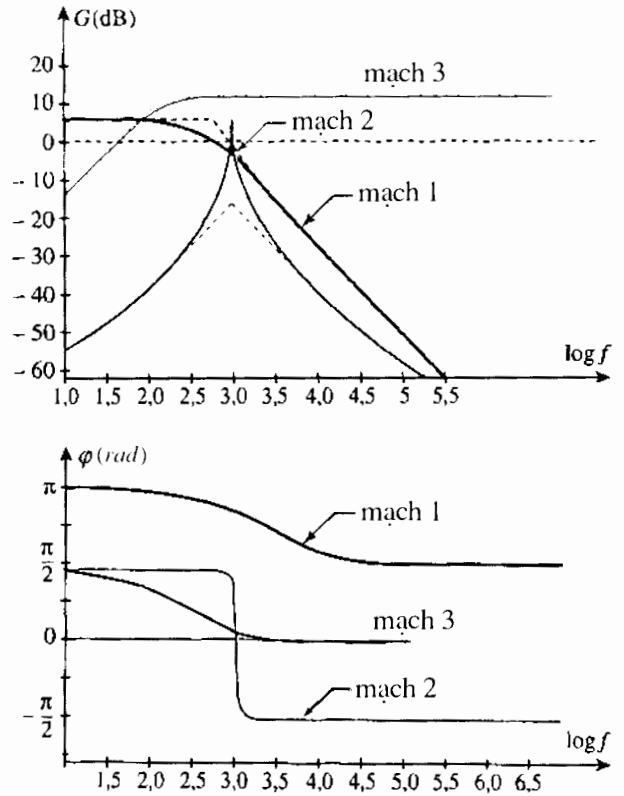
1 Vùng tích phân và vùng vi phân của một bộ lọc

Hãy xác định các vùng tích phân và vi phân, nếu chúng tồn tại, của các bộ lọc sau đây (các hài bậc cao hơn 10 của các tín hiệu đều có biên độ không đáng kể):



2 Đáp ứng của một bộ lọc

Người ta thực hiện 3 bộ lọc với các đặc tuyến BODE như sau:



1) Hãy xác định các vùng tần số trong đó các mạch có đặc tính vi phân hoặc tích phân. Nói rõ liệu tín hiệu ra có bị đảo pha không?

2) Tìm đáp ứng của các mạch với tín hiệu một chiều có biên độ 1V.

3) Cho biết hình dạng của tín hiệu tại đầu ra của từng mạch với các loại tín hiệu vào sau đây có biên độ 1V, tần số 10Hz, 1kHz, 100kHz:

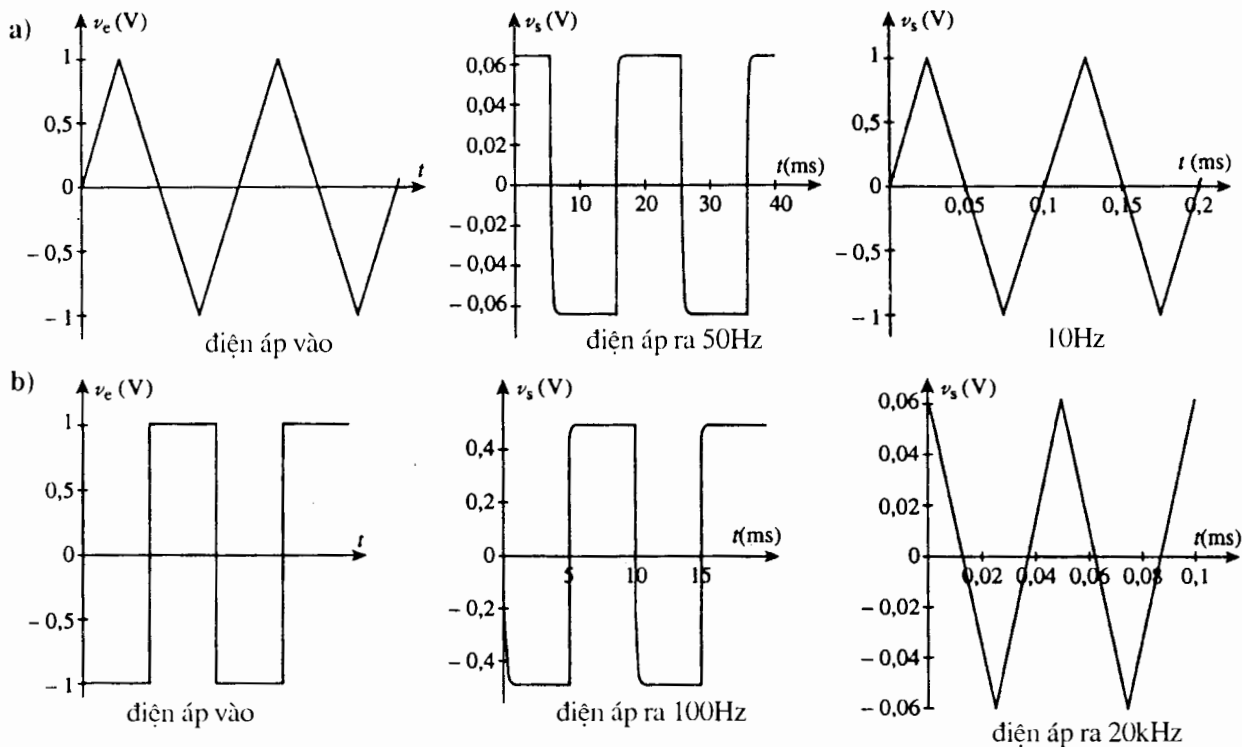
a) tín hiệu hình tam giác biên độ 1V.

b) tín hiệu xung (dương) kéo dài trong 0,25T (T là chu kỳ của tín hiệu) biên độ 1V.

3 Đặc tính của một bộ lọc thông thấp hoặc thông cao bậc 1

1) Hình a) sau đây cho ta đáp ứng của một bộ lọc bậc 1 đối với tín hiệu vào hình tam giác biên độ 1V với tần số 50 Hz và 10 kHz. Hãy xác định loại của bộ lọc và tần số đặc trưng của nó.

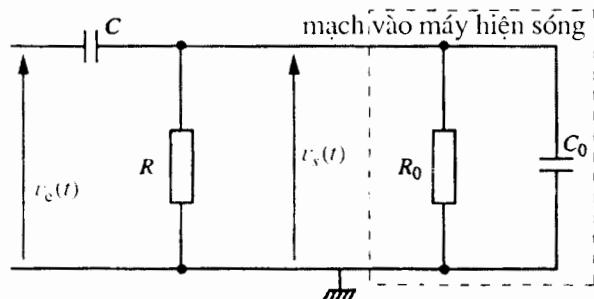
2) Hình b) sau đây cho ta đáp ứng của một bộ lọc bậc 1 đối với tín hiệu vào hình vuông biên độ 1V với tần số 100 Hz và 20 kHz. Hãy xác định loại của bộ lọc và tần số đặc trưng của nó.



VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

4* Ảnh hưởng của trở kháng vào của một máy hiện sóng

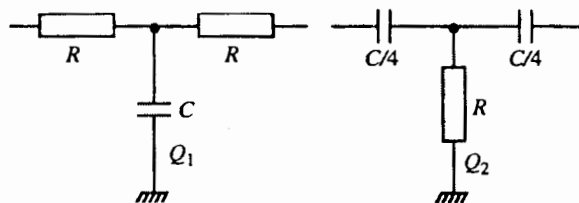
Đầu vào của một máy hiện sóng tương đương với một điện trở $R_0 = 1\text{M}\Omega$ mắc song song với một tụ điện $C_0 = 30\text{pF}$. Ta thực hiện mạch sau:



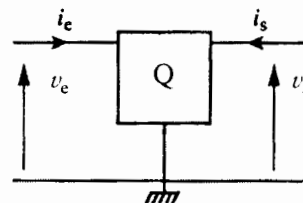
- 1) Hãy xác định các đồ thị tiệm cận ở tần số thấp và ở tần số cao của mạch.
- 2) Mạch này thực hiện phép toán nào tại các tần số trên.
- 3) R và C phải có giá trị bao nhiêu để ảnh hưởng của máy hiện sóng lên mạch là không đáng kể?

5* Mạch tích phân kép và vi phân kép

Ta xem xét hai mạch 4 cực đối xứng Q_1 và Q_2 với sơ đồ như sau:



Hai sơ đồ trên thường được biểu diễn chung dưới dạng:



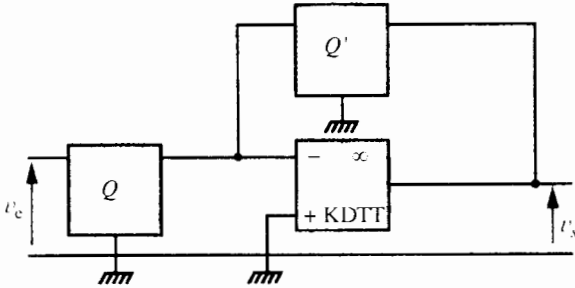
- 1) Hãy tính Z_1 và Z_2 của 2 mạch Q_1 và Q_2 được định nghĩa theo quan hệ $V_s = Z_{eq} I_s$ với $V_s = 0$ trong chế độ cường bức với tần số góc ω .

2) Xác định hàm truyền của các mạch thuộc 2 loại sau:

$$Q = Q_1 \text{ và } Q' = Q_2 \quad (1)$$

$$Q = Q_2 \text{ và } Q' = Q_1 \quad (2)$$

3) 2 mạch (1) và (2) thực hiện phép toán nào? Chúng có thể hoạt động được không với các bộ khuếch đại tính toán thực tế?



6* Mô tả sơ bộ hoạt động của một bộ lọc thông thấp bậc 2

Ta xem xét mạch lọc thông thấp bậc 2 với hàm truyền

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \omega^2}, \text{ trong đó } Q \text{ là hệ số phẩm}$$

chất của bộ lọc và $\omega = \frac{f}{f_0}$.

1) Hãy xác định các vùng tần số trong đó một tín hiệu hình sin tần số f có thể coi là được truyền qua không suy giảm, bị tích phân 1 lần, bị tích phân 2 lần (cần biện luận về các trường hợp này theo các giá trị của Q).

2) Bộ lọc lúc này là BUTTERWORTH với hàm truyền:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}j\omega - \omega^2} \text{ và tần số đặc trưng là } 1\text{kHz}.$$

Tín hiệu vào là hình vuông có tần số 10kHz và biên độ biến đổi từ 0V đến 1V. Hãy xác định hình dạng của tín hiệu ra.

7* Mô tả sơ bộ hoạt động của một bộ lọc thông cao bậc 2

Ta xét mạch lọc thông cao bậc 2 với hàm truyền

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-\omega^2}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \omega^2}, \text{ trong đó } Q \text{ là hệ số phẩm}$$

chất của bộ lọc và $\omega = \frac{f}{f_0}$.

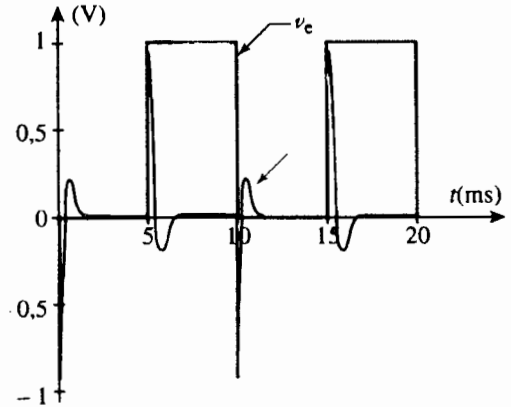
1) Hãy xác định các vùng tần số trong đó một tín hiệu hình sin tần số f có thể coi là được truyền qua không suy giảm, bị vi phân 1 lần, bị vi phân 2 lần (cần biện luận về các trường hợp này theo các giá trị của Q).

2) Bộ lọc lúc này là BUTTERWORTH với hàm truyền:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + \sqrt{2}j\omega - \omega^2} \text{ và tần số đặc trưng là}$$

10kHz. Tín hiệu vào là hình tam giác có tần số 100Hz và biên độ 1V. Hãy xác định hình dạng của tín hiệu ra.

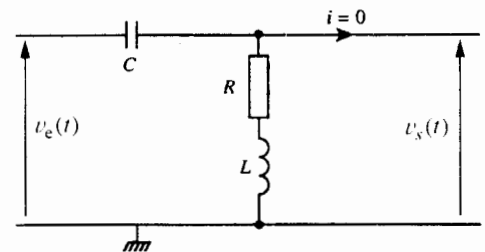
3) Hãy giải thích dạng tín hiệu ra $v_s(t)$ sau đây khi tại đầu vào $v_e(t)$ là tín hiệu hình vuông có tần số 100Hz và biên độ 1V.



8** Đặc tính vi phân của một bộ lọc thông cao cộng hưởng

1) Hãy xác định biểu thức hàm truyền của mạch sau

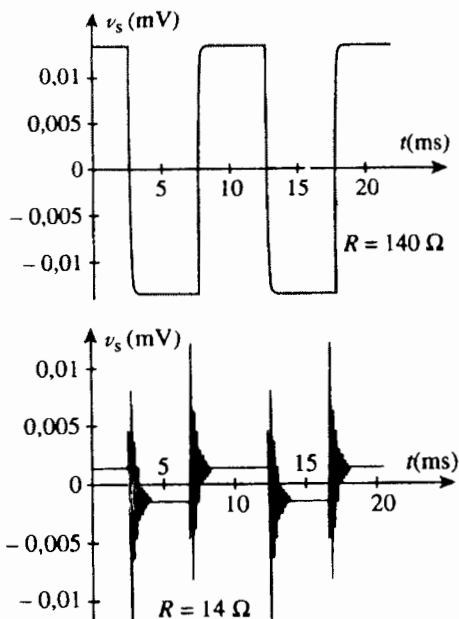
dựa trên $\omega = \frac{f}{f_0}$ và hệ số phẩm chất Q của mạch (R, L, C) mắc nối tiếp. Bộ lọc này thuộc loại nào?



2) Trong vùng tần số nào thì mạch trên là bộ vi phân đối với tín hiệu hình sin?

3) Hãy sử dụng phần mềm tính toán hình thức để vẽ đặc tuyến của G theo $\log(\omega)$ với 2 giá trị hệ số phẩm chất $Q = 0,5$ và $Q = 5$.

4) Hãy giải thích dạng tín hiệu ra $v_s(t)$ của mạch với $L = 10\text{mH}$, $C = 22\text{nF}$ và $R = 140\Omega$ hoặc $R = 14\Omega$ khi tại đầu vào $v_e(t)$ là tín hiệu hình tam giác có tần số 100Hz, biên độ 1V.



BÀI GIẢI

1 Vùng tích phân và vùng vi phân của một bộ lọc

Biểu đồ BODE cho phép định nghĩa gần đúng các hành vi của bộ lọc.

	Vùng tần số thấp		
Bộ lọc a	$f < 10 \text{ Hz}$	$G = 0$	$\varphi = 0$
Bộ lọc b	$f < 100 \text{ Hz}$	20 dB/décad	$\varphi = \pi/2$
Bộ lọc c	$f < 100 \text{ Hz}$	40 dB/décad	$\varphi = \pi$
Bộ lọc d	$f < 100 \text{ Hz}$	20 dB/décad	$\varphi = \pi/2$

	Vùng tần số cao		Loại bộ lọc
$f > 1 \text{ kHz}$	-20 dB/décad	$\varphi = -\pi/2$	Thông thấp
$f > 10 \text{ kHz}$	-20 dB/décad	$\varphi = -\pi/2$	Thông dải hẹp
$f > 10 \text{ kHz}$	$G = 0$	$\varphi = 0$	Thông cao
$f > 10 \text{ kHz}$	-20 dB/décad	$\varphi = -\pi/2$	Thông dải rộng

Tất cả các hài của tín hiệu có bậc thấp hơn 10 cần thỏa mãn các điều kiện sau.

• Để có đặc tính tích phân: di pha là cỡ $\frac{\pi}{2}$ (hoặc $\frac{\pi}{2}$ nếu có đảo pha tín hiệu) và $G = 20 \log \frac{\omega_c}{\omega}$ (độ dốc -20 dB/décad).

• Để có đặc tính vi phân: di pha là cỡ $\frac{\pi}{2}$ (hoặc $\frac{\pi}{2}$ nếu có đảo pha tín hiệu); $G = 20 \log \frac{\omega}{\omega_c}$ (độ dốc 20 dB/décad) và bộ lọc không phải là loại cộng hưởng.

Cần lưu ý rằng nếu thành phần cơ bản bị các bộ lọc 1, 3, 4 tích phân thì các thành phần khác cũng bị tích phân; nếu hài bậc 10 bị bộ lọc 4 vi phân thì các thành phần hài khác bậc thấp hơn cũng bị vi phân. Từ đó ta có bảng sau:

	Đặc tính vi phân	Đặc tính vi phân
Bộ lọc a	Không vi phân	$f_0 > 1 \text{ kHz}$
Bộ lọc b	Đặc tính vi phân bị che bởi đỉnh cộng hưởng	$f_0 > 10 \text{ kHz}$
Bộ lọc c	Không vi phân (vi phân kép)	Không tích phân
Bộ lọc d	$f_0 < 10 \text{ Hz}$ (hài bậc 10 bị vi phân)	$f_0 > 1 \text{ kHz}$

2 Đáp ứng của một bộ lọc

1) Bộ lọc 1) có một tiệm cận tần số thấp: $G = 6 \text{ dB}$ và một tiệm cận tần số cao với độ dốc -20 dB/décad và di pha là $\frac{\pi}{2}$. Đây là mạch lọc thông thấp. Nó có đặc tính tích phân với tần số cỡ $f > 5 \text{ kHz}$. Nó làm đổi dấu tín hiệu (di pha bằng π cho tần số thấp).

Bộ lọc 2) có một tiệm cận tần số thấp với độ dốc 20 dB/décad và di pha là $\frac{\pi}{2}$. Nó có đặc tính vi phân với tần số thấp nếu như đỉnh cộng hưởng của nó không nhọn. Nó còn có tiệm cận tại tần số cao với độ dốc -20 dB/décad và di pha là $-\frac{\pi}{2}$. Nó là bộ tích phân ở tần số cao. Nó không làm đổi dấu tín hiệu.

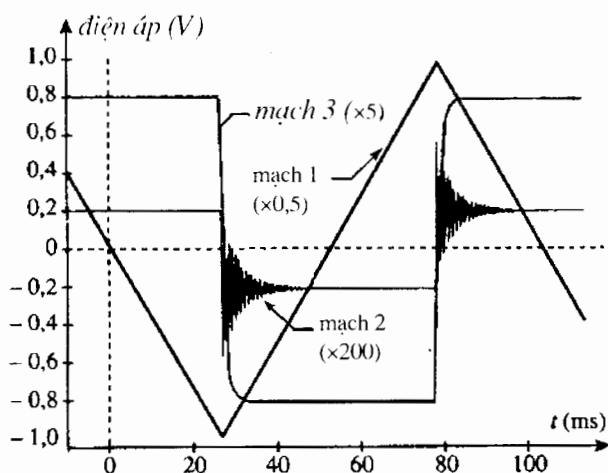
Bộ lọc 3) có một tiệm cận tần số thấp với độ dốc 20 dB/décad và di pha là $\frac{\pi}{2}$. Nó có đặc tính vi phân với tần số thấp (cỡ $f < 100 \text{ Hz}$). Nó còn có tiệm cận tại tần số cao với $G = 12 \text{ dB}$ và di pha bằng 0. Nó là một bộ lọc thông cao với hệ số khuếch đại bằng 4.

