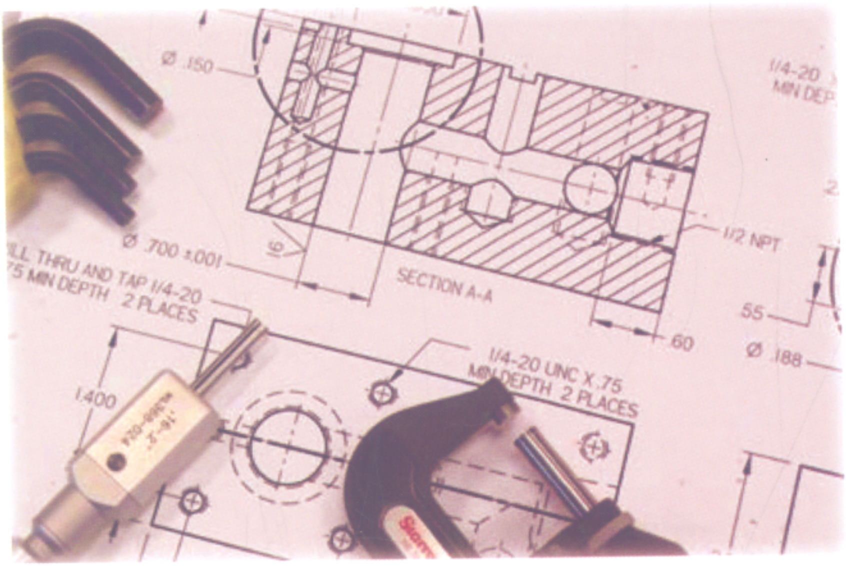
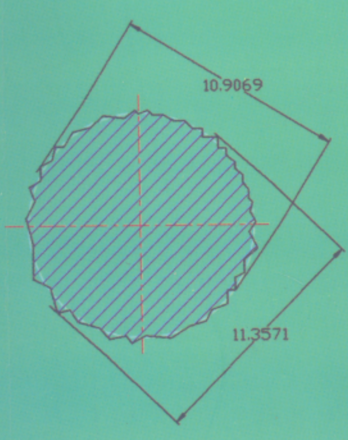
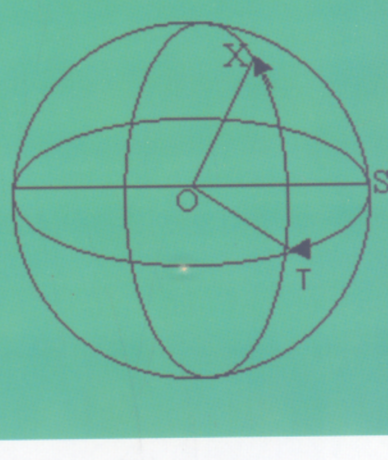
GS.TS. TRẦN VĂN ĐỊCH

CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG







Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật

LỜI NÓI ĐẦU

Nâng cao chất lượng và hạ giá thành sản phẩm là một nhiệm vụ quan trọng của nghành chế tạo máy. Để nâng cao chất lượng sản phẩm cần phải phân tích các thông số của độ chính xác và nghiên cứu quan hệ phụ thuộc giữa chúng và các yếu tố công nghệ. Giải quyết các nhiệm vụ này chỉ có thể được thực hiện bằng các phương pháp thực nghiệm. Kết quả thực nghiệm cho phép xây dựng các mô hình toán học biểu thị quan hệ giữa các yếu tố ngẫu nhiên với mục đích tối ưu hóa nguyên công hoặc quy trình công nghệ. Độ chính xác gia công là đặc tính chủ yếu của chi tiết máy. Trong thực tế không thể chế tạo chi tiết có độ chính xác tuyệt đối bởi vì khi gia công trên xuất hiện các sai số.

Nâng cao độ chính xác gia công cho phép tăng độ bền và tuổi thọ của chi tiết máy. Chính vì vậy, các nhà khoa học từ trước đến nay đã và đang thực hiện các công trình nghiên cứu về độ chính xác gia công .

Ở Việt Nam, độ chính xác gia công đã được nghiên cứu từ lâu, đặc biệt là trong những năm gần đây số học viên cao học và nghiên cứu sinh ngày càng đông, do đó các đề tài nghiên cứu về độ chính xác gia công ngày càng nhiều. Tuy nhiên, cho đến nay ở Việt Nam chưa có một cuốn sách nào viết về độ chính xác gia công.

Trước tình hình thực tế như vậy, chúng tôi biên soạn cuốn sách "Các phương pháp xác định độ chính xác gia công" làm giáo trình cho học viên cao học, làm tài liệu cho các nghiên cứu sinh khi thực hiện các đề tài nghiên cứu của mình. Ngoài ra, cuốn sách còn được dùng cho các kỹ sư cơ khí, các cán bộ nghiên cứu ở các viện và các giảng viên ở các trường đại học kỹ thuật trong công tác sản suất, nghiên cứu và đào tạo.

Do biên soạn lần đầu, chắc chắn cuốn sách còn những thiếu sót, chúng tôi hoan nghênh bạn đọc góp ý kiến để lần tái bản sau cuốn sách được hoàn chỉnh hơn. Chúng tôi xin chân thành cảm ơn.

Các ý kiến đóng góp xin gửi về Bộ môn Công nghệ chế tạo máy, Khoa Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội hoặc Ban biên tập Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

Tác giả.

Bài mở đầu

VAI TRÒ CỦA THỰC NGHIỆM

Phương pháp thực nghiệm đóng một vai trò rất quan trọng trong nghiên cứu. Chỉ có thực nghiệm mới cho ta kết quả chính xác để khẳng định chân lý khoa học. Thực nghiệm được coi như một hệ thống có tác động nhằm thu nhận những thông tin chính xác về đối tượng nghiên cứu.