2) Mạch 2) và 3) không cho thành phần một chiều đi qua, vì thế $V_s = 0 \text{ V}$. Mạch 1) cho thành phần một chiều đi qua, hệ số khuếch đại của nó là -2 ($G = 6 \text{ dB}$ và $\varphi = \pi$), vì thế $V_s = -2 \text{ V}$.

3) Sử dụng kết quả của phần bài giảng ta có:

a) Tín hiệu hình tam giác:

• 10 Hz

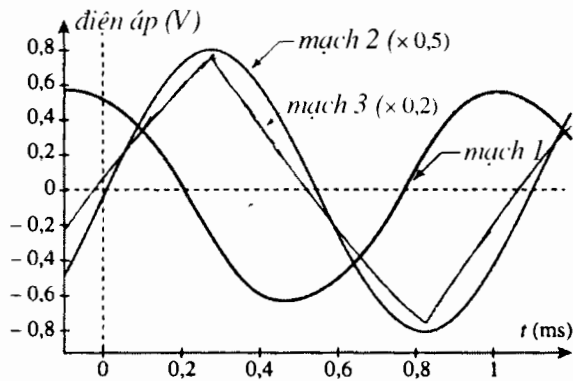


Mạch 1) cho tín hiệu truyền qua với hệ số khuếch đại là -2.

Mạch 2) vi phân tín hiệu nếu đỉnh cộng hưởng của nó không nhọn: tín hiệu giả tuần hoàn tắt dần xuất hiện ở đầu ra

Mạch 3) vi phân tín hiệu, tín hiệu ra là hình vuông.

• 1kHz

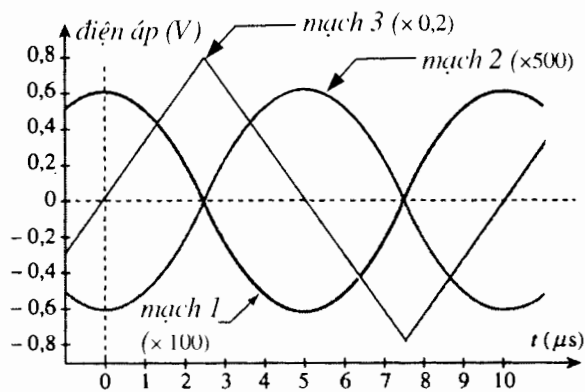


Mạch 1) tích phân tín hiệu: tín hiệu đầu ra là các cung parabol.

Mạch 2) chỉ cho phép thành phần cơ bản truyền qua: tín hiệu đầu ra là hình sin.

Mạch 3) khuếch đại tín hiệu lên 4 lần.

• 100kHz

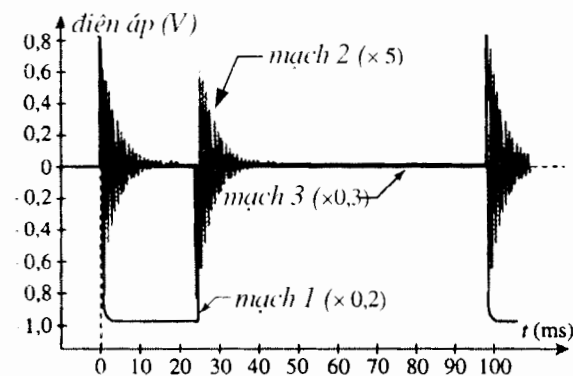


Mạch 1) và 2) tích phân tín hiệu: tín hiệu đầu ra là các cung parabol.

Mạch 3) khuếch đại tín hiệu lên 4 lần.

b) Tín hiệu xung: Giá trị trung bình của tín hiệu khác 0: $\langle v \rangle = 0,25 V$.

• 10Hz

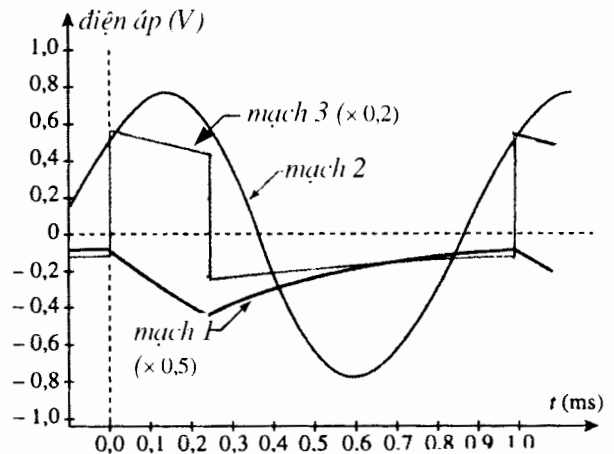


Mạch 1) cho tín hiệu truyền qua với hệ số khuếch đại là -2 nhưng có làm méo dạng chút ít.

Mạch 2) sẽ vi phân tín hiệu nếu đỉnh cộng hưởng của mạch không nhọn: tín hiệu giữ toàn hoàn tất dần xuất hiện ở đầu ra.

Mạch 3) vi phân tín hiệu, tín hiệu ra là các xung tại các thời điểm đột biến của điện áp vào.

• 1 kHz

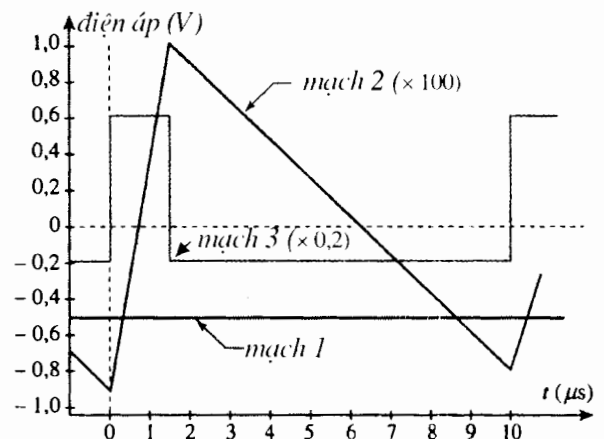


Mạch 1) tích phân phân biến đổi của tín hiệu: tín hiệu đầu ra là các hình tam giác không đối xứng cộng thêm thành phần một chiều là $-0,5 V (-2 \times 0,25 V)$.

Mạch 2) chỉ cho phép thành phần cơ bản truyền qua: tín hiệu đầu ra là hình sin.

Mạch 3) khuếch đại tín hiệu lên 4 lần nhưng làm nhỏ bớt thành phần một chiều ở đầu ra.

• 100 kHz



Mạch 1) và 2) tích phân tín hiệu. Tại đầu ra của mạch 2) tín hiệu đầu ra là các tam giác không đối xứng. Tại đầu ra của mạch 1) tín hiệu được cộng thêm thành phần phân một chiều là $-0,5 V$.

Mạch 3) khuếch đại tín hiệu lên 4 lần nhưng làm nhỏ bớt thành phần một chiều ở đầu ra.

3 Đặc tính của một bộ lọc thông thấp hoặc thông cao bậc 1

1) Tín hiệu có tần số 10kHz: ở đầu vào được truyền qua mà không hề bị suy giảm, còn tín hiệu với tần số 50 Hz sẽ bị vi phân. Mạch này vi phân là bộ lọc thông cao với hệ số khuếch đại bằng 1 ở tần số cao.

Tín hiệu hình vuông nhận được từ việc vi phân một tín hiệu hình tam giác

với biên độ V_0 có biên độ $4f \frac{V_0}{\omega_B} = 2V_0 \frac{f}{\pi f_B}$, trong đó f_B là tần số

cắt thấp của bộ lọc. Biên độ đo được là 64mV nên $f_B = 500Hz$.

2) Tín hiệu có tần số 100Hz ở đầu vào được truyền qua với hệ số khuếch đại $-0,5$ (tức là bị đảo pha và biên độ suy giảm còn một nửa). Tín hiệu với tần số 20kHz sẽ bị tích phân. Mạch này vì thế là bộ lọc thông thấp đảo pha với hệ số khuếch đại bằng $-0,5$ ở tần số thấp.

Phép toán thực hiện ở tần số cao là: $v_s = -0,5 \frac{1}{2\pi f_H} \int v_e dt$, trong đó f_H là tần số cắt cao của bộ lọc, hệ số $-0,5$ là hệ số khuếch đại tần số thấp. Tín hiệu hình tam giác có biên độ là 60 mV nên có độ dốc $4,8V.ms^{-1}$, từ đó tính được $f_H = 1,5 kHz$.

4 Ảnh hưởng của trở kháng vào của một máy hiện sóng

Tại các tần số thấp thì trở kháng của các tụ điện lớn hơn rất nhiều so với trở kháng của các điện trở, vì thế ta có thể viết: $\frac{V_S}{V_e} \approx \frac{jR_0 RC\omega}{R + R_0}$. Mạch

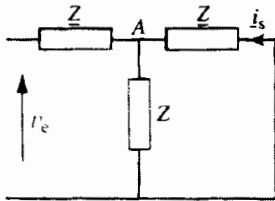
có đặc tính vi phân. Tại các tần số cao thì trở kháng của các điện trở lớn hơn rất nhiều so với trở kháng của các tụ điện, vì thế ta có thể viết: $\frac{V_S}{V_e} \approx \frac{C}{C + C_0}$. Mạch có đặc tính của một bộ chia điện áp. Để sai số do máy hiện sóng gây ra cho phép đo là nhỏ nhất chỉ cần thỏa mãn điều kiện: $R \ll R_0$ ($R < 10k\Omega$) và $C \gg C_0$ ($C > 3 nF$).

Ghi chú:

Ta có thể chứng minh rất đơn giản biểu thức: $\frac{V_S}{V_e} \approx \frac{jR'C\omega}{1 + jR'(C + C_0)\omega}$,

trong đó $\frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_0}$.

5 Mạch tích phân kép và vi phân kép



1) Sử dụng công thức cho bộ chia áp tại điểm A ta có:

$$V_A = \frac{Z // Z'}{Z + Z // Z'} V_e = \frac{ZZ'}{Z^2 + 2ZZ'} V_e.$$

Vì $V_A = -Z I_1$, nên $Z_{eq} = -\frac{Z^2 + 2ZZ'}{Z}$.

Đối với Q_1 : $Z = R$, $Z' = \frac{1}{jC\omega}$, từ đó $Z_1 = -R(2 + jRC\omega)$.

Đối với Q_2 : $Z = \frac{4}{jC\omega}$, $Z' = R$, từ đó $Z_2 = -\frac{8}{RC^2\omega^2}(2 + jRC\omega)$.

2) Điện thế tại đầu vào đảo bằng 0 trong chế độ tuyến tính. Sử dụng kết quả ở 1) ta thấy không có dòng điện chạy vào đầu vào của bộ khuếch đại.

$$\frac{V_e}{Z_{eq}} + \frac{V_s}{Z_{eq}} = 0, \text{ từ đó } H = -\frac{Z_{eq}}{Z_{eq}}$$

Vì thế đối với trường hợp (1): $H = -\frac{8}{R^2 C^2 \omega^2}$.

còn đối với trường hợp (2): $H = -\frac{R^2 C^2 \omega^2}{8}$

3) Sử dụng quan hệ giữa cách viết bằng hàm phức và phương trình vi phân: $-\omega^2 \rightarrow \frac{d^2}{dt^2}$ ta thấy mạch (1) thực hiện $\frac{d^2 v_s}{dt^2} = -\frac{8}{R^2 C^2} v_e$ (tích phân kép)

mạch (2) thực hiện $v_s = -\frac{R^2 C^2}{8} \frac{d^2 v_e}{dt^2}$ (vi phân kép)

Vì bộ khuếch đại tính toán thực có các nhược điểm là điểm làm việc hay bị trôi và băng tần bị hạn chế nên hay gây ra mất ổn định cho các mạch trên (xem Chương 6).

6 Mô tả sơ bộ hoạt động của một bộ lọc thông thấp bậc 2

1) Sử dụng các hệ thức: $j\omega \underline{v} = \frac{d\underline{v}}{dt}$ và $-\omega^2 \underline{v} = \frac{d^2 \underline{v}}{dt^2}$ trong chế độ cưỡng bức hình sin ta có thể làm tương ứng phương trình vi phân:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_s}{dt} + v_s = v_e$$

với hàm truyền

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

Ta sẽ có $\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_s}{dt^2} \approx v_e$ nếu $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \gg \frac{\omega}{Q\omega_0}$ và $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \gg 1$.

Như vậy, nếu $Q < 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \gg \frac{1}{Q}$ và nếu $Q > 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$.

Như vậy nếu $f \gg f_0$ ($Q > 1$) hoặc $f \gg \frac{f_0}{Q}$ ($Q < 1$) thì mạch thực hiện tích phân kép:

$$v_s = \omega_0^2 \iint v_e dt^2$$

Ta sẽ có $\frac{1}{\omega_0} \frac{dv_s}{dt} \approx v_e$ nếu $\frac{\omega}{Q\omega_0} \gg \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ và $\frac{\omega}{Q\omega_0} \gg 1$, tức là

$$\frac{1}{Q} \gg \frac{\omega}{\omega_0} \gg Q$$

Điều kiện này chỉ được thỏa mãn khi $Q \ll 1$.

Mạch sẽ thực hiện phép tích phân khi $Q \ll 1$ và $\frac{1}{Q} \gg \frac{f}{f_0} \gg Q$.

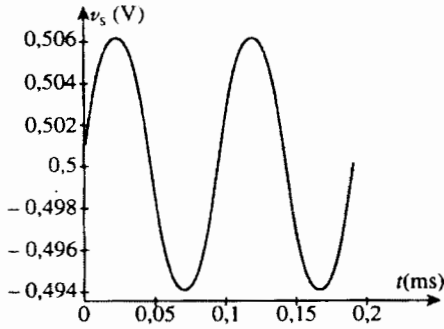
Ta sẽ có $v_s \approx v_e$ nếu $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} \ll 1$ và $\frac{\omega}{Q\omega_0} \ll 1$.

Như vậy, nếu $Q < 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \ll Q$ và nếu $Q > 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$.

Mạch sẽ cho tín hiệu truyền qua mà không bị suy giảm khi $f \ll f_0 Q$ (đối với $Q < 1$) hoặc $f \ll f_0$ (đối với $Q > 1$).

2) Thành phần một chiều của tín hiệu hình vuông có biên độ 0,5V. Nó sẽ được truyền qua bộ lọc thông thấp.

Tất cả các hài của tín hiệu thỏa mãn điều kiện $f \gg f_0 \sqrt{2}$. Thành phần biên đổi của tín hiệu sẽ được tích phân 2 lần: tín hiệu ra là các cung parabol có giá trị trung bình là 0,5V.



7 Mô tả sơ bộ hoạt động của một bộ lọc thông cao bậc 2

1) Ta có thể làm tương ứng hàm truyền $\underline{H}(j\omega) = \frac{-x^2}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$

với phương trình vi phân:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_s}{dt} + v_s = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_e}{dt^2}$$

Đối với tín hiệu $v_s = V_0 \cos \omega t$, biên độ của 3 số hạng tương ứng ở vế trái của phương trình trên sẽ là $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} V_0$, $\frac{\omega}{Q\omega_0} V_0$ và V_0 .

Ta sẽ có $\frac{d^2 v_s}{dt^2} \approx \frac{d^2 v_e}{dt^2}$ tức là $v_s \approx v_e$, bởi vì điện áp sẽ có dạng hình sin nếu $\frac{\omega}{\omega_0} \gg \frac{1}{Q}$ ($Q < 1$) và nếu $\frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$ ($Q > 1$).

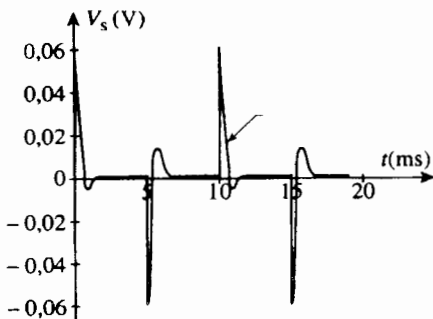
Ta sẽ có $\frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_s}{dt} \approx \frac{d^2 v_e}{dt^2}$, tức là $v_s = \frac{Q}{\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$ (vi phân bậc 1) nếu

$$Q \ll 1 \text{ và } \frac{1}{Q} \gg \frac{\omega}{\omega_0} \gg Q$$

Ta sẽ có $v_s \approx \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_e}{dt^2}$ (vi phân bậc 2) nếu $\frac{\omega}{\omega_0} \ll Q$ ($Q < 1$) và nếu

$$\frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$$
 ($Q > 1$).

2) Các hài chính (bậc nhỏ hơn 20) của tín hiệu thỏa mãn điều kiện $f \ll f_0 \sqrt{2}$. Tín hiệu bị vi phân 2 lần. Tín hiệu ra bao gồm các xung dương khi độ dốc của tín hiệu hình tam giác thay đổi từ $-4f$ sang $4f$ và các xung âm khi độ dốc của tín hiệu hình tam giác thay đổi từ $4f$ sang $-4f$. Việc các hài bậc cao của tín hiệu không bị vi phân đã hạn chế biên độ của các xung.



3) Chúng ta quan tâm đến quá trình biến đổi từ $-V_0$ sang V_0 .

Tín hiệu thu được qua một lần vi phân là một xung dương. Tín hiệu nhận được sau 2 lần vi phân, tức là được vi phân từ xung này, là sự kế tiếp nhanh của xung dương có biên độ lớn (tổng với sườn trước của tín hiệu) và của xung âm (tổng với sườn sau của tín hiệu).

Các gián đoạn của tín hiệu vào được truyền qua hoàn toàn (bộ lọc thông cao) nên xung dương có biên độ 1V. Đó chính là điều mà ta quan sát được ở đây.

8 Đặc tính vi phân của một bộ lọc thông cao cộng hưởng

1) Sử dụng biểu thức cho bộ chia điện áp ta có

$$\underline{H}(j\omega) \frac{V_s}{V_e} = \frac{R + jL\omega}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)}$$

Nếu đưa thêm các kí hiệu $x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}$ (với $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$) và hệ số

phản chất $Q = \frac{1}{RC\omega_0}$ ta thu được:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-x^2 + j\frac{x}{Q}}{-x^2 + j\frac{x}{Q} + 1}$$

Tiền cận ở tần số thấp ($x \rightarrow 0$) là: $G = 20 \log \left(\frac{x}{Q} \right)$ và $\varphi = \frac{\pi}{2}$, còn

tiệm cận ở tần số cao ($x \rightarrow \infty$) là: $G \approx 0$ và $\varphi \approx 0$.

Mạch này là bộ lọc thông thấp với các tiệm cận giống như của bộ lọc bậc 1. Mạch có đặc tính vi phân ở tần số thấp.