Phương pháp thực nghiệm bao gồm một loạt những thí nghiệm được lặp lại nhiều lần trong những điều kiện nhất định để có khả năng ghi nhận kết quả. Điều kiện thí nghiệm được xác định bằng những yếu tố (hoặc là những biến số không phụ thuộc) x_1, $x_2 \ldots x_K$, mà người ta giả định là chúng ảnh hưởng tới đối tượng nghiên cứu. Với kết quả của các thí nghiệm, người ta có thể nhận được hàm số phụ thuộc y, mà người ta giả định nó phụ thuộc vào các yếu tố x_1, $x_2 \ldots x_K$. Kết quả của thực nghiệm cho phép ta xây dựng hàm số y=f(x).

Trong công nghệ chế tạo máy, tất cả các yếu tố được chia ra 3 nhóm :

1. Những yếu tố biểu thị chất lượng của phôi hoặc chi tiết, ví dụ: độ cứng vật liệu, cấu trúc của vật liệu, lượng dư, độ chính xác kích thước, v...v.

2. Những yếu tố điều chỉnh, ví dụ: chế độ cắt, độ chính xác của máy, của dụng cụ và của đồ gá.

3. Những yếu tố không thể kiểm tra được trong từng thí nghiệm, ví dụ: sự thay đổi thành phần hóa học của phôi hoặc bán thành

phẩm hay điện áp tăng, giảm, nhiệt độ môi trường không ổn định và sự thay đổi tính chất của thiết bị theo thời gian (độ mòn máy, dụng cụ, vật liệu ...).

Dựa theo số lượng các yếu tố biến đổi (yếu tố không phụ thuộc), thực nghiệm được chia ra:

- Thực nghiệm một yếu tố.
- Thực nghiệm nhiều yếu tố.

Thực nghiệm một yếu tố là thực nghiệm mà trong các thí nghiệm chỉ có một yếu tố biến đổi không phụ thuộc .

Thực nghiệm nhiều yếu tố là thực nghiệm mà trong các thí nghiệm có nhiều yếu tố biến đổi không phụ thuộc. Nghiên cứu thực nghiệm cũng được chia ra hai loại:

- Nghiên cứu định tính.
- Nghiên cứu định lượng.

Nghiên cứu định tính chỉ nhằm xác định có sự phụ thuộc hay không giữa các yếu tố. Còn nghiên cứu định lượng nhằm xác định cụ thể mức độ phụ thuộc giữa các yếu tố.

Nghiên cứu thực nghiệm bao gồm những giai đoạn sau đây:

- Đặt mục đích của thực nghiệm.
- Đưa ra giả thuyết về đối tượng nghiên cứu (đối tượng A phụ thuộc vào các yếu tố x , y , v...v).
- Tổ chức phương pháp thực nghiệm.
- Tiến hành các thí nghiệm.
- Xử lý số liệu thực nghiệm và phân tích kết quả.
- Kiểm tra giả thuyết nêu ra xem có phù hợp hay không.
- Đưa ra các giả thuyết mới nếu giả thuyết đưa ra trước không phù hợp. Ví dụ, giả thuyết về phụ thuộc tuyến tính không phù hợp, phải nêu ra giả thuyết phi tuyến và thực hiện các thí nghiệm mới.
- Tiến hành các thí nghiệm mới.

Chương 1
ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

1.1. KHÁI NIỆM

Như đã biết sự kiện ngẫu nhiên là sự kiện trong một môi trường nhất định có thể xảy ra hoặc không xảy ra. Như vậy, đại lượng ngẫu nhiên cũng được định nghĩa tương tự như sau: đại lượng X được gọi là ngẫu nhiên, nếu nó có giá trị bằng a hoặc bằng b khi thử nghiệm.

Các đại lượng ngẫu nhiên được chia ra:

- Đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn.
- Đại lượng ngẫu nhiên liên tục.

Ngẫu nhiên gián đoạn là các đại lượng mà trong quá trình thử nghiệm chúng chỉ có giá trị nguyên dương và không có các giá trị trung gian. Ví dụ, số lượng các chi tiết phế phẩm chỉ có thể là số nguyên dương 1, 2, 3, 4, v...v, mà không thể là số lẻ 1,5; 1,7; v...v. Như vậy, số lượng các chi tiết phế phẩm là đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn .

Ngẫu nhiên liên tục là các đại lượng mà trong quá trình thử nghiệm chúng có thể có bất kỳ một giá trị nào trong một phạm vi giới hạn nhất định. Ví dụ, các kích thước của chi tiết gia công trên máy là các đại lượng ngẫu nhiên liên tục bởi vì chúng có thể có bất kỳ một giá trị nào trong một phạm vi giới hạn nhất định.

Khả năng xuất hiện của các đại lượng ngẫu nhiên được đánh giá bằng xác suất.

Toàn bộ các giá trị ngẫu nhiên nằm trong thứ tự tăng dần với chỉ số xác suất được gọi là phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên.

Phân bố ngẫu nhiên được chia ra:

- Phân bố lý thuyết.

- Phân bố thực nghiệm.

Trong phân bố lý thuyết việc đánh giá khả năng xuất hiện của đại lượng ngẫu nhiên được thực hiện bằng xác suất, còn trong phân bố thực nghiệm – bằng tần số hoặc tần suất xuất hiện khi thử nghiệm.

Như vậy, phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên là toàn bộ các giá trị xuất hiện nằm trong thứ tự tăng dần với chỉ số của tần số hoặc tần suất.

Bảng 1.1 là phân bố lý thuyết, còn bảng 1.2 là phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn.

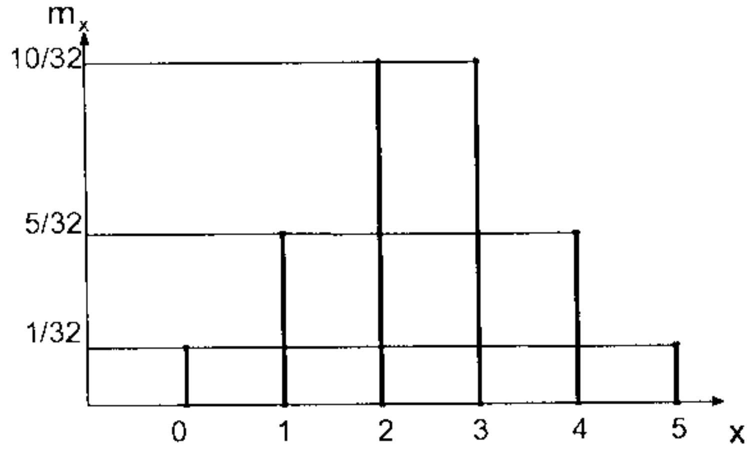
Bảng 1.1. Phân bố lý thuyết của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn

Biến số x	x_1	x_2	x_3	x_4	...	x_n	
Xác suất P(x)	$P(x_1)$	$P(x_2)$	$P(x_3)$	$P(x_4)$	...	$P(x_n)$	$\sum_1^n P(x) = 1$

Bảng 1.2 . Phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên

Biến số x	0	1	2	3	4	5	
Tần suất m_x	$\frac{1}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{1}{32}$	$\sum_1^5 m_{x_i} = 1$

Hình 1.1. là đồ thị phân bố đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn theo số liệu của bảng 1.2.



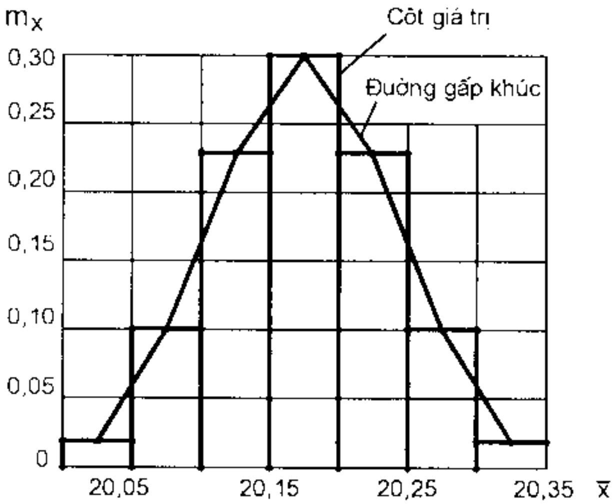
Hình 1.1. Đồ thị phân bố đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn

Nếu đại lượng ngẫu nhiên là liên tục thì việc thể hiện phân bố của nó rất khó dưới dạng bảng hoặc đồ thị, ngay cả khi các giá trị này nằm trong phạm vi rất hẹp. Vì vậy trong thực tế khi nghiên cứu các đại lượng liên tục, các giá trị của qui luật được tách ra các khoảng chia sao cho các giá trị của các khoảng chia lớn hơn thang chia độ của dụng cụ đo (để cho các giá trị cần đo nằm trong một khoảng chia nào đó). Sau đó cần tính số lượng các giá trị nằm trong từng khoảng chia. Số lượng các giá trị này được gọi là tần số. Vì vậy, bảng phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên liên tục có dạng như bảng 1.3.

Bảng 1.3 . Phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên liên tục

Khoảng chia, x	**Tần số,** f_i	**Tần suất,** m_i
20 - 20,05	2	0,02
20,05 - 20,10	10	0,10
20,10 - 20,15	24	0,24
20,15 - 20,20	30	0,30
20,20 - 20,25	22	0,22
20,25 - 20,30	10	0,10
20,30 - 20,35	2	0,02

Hình 1.2 là đồ thị phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên được xây dựng theo số liệu của bảng 1.3.



Hình 1.2. Đồ thị phân bố đại lượng ngẫu nhiên liên tục

Đường gấp khúc trên hình 1.2 được gọi là đường cong phân bố thực nghiệm.

Khi nghiên cứu lý thuyết các đại lượng ngẫu nhiên liên tục rất khó tách chúng ra thành các khoảng chia, vì vậy người ta đưa ra khái niệm "hàm phân bố ".

Giả sử X - đại lượng ngẫu nhiên, còn x – số thực nào đó: ở đây X<x và ứng với sự kiện này có xác suất P(X<x) chính là hàm của x, có nghĩa là:

$$P(X, x) = F(x) \tag{1.1}$$

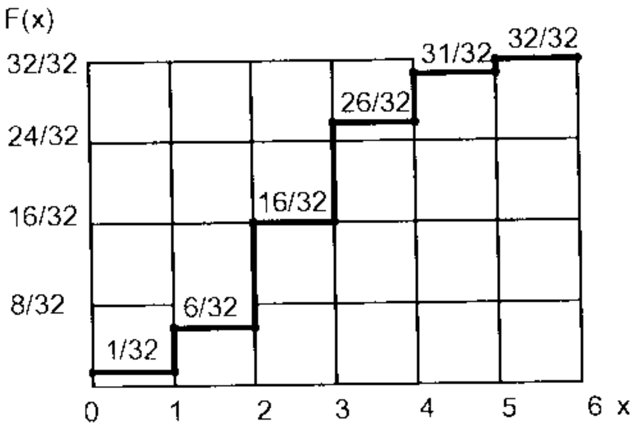
F(x) được gọi là phân bố của xác suất của đại lượng ngẫu nhiên hoặc là hàm phân bố tích phân (gọi tắt là hàm tích phân). Như vậy, hàm tích phân xác định xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên X khi thử nghiệm có giá trị nhỏ hơn số thực x ($-\infty < x < +\infty$). Đại lượng ngẫu nhiên được xem là cho trước nếu biết được hàm phân bố của nó.