2) Sử dụng quan hệ $j\omega L = \frac{dV}{dt}$ và $-j\omega C = \frac{d^2 V}{dt^2}$ ta thu được phương trình vi phân của bộ lọc này thỏa mãn với tín hiệu hình sin:

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_s}{dt} + v_s = \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 v_e}{dt^2} + \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$$

Đối với tín hiệu $v_s = V_{s_0} \cos \omega t$, biên độ của 3 số hạng tương ứng ở vế trái của phương trình trên sẽ là $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} V_{s_0}$, $\frac{\omega}{Q\omega_0} V_{s_0}$ và V_{s_0} .

Tương tự, với tín hiệu $v_e = V_{e_0} \cos \omega t$, biên độ của 2 số hạng tương ứng ở vế phải của phương trình trên sẽ là $\frac{\omega^2}{\omega_0^2} V_{e_0}$ và $\frac{\omega}{Q\omega_0} V_{e_0}$.

Như vậy ta sẽ có

$$v_s = \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_e}{dt} \text{ nếu } \frac{\omega}{Q\omega_0} \ll 1 \text{ và } \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \ll 1 \text{ và nếu } \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \ll \frac{\omega}{Q\omega_0}$$

Tức là nếu $Q < 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \ll Q$ và nếu $Q > 1$ thì $\frac{\omega}{\omega_0} \ll \frac{1}{Q}$.

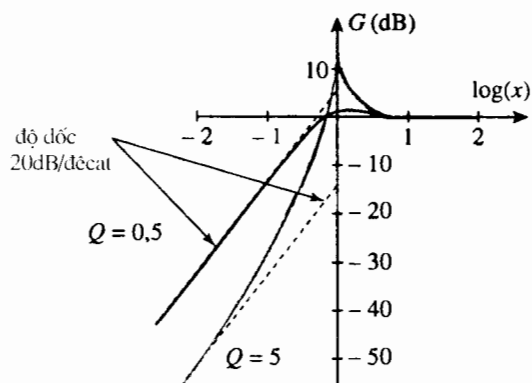
Mạch này sẽ vi phân tín hiệu nếu $f \ll Qf_0$ (đối với $Q < 1$) hoặc

$$f \ll \frac{f_0}{Q} \text{ (đối với } Q > 1).$$

3) Thí dụ nếu sử dụng phần mềm MAPLE V thì:

>H:=x-(-x^2+1*x/Q)/(-x^2+1*x/Q+1);

>plot ({seq(20*log10(abs(H(10^u))),Q={0.5,5})},u=-2..2,color=[blue,red]);



4) Từ quan hệ $v_s \approx \frac{1}{Q\omega_0} \frac{dv_e}{dt}$ ta thu được $v_s \approx \pm \frac{4fV_0}{Q\omega_0}$ đối với một tín

hiệu hình tam giác tần số f và biên độ V_0 : $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6,710^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$

nên $f_0 = 10 \text{ kHz}$.

Đối với $R = 140 \Omega$ thì $Q = 0,5$ còn đối với $R = 14 \Omega$ thì $Q = 5$.

Cần lưu ý rằng đối với $Q = 0,5$ thì mạch thực hiện phép vi phân. Giá trị điện áp ra lý thuyết tương ứng với sơ đồ là $v_s \pm 2 \text{ mV}$.

Đối với $Q = 5$ thì đặc tính vi phân của mạch bị chặn bởi một tín hiệu giả tuần hoàn tất dẫn có liên quan đến đỉnh cộng hưởng. Ta gặp lại cùng một vấn đề như ở bộ lọc thông dải: các hài có tần số ở gần với tần số cộng hưởng sẽ được khuếch đại lên nhiều lần (xem mục 3.4).

6

VÍ DỤ CÁC BỘ LỌC BẬC 1 VÀ BẬC 2

M ụ c t i ê u

- Thực hiện một số mạch sử dụng các đặc tính tích phân, vi phân, lọc có chọn lọc của các bộ lọc bậc 1 và bậc 2.
- Hiểu được các hiện tượng vật lý có liên quan đến những lựa chọn công nghệ và sự không hoàn hảo của các linh kiện.

ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Phân tích FOURIER.
- Tính toán với hàm truyền.
- Đặc tính vi phân và tích phân của các bộ lọc.

Mở đầu

Trong các chương trước ta đã nghiên cứu lý thuyết, bây giờ ta ứng dụng các vấn đề lý thuyết đó để thực nghiệm với các bộ lọc. Đặc biệt ta sẽ nghiên cứu một vài mạch thực tế kiểu điện dung chuyển mạch có sử dụng các linh kiện "hiện đại".

Bộ tích phân dùng khuếch đại tính toán

Đặc tính tích phân của một bộ lọc thông thấp chỉ giới hạn trong vùng tần số cao và biên độ của tín hiệu ra hơi nhỏ (xem chương 5). Ta sẽ xây dựng một mạch tích phân loại bỏ được các điều bất tiện trên.

1.1. Mạch lý thuyết

Ta xem xét mạch lý thuyết trên hình 1. Định luật nút áp dụng cho đầu vào đảo của khuếch đại tính toán có dạng:

$$\frac{v_e - v_-}{R} + C \frac{d(v_s - v_-)}{dt} = 0.$$

Trong chế độ tuyến tính $v_- = 0$ nên ta có $\frac{dv_s}{dt} = -\frac{v_e}{RC}$

Mạch này thực hiện tích phân cho bất kì điện áp vào nào.

1.2. Mạch tích phân thực hiện bằng khuếch đại tính toán thực

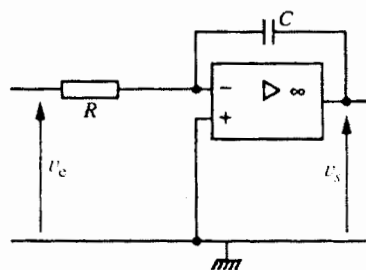
1.2.1. Thực hiện mạch tích phân lý thuyết

Ta thực hiện mạch tích phân theo hình 2.

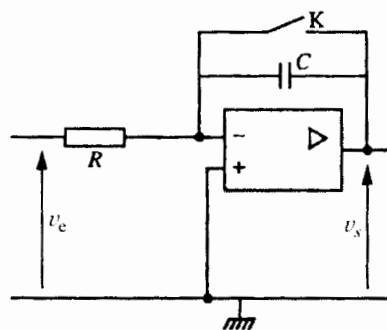
Công tắc K được nối vào để có thể phóng điện tích trên tụ.

Bây giờ tại thời điểm $t = 0$ ta cho $v_e = 0$ (nối ngắn mạch đầu vào) và để khóa K hở. Ta sẽ quan sát thấy điện áp đầu ra biến đổi tuyến tính theo thời gian để đạt đến hoặc là giá trị $v_s = +V_{\text{sat}}$ hoặc là $v_s = -V_{\text{sat}}$, trong đó V_{sat} là điện áp bão hòa ở đầu ra của bộ khuếch đại tính toán.

Do các thông số của bộ khuếch đại tính toán thực nên ngay cả khi ngắn mạch đầu vào thì điện áp đầu ra của mạch này vẫn khác 0 và phụ thuộc vào điện áp lệch giữa 2 đầu vào và dòng điện phân cực của bộ khuếch đại. Chính vì thế mà mạch tích phân lý thuyết này không được sử dụng trong thực tế.



H.1. Mạch tích phân lý thuyết.



H.2. Mạch tích phân cụ thể.

Áp dụng 1

Ta thực hiện mạch trên hình 2 với điện trở $R = 100k\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$, $v_e = 0V$. Tại đầu ra ta sử dụng một máy hiện sóng. Điện áp nuôi cho mạch là $\pm 15V$.

Tại thời điểm $t = 0$ ta để khóa K hở và đo điện áp đầu ra v_s .

Ta sẽ thu được các số liệu trên bảng sau cho 2 bộ khuếch đại khác nhau là TL081 và 741:

$t(s)$	5	10	15	20	30	60
$v_s(t)$ TL081	-0,15	-0,29	-0,45	-0,61	-0,90	-1,8
$v_s(t)$ -741	2,1	4,2	6,3	8,4	10,3	13,6

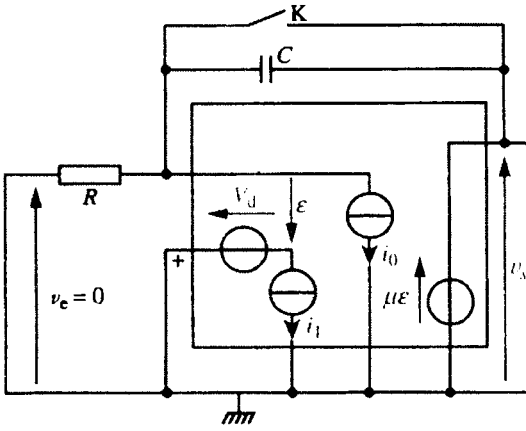
$t(s)$	90	120	240	360	480
$v_s(t)$ -TL081	-2,7	-3,6	-7,2	-10,8	-13,5
$v_s(t)$ -741	13,6	13,6	13,6	13,6	13,6

Hai nhược điểm của bộ khuếch đại tính toán có thể thấy được trên hình 3:

• Dòng điện phân cực:

Dòng điện tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán khác 0 và có giá trị không đổi i_0 (giá trị thường thấy cho TL 081 là:

$$|i_0| \approx |i_1| = 50 \text{ pA}; \text{ còn cho 741 là } |i_0| = 80 \text{ nA});$$



H.3. Ảnh hưởng của sự không hoàn hảo của bộ khuếch đại tính toán đến bộ tích phân.

• Điện áp lệch:

Điện áp V_d phải đặt vào giữa 2 đầu thuận và đảo của bộ khuếch đại tính toán để có điện áp ra bằng 0 (giá trị thường thấy cho TL 081 là $V_d = 0,2\text{mV}$ còn cho 741 là $V_d = 2\text{mV}$).

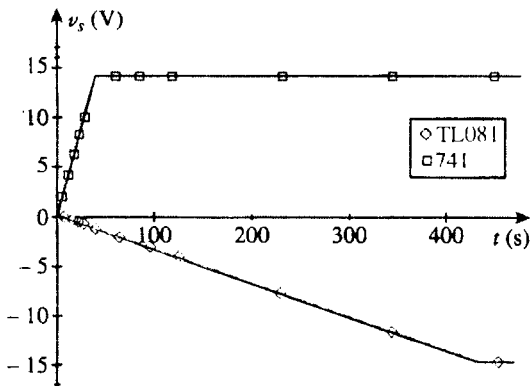
Trong chế độ tuyến tính thì $\varepsilon \approx 0$ vì $\mu \gg 1$.

1) Xác định điện áp ra v_s khi chỉ tính đến dòng điện phân cực.

Giá trị số có thể rút ra là bao nhiêu?

2) Xác định điện áp ra v_s khi chỉ tính đến điện áp lệch. Giá trị số có thể rút ra là bao nhiêu?

Ta có đồ thị điện áp ra trên hình 4.



H.4. Đồ thị điện áp ra $v_s(t)$ của 2 bộ khuếch đại tính toán TL 081 và 741.

Trên đồ thị ta có thể nhận thấy rằng điện áp ra biến đổi tuyến tính theo thời gian cho đến khi đạt được điện áp bão hòa.

Độ dốc đối với TL 081 là -30 mV.s^{-1} và đối với 741 là $-0,4\text{ mV.s}^{-1}$.

1) Áp dụng định luật nút cho đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán có dạng:

$$\frac{-v_-}{R} + C \frac{d(v_s - v_-)}{dt} - i_0 = 0.$$

Trong chế độ tuyến tính $v_- = 0$ nên ta có

$$\frac{dv_s}{dt} = \frac{i_0}{C} \text{ hay } v_s = \frac{i_0}{C} t.$$

Khi này ta có độ dốc điển hình đối với TL081 là $0,5\text{mV.s}^{-1}$ và đối với 741 là $0,8\text{ mV.s}^{-1}$, tức là xấp xỉ bằng nhau cho cả 2 loại. Việc chỉ tính đến dòng điện phân cực không giải thích được nguồn gốc của điện áp trôi tại đầu ra của mạch có bộ khuếch đại tính toán TL 081.

2) Khi chỉ tính đến điện áp lệch thì trong phương trình cho định luật nút áp dụng cho đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán tính được ở trên ta chỉ cần thay $v_s = -V_d$ và $i_0 = 0$, cuối cùng trong chế độ tuyến tính

ta có $\frac{dv_s}{dt} = \frac{V_d}{RC}$ hay $v_s = -\frac{V_d}{RC} t$. Trong trường hợp này ta có độ dốc của biến đổi đối với TL 081 là 20mV.s^{-1} , còn cho mạch 741 là $0,2\text{mV.s}^{-1}$.

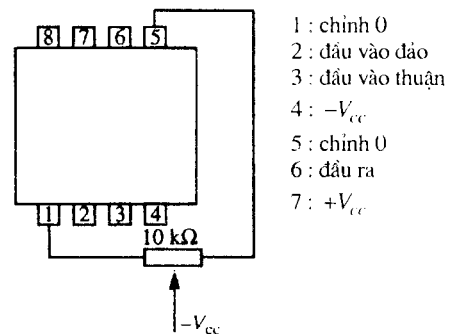
Việc tính đến điện áp lệch đã giải thích được nguồn gốc sự trôi của điện áp tại đầu ra của các mạch có sử dụng bộ khuếch đại tính toán TL 081 và 741.

Kết luận:

Hiện tượng điện áp trôi về bản chất là do sự tồn tại của dòng điện phân cực và của sự lệch điện áp đầu vào đối với bộ khuếch đại 741 hoặc chỉ do sự tồn tại của sự lệch điện áp đầu vào đối với bộ khuếch đại TL 081.

Có thể nối một điện trở R giữa đầu vào đảo và đất để giảm nhỏ tác động của dòng điện phân cực.

Cũng có thể điều chỉnh điện áp lệch đến mức tối thiểu bằng một chiết áp mắc vào các điểm thích hợp của bộ khuếch đại (h.5). Việc này tuy nhiên cũng rất khó khăn bởi vì điện áp lệch phụ thuộc vào nhiệt độ và vào sự lão hóa của linh kiện, vì thế độ lệch điện áp đầu vào không thể khử triệt để được.



H.5. Điều chỉnh độ lệch điện áp vào (offset) cho 741 (kiểu vỏ CB 98).

1.2.2. Thực hiện mạch tích phân

Để hạn chế hiện tượng điện áp trôi ta có thể thường xuyên phóng điện tích có trên tụ bằng cách mắc song song với nó một điện trở R' thay vì công tắc K (h.6).

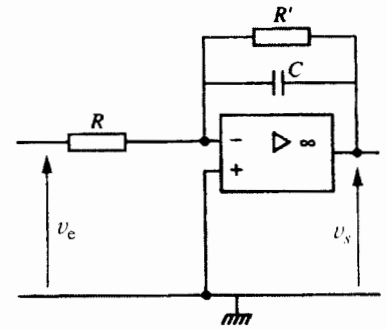
Ta tìm hàm truyền của mạch với giả thiết bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng. Áp dụng định luật nút cho đầu vào đảo của khuếch đại tính toán: $\underline{v}_s \left(j\omega C + \frac{1}{R'} \right) + \frac{\underline{v}_c}{R} = 0$. Từ đó ta tính được hàm truyền

$$\underline{H} = \frac{-\frac{R'}{R}}{1 + jR'C\omega}$$

Mạch này là một bộ lọc thông thấp bậc 1. Tần số cắt tỉ lệ với $R'C$ và các giá trị tiệm cận tại tần số cao là $G = -20\log(RC\omega)$ và $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

Như vậy đối với một tín hiệu vào tuần hoàn có chu kì $T \ll R'C$ thì tín hiệu ra là $v_s = -\frac{1}{RC} \int v_c dt$ (hằng số tích phân được chọn sao cho tín hiệu ra có giá trị trung bình bằng 0).

► Để luyện tập: *Bài tập 4*.



H.6. Mạch hạn chế điện áp trôi cho bộ tích phân.

2 Bộ vi phân dùng khuếch đại tính toán

Đặc tính vi phân của một bộ lọc thông cao chỉ giới hạn trong vùng tần số thấp và biên độ của tín hiệu ra hơi nhỏ (xem Chương 5). Ta sẽ xây dựng một mạch vi phân loại bỏ được các điều bất tiện trên.

2.1. Mạch lí thuyết

Ta xét mạch lí thuyết trên hình 7. Áp dụng định luật nút cho đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán, ta có: $\frac{v_s - v_-}{R} + C \frac{d(v_c - v_-)}{dt} = 0$. Trong chế độ tuyến tính $v_- = 0$ nên ta có $v_s = -RC \frac{dv_c}{dt}$.

Mạch này thực hiện vi phân cho bất kì điện áp vào nào. Hàm truyền của mạch là $\underline{H}(j\omega) = -jRC\omega$.

2.2. Mạch vi phân dùng bộ khuếch đại tính toán thực

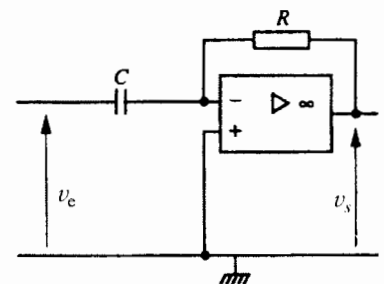
2.2.1. Thực hiện mạch vi phân lí thuyết

Ta thực hiện mạch vi phân bằng cách dùng bộ khuếch đại tính toán 741 với điện trở $R = 10k\Omega$ và tụ $C = 100nF$.

Với điện áp vào là tín hiệu hình tam giác biên độ 1V ta thu được kết quả như trên hình 8.

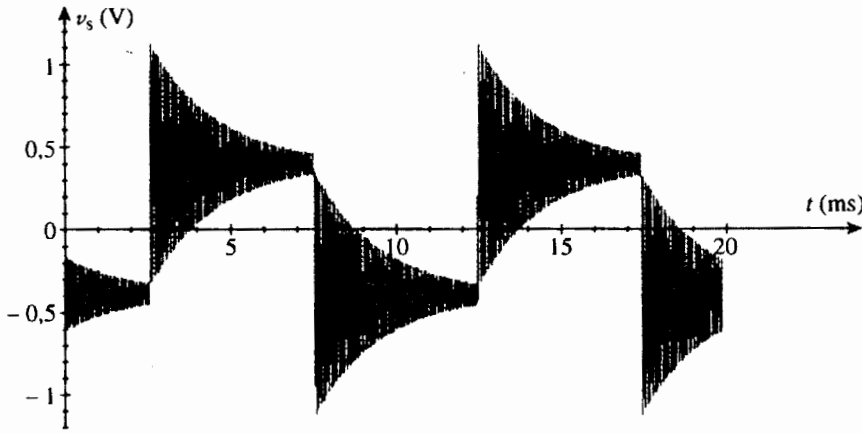
Đáp ứng của mạch này có hiện tượng dao động do có cộng hưởng giống như ta đã thấy trong trường hợp của bộ lọc thông dải với hệ số phẩm chất lớn.

Trên hình vẽ tương ứng cho biểu đồ BODE ta thấy có một đỉnh cộng hưởng khá nhọn tại tần số $f_0 \approx 13kHz$ (h.9). Có hiện tượng này là do dải thông hạn chế của bộ khuếch đại tính toán.



H.7. Mạch vi phân lí thuyết.

Đặc tính vi phân của mạch khi đó bị chặn bởi hiện tượng cộng hưởng (xem Chương 5).