Đối với đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn, hàm tích phân F(x) được xác định một cách dễ dàng theo bảng hoặc theo đồ thị. Ví dụ, theo đồ thị hình 1.1 thì F(x) đối với bất kỳ giá trị nào của x bằng tổng xác suất của các giá trị X nằm ở bên trái của điểm x. Trong trường hợp đặc biệt khi X < 3 ta có:

$$P(X < 3) = P(x = 0) + P(x = 1) + P(x=2) = \frac{1}{32} + \frac{5}{32} + \frac{10}{32} = \frac{16}{32}$$

Hàm tích phân có thể được thể hiện dưới dạng đồ thị, nếu theo trục hoành ta đặt giá trị x, còn theo trục tung ta đặt giá trị F(x) = P(X < x).

Đối với đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn, đồ thị của hàm tích phân có dạng đường cong bậc. Với phân bố theo số liệu của bảng 1.2, đồ thị sẽ có dạng như trên hình 1.3.



Hình 1.3. Đồ thị hàm tích phân của đại lượng tích phân gián đoạn

Trục tung của đường cong đối với bất kỳ giá trị nào của x sẽ bằng tổng xác suất của các giá trị trước đó, có nghĩa là:

$$F(x) = P(X < x) \tag{1.2}$$

Nếu biết $F(x_1)$ và $F(x_2)$, có nghĩa là các trục tung của hàm tích phân đối với hai điểm bất kỳ trên trục hoành, thì sẽ biết xác suất của các sự kiện mà giá trị của đại lượng ngẫu nhiên X khi thử nghiệm nhỏ hơn x_1 hoặc x_2, bởi vì:

$$F(x_1) = P(X < x_1) \text{ và } F(x_2) = P(X < x_2).$$

Khi biết được các xác suất này, có thể tính được xác suất mà khi thử nghiệm đại lượng ngẫu nhiên nằm trong phạm vi từ x_1 đến x_2 (bao gồm x_1 nhưng không bao gồm x_2), có nghĩa là:

$$P(x_1 \le X < x_2) \tag{1.3}$$

Rõ ràng sự kiện $X < x_2$ được chia ra hai sự kiện thành phần:

$$X < x_1 \quad \text{và} \quad x_1 \le X < x_2$$

Dựa theo nguyên tắc cộng xác suất ta có:

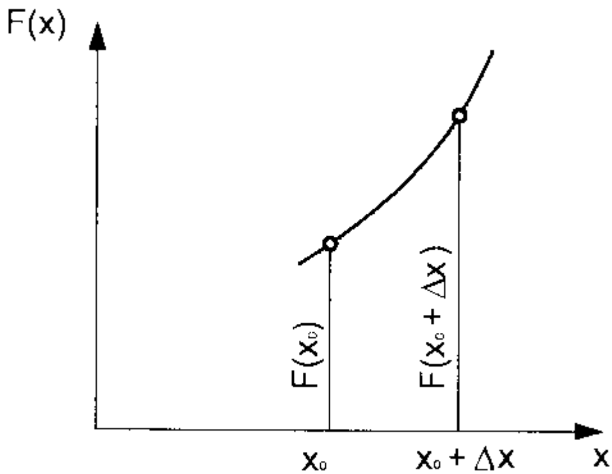
$$P(X < x_2) = P(X < x_1) + P(x_1 \le X < x_2).$$

Do đó:

$$P(x_1 \le X < x_2) = P(X < x_2) - P(X < x_1) = F(x_2) - F(x_1) \tag{1.4}$$

Như vậy, xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên khi thử nghiệm nằm trong phạm vi từ x_1 đến x_2 bằng hiệu của hàm tích phân trong phạm vi đó.

Đối với đại lượng ngẫu nhiên liên tục, đồ thị phân bố của hàm tích phân có dạng một đường cong tăng dần và đường cong này có đường tiếp tuyến tại tất cả các điểm (hình 1.4).



Hình 1.4 . Đồ thị hàm tích phân của đại lượng ngẫu nhiên liên tục

Giả sử ta lấy hai điểm bất kỳ x_0 và $x_0 + \Delta x$ trên trục hoành, tọa độ trục tung của hàm tại các điểm này sẽ là $F(x_0)$ và $F(x_0+\Delta x)$.

Cũng cách chứng minh tương tự như trên ta được:

$$P(x_0 < X < x_0+\Delta x) = F(x_0+\Delta x) - F(x_0) \quad (1.5)$$

Hàm tích phân của đại lượng ngẫu nhiên liên tục là một hàm vi phân . Đạo hàm lần thứ nhất của hàm tích phân được gọi là hàm vi phân hoặc là mật độ xác suất. Nó được kí hiệu là $\varphi(x)$. Từ định nghĩa của đạo hàm ta có thể viết:

$$\varphi(x) = F'(x) = \lim \frac{F(x_0+\Delta x) - F(x_0)}{\Delta x} \quad (1.6)$$

Khi $\Delta x \to 0$

Hoặc khi tính đến đẳng thức (1.5) :

$$\varphi(x) \quad \lim \frac{P(x_0 < X < x_0+\Delta x)}{\Delta x} \quad (1.7)$$

Khi $\Delta x \quad > 0$

Như vậy, mật độ xác suất $\varphi(x)$ là giới hạn giữa tỷ lệ xác suất mà từ x_0 đến $x_0 + \Delta x$ và giá trị của Δx khi Δx tiến tới 0.

$F(x)$ là một hàm bậc nhất đối với $\varphi(x)$, vì vậy xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên X khi thử nghiệm có giá trị nằm trong khoảng từ a đến b bằng một tích phân xác định trong giới hạn từ a đến b của mật độ xác suất:

$$P(a \le X < b) = F(b) - F(a) = \int_a^b F'(x)dx = \int_a^b \varphi(x)dx \quad (1.8)$$

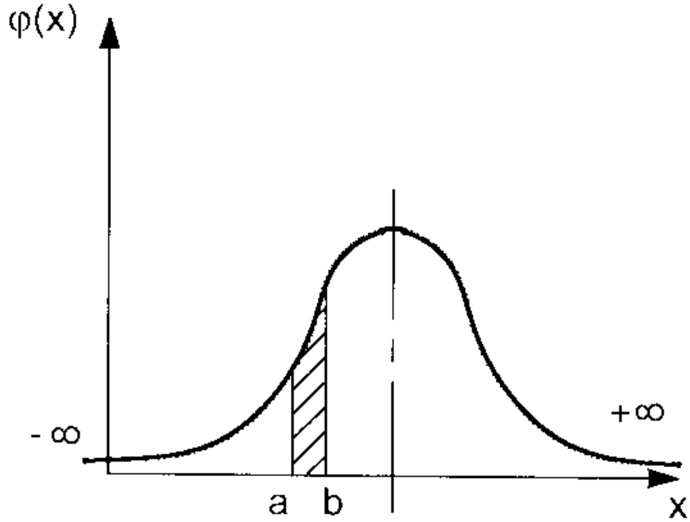
Hàm vi phân của đại lượng ngẫu nhiên liên tục có thể được biểu diễn dưới dạng một đường cong nào đó. Ví dụ, trong những điều kiện nhất định nào đó, hàm vi phân $\varphi(x)$ có dạng một đường cong như trên hình 1.5. Trong trường hợp này, xác suất:

$$P(a \le X < b) = \int_a^b \varphi(x)dx$$

sẽ là diện tích của một hình thang cong có đáy dưới là ab và đáy trên là đường cong vi phân.

Rõ ràng, nếu đại lượng ngẫu nhiên X biến động trong phạm vi $\pm\infty$ thì xác suất mà khi thử nghiệm nó có một giá trị bất kỳ trong phạm vi đó sẽ bằng 1, nghĩa là:

$$P(-\infty < X < +\infty) = F(+\infty) - F(-\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)dx = 1 \quad (1.9)$$



Hình 1.5. Đường cong phân bố của hàm vi phân của đại lượng ngẫu nhiên liên tục.

1.2. ĐẶC TÍNH PHÂN BỐ CỦA ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Để nghiên cứu phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên, người ta dùng nhiều đặc tính định lượng xác định tâm phân bố và khoảng phân tán xung quanh tâm phân bố đó.

Đặc tính định lượng (hay đặc tính số) của tâm phân bố có tên gọi là độ đo vị trí, còn đặc tính số của phân tán có tên gọi là độ đo phân tán.

Độ đo vị trí có các khái niệm: Kỳ vọng toán học, giá trị trung bình cộng, giá trị có hàm số bằng nhau và giá trị có xác suất lớn nhất.

Độ đo phân tán có các khái niệm: phương sai, sai lệch bình phương trung bình và giới hạn.

1.2.1. Độ đo vị trí

1. *Kỳ vọng toán học của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn.*

Kỳ vọng toán học của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn là tổng của tích của các giá trị có khả năng xảy ra với xác suất tương ứng . Kỳ vọng toán học được kí hiệu bằng Mx :

$$Mx = \sum_{i=1}^{n} x_i P(x_i) \tag{1.10}$$

Ở đây:n-số giá trị có khả năng xảy ra của đại lượng ngẫu nhiên x.

Ví dụ 1.1

Đại lượng ngẫu nhiên có phân bố sau đây :

x_i	0	1	2	3	
$P(x_i)$......	0,2	0,3	0,4	0,1	$\sum_{0}^{3} P(x_i) = 1$

Kỳ vọng toán học Mx bằng

$$Mx = 0.0,2 + 1.0,3 + 2.0,4 + 3.0,1 = 1,4$$

2. *Kỳ vọng toán học của đại lượng ngẫu nhiên liên tục.*

Kỳ vọng toán học của đại lượng ngẫu nhiên liên tục là tích phân giới hạn của tích mật độ xác suất $\varphi(x)$ và biến số x được chọn trong khoảng từ $-\infty$ đến $+\infty$:

$$Mx = \int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi(x)dx \tag{1.11}$$

3. *Giá trị trung bình cộng*

Giá trị trung bình cộng của đại lượng ngẫu nhiên là tổng của tích các giá trị quan sát với tần suất của chúng. Giá trị trung bình cộng của đại lượng ngẫu nhiên x được kí hiệu bằng $\overline{X}$:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m} x_i f_i \tag{1.12}$$

Ở đây: f_i - tần số của giá trị x_i .

n – số lượng giá trị x_i được quan sát ($n = \sum_{i=1}^{m} f_i$).

m – số lượng các giá trị x_i biến đổi.

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên liên tục, giá trị x_i là giá trị giữa của khoảng chia của x.

Ví dụ 1.2

Cho phân bố của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn sau đây, hãy tính giá trị trung bình cộng $\overline{X}$:

x_i	1	2	3	4	5	
f_i	2	4	2	1	1	$\sum f_i = 10$

Vậy $\overline{X} = \frac{1}{10}(1.2 + 2.4 + 3.2 + 4.1 + 5.1) = 2,5$

Ví dụ 1.3

Xác định giá trị trung bình cộng $\overline{X}$ của đại lượng ngẫu nhiên liên tục có phân bố cho trong bảng 1.4.

Bảng 1.4. Phân bố của đại lượng ngẫu nhiên liên tục.

Khoảng giá trị x	**Điểm giữa của khoảng chia x_i**	**Tần số f_i**
2-6	4	1
6-10	8	4
10-14	12	4
14-18	16	1
		$\sum f_i = 10$

$\overline{X}$ có giá trị sau:

$$\overline{X} = \frac{1}{10}(4.1 + 8.4 + 12.4 + 16.1) = 10$$

Kỳ vọng toán học thường được sử dụng cho phân bố lý thuyết mà trong đó giá trị x được đánh giá nhờ xác suất. Trong phân bố thực nghiệm khi mà giá trị x được đánh giá nhờ tần số hoặc tần suất cần sử dụng giá trị trung bình cộng $\overline{X}$.