◀ H.8. Đáp ứng của mạch vi phân với tín hiệu hình tam giác biên độ 1V, tần số 100 Hz.

Áp dụng 2

Tính hàm truyền của mạch trên trong trường hợp bộ khuếch đại tính toán không phải là lí tưởng với hệ số khuếch đại khi hở mạch hữu tiếp là μ_0 và tần số cắt khi hệ số khuếch đại bằng 0 là f_H .

Quan hệ giữa điện áp phức ở 2 đầu vào của bộ khuếch đại và điện áp ra là: $V_s(1 + j\omega\tau) = \mu_0(V_+ - V_-)$, trong

đó $\tau = \frac{\mu_0}{2\pi f_H}$. Hãy vẽ biểu đồ BODE.

Hãy chứng tỏ rằng đối với $\mu_0 = 10^5$ và tần số $f_H = 1\text{MHz}$, thì tần số cộng hưởng là cỡ 13 kHz. Hãy tính hệ số phẩm chất của mạch.

Luật nút áp dụng cho đầu vào đảo của khuếch đại

tính toán có dạng: $j\omega C(V_e - V_-) + \frac{V_s - V_-}{R} = 0$.

Từ đó ta tính được hàm truyền:

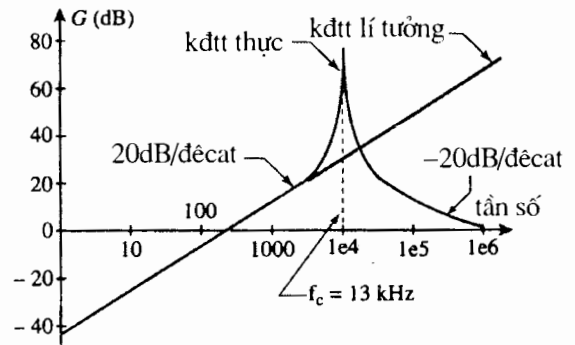
$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{-jRC\omega}{1 + \frac{1}{\mu_0} + j\left(\frac{RC}{\mu_0} + \frac{1}{2\pi f_H}\right)\omega - \frac{RC}{2\pi f_H}\omega^2} \\ &= \frac{-jRC\omega}{1 + j\frac{1}{2\pi f_H}\omega - \frac{RC}{2\pi f_H}\omega^2}. \end{aligned}$$

Biểu đồ BODE của biên độ và pha được cho trên hình 9. Tần số cộng hưởng được tính như sau:

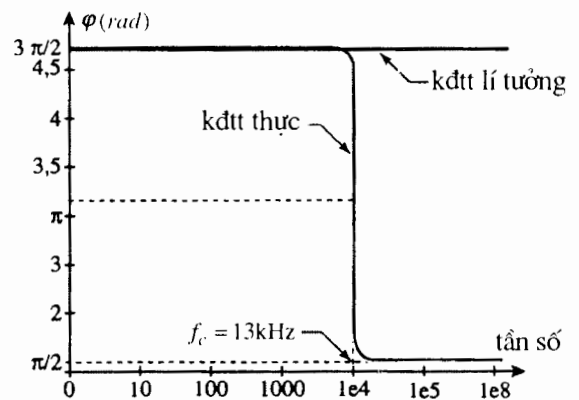
$$1 - \frac{RC}{2\pi f_H}\omega^2 = 0, \text{ tức là } \omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi f_H}{RC}},$$

$$f_0 = \sqrt{\frac{f_H}{2\pi RC}} \text{ và } Q = \sqrt{2\pi RCf_H}.$$

Thay giá trị số vào ta được $f_0 = 12,6\text{kHz}$ và $Q = 25$.



a)



b)

H.9. Đáp ứng của mạch vi phân.

a. Biểu đồ BODE b. Pha giữa v_c và v_s .

2.2.2. Thực hiện mạch vi phân

Ta muốn hạn chế bớt hiện tượng cộng hưởng của mạch và từ đó giảm được hệ số phẩm chất Q của nó.

Đối với mạch (R, L, C) để làm được điều này ta chỉ cần tăng giá trị R . Trong trường hợp mạch trên ta mắc nối tiếp với tụ C một điện trở R' (h.10).

Từ đó nếu gọi μ_0 là hệ số khuếch đại khi hở mạch hồi tiếp của bộ khuếch đại tính toán và f_H là tần số cắt mà tại đó hệ số khuếch đại bằng 0 (xem Áp dụng 2), ta tính được hàm truyền:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{-jRC\omega}{1 + \frac{1}{\mu_0} + jR'C\omega + j\left(\frac{(R+R')C}{\mu_0} + \frac{1}{2\pi f_H}\right)\omega - \frac{(R+R')C}{2\pi f_H}\omega^2}$$

(để có biểu thức trên, trong biểu thức thu được ở ví dụ trước chỉ cần thay trở kháng của tụ (là $jC\omega$) bằng trở kháng của tụ mắc nối tiếp với điện trở R' (là $\frac{jC\omega}{1 + jR'C\omega}$ là đủ).

Ta có thể thu được biểu thức đơn giản hơn từ biểu thức trên khi $R \gg R'$,

$$\mu_0 \gg 1 \text{ và } f_H \gg \frac{RC}{\mu_0}: \underline{H}(j\omega) \approx \frac{-jRC\omega}{1 + j\left(R'C + \frac{1}{2\pi f_H}\right)\omega - \frac{RC}{2\pi f_H}\omega^2}$$

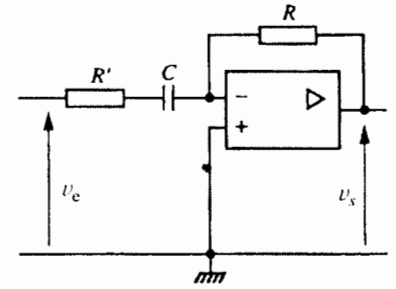
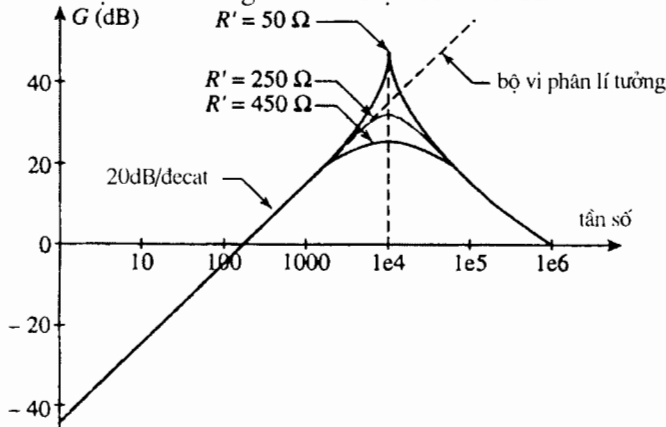
Đặt $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, trong đó $\omega_0 = 2\pi f_0$, $f_0 = \sqrt{\frac{f_H}{2\pi RC}}$ là tần số cộng hưởng,

$$Q = \frac{1}{\left(2\pi R'C + \frac{1}{f_H}\right)f_0}$$
 là hệ số phẩm chất và $A = -2\pi RCf_0$.

$$\text{Ta thu được biểu thức cho hàm truyền: } \underline{H}(j\omega) \approx \frac{Ajx}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

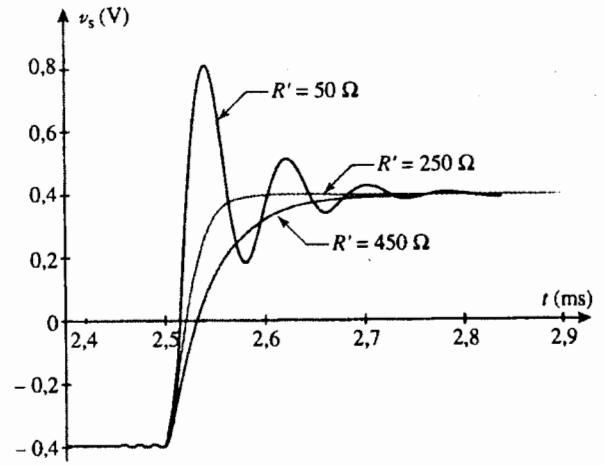
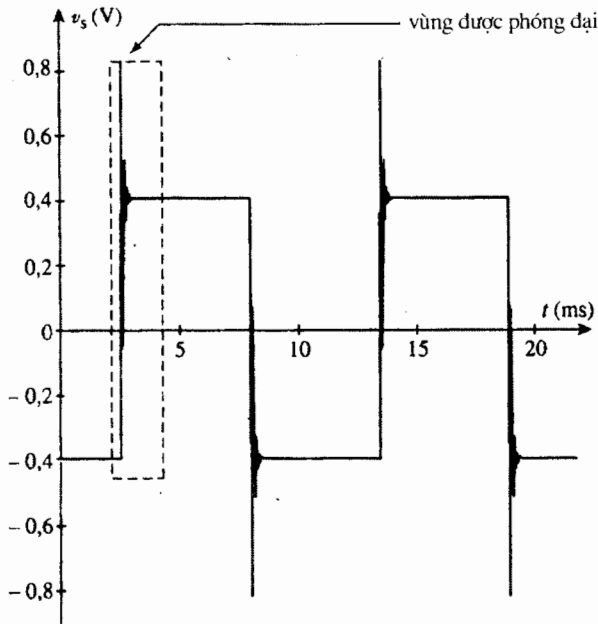
Sự lựa chọn tối ưu giá trị $Q = 0,5$ sẽ làm cho hệ thống ở chế độ tới hạn (chế độ với quá trình quá độ nhanh nhất). Từ các giá trị cho trước $f_H = 1\text{MHz}$, $R = 10\text{k}\Omega$ và $C = 100\text{nF}$, ta có $R' = 250\Omega$.

Hình 11 cho thấy trên biểu đồ BODE giá trị $R' = 250\Omega$ tương ứng với đồ thị có hệ số khuếch đại rất gần với đồ thị của bộ vi phân lí tưởng. Kết quả này được khẳng định trên hình 12: đáp ứng đối với tín hiệu hình tam giác sẽ gần với tín hiệu hình vuông nhất khi điện trở là 250Ω .



H.10. Mạch hạn chế hiệu ứng cộng hưởng cho bộ vi phân.

◀ **H.11.** Mạch vi phân dùng bộ KĐTT thực. Biểu đồ BODE đối với các giá trị khác nhau của R' .



H.12. Đáp ứng của mạch vi phân dùng bộ KĐTT đối với tín hiệu tam giác tần số 100Hz biên độ 1V ứng với $R' = 50\Omega$, $R' = 250\Omega$, và $R' = 450\Omega$.

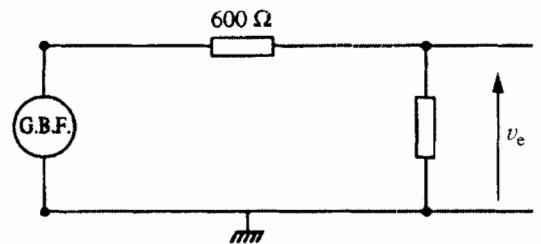
Áp dụng 3

Ta thực hiện mạch đã xét ở trên và nối mạch này với một máy phát tín hiệu tần số thấp có trở kháng ra là 600Ω . Ta thấy giá trị điện trở tối ưu của R' là 0.

Hãy giải thích kết quả trên và đưa ra phương pháp để nhận được giá trị R' gần nhất với giá trị lý thuyết.

Trở kháng ra R_G của máy phát tần số thấp được mắc nối tiếp với điện trở R' . Giá trị tối ưu của $R_G + R'$ là 250Ω , điều này là không thể thực hiện được vì $R_G = 600\Omega$. Giá trị tốt nhất của R' là bằng 0.

Để cải tiến mạch trên, cần giảm trở kháng ra của máy phát tần số thấp. Ta có thể dùng kỹ thuật sau (h.13).



H.13. Giảm bớt trở kháng ra của máy phát tần số thấp.

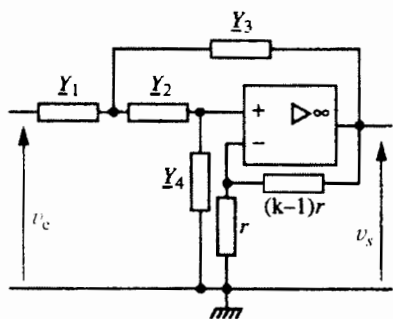
Máy phát tín hiệu sẽ có tải gần bằng trở kháng ra của nó và vì thế nó hoạt động trong điều kiện tốt nhất. Trở kháng ra của toàn mạch là cỡ 1Ω .

Điều bất lợi duy nhất ở đây là tín hiệu ra yếu, chỉ cỡ chục mV (một phần 600 của điện áp ra từ máy phát). Trong thực tế điện áp vào cho bộ vi phân có mức 10mV đã là đủ để thực hiện các phép đo chính xác.

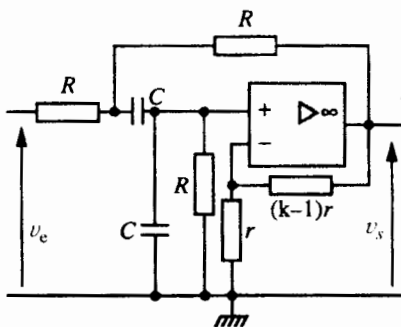
3 Bộ lọc chọn lọc dùng khuếch đại tính toán

3.1. Sơ đồ

Bộ lọc mà ta nghiên cứu ở đây là bộ lọc tích cực cấu trúc theo kiểu SALLEN và KEY cho phép thực hiện nhiều loại bộ lọc khác nhau tùy theo phần tử 2 cực được sử dụng (h.14 và 15). Ta sẽ giả thiết các bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng và làm việc trong chế độ tuyến tính.



H.14. Mạch lọc SALLEN và KEY.



H.15. Bộ lọc để nghiên cứu.

3.2. Hành vi ở tần số thấp và tần số cao.

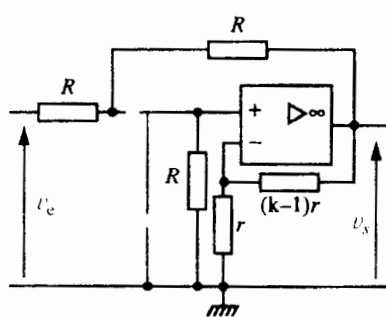
Tại tần số thấp các tụ điện tương đương với các mạch hở (h.16). Lưu ý rằng

$v_+ = 0$ và vì thế $v_- = 0$ và $v_s = 0$. Mạch không cho tần số thấp truyền qua.

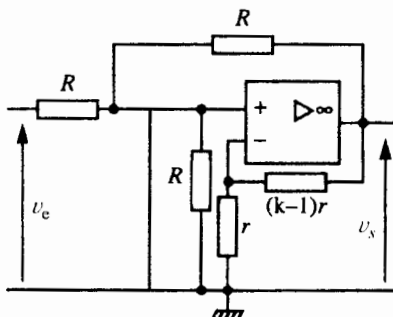
Còn tại tần số cao các tụ điện tương đương với các ngắn mạch (h.17).

Cũng lưu ý rằng $v_+ = 0$ và vì thế $v_- = 0$ và $v_s = 0$. Mạch không cho tần số cao truyền qua.

Như vậy mạch là một bộ lọc thông dải.



H.16. Mạch lọc đã cho ở tần số thấp.



H.17. Mạch lọc đã cho ở tần số cao.

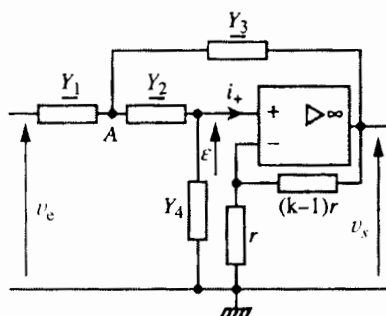
3.3. Hàm truyền

Hàm truyền của mạch trên là:

$$H(j\omega) = \frac{\frac{kj\omega}{\omega_0}}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + (5-k)\frac{j\omega}{\omega_0} + 2}, \quad \left(\omega_0 = \frac{1}{RC}\right).$$

Áp dụng 4

Xác định hàm truyền của bộ lọc SALLEN và KEY và từ đó suy ra hàm truyền của bộ lọc trên hình 18.



H.18. Cấu trúc của bộ lọc SALLEN và KEY.

Ta có trong chế độ tuyến tính: $i_+ = i_- = 0$, $\varepsilon = 0$. Biểu thức cho bộ chia điện áp tại đầu vào đảo và đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán cho ta:

$$\underline{v}_- = \frac{\underline{v}_s}{k} \text{ và } \underline{v}_+ = \frac{\frac{1}{Y_4}}{\frac{1}{Y_2} + \frac{1}{Y_4}} \underline{v}_A = \frac{Y_2}{Y_2 + Y_4} \underline{v}_A.$$

Luật MILLMAN áp dụng cho nút A cho ta:

$$\underline{v}_A = \frac{Y_1 \underline{v}_e + Y_3 \underline{v}_s + Y_2 \underline{v}_+}{Y_1 + Y_2 + Y_3},$$

từ đó ta có :

$$\left(\frac{Y_2 + Y_4}{kY_2} - \frac{\frac{Y_2}{k} + Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \right) \underline{v}_s = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \underline{v}_e$$

và :

$$\underline{H} = \frac{kY_2Y_1}{Y_2(Y_1 + (1-k)Y_3) + Y_4(Y_1 + Y_2 + Y_3)},$$

trong đó : $Y_1 = \frac{1}{R}$, $Y_2 = jC\omega$, $Y_3 = \frac{1}{R}$, $Y_4 = \frac{1}{R} + jC\omega$.

Thay các giá trị của Y_i vào biểu thức trên, ta được hàm truyền :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\frac{kj\omega}{\omega_0}}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + (5-k)\frac{j\omega}{\omega_0} + 2}, \omega_0 = \frac{1}{RC}.$$

3.4. Sự ổn định của mạch

Ta nhắc lại ở đây điều kiện ổn định của một bộ lọc bậc 1 và bậc 2: đó là đa thức $D(j\omega)$ ở mẫu số hàm truyền phải có tất cả các hệ số cùng dấu (xem Chương 2).

Ta có các hệ số của mẫu số là: $\frac{1}{\omega_0^2}$, $\frac{5-k}{\omega_0}$ và 2. Tất cả đều phải dương, từ

đó ta có điều kiện ổn định của mạch là $k < 5$.

Chú ý:

Điều kiện ổn định nói trên không có quan hệ gì với điều kiện ổn định khi ta tráo đầu vào đảo và đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán. Mạch này có 2 vòng hồi tiếp: một vòng trở về đầu vào thuận và một vòng trở về đầu vào đảo. Ta coi việc chọn các đầu vào + và - ở đây là đúng: trong trường hợp tần số thấp thì vòng hồi tiếp phải tác động vào đầu vào đảo (h.16).

► Để luyện tập: Bài tập 3.

3.5. Biểu đồ BODE

Việc vẽ biểu đồ BODE chỉ có ý nghĩa khi mạch ổn định, tức là khi $k < 5$.

Hệ số khuếch đại của bộ lọc là:

$$G = G_0 + 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}},$$

trong đó $G_0 = 20\log\left(\frac{k}{5-k}\right)$, $x = \frac{RC\omega}{\sqrt{2}}$ và $Q = \frac{\sqrt{2}}{5-k}$.

Lệch pha giữa đầu ra v_s và đầu vào v_e là: $\varphi = \arg\left[1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)\right]$.

Tiệm cận tần số thấp của mạch thu được với $x \rightarrow 0$: $G = G_0 + 20\log(Qx)$

với độ dốc là 20dB/đecat và $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$.

Tiệm cận tần số cao của mạch thu được với $x \rightarrow \infty$: $G = G_0 - 20\log\left(\frac{x}{Q}\right)$

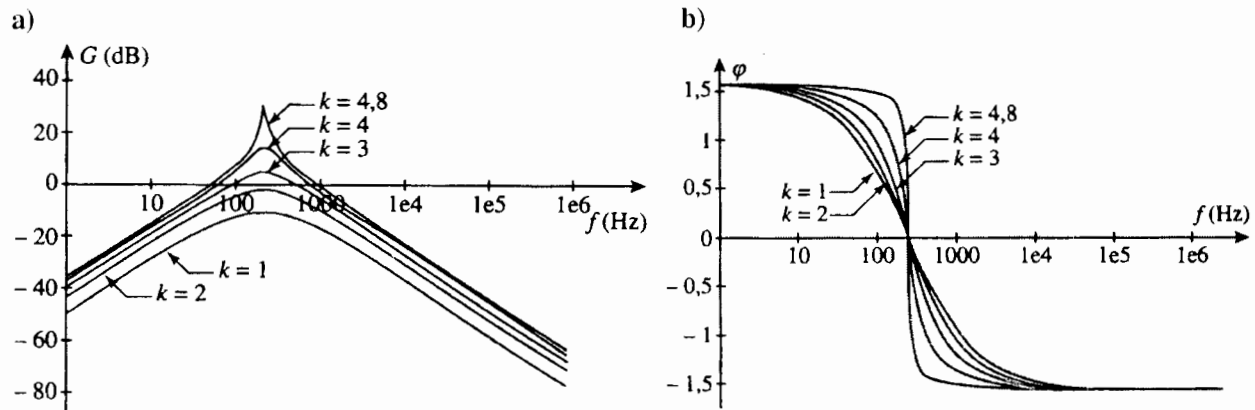
với độ dốc là -20 dB/đecat và $\varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$.

Giao của hai tiệm cận trên là điểm $x = 1$: $G = G_0 + 20\log(Q)$.

Mạch đã cho tương ứng với một bộ lọc thông dải có tần số cộng

hưởng $f_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi RC}}$ và dải thông tại -3dB là $\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{5-k}{2\pi RC}$. Biểu đồ

BODE trên hình 19 cho phép ta quan sát hành vi của bộ lọc: độ chọn lọc kém khi $k < 3$ và độ chọn lọc rất tốt khi k gần bằng 5. Cũng cần phải thấy rằng pha biến đổi rất nhanh khi độ chọn lọc của bộ lọc càng cao.



H.19. Biểu đồ BODE.

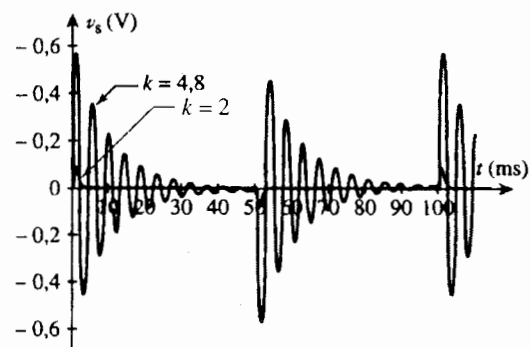
a. Đồ thị của G : $k < 3$: bộ lọc chọn lọc kém; $k = 4,8$: bộ lọc chọn lọc tốt ($RC = 10^{-3}s^{-1}$).

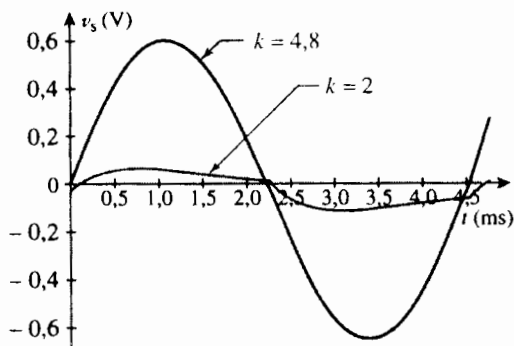
b. Đồ thị của φ : pha biến đổi nhanh khi $k \approx 5$ và chậm khi $k < 3$.

Áp dụng 5

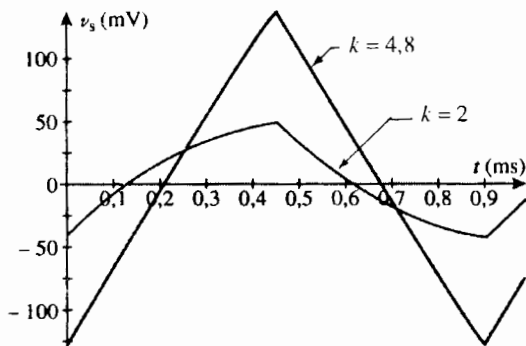
Sử dụng biểu đồ BODE trên hình 19 để giải thích điện áp ra thu được trên các hình từ 20 đến 22 đối với $k = 2$ và $k = 4,8$ khi tại đầu vào ta đưa đến điện áp hình vuông biên độ 0,1 V.

H.20. Tín hiệu ra 10Hz. ▶





H.21. Tín hiệu ra 225Hz.



H.22. Tín hiệu ra 1kHz (biên độ đã chia 5).

Đối với $k = 2$ thì hệ số phẩm chất $Q_2 = 0,47$ còn với $k = 4,8$ thì $Q_{4,8} = 7,1$.

1) Tín hiệu ra 10Hz

Có 2 cách giải thích:

- Sử dụng tính tương tự của điện áp giữa hai đầu điện trở R trong mạch R, L, C .

Tần số của tín hiệu hình vuông đủ nhỏ để có thể coi đáp ứng giống như là đáp ứng của quá trình quá độ đối với một bước nhảy điện áp :

- với $k = 2$, mạch ở chế độ không tuần hoàn ($Q < 5$), do đó ta có dạng tín hiệu xung lơn.
- với $k = 4,8$, mạch ở chế độ gần (giả) tuần hoàn tắt dần hơi chậm.

• Sử dụng biểu đồ BODE

Điện áp với tần số 10Hz nằm trong vùng tiệm cận tần số thấp có độ dốc 20dB/décát. Điều này tương ứng với đặc tính vi phân của mạch (xem Chương 5) và giải thích việc mạch thực hiện vi phân tín hiệu với $k = 2$.

Với $k = 4,8$ các hài có tần số cỡ 225Hz được khuếch đại lên rất mạnh. Tổng của 2 tín hiệu tạo nên tín hiệu đã quan sát được.

2) Tín hiệu ra 225 Hz

Tín hiệu với tần số này ứng với vùng cộng hưởng của mạch, với $k = 2$ mạch tương ứng với bộ lọc có độ chọn lọc thấp (dải thông lớn). Tín hiệu đầu ra là tín hiệu hình vuông bị méo dạng.

Với $k = 4,8$ mạch tương ứng với bộ lọc có độ chọn lọc cao. Chỉ có tần số cơ bản được truyền qua: tín hiệu đầu ra là tín hiệu hình sin có tần số 225Hz.

3) Tín hiệu ra 1 kHz

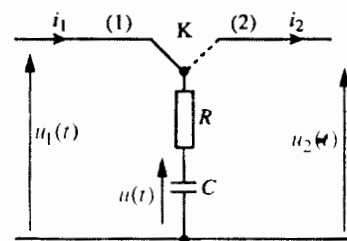
Tín hiệu với tần số này ứng với vùng tiệm cận tần số cao của mạch với độ dốc -20 dB/décát. Điều này tương ứng với đặc tính tích phân của mạch (xem Chương 5) và giải thích việc mạch thực hiện tích phân tín hiệu với $k = 4,8$ và tạo ra tín hiệu hình tam giác. Với $k = 2$ đường cong của G không gần với đặc tuyến tiệm cận, vì thế tín hiệu hình tam giác bị méo dạng.

4 Mạch có tụ (điện dung) chuyển mạch

4.1. Mô phỏng một điện trở bằng chuyển mạch một tụ điện

Ta xét mạch trên hình 23, trong đó khóa K được chuyển qua lại, biểu đồ thời gian của nó được cho trên hình 24.

Giả thiết lúc đầu điện áp U_1 và U_2 là một chiều ($U_1 > U_2$). Trong chế độ xác lập các biến đổi của $u(t)$, giữa hai giá trị $U_{\max}$ và $U_{\min}$, là tuần hoàn với chu kì T_c (h.25).



H.23. Nguyên tắc mô phỏng một điện trở bằng chuyển mạch một tụ điện.

Ta chọn gốc thời gian ($t = 0$) là thời điểm khóa K chuyển từ vị trí (2) sang vị trí (1). Tụ C được nạp điện qua điện trở R từ nguồn U_1 nên ta có thể viết:

$$i_1 = \frac{U_1 - u(t)}{R} = C \frac{du(t)}{dt}, \text{ từ đó } \frac{du(t)}{dt} + \frac{u(t)}{\tau} = \frac{U_1}{\tau},$$

trong đó $\tau = RC$ là hằng số thời gian của mạch. Tích phân biểu thức trên ta

$$\text{thu được: } u(t) = (U_{\min} - U_1)e^{-\frac{t}{\tau}} + U_1 \quad \left(0 \leq t < \frac{T_c}{2}\right)$$

Tại thời điểm $t = \frac{T_c}{2}$ thì điện áp trên tụ là :

$$u\left(\frac{T_c}{2}\right) = U_{\max} = (U_{\min} - U_1)e^{-\frac{T_c}{2\tau}} + U_1$$

Cũng lí luận tương tự như trên ta có được biểu thức:

$$u(t) = (U_{\max} - U_2)e^{-\frac{t - \frac{T_c}{2}}{\tau}} + U_2 \quad \left(\frac{T_c}{2} \leq t < T_c\right)$$

Như vậy tại thời điểm $t = T_c$ thì điện áp trên tụ là:

$$u(T_c) = U_{\min} = (U_{\max} - U_2)e^{-\frac{T_c}{2\tau}} + U_2$$

Các giá trị $U_{\max}$ và $U_{\min}$ là các nghiệm phải tìm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -U_{\min}e^{-\frac{T_c}{2\tau}} + U_{\max} = U_1(1 - e^{-\frac{T_c}{2\tau}}) \\ U_{\min} - U_{\max}e^{-\frac{T_c}{2\tau}} = U_2(1 - e^{-\frac{T_c}{2\tau}}) \end{cases}$$

$$\text{từ đó ta tính được: } U_{\min} = \frac{U_2 + U_1e^{-\frac{T_c}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T_c}{2\tau}}} \text{ và } U_{\max} = \frac{U_1 + U_2e^{-\frac{T_c}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T_c}{2\tau}}}.$$

Như vậy, tại trạng thái (1) tụ nhận điện tích $q = C(U_{\max} - U_{\min})$ từ nguồn U_1 và tại trạng thái (2) tụ trả lại điện tích này cho nguồn U_2 . Cường độ dòng điện trung bình chạy từ nguồn U_1 sang U_2 là:

$$\langle i_1 \rangle = \langle i_2 \rangle = \frac{q}{T} = \frac{C}{T_c} \frac{1 - e^{-\frac{T_c}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T_c}{2\tau}}} (U_1 - U_2).$$

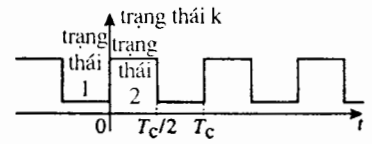
Như vậy tụ chuyển mạch mô phỏng một điện trở tương đương có giá trị:

$$R_{eq} = \frac{T_c}{C} \frac{1 + e^{-\frac{T_c}{2\tau}}}{1 - e^{-\frac{T_c}{2\tau}}} \text{ có thể điều chỉnh được bằng tần số chuyển mạch } f_c = \frac{1}{T_c}.$$

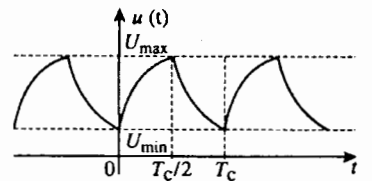
Nếu tụ C bị phóng nạp nhanh (R có giá trị rất nhỏ) thì hằng số thời gian $\tau = RC$ là rất nhỏ so với chu kì chuyển mạch T_c . Biểu thức cho điện trở

$$\text{tương đương sẽ đơn giản đi và bằng } R_{eq} = \frac{T_c}{C} = \frac{1}{Cf_c}.$$

Các kết quả trước đây vẫn còn đúng ở chế độ biến thiên, nếu chu kì T của các tín hiệu $u_1(t)$ và $u_2(t)$ là lớn so với chu kì chuyển mạch T_c .



H.24. Đồ thị thời gian của các trạng thái chuyển mạch.



H.25. Biến đổi của $u(t)$ trong chế độ xác lập.

Trong điều kiện này trong suốt chu kỳ chuyển mạch T_c các tín hiệu $u_1(t)$ và $u_2(t)$ thực tế vẫn giữ nguyên các giá trị và các tính toán trước đây vẫn đúng. Sau đây ta giả thiết rằng bất đẳng thức $\tau \ll T_c \ll T$ luôn được thỏa mãn sao cho mạch với các tụ chuyển mạch luôn sử dụng được trong chế độ xoay chiều. Trong điều kiện này tụ chuyển mạch luôn có hành vi như một điện trở có trị số $R_{eq} = \frac{1}{Cf_c}$ được điều khiển bằng tần số và ta sẽ kí hiệu nó như ở trên hình 26.

► Để luyện tập: Bài tập 7.

4.2. Bộ tích phân đảo pha dùng tụ chuyển mạch

Ta xét nguyên lí được sử dụng trên hình 27 để thực hiện một bộ tích phân đảo pha bằng tụ chuyển mạch. Định luật nút tại đầu vào E_- viết như sau:

$$i_1 = \frac{u_1(t)}{R} = C \frac{du_2(t)}{dt}, \text{ từ đó } \frac{du_2(t)}{dt} = -\frac{1}{RC} u_1(t) = -\frac{C_0}{C} f_c u_1(t).$$

Hằng số thời gian $\tau = \frac{C}{C_0 f_c}$ của bộ tích phân có thể thu được rất chính

xác, một mặt vì tần số chuyển mạch f_c có thể điều khiển dễ dàng, mặt khác trong các mạch tổ hợp thì tỉ số giữa 2 điện dung có thể thực hiện chính xác được.

4.3. Bộ lọc van năng bậc 1 dùng các tụ chuyển mạch

Để thực hiện được mạch này (h.28) ta cần đến một bộ tích phân đảo và hai bộ cộng.

Trong chế độ điều hòa các tín hiệu được tạo ra gồm:

- tại đầu ra của bộ tổng thứ nhất: $\underline{U}_{s_1} = \underline{U}_e + \underline{U}_{s_2}$
- tại đầu ra của bộ tích phân với hằng số thời gian τ : $\underline{U}_{s_2} = -\frac{1}{j\omega\tau} \underline{U}_{s_1}$

Từ đó bằng cách khử $\underline{U}_{s_2}$ ta thu được hàm truyền giữa tín hiệu đầu vào E và đầu ra S_1 và cũng là hàm truyền của bộ lọc thông cao bậc 1:

$$H_1 = \frac{\underline{U}_{s_1}}{\underline{U}_e} = \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}.$$

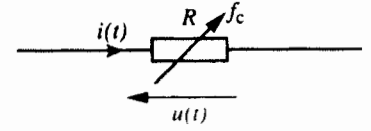
Tương tự ta thu được hàm truyền giữa tín hiệu đầu vào E và đầu ra S_2 và cũng là hàm truyền của bộ lọc thông thấp bậc 1:

$$H_2 = \frac{\underline{U}_{s_2}}{\underline{U}_e} = -\frac{1}{1 + j\omega\tau}.$$

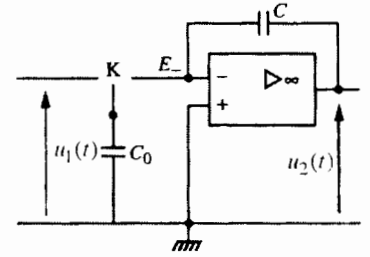
Tại đầu ra của bộ tổng thứ 2 ta thu được: $\underline{U}_{s_3} = \underline{U}_{s_1} + \underline{U}_{s_2}$ và từ đó ta được hàm truyền giữa tín hiệu đầu vào E và đầu ra S_3 và cũng là hàm truyền của bộ dịch pha bậc 1:

$$H_3 = \frac{\underline{U}_{s_3}}{\underline{U}_e} = \frac{-1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}.$$

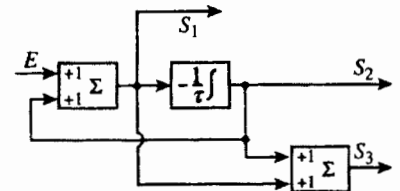
Tần số cắt tỉ lệ với $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$ của các bộ lọc sẽ được chỉnh theo bộ tích phân.



H.26. Kí hiệu của một điện trở tương đương tụ chuyển mạch:
 $u(t) = Ri(t).$



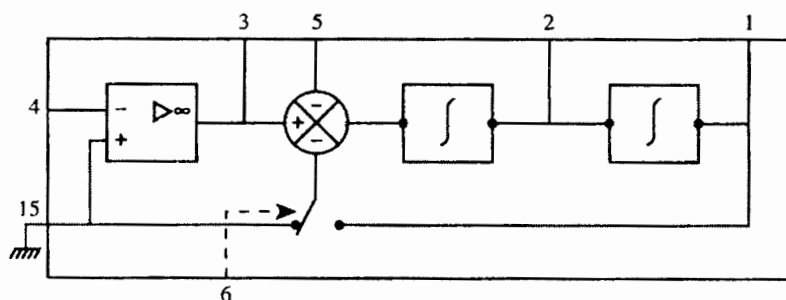
H.27. Mạch tích phân đảo dùng tụ chuyển mạch.



H.28. Bộ lọc van năng bậc 1 dùng tụ chuyển mạch.

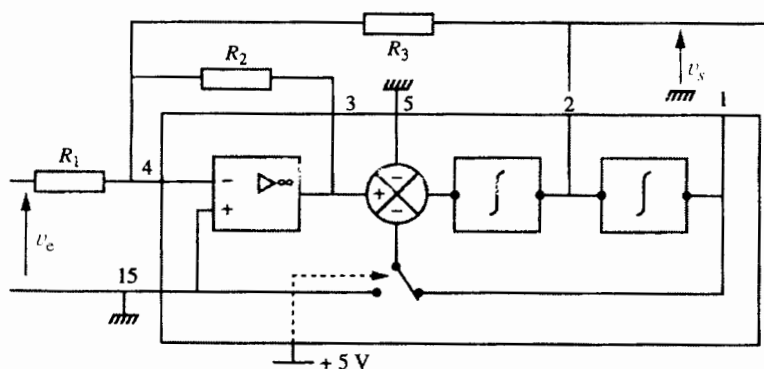
4.4. Bộ lọc thông dải có tần số cộng hưởng biến đổi được

Để thực hiện được mạch này ta cần đến hai bộ tích phân dùng tụ chuyển mạch và hai bộ cộng. Vì mạch MF10 (h.29) chứa bên trong nó các bộ phận này và vì thế nó cho phép thực hiện được các loại bộ lọc khác nhau như bộ lọc thông thấp, bộ lọc thông cao, bộ lọc thông dải, bộ lọc chắn dải... (xem bài tập 4).