1.2.1.1. Các tính chất của kỳ vọng toán học

Kỳ vọng toán học có những tính chất cơ bản sau:

1. Kỳ vọng toán học của một đại lượng không đổi C chính là bản thân đại lượng này.

$$Mc = C \tag{1.13}$$

2. Kỳ vọng toán học của tích giữa đại lượng không đổi C và đại lượng ngẫu nhiên x bằng tích của đại lượng không đổi và kỳ vọng toán học của đại lượng ngẫu nhiên:

$$Mc.x = C.Mx \tag{1.14}$$

3. Kỳ vọng toán học của tổng các đại lượng ngẫu nhiên x_i bằng tổng các kỳ vọng toán học của các đại lượng đó:

$$M\sum x_i = \sum Mx_i \tag{1.15}$$

4. Kỳ vọng toán học của tổng của đại lượng không đổi và đại lượng ngẫu nhiên bằng tổng của đại lượng không đổi và kỳ vọng toán học của của đại lượng ngẫu nhiên:

$$M(c + x) = C + Mx \tag{1.16}$$

5. Kỳ vọng toán học của tích các đại lượng ngẫu nhiên bằng tích các kỳ vọng toán học của chúng:

$$Mxy = Mx.My \tag{1.17}$$

1.2.1.2 Giá trị có hàm số bằng nhau (Mediana)

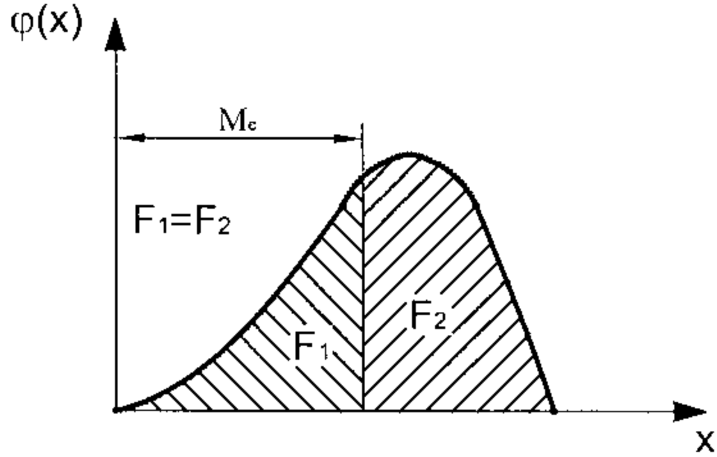
Giá trị có hàm số bằng nhau của đại lượng ngẫu nhiên liên tục là giá trị có hàm phân bố bằng1/2. Điều này có nghĩa là xác suất của đại lượng ngẫu nhiên x có giá trị nhỏ hơn giá trị có hàm số bằng nhau và chính xác bằng xác suất của đại lượng này có giá trị lớn hơn giá trị có hàm số bằng nhau ($F_1 = F_2$, hình 1.6).

Giá trị có hàm số bằng nhau được kí hiệu bằng Me và đối với đại lượng ngẫu nhiên liên tục nó được xác định theo công thức :

$$\int_{-\infty}^{M_e} \varphi(x)dx = \int_{M_e}^{+\infty} \varphi(x)dx \tag{1.18}$$

Về mặt hình học thì giá trị có hàm số bằng nhau Me là trục hoành của một điểm nào đó trên đường cong của mật độ xác suất $\varphi(x)$ mà trục tung của nó chia diện tích dưới đường cong ra hai phần bằng nhau (hình 1.16). Nếu đại lượng ngẫu nhiên x có dạng gián đoạn thì để xác định giá trị có hàm số bằng nhau của x cần đặt các đại lượng x theo thứ tự tăng dần $(x_1, x_2, x_3,..., x_m..., x_n)$ và giá trị có hàm số bằng nhau được chọn là giá trị trung gian x nằm giữa x_{m-1} và x_m để thỏa mãn điều kiện:

$$\sum_{i=1}^{m-1} P(x_i) = \sum_{i=m}^{n} P(x_i) \tag{1.19}$$



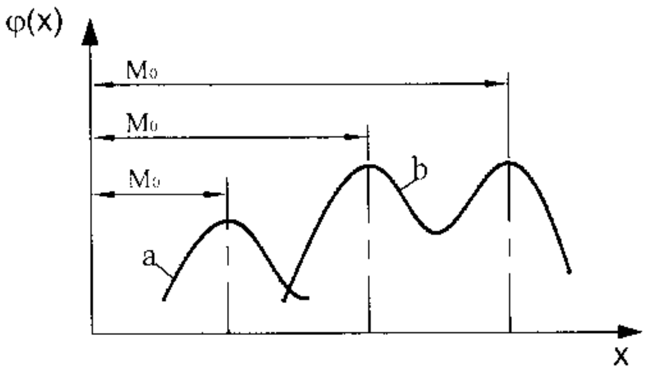
Hình 1.6. Đồ thị phân bố của giá trị có hàm số bằng nhau

Bằng cách tương tự có thể xác định được giá trị thực nghiệm có hàm số bằng nhau. Ví dụ, chọn 5 chi tiết được gia công trên máy có kích thước 20,10; 20,05; 19,98; 20,08 và 20,03. Ta xếp các kích thước trên đây theo thứ tự tăng dần: 19,98; 20,03; 20,05; 20,08; 20,10. Vì số lượng kích thước là số lẻ nên có thể chọn giá trị có hàm số bằng nhau Me là kích thước nằm ở giữa, có nghĩa là (n+1)/2 , ở đây n=5, do đó, ta chọn kích thước thứ 3, tức là $Me = 20,05$. Nếu số lượng kích thước n chẵn thì chọn giá trị có hàm số bằng nhau Me là giá trị trung bình của hai kích thước ở giữa . Ví dụ, khi n=4, ta có:

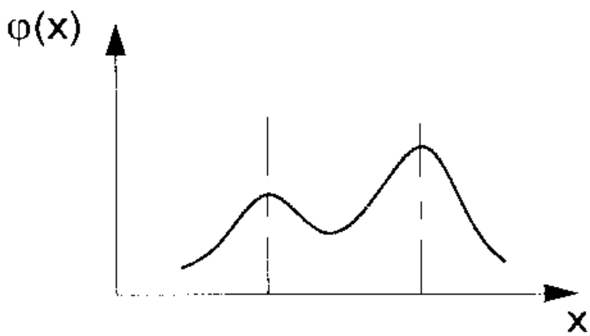
$$Me = \frac{x_2 + x_3}{2} = \frac{20,03 + 20,05}{2} = 20,04.$$

1.2.1.3.Giá trị có xác suất lớn nhất (Moda)

Moda là giá trị của đại lượng ngẫu nhiên x có xác suất $P(x)$ lớn nhất đối với đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn hoặc mật độ xác suất $\varphi(x)$ đối với đại lượng ngẫu nhiên liên tục. Nếu đường cong phân bố có hai hoặc nhiều điểm cực đại như nhau thì đường cong đó được gọi là đường cong hai moda hoặc đường cong nhiều moda (hình 1.7).



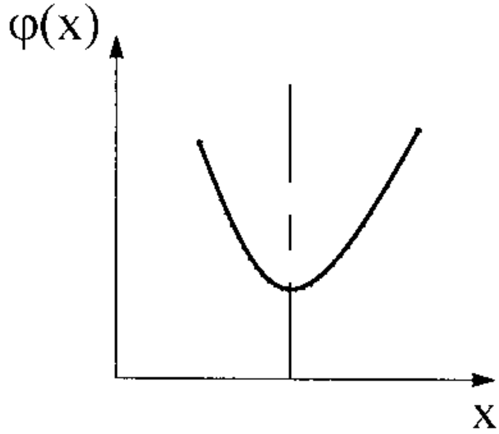
Hình 1.7. Các đường cong phân bố một moda (a) và hai moda (b)



Hình 1.8. Đường cong phân bố hai đỉnh

Nếu các điểm cực đại có độ lớn khác nhau thì đường cong đó được gọi là đường cong nhiều đỉnh (hình 1.8).

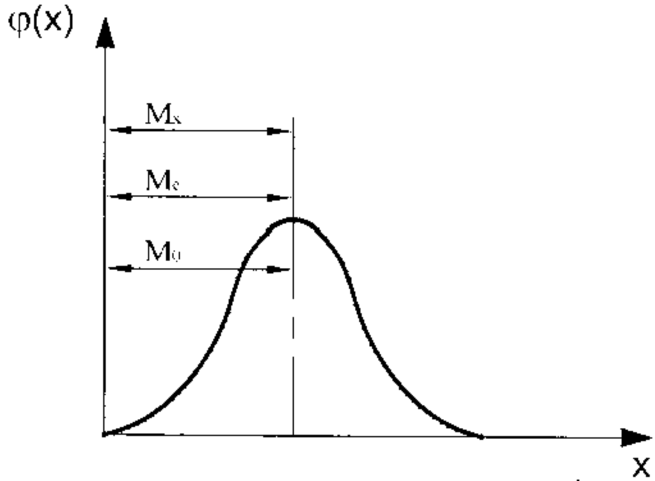
Nếu ở phần trung tâm của đường cong phân bố có điểm cực tiểu mà theo hai nhánh của nó có độ tăng của đường cong tới giới hạn của vùng giá trị của đại lượng ngẫu nhiên thì đường cong như vậy gọi là đường cong moda ngược (hình 1.9).



Hình1.9. Đường cong phân bố mođa ngược

Đặc tính M_0(cũng như Mx , $\overline{X}$, Me) xác định tâm phân bố của đại lượng ngẫu nhiên. Ở gần tâm phân bố tập trung đa số các giá trị của đại lượng nghiên cứu . Càng xa tâm phân bố (cả hai phía phải và trái) số các giá trị của đại lượng ngẫu nhiên giảm dần.

Đường cong phân bố một môđa đối xứng có các đặc tính Mx , Me và M_0 bằng nhau (hình 1.10).Thứ nguyên (đơn vị đo lường) của tất cả các đặc tính này trùng với thứ nguyên của đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 1.10. Đường cong phân bố một mođa đối xứng của đại lượng ngẫu nhiên liên tục

1.2.2. Độ đo phân tán.

Để đánh giá đại lượng ngẫu nhiên, nếu chỉ biết vị trí của tâm phân bố thì chưa đủ, bởi vì nó không biểu thị khoảng phân bố của đại lượng ngẫu nhiên. Do đó, cần phải có một đặc tính định lượng (đặc tính số) biểu thị khoảng phân bố của đại lượng ngẫu nhiên xung quanh tâm phân bố. Đặc tính đó gọi là độ phân tán, trong kỹ thuật, các độ phân tán thường dùng là: phương sai (kí hiệu là Dx, σ^2 hoặc s^2), sai lệch bình phương trung bình (kí hiệu là σ hoặc s) và giới hạn (kí hiệu là R).

Phương sai của đại lượng ngẫu nhiên gián đoạn là tổng của tích các sai lệch bình phương của đại lượng ngẫu nhiên x từ kỳ vọng toán học và xác suất tương ứng:

$$Dx=\sum_{i=1}^{n} x_i(x_i - Mx)^2=(Mx)^2 .P(x_i) \qquad (1.20)$$

Đối với đại lượng ngẫu nhiên liên tục, phương sai được xác định theo công thức:

$$Dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)(x - Mx)^2dx \qquad (1.21)$$

Đối với phân bố thực nghiệm, phương sai được ký hiệu là σ^2 hoặc s^2. Nó là tổng của tích các sai lệch bình phương của đại lượng ngẫu nhiên x từ giá trị trung bình cộng $\overline{X}$ và tần suất tương ứng $\frac{f_i}{n}$:

Khi n > 30:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{X})^2 f_i \qquad (1.22)$$

Khi n < 30 :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{X})^2 f_i}{n - 1} \qquad (1.23)$$

Ở đây: f_i - tần số của x_i; n - số kích thước; m -số giá trị x_i.