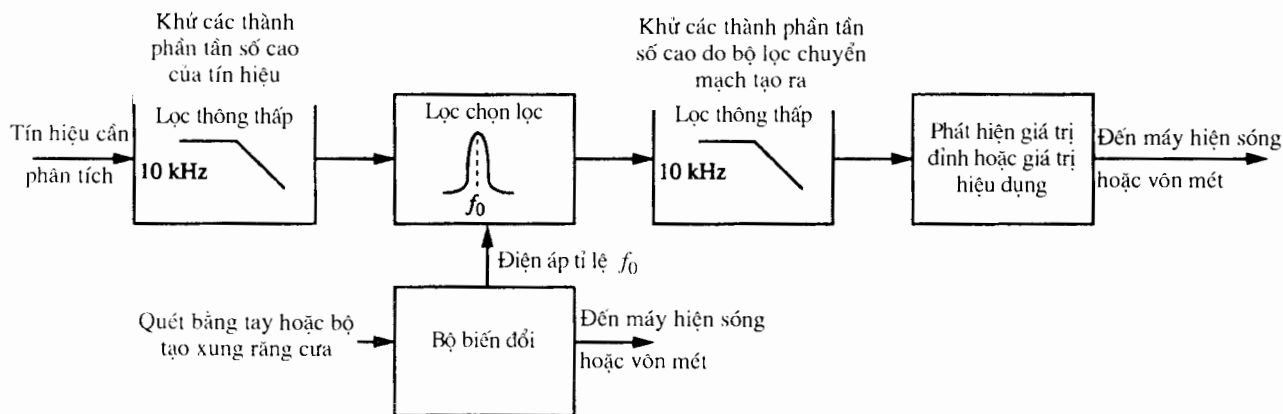
◀ H.29. Sơ đồ của vi mạch MF10.

Trên hình 30 là sơ đồ của bộ lọc thông dải có tần số cộng hưởng biến đổi được.



◀ H.30. Sơ đồ của bộ lọc thông dải có tần số cộng hưởng biến đổi được.

Sơ đồ này có thể được sử dụng trong máy phân tích phổ (h.31).



H.31. Mạch sử dụng trong máy phân tích phổ.

Áp dụng 6

1) Xác định hàm truyền của mạch. Chứng minh rằng hệ số phẩm chất của mạch không phụ thuộc vào tần số cộng hưởng.

2) Tín hiệu vào của mạch là hình vuông đối xứng có biên độ 0,1V và tần số 1kHz. Hãy sử dụng một phần mềm tính toán hình thức để tính giá trị hiệu dụng của tín hiệu ra khi tần số cộng hưởng của bộ lọc biến đổi từ 500 Hz đến 10 kHz đối với $R_1 = R_3 = 270\text{k}\Omega$ và $R_2 = 10\text{k}\Omega$. (chỉ tính đến hài bậc nhỏ hơn 20).

Ta có thể nói gì về việc sử dụng mạch này để thực hiện máy phân tích phổ?

Ta nhắc lại rằng giá trị hiệu dụng của một tín hiệu tuần hoàn có giá trị trung bình bằng 0 là căn bậc 2 của một nửa tổng bình phương của các hệ số trong

phân tích FOURIER của tín hiệu $\left(U = \sqrt{\frac{\sum a_n^2}{2}} \right)$.

1) Đặt $\omega_0 = 2\pi f_0$ thì

$$v_1 = \omega_0 \int v_s dt \text{ và } v_3 = \omega_0 \int (v_3 - v_1) dt.$$

Trong chế độ tuyến tính thì $v_4 = 0$, từ đó ta có:

$$\frac{v_e}{R_1} + \frac{v_3}{R_2} + \frac{v_s}{R_3} = 0.$$

Khử v_1 và v_3 ta có:

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{R_2}{R_3} \omega_0 \frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = -\frac{R_2}{R_1} \omega_0 \frac{dv_e}{dt}.$$

Đồng nhất phương trình trên với phương trình tổng quát của bộ lọc thông dải:

$$\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = A \frac{\omega_0}{Q} \frac{dv_e}{dt}$$

$$\text{ta có được } \omega_0 = 2\pi f_0, Q = \frac{R_3}{R_2} \text{ và } A = -\frac{R_3}{R_1}.$$

Tần số trung tâm của bộ lọc có thể điều chỉnh được mà không phải thay đổi hệ số phẩm chất hoặc hệ số khuếch đại. Vậy mạch thực hiện tốt chức năng mong muốn.

2) Phân tích FOURIER của tín hiệu hình vuông với

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ có biên độ V_0 tại $[nT, (n + \frac{1}{2})T]$ và $-V_0$ tại

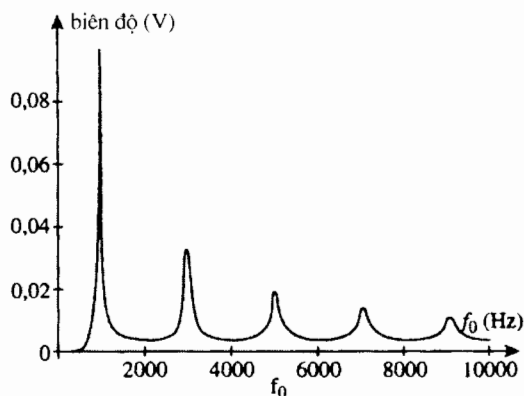
$[(n + \frac{1}{2})T, (n + 1)T]$ là:

$$v_e = \frac{4}{\pi} V_0 \sum_{p \geq 0} \frac{\sin((2p+1)\omega t)}{2p+1}.$$

Biên độ hài bậc n của tín hiệu đầu ra là $|H(nj\omega)|a_n$, từ đó ta tính được giá trị hiệu dụng của tín hiệu ra là:

$$U_s = \sqrt{\frac{8}{\pi^2}} V_0 \sum_{p \geq 0} \frac{|H((2p+1)j\omega)|^2}{(2p+1)^2}.$$

Ví dụ dùng chương trình MAPLE (h.32):



H.32. Phân tích phổ của một tín hiệu hình vuông đối xứng.

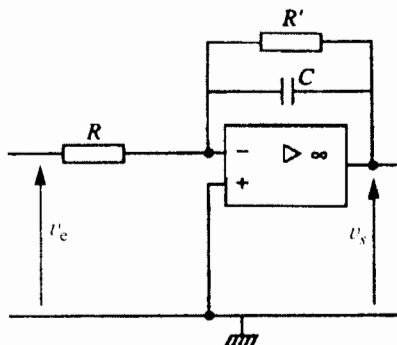
```
> # H ham truyen
> H:=x->A*x/Q/(1+I*x/Q-x^2);
> #Bp bien do cua hai bac 2p+1
> Bp:=4/Pi*V0(abs(H((2*p+1)*f/f0)))/(2*p+1);
> f:=1000;A:=-1;Q:=27;V0:=0.1;
> # U dien the hieu dung
> U:=sqrt(evalf(sum(Bp^2,p=0..9))/2);
> # ve do thi
> plot(U,f0=10000);
```

Trên hình 32 ta lưu ý rằng biên độ của các đỉnh tỉ lệ với $1/n$ và độ rộng của chúng tăng lên khi f_0 tăng (vì $\Delta f = Qf_0$ tăng lên khi f_0 tăng). Biên độ của đỉnh đầu tiên là cỡ $\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4A}{\pi} V_0 \approx 0,09 \text{ V}$ là giá trị hiệu dụng của hài bậc 1.

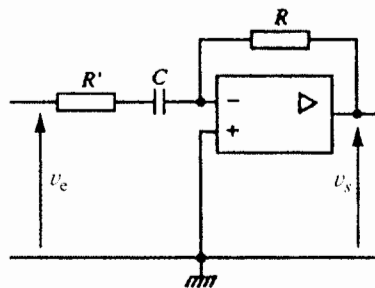
ĐIỀU CẦN GHI NHỚ

■ BỘ LỘC DÙNG BỘ KHUẾCH ĐẠI TÍNH TOÁN

Khi thực hiện một số bộ lọc ta phải tính đến các đặc tính thực của các linh kiện được sử dụng. Các bộ tích phân và vi phân dùng bộ khuếch đại tính toán là hai ví dụ.



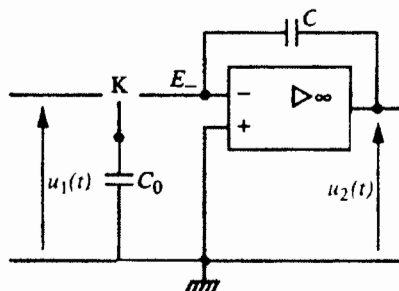
bộ tích phân



bộ vi phân

■ BỘ LỘC DÙNG TỤ CHUYỂN MẠCH

Mạch dùng tụ chuyển mạch cho phép thực hiện các bộ lọc có những đặc tính phụ thuộc vào một đại lượng dễ thay đổi (thí dụ tần số của tín hiệu điều khiển). Chúng được sử dụng ngày càng nhiều trong ngành điện tử.

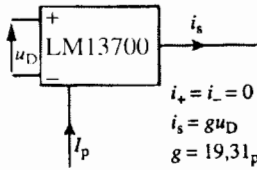


bộ tích phân dùng tụ chuyển mạch

BÀI TẬP

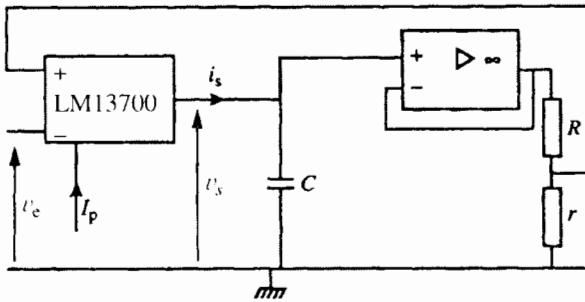
ÁP DỤNG TRỰC TIẾP BÀI GIẢNG

1 Nguyên lí của một bộ giảm nhiễu



Vì mạch LM 13700 là một bộ chuyển đổi độ dẫn truyền chế tạo bằng công nghệ mạch tích hợp.

Nó được đặc trưng bởi quan hệ $i_s = g u_D$ giữa dòng điện ra i_s , điện áp vi sai u_D ở đầu vào và độ dẫn truyền g . g có quan hệ với dòng điện điều khiển I_p thông qua biểu thức $g = 19,31 I_p$ (trong đó g có thứ nguyên là siemen, còn I_p là ampe).



1) Chứng minh rằng trong dải thông của mạch thì mạch trên là một bộ lọc thông thấp bậc 1 có hệ số khuếch đại không phụ thuộc vào I_p .

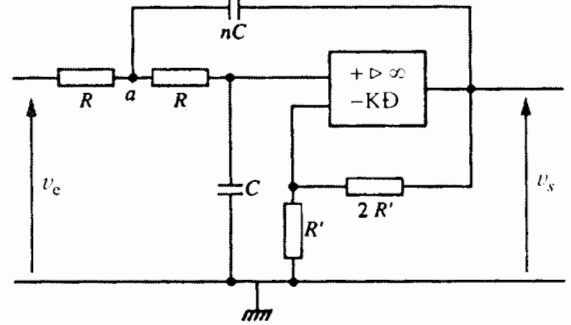
2) Biểu diễn tần số cắt của mạch theo r, R, C và I_p .

3) Mạch trên được sử dụng trong các bộ giảm nhiễu (Dynamic Noise Limiter hoặc Dynamic Noise Reductor) mà nguyên tắc của chúng như sau: nhiễu gây tác hại nhất trong tín hiệu âm thanh có tần số nằm trong khoảng 1kHz đến 10kHz, trong khi đó tín hiệu âm thanh có tần số lớn hơn 2 kHz thường đã không còn là cần thiết nữa. Như vậy chỉ cần khống chế tần số cắt cao của bộ lọc đối với biên độ của tín hiệu để hạn chế nhiễu bằng cách làm cho biên độ của nó yếu đi.

Hãy xác định vùng biến đổi của I_p để tần số cắt của bộ lọc nằm trong khoảng 800Hz và 16kHz ($R = 100k\Omega, r = 220\Omega, C = 1nF$).

2 Bộ lọc thông thấp bậc 2

Xét bộ lọc như trên hình vẽ.



1) Hãy xác định hàm truyền của mạch.

Trong điều kiện nào thì mạch ổn định

2) Biểu diễn hệ số phẩm chất của mạch theo n và tần số đặc trưng. Vẽ biểu đồ BODE ứng với $n = 0,1; n = 0,5$ và $n = 0,9$. Hãy xác định đáp ứng của mạch đối với tín hiệu vào hình vuông tuần hoàn với chu kỳ $T \ll RC$ hoặc $T \gg RC$ ứng với các giá trị trên của n .

VẬN DỤNG VỐN KIẾN THỨC

3* Bộ lọc cho loa

Một bộ loa thường gồm 2 loa: một loa để tiếp nhận các thành phần tần số cao còn loa kia để tiếp nhận các thành phần tần số thấp của tín hiệu điện. Ta coi việc biến đổi tín hiệu điện sang tín hiệu âm thanh là tuyến tính (nhất là không gây ra sự thay đổi về pha).

Việc phân chia các thành phần của tín hiệu cho mỗi loa được thực hiện nhờ một bộ lọc thông thấp và một bộ lọc thông cao với các hàm truyền dưới dạng chuẩn hóa tương ứng như sau:

$$H_B(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2} \text{ và } H_H(j\omega) = \frac{-x^2}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2},$$

trong đó $x = \frac{f}{f_0}$ (f_0 là tần số đặc trưng).

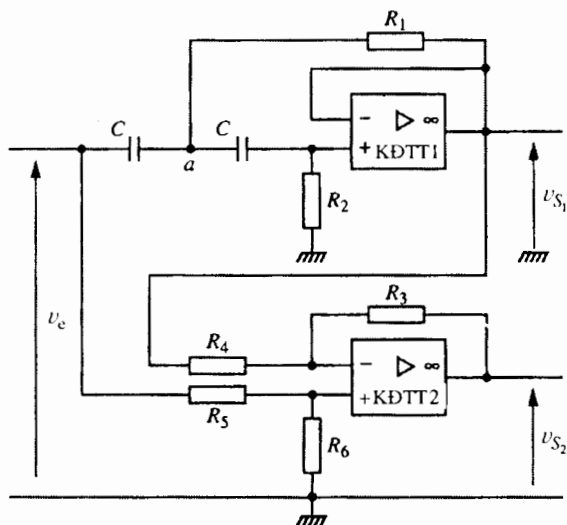
Trong một số ứng dụng ta thường chọn hệ số phẩm chất $Q = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

1) Chứng minh rằng với việc chọn như vậy thì tín hiệu có tần số f_0 không được truyền qua. Có xảy ra điều tương tự như trên hay không khi ta tráo các đầu nối của 1 loa cho nhau?

Trong cả hai trường hợp, các thay đổi của tín hiệu có thể nhận biết được. Tại sao? Vì vậy người ta thường thích chọn hàm truyền của bộ lọc thông thấp để cho tổng của hai hàm truyền bằng 1.

2) Chứng minh rằng mạch thực hiện theo sơ đồ trên thỏa mãn tiêu chuẩn đó đối với một giá trị đặc biệt của các tỉ số $\frac{R_3}{R_4}$ và $\frac{R_5}{R_6}$.

Hãy xác định R_2 và R_1 tương ứng với tần số đặc trưng là 300Hz đối với các giá trị $C = 47\text{nF}$, $Q = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (bộ lọc thông thấp là bộ lọc kiểu BESSEL).



4* Bô lọc van năng bậc 2

Xét bộ lọc như trên hình vẽ dưới đây :

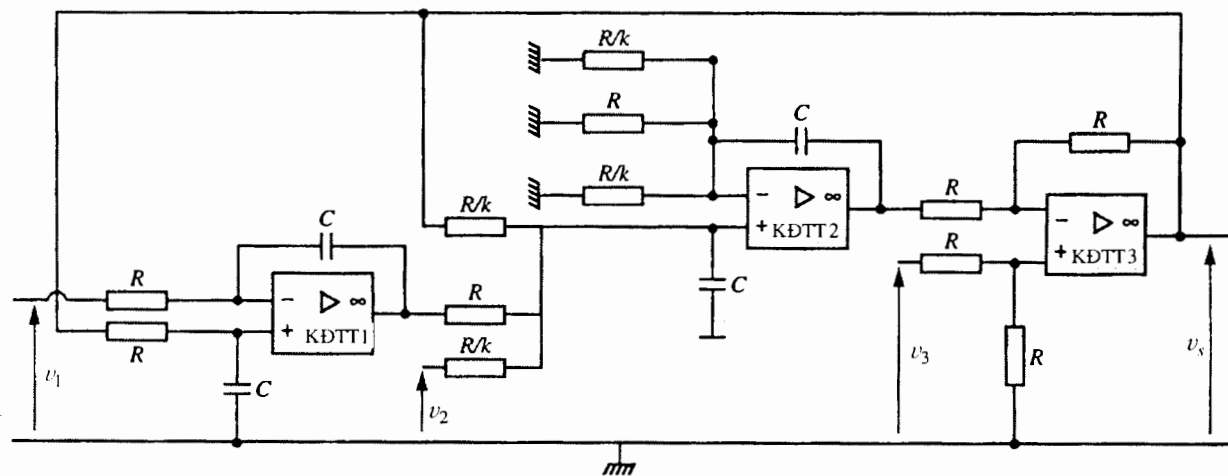
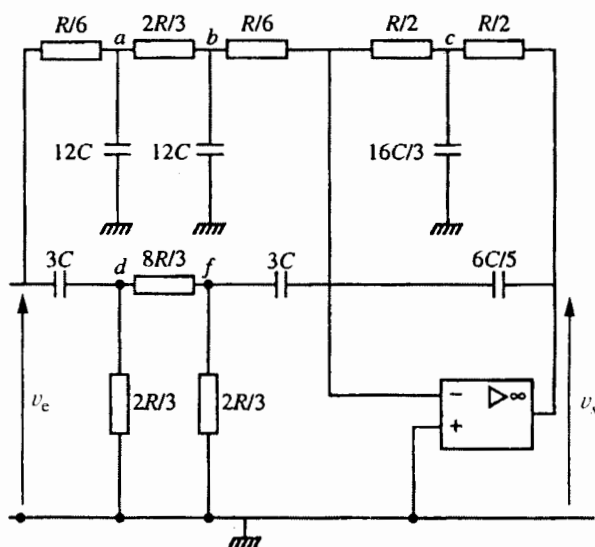
- 1) Hãy xác định quan hệ giữa V_s , V_1 , V_2 và V_3 .
- 2) Làm thế nào để thực hiện được bộ lọc thông thấp, bộ lọc thông cao, bộ lọc thông dải, bộ lọc chắn dải bằng mạch trên. Nêu ý nghĩa của k .
- 3) Hãy biểu diễn chức năng của mạch khi dùng các bộ vi phân và bộ tổng.

5** Bộ lọc thông thấp cắt một tần số

Trong tín hiệu âm thanh thường có lẫn một thành phần hình sin không mong muốn. Để xử lý tín hiệu này ta thường sử dụng một bộ lọc thông thấp để khử luôn cả thành phần hình sin nói trên. Đó chính là trường hợp của tín hiệu lấy từ máy thu thanh ở băng FM (điều tần), tín hiệu này thường chứa một thành phần có tần số 19 kHz cần thiết cho việc mã hoá tín hiệu âm thanh lập thể (stereo).

Chứng minh rằng bộ lọc trên hình vẽ sau đây là một bộ lọc thông thấp cắt một tần số. Hãy xác định tần số bị khử và đường tiệm cận tần số cao (có thể sử dụng một phần mềm tính toán hình thức để tính hàm truyền và vẽ biểu đồ BODE của mạch).

Cho $C = 1\text{nF}$, xác định giá trị R để có thể khử được tần số 19kHz . Hãy xác định bằng đồ thị dải thông tại -3dB .



6* Bộ lọc thông thấp bậc 2

Các bộ lọc thông thấp bậc 2 với hàm truyền chuẩn hóa là $H_B(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \omega^2}$ có thể được phân loại

theo giá trị của Q như sau:

- Bộ lọc BUTTERWORTH: Biểu đồ hệ số khuếch đại của mạch trong dải thông rất tồe;
- Bộ lọc BESSEL: Đặc tuyến pha của bộ lọc trong dải thông rất tuyến tính (trễ nhóm là hằng số);
- Bộ lọc TCHEBYTCHEEF: Có sự dao động với biên độ ε của hệ số khuếch đại trong dải thông và có sự suy giảm hệ số khuếch đại rất nhanh.

1) Hãy xác định giá trị của Q cho bộ lọc BESSEL và BUTTERWORTH từ việc nghiên cứu các hàm truyền tại lân cận $x = 0$ và Q của bộ lọc TCHEBYTCHEEF tương ứng với $\varepsilon = 1\text{dB}$.

2) Vẽ các biểu đồ cho hệ số khuếch đại và cho pha (tuyến tính) tương ứng. Tại người rất nhạy với độ tuyến tính của pha trong một tín hiệu âm thanh phức tạp, các loại bộ lọc nào có thể được sử dụng cho tín hiệu âm thanh.

7** Ví dụ về các bộ lọc tích cực

1) Biểu diễn tổng quát của hàm truyền của một bộ lọc thông thấp bậc 2

Chứng minh rằng một hệ thống có hàm truyền

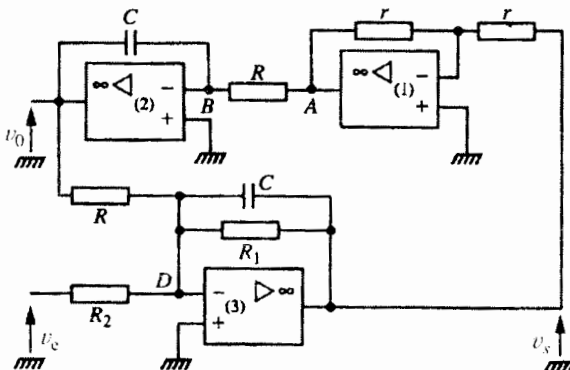
$$\underline{T}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = G_0 \frac{2\alpha jx}{1 + 2\alpha jx + (jx)^2},$$

trong đó G_0 và α là các hằng số thực và $x = j\frac{\omega}{\omega_0}$,

là một bộ lọc thông dải với tần số trung tâm $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

Hãy biểu diễn dải thông $\Delta\omega_0$ tại -3dB theo α và ω_0 và từ đó suy ra $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_0}$.

2) Bộ lọc tích cực có trạng thái thay đổi

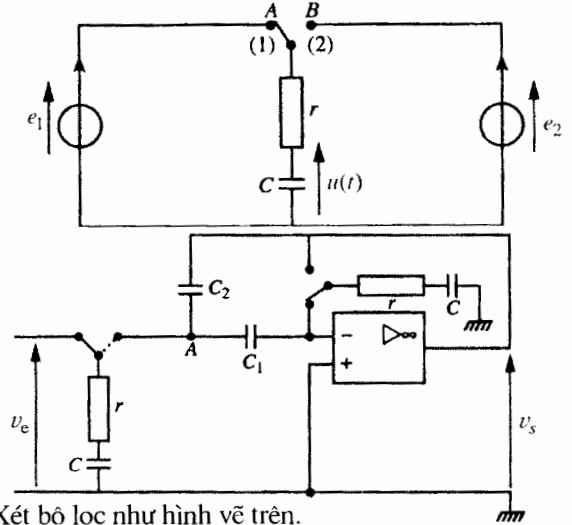


Xét bộ lọc như hình vẽ ở trên, trong đó các bộ khuếch đại tính toán được coi là lí tưởng và làm việc trong chế độ tuyến tính.

a) Hãy tính tỉ số của các điện thế phức: $j\frac{V_s}{V_0}$.

b) Hãy xác định hàm truyền của bộ lọc dưới dạng tổng quát được định nghĩa trong câu 1) và suy ra các biểu thức cho G_0 , ω_0 , α và hệ số chọn lọc Q .

3) Bộ lọc tích cực dùng tụ chuyển mạch



Xét bộ lọc như hình vẽ trên.

Một phần tử 2 cực gồm một tụ điện C và một điện trở r mắc nối tiếp được mắc thay phiên và tuần hoàn với hai nguồn điện áp một chiều có s.d.đ là e_1 và e_2 bằng một chuyển mạch 2 vị trí lí tưởng. Việc chuyển từ vị trí này sang vị trí kia được coi như xảy ra tức thì. Chu kì và tần số làm việc của chuyển mạch được kí hiệu là T_c và f_c . Bộ chuyển mạch ở vị trí (1) trong khoảng thời gian ứng với nửa chu kì $[nT_c, (n + \frac{1}{2})T_c]$, trong đó n là một số nguyên dương, và ở vị trí (2) trong khoảng thời gian còn lại của chu kì.

a) Viết phương trình vi phân cho điện áp $u_1(t)$ ở trên hai đầu tụ khi chuyển mạch ở vị trí (1). Tính $u_1(t)$ trong khoảng thời gian từ $t = nT_c$ đến $t = (n + \frac{1}{2})T_c$, biết rằng $\tau = rC \ll 0,5T_c$.

Tương tự, hãy tính điện áp $u_2(t)$ ở 2 đầu tụ khi chuyển mạch ở vị trí (2) trong khoảng thời gian từ

$$t = (n + \frac{1}{2})T_c \text{ đến } t = (n + 1)T_c.$$

b) Biểu diễn các giá trị tức thời $i_1(t)$ và $i_2(t)$ của dòng điện cung cấp bởi các nguồn điện áp trong mỗi vị trí của chuyển mạch và cả các giá trị trung bình $\langle i_1(t) \rangle$ và $\langle i_2(t) \rangle$ của chúng trong suốt chu kì chuyển mạch T_c .

c) Chứng minh rằng trên quan điểm của các đầu A và B và đối với các đại lượng điện trung bình thì mạch này có hành vi như một phần tử 2 cực có điện trở tương đương là R_e . Hãy biểu diễn R_e theo f_c và C .

d) S.d.d. của các máy phát bây giờ là các hàm hình sin của thời gian có cùng tần số $f \ll f_c$. Liệu mạch trên có còn hoạt động như một phần tử 2 cực có điện trở tương đương R_e nữa hay không?

e) Xét bộ lọc dùng các tụ chuyển mạch trong sơ đồ ở trên. Giả thiết 2 tụ là như nhau và tần số của 2 bộ chuyển mạch cũng như nhau. Hãy biểu diễn hàm truyền của mạch theo các giá trị của tụ C_1, C_2 và theo giá trị của điện trở tương đương R_e cho mỗi bộ lọc dùng tụ chuyển mạch.

f) Đưa ra các biểu thức cho G_0, ω_0, α và hệ số chọn lọc Q theo C_1, C_2, C và f_c .

Mặt khác công thức cho hệ chia điện áp tại V_+ cho ta:

$$V_+ = \frac{1}{1 + jRC\omega} V_a$$

và tại V_- cho ta $V_- = \frac{V_s}{3}$.

Trong chế độ tuyến tính thì $V_+ = V_-$. Nếu đặt $x = RC\omega = \frac{f}{f_0}$ (trong

đó $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$) và khử V_+ và V_a ta thu được:

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{3}{1 + j(1-n)x - nx^2}$$

Mạch này sẽ ổn định nếu $(1-n) > 0$, tức là $n < 1$ (xem mục 3.4).

2) Bằng cách đồng nhất biểu thức trên với công thức tổng quát:

$$H_B(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{Q} - \omega^2}$$

ta thu được hệ số phẩm chất của mạch $Q = \frac{\sqrt{n}}{1-n}$ và tần số đặc trưng của mạch là

$$f_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{n}RC}$$

BÀI GIẢI

1 Nguyên lý của một bộ giảm nhiễu

1) Ta tính hàm truyền của mạch. Bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng và làm việc trong chế độ lặp nên ta có:

$$V_s = \frac{I_s}{jC\omega}; V_- = \frac{r}{R+r} V_s = \alpha V_s,$$

trong đó $\alpha = \frac{r}{R+r}$.

Sử dụng các đặc tính của LM 13700 ta có:

$$V_s = \frac{g(V_e - \alpha V_s)}{jC\omega}.$$

từ đó ta thu được hàm truyền:

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{1 + j\frac{C\omega}{g\alpha}}$$

Hàm truyền này tương ứng với bộ lọc thông thấp bậc 1 với hệ số khuếch đại là $-20\log\alpha$ không phụ thuộc vào I_p và vào tần số cắt cao

$$f_H = \frac{\alpha g}{2\pi C}.$$

2) $f_H = \frac{rg}{2\pi C(R+r)} = 3,07 \frac{rI_p}{C(R+r)}$ (I_p được đo bằng ampe).

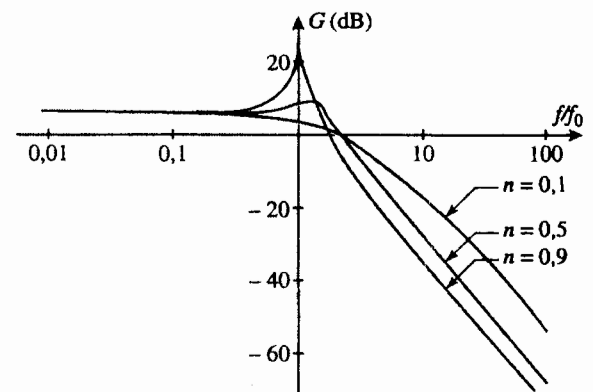
3) Thay các giá trị số ta có: $f_H = \alpha I_p$, trong đó $\alpha = 6,74 \text{ kHz/mA}$.

Với $f_H = 800\text{Hz}$ thì $I_p = 0,12\text{mA}$ còn với $f_H = 16\text{kHz}$ thì $I_p = 2,4\text{mA}$.

2 Bộ lọc thông thấp bậc 2

Định luật nút áp dụng tại a cho ta:

$$\frac{V_e - V_a}{R} + \frac{V_+ - V_a}{R} + jnC\omega(V_s - V_a) = 0.$$



Đối với các giá trị n gần bằng 1 thì đường cong của hệ số khuếch đại có đỉnh nhọn. Đối với các tần số cao thì hệ số khuếch đại gần với giá trị tiệm cận của nó (độ dốc -40 dB/decade và $\varphi = \pi$). Tất cả các hài của tín hiệu có chu kì nhỏ hơn RC đều bị tích phân 2 lần.

Trong trường hợp $n = 0,1$ các cung parabol bị méo dạng vì hệ số khuếch đại không đủ gần với giá trị tiệm cận đối với $f = 10 f_0$. Đáp ứng với tín hiệu hình vuông ở đầu vào vì thế là các cung parabol. Đối với các hài tần số thấp thì bộ lọc là một bộ khuếch đại có hệ số khuếch đại bằng 2.

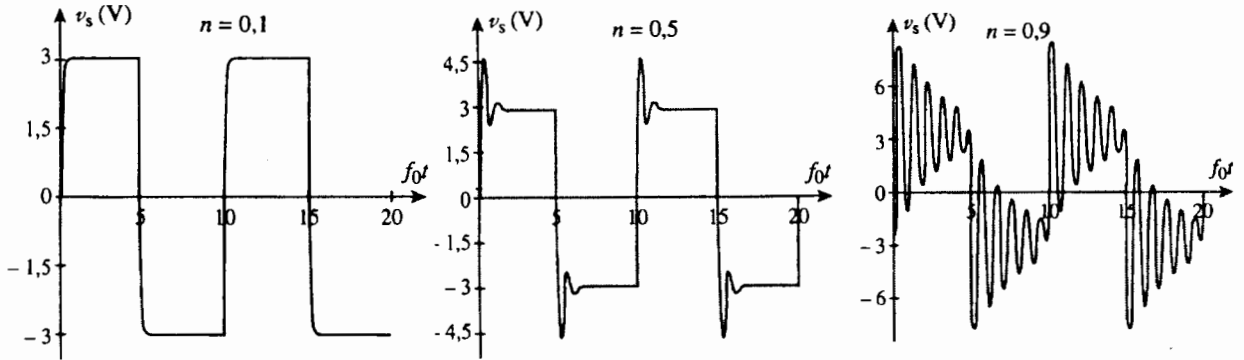
Đối với giá trị $n = 0,1$ và nhất là $n = 0,5$ thì tất cả các hài của tín hiệu hình vuông có chu kì lớn hơn RC và có biên độ lớn đều được khuếch đại lên 2 lần: tín hiệu đầu ra là hình vuông có biên độ lớn gấp 2 lần tín hiệu đầu vào.

Trong trường hợp $n = 0,9$ các hài có tần số lân cận của giá trị

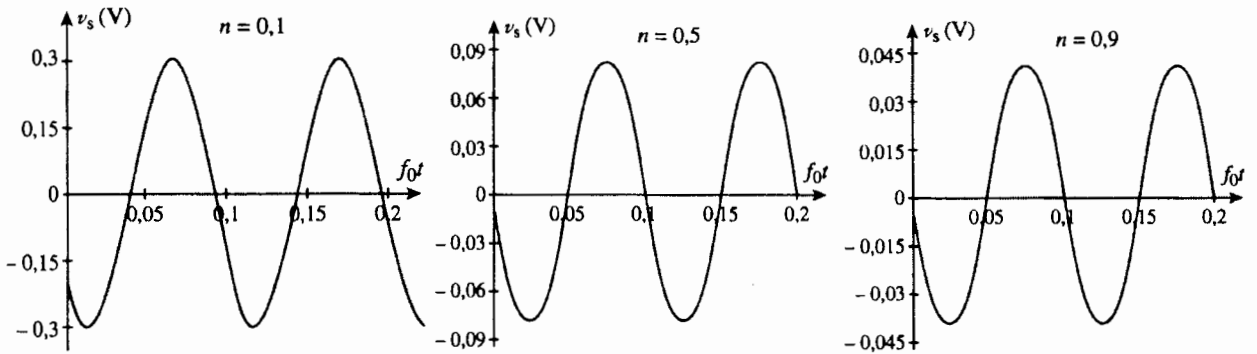
$f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$ đều được khuếch đại lên một cách đáng kể. Điều này được

biểu hiện bằng các dao động gần như tuần hoàn ở tần số này (xem các hình sau).

$$T \gg RC$$



$$T \ll RC$$



3 Bộ lọc cho loa

1) Biên độ tổng cộng của tín hiệu ra được tính theo biểu thức:

$$\underline{V}_s = (\underline{H}_B + \underline{H}_H) \underline{V}_e = \frac{-x^2 + 1}{-x^2 + j\frac{x}{Q} + 1} \underline{V}_e$$

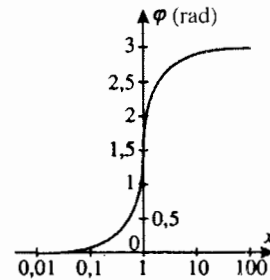
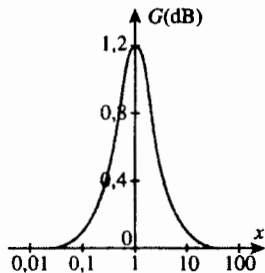
Quan hệ này tương ứng với một bộ lọc cắt bỏ tần số f_0 (khi $x = 1$ thì $\underline{V}_s = 0$).

Tần số f_0 này sẽ bị khử bởi một hệ thống bao gồm 2 bộ lọc. Kết quả của việc loại bỏ tần số này có thể nghe thấy được.

Nếu ta đảo các đầu nối của 1 loa thì

$$\underline{V}_s = (\underline{H}_B - \underline{H}_H) \underline{V}_e = \frac{x^2 + 1}{-x^2 + j\frac{x}{Q} + 1} \underline{V}_e$$

Rõ ràng lúc này thì tần số f_0 không bị khử nữa nhưng hệ số khuếch đại của toàn hệ thống bị phụ thuộc chút ít vào tần số xung quanh f_0 vì pha của mạch thay đổi rất nhanh ở đây. Sự xoay pha này nghe thấy được và làm cho mạch không thể sử dụng được cho các mục đích âm thanh.



2) Bộ khuếch đại tính toán 1 làm việc trong chế độ tuyến tính nên nếu áp dụng định luật nút tại a ta có:

$$jC\omega(\underline{V}_e - \underline{V}_a) + \left(\frac{1}{R_1} + jC\omega\right)(\underline{V}_{s1} - \underline{V}_a) = 0$$

và biểu thức cho bộ chia điện áp tại đầu vào thuận của nó là:

$$\underline{V}_{s1} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{1}{jC\omega}} \underline{V}_a$$

Từ đó cuối cùng ta có:

$$\underline{V}_{s1} = \frac{-R_1 R_2 C^2 \omega^2}{-R_1 R_2 C^2 \omega^2 + 2jR_1 C\omega + 1} \underline{V}_e$$

Bộ khuếch đại tính toán 2 làm việc trong chế độ tuyến tính nên biểu thức

cho bộ chia điện áp tại đầu vào thuận của nó là: $\underline{V}_{2+} = \frac{R_6}{R_5 + R_6} \underline{V}_e$, và

định lý MILLMAN tại đầu vào đảo cho ta:

$$\underline{V}_{2-} = \frac{1}{R_3 + R_4} (R_3 \underline{V}_{s1} + R_4 \underline{V}_{s2})$$

Vì bộ khuếch đại tính toán 2 ở chế độ tuyến tính nên $\underline{V}_{2-} = \underline{V}_{2-}$ và từ đó

$$\underline{V}_{s2} = \frac{R_3 + R_4}{R_4} \frac{R_6}{R_5 + R_6} \underline{V}_e - \frac{R_3}{R_4} \underline{V}_{s1}$$

Nếu như $\frac{R_3}{R_4} = \frac{R_5}{R_6}$ thì $\underline{V}_{s2} = \underline{V}_e - \underline{V}_{s1}$.

Tần số đặc trưng của mạch là $f_0 = \frac{1}{2\pi C \sqrt{R_1 R_2}}$ và hệ số phẩm chất

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$$

Với các trị số đã cho thì $R_2 = \frac{4}{3} R_1$, từ đó ta thu được $R_1 = 9,8 \Omega$ và

$R_2 = 13 \text{ k}\Omega$.

4 Bộ lọc vạn năng bậc 2

Áp dụng định lý MILLMAN:

- tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán 1: $\underline{V}_{1-} = \frac{jC\omega \underline{V}_{s1} + \frac{\underline{V}_1}{R}}{\frac{1}{R} + jC\omega}$;

- tại đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán 2:

$$\underline{V}_{2+} = \frac{\left(\frac{\underline{V}_{s1} + k\underline{V}_2 + k\underline{V}_s}{R} \right)}{\frac{1+2k}{R} + jC\omega};$$

- tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán 3: $\underline{V}_{3-} = \frac{\underline{V}_2 + \underline{V}_s}{2}$.

Ta cũng có được các biểu thức sau đây khi áp dụng biểu thức cho bộ chia điện áp:

- tại đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán 1: $\underline{V}_{1+} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \underline{V}_s$;

- tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán 2: $\underline{V}_{2-} = \frac{jRC\omega}{1 + 2k + jRC\omega} \underline{V}_{s2}$;

- tại đầu vào thuận của bộ khuếch đại tính toán 3: $\underline{V}_{3+} = \frac{\underline{V}_2}{2}$.

Giả thiết các bộ khuếch đại tính toán đều làm việc trong chế độ tuyến tính thì điện thế vì sai tại đầu vào của chúng đều bằng 0. Sau khi khử một số biến ta thu được:

$$jRC\omega \underline{V}_{s1} = \underline{V}_s - \underline{V}_1, jRC\omega \underline{V}_{s2} = k\underline{V}_s + \underline{V}_{s1} + k\underline{V}_2 \text{ và } \underline{V}_{s3} = \underline{V}_3 - \underline{V}_{s2}.$$

Cuối cùng ta có:

$$\underline{V}_s (1 + k jRC\omega - (RC\omega)^2) = \underline{V}_1 - jkRC\omega \underline{V}_2 - (RC\omega)^2 \underline{V}_3$$

2) Bảng cách đồng nhất với các hàm truyền của: bộ lọc thông thấp:

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2}, \text{ bộ lọc thông cao: } \underline{H} = \frac{-x^2}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2}, \text{ bộ lọc}$$

thông dải: $\underline{H} = \frac{j \frac{x}{Q}}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2}$ và bộ lọc chắn dải: $\underline{H} = \frac{-x^2 + 1}{1 + j \frac{x}{Q} - x^2}$.

ta nhận thấy:

Nếu $\underline{V}_2 = \underline{V}_3 = 0$ (các điểm tương ứng với chúng được nối đất) thì bộ lọc

$\underline{V}_1 \rightarrow \underline{V}_s$ là bộ lọc thông thấp;

Nếu $\underline{V}_1 = \underline{V}_2 = 0$ (các điểm tương ứng với chúng được nối đất) thì bộ lọc

$\underline{V}_3 \rightarrow \underline{V}_s$ là bộ lọc thông cao;

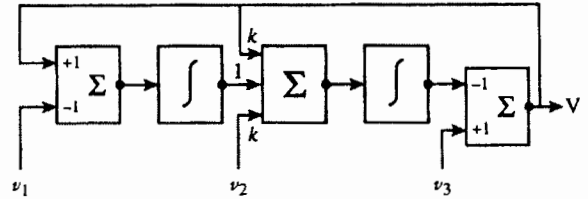
Nếu $\underline{V}_1 = \underline{V}_3 = 0$ (các điểm tương ứng với chúng được nối đất) thì bộ lọc

$\underline{V}_2 \rightarrow \underline{V}_s$ là bộ lọc thông dải;

Nếu $\underline{V}_2 = 0$ (điểm tương ứng với nó được nối đất) và $\underline{V}_1 = \underline{V}_3$ (các điểm tương ứng với chúng được nối liền) thì bộ lọc $\underline{V}_1 \rightarrow \underline{V}_s$ hoặc $\underline{V}_3 \rightarrow \underline{V}_s$ là bộ lọc chắn dải;

Trong tất cả các biểu thức trên k là nghịch đảo hệ số phẩm chất của mạch.

3) Trong 3 hệ thức viết tại 1) thì $jRC\omega \underline{V}_{s1} = \underline{V}_s - \underline{V}_1$ tương ứng với việc tích phân một hiệu, $jRC\omega \underline{V}_{s2} = k\underline{V}_s + \underline{V}_{s1} + k\underline{V}_2$ tương ứng với việc tích phân một tổng với các thành phần có trọng số và $\underline{V}_s = \underline{V}_3 - \underline{V}_{s2}$ tương ứng với việc trừ 2 tín hiệu. Từ đó ta có sơ đồ chức năng của mạch:



5 Bộ lọc thông thấp cắt một tần số

Ta có được các biểu thức sau đây khi áp dụng định luật nút tại các điểm:

a: $3 \frac{\underline{V}_b - \underline{V}_a}{2R} + 6 \frac{\underline{V}_e - \underline{V}_a}{R} - 12 jC\omega \underline{V}_a = 0$;

b: $3 \frac{\underline{V}_a - \underline{V}_b}{2R} - 6 \frac{\underline{V}_b}{R} - 12 jC\omega \underline{V}_b = 0$;

c: $2 \frac{\underline{V}_s - \underline{V}_c}{R} - \frac{16 jC\omega}{3} \underline{V}_c - \frac{2}{R} \underline{V}_c = 0$;

d: $3 jC\omega (\underline{V}_c - \underline{V}_d) - \frac{3 \underline{V}_d}{2R} + \frac{3(\underline{V}_f - \underline{V}_d)}{8R} = 0$;

f: $\frac{3(\underline{V}_d - \underline{V}_f)}{8R} - 3 jC\omega \underline{V}_f - \frac{3 \underline{V}_f}{2R} = 0$;

và tại đầu vào đảo của bộ khuếch đại tính toán:

$$\frac{6 \underline{V}_b}{R} + \frac{2 \underline{V}_c}{R} + 3 jC\omega \underline{V}_f + \frac{6}{5} jC\omega \underline{V}_s = 0.$$

Sử dụng chương trình MAPLE ($p=j\omega$):

```
>solve([3/2/R*(Vb-Va)+6/R*(Ve-Va)-12*C*p*Va=0, 3/2/R*(Va-Vb)-6/R*Vb-12*C*p*Vb=0,
2/R*(Vs-Vc)-16/3*C*p*Vc-2/R*Vc=0, 3*C*p*(Ve-Vd)+3/8/R*(Vf-Vd)-3/2/R*Vd=0,
3/8/R*(Vd-Vf)-3*C*p*Vf-3/2/R*Vf=0,
6*Vb/R+2*Vc/R+3*C*p*Vf+6/5*C*p*Vs=0],
{Va,Vb,Vc,Vd,Vf,Vs});
```

ta sẽ được lời giải: $\underline{V}_s = -5 \frac{R^2 C^2 p^2 + 1}{16 R^3 C^3 p^3 + 20 R^2 C^2 p^2 + 16 R C p + 5} \underline{V}_e$.

Tử số của biểu thức bị triệt tiêu với $RC\omega = 1$, tức là tần số bị loại bỏ là $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$.

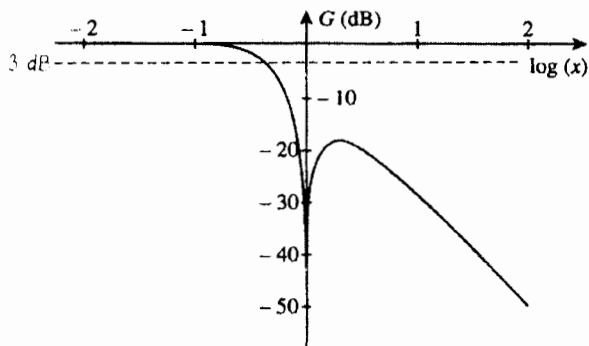
Tiệm cận tần số cao là $G = -20 \log \frac{16 RC\omega}{5}$ với độ dốc là -20 dB/decad , tiệm

cận tần số thấp là $G = 0$ và giao điểm giữa 2 tiệm cận có tần số là $\frac{5}{16} f_0$.

Vẽ biểu đồ BODE với $x = \log \frac{f}{f_0}$:

>assign(""); # gan cac gia tri

>plot(20*log10(subs(R=1,C=1,p=1*10^x,abs)Vb/Ve)),x=-2..2).



Để khử tần số 19 kHz: trên đồ thị ta có $x = \log \frac{f}{f_0} = -0,4$ tại hệ số khuếch đại là -3dB , tức là dải thông từ 0 đến 7,6kHz.

6 Bộ lọc thông thấp bậc 2

Đối với bộ lọc:

• BUTTERWORTH: ta tính hệ số khuếch đại:

$$G = -10 \log \left(x^4 + \left(\frac{1}{Q^2} - 2 \right) x^2 + 1 \right).$$

Để cho hệ số khuếch đại chỉ bị thay đổi ít nhất ở lân cận 0 thì số hạng chứa x^2 phải bằng 0, từ đó ta có $Q = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

• BESSEL: ta tính pha của mạch: $\tan \varphi = \frac{x}{Q(x^2 - 1)}$, ($-\pi < \varphi < 0$). (Chú

ý rằng việc xác định φ phụ thuộc vào sự thay đổi dấu của $\cos \varphi$ khi $x = 1$).

Với khai triển bậc 3 tại lân cận điểm 0: $\text{Atg} x \approx x - \frac{x^3}{3}$ ta thu được:

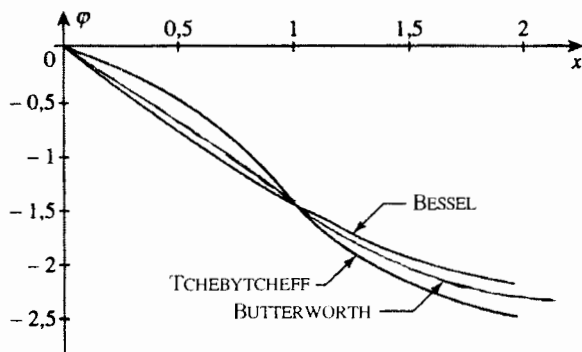
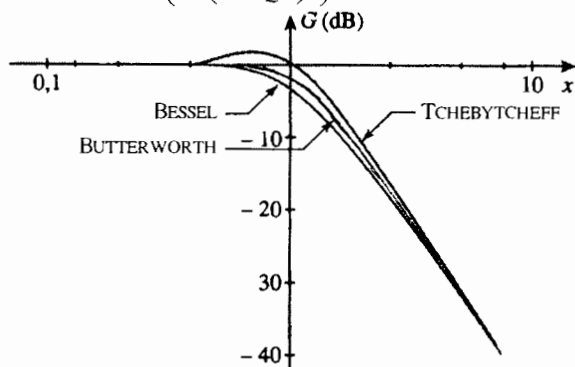
$$\varphi \approx \text{Atg} x \left(\frac{x}{Q(x^2 - 1)} \right) \approx -\text{Atg} \left(\frac{x}{Q} (1 + x^2) \right) \approx -\frac{x}{Q} - \frac{x^3}{Q} + \frac{x^3}{3Q^3}.$$

Để pha là tuyến tính tại lân cận điểm 0 ta cần $Q = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

• TCHEBYTCHEFF: Nếu tồn tại thì giá trị lớn nhất của hệ số khuếch đại G_{dB} là tại $x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$:

$$G_{\max} = -10 \log \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2} \right)^2 \right).$$

Khi $G_{\max} = 1\text{dB}$ thì $\left(1 - \left(1 - \frac{1}{2Q^2} \right)^2 \right) = 10^{-0,1}$ nên $Q \approx 0,96$.



Pha của bộ lọc TCHEBYTCHEFF không có độ tuyến tính trong dải thông đã cho. Bộ lọc TCHEBYTCHEFF vì thế không được ứng dụng trong kỹ thuật âm thanh.

7 Ví dụ các bộ lọc tích cực

1) $|T(j\omega)| = |G_0| \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4\alpha^2} \left(x - \frac{1}{x} \right)^2}}$. Khi $x \rightarrow 0$ hoặc $x \rightarrow \infty$ thì

$|T| \rightarrow 0$. Tại $x = 1$ thì mẫu số của biểu thức là nhỏ nhất và $|T| = |G_0|$.

mạch lúc này là bộ lọc thông dải với tần số trung tâm f_0 .

Dải thông tại -3dB , tức là tại $|T| = \frac{|G_0|}{\sqrt{2}}$ là

$$1 + \frac{1}{4\alpha^2} \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 2, \text{ từ đó: } x - \frac{1}{x} = \pm 2\alpha.$$

Các nghiệm có ý nghĩa vật lý chấp nhận được ($x > 0$) của 2 phương trình bậc 2 nói trên là:

$$x = \pm \alpha + \sqrt{1 + \alpha^2}, \text{ từ đó } \frac{\Delta \omega_0}{\omega_0} = 2\alpha, \Delta \omega_0 = 2\alpha \omega_0 \text{ và } Q = \frac{1}{2\alpha}.$$

2a) Bộ khuếch đại tính toán 1 được nối như một bộ khuếch đại đảo với hệ số khuếch đại là -1 và làm việc trong chế độ tuyến tính nên $V_A = -V_s$ và $V_B = 0$. Định luật nút áp dụng tại B cho ta:

$$\frac{V_A}{R} + jC\omega V_D = 0$$

(không có dòng chạy vào B trong bộ khuếch đại 1).

$$\text{Từ đó } \frac{V_D}{V_s} = \frac{1}{RjC\omega}.$$

2b) Bộ khuếch đại tính toán 3 làm việc trong chế độ tuyến tính nên $V_D = 0$.

Định luật nút áp dụng tại D cho ta:

$$\frac{V_s}{R_2} + \left(\frac{1}{R_1} + jC\omega \right) V_s + \frac{V_D}{R} = 0$$

(không có dòng chạy vào D trong bộ khuếch đại 3).

Khử V_D ta được:

$$\frac{V_s}{V_s} = -\frac{R_1}{R_2} \frac{1}{1 + j \frac{R_1}{R} \left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega} \right)}.$$

$$G_0 = -\frac{R_1}{R_2}, \omega_0 = \frac{1}{RC}, \alpha = \frac{R}{2R_1} \text{ và } Q = \frac{R_1}{R}.$$

3a) $i_1(t) = C \frac{du_1}{dt}$, $e_1 = rC \frac{du_1}{dt} + u_1$,

nen $u_1(t) = e_1 + Ae^{-t/rC}$.

Vì $\tau \ll rC \ll \frac{T_c}{2}$ nên $u_1(t) \approx e_1$ sau một quá trình quá độ ngắn. Tương tự ta cũng có cho nửa chu kỳ còn lại $u_2(t) \approx e_2$ sau một quá trình quá độ ngắn.

Từ đó ta có các biểu thức cho u_1 và u_2 :

$$u_1(t) = e_1 + (e_2 - e_1)e^{-(t-nT_c)/rC}$$

và

$$u_2(t) = e_2 + (e_1 - e_2)e^{-(t-(n+1/2)T_c)/rC}$$

b) $i_1(t) = C \frac{du_1}{dt} = \frac{1}{r}(e_1 - e_2)e^{-(t-nT_c)/rC}$

$$i_2(t) = C \frac{du_2}{dt} = (e_2 - e_1)e^{-(t-(n+1/2)T_c)/rC}$$

Từ đó:

$$\langle i_1 \rangle = \frac{1}{T_c} \int_{nT_c}^{(n+1/2)T_c} i_1 dt \approx \frac{1}{T_c} \int_{nT_c}^{\infty} i_1 dt = C \frac{e_1 - e_2}{T_c}$$

và tương tự

$$\langle i_2 \rangle = C \frac{e_2 - e_1}{T_c}$$

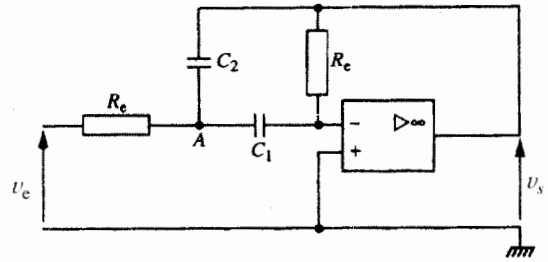
c) Ta thấy $\langle i_1 \rangle = -\langle i_2 \rangle$. Phần mạch giữa điểm A và điểm B có thể coi như một phần tử 2 cực.

$$U_{AB} = (e_1 - e_2) \text{ và } \langle i_{AB} \rangle = \langle i_1 \rangle = Cf_c(e_1 - e_2)$$

Tức là $U_{AB} = R_e \langle i_{AB} \rangle$, trong đó $R_e = \frac{1}{Cf_c}$ biểu diễn điện trở tương đương của mạch nhìn từ 2 điểm A và B.

d) Nếu $T_c \ll T$ tức là $f_c \gg f$ thì e_1 và e_2 biến đổi chút ít trong một chu kỳ chuyển mạch. Các quan hệ ở trên vẫn đúng.

e) Nếu ta thay các tụ chuyển mạch bằng điện trở tương đương của chúng thì bộ lọc trở thành:



Bộ khuếch đại tính toán là lí tưởng và làm việc trong chế độ tuyến tính nên $v_- = 0$ và nếu ứng dụng định luật nút tại đầu vào đảo ta có:

$$jC_1\omega \underline{V}_A + \frac{V_s}{R_e} = 0$$

Mặt khác định luật nút tại điểm A cho ta:

$$\frac{V_e - V_A}{R_e} + jC_2\omega (V_s - V_A) - jC_1\omega V_A = 0$$

Khử $\underline{V}_A$ trong các phương trình trên ta thu được:

$$\underline{T} = -\frac{1}{1 + \frac{C_2}{C_1} + j\left(R_e C_2\omega - \frac{1}{R_e C_1\omega}\right)}$$

f) Ta có thể viết:

$$\underline{T} = -\frac{C_1}{C_1 + C_2} \frac{1}{1 + j\frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2} \left(R_e \sqrt{C_1 C_2} \omega - \frac{1}{R_e \sqrt{C_1 C_2} \omega}\right)}$$

và từ đó bằng phép đồng nhất ta thu được:

$$G_0 = -\frac{C_1}{C_1 + C_2}, \omega_0 = \frac{1}{R_e \sqrt{C_1 C_2}} \text{ và } Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{C_1 + C_2}$$

Ưu điểm của bộ lọc loại này là tần số trung tâm của nó có thể thay đổi được một cách dễ dàng (chỉ cần thay đổi f_c) mà vẫn giữ nguyên được hệ số phẩm chất của mạch.

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập nội dung :

VŨ THANH MAI

Trình bày bìa :

ĐOÀN HỒNG

Sửa bản in :

VŨ THANH MAI

Chế bản :

HOÀNG THÙY TRANG

ĐIỆN TỬ HỌC

Mã số: 7K487 T6 - DAI

In 1.000 bản, khổ 19 x 27 cm; tại Xí nghiệp in Hà Tây. Số in: 22/ĐH;

Số XB: 21-323/GD. In xong và nộp lưu chiểu tháng 3 năm 2006



ĐIỆN TỬ HỌC



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ
HEVOBCO

Địa chỉ : 25 HànThuyên, Hà Nội



8 934980 640098



Giá: 22.500đ