Phương sai có thứ nguyên (thứ nguyên bình phương của đại lượng ngẫu nhiên). Tuy nhiên, trong thực tế dùng thứ nguyên này không thuận lợi, vì vậy thường người ta dùng giá trị khai căn bậc hai của nó và được gọi là sai lệch bình phương trung bình:

$$\sigma = +\sqrt{Dx} \tag{1.24}$$

Đối với phân bố thực nghiệm:

$$\sigma = +\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \bar{X})^2 f_i}{n}} \tag{1.25}$$

Như vậy, thứ nguyên của σ trùng với thứ nguyên của đại lượng ngẫu nhiên x.

Giới hạn R là hiệu giữa các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của đại lượng ngẫu nhiên:

$$R = x_{max} - x_{min} \tag{1.26}$$

Phương sai có những tính chất cơ bản sau đây:

1. Phương sai của đại lượng không đổi c bằng 0:

$$Dc = 0 \tag{1.27}$$

2. Phương sai của tích của đại lượng không đổi c và đại lượng ngẫu nhiên x bằng tích bình phương của đại lượng không đổi c và phương sai của đại lượng ngẫu nhiên x:

$$Dcx = c^2 Dx \tag{1.28}$$

3. Phương sai của tổng của đại lượng không đổi c và của đại lượng ngẫu nhiên x bằng phương sai của đại lượng ngẫu nhiên x:

$$D(c + x) = Dx \tag{1.29}$$

4. Phương sai của tổng của một số đại lượng ngẫu nhiên $x_1, x_2, \ldots, x_n$ bằng tổng phương sai của các đại lượng này:

$$D\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} Dx_i \tag{1.30}$$

Cũng tương tự, sai lệch bình phương trung bình được xác định theo công thức:

$$\sigma\sum_{i=1}^{n} x_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{x_i}^2} \tag{1.31}$$

5. Phương sai của phân bố là tổng của nhiều phân bố với cùng một đại lượng ngẫu nhiên x bằng giá trị trung bình của các phương

sai của các phân bố này $\overline{D}x_i$ cộng với phương sai $D\overline{x}_i$ của các giá trị trung bình $\overline{X}_i$ thuộc giá trị trung bình chung $\overline{X}$:

$$Dx = \overline{D}x_i + D\overline{x}_i \qquad (1.32)$$

Hoặc :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^m n_i\sigma_i^2}{n} + \frac{\sum_1^m n_i(\overline{X}_i - \overline{X})}{n} = \overline{\sigma}^2 + \frac{\sum_1^m n_i(\overline{X}_i - \overline{X})^2}{n} \qquad (1.33)$$

Ở đây : n_i - số thành phần của phân bố i;

m - số phân bố ;

σ_i^2 - phương sai của phân bố i ;

$\overline{X}_i$ - giá trị trung bình cộng của phân bố i ;

$\overline{X}$ - giá trị trung bình cộng chung của tất cả các phân bố.

$\overline{X}$ được xác định theo công thức :

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_1^m \overline{X}_i n_i \qquad (1.34)$$

Ở đây: $n = \sum_1^m n_i$ - tổng số các thành phần của tất cả các phân bố.

Từ tính chất thứ 5 ta thấy, nếu tất cả các giá trị trung bình thành phần $\overline{X}_i$ và n_i bằng nhau thì $\overline{X}_i = \overline{X}$ và thành phần thứ hai trong công thức (1.33) sẽ bằng 0. Khi đó:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma^2} \qquad (1.35)$$

Cũng từ tính chất 5 (theo công thức 1.33) ta có:

$$\sigma = \sqrt{\overline{\sigma^2} + \frac{1}{n}\sum_1^m n_i(\overline{X}_i - \overline{X})^2} \qquad (1.36)$$

Khi $\overline{X}_i = \overline{X}$, ta có:

$$\sigma = \overline{\sigma} \qquad (1.37)$$

Ví dụ

Gia công 100 chi tiết trên máy tự động thứ 1 và 50 chi tiết trên máy tự động thứ 2. Sau khi kiểm tra kích thước đã xác định được các thông số như sau:

- Đối với n_1= 100: $\overline{X}_1$ = 8,0 mm; $\sigma_1^2 = 4\ \mu m^2$

- Đối với n_2 = 50: $\overline{X}_2$ = 8,1 mm; $\sigma_2^2 = 5\ \mu m^2$

Hãy xác định $\overline{X}$ và σ sau khi trộn lẫn 2 loại chi tiết này vào nhau. Ta có:

$$\overline{X} = \frac{n_1\overline{X}_1 + n_2\overline{X}_2}{n_1 + n_2} = \frac{100.8 + 50.8,1}{100 + 50} = 8,03 \text{ mm}$$

σ^2 được xác định theo công thức (1.33):

$$\tilde{A}^2 = \frac{100.4 + 50.5}{150} + \frac{100(8 - 8,03)^2 + 50(8,1 - 8,03)^2}{150} =$$

$$= 4,333 + 0,002 = 4,335 \mu m^2$$

Vậy: $\sigma = \sqrt{4,335}$ =2,08 μm.

Chương 2

QUY LUẬT PHÂN BỐ CỦA ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG

Trong quá trình gia công cơ khí, kích thước của chi tiết biến động, do đó nó sẽ không bằng kích thước được ghi trên bản vẽ, đó chính là sai số gia công. Sai số gia công (độ chính xác kích thước) có thể phân bố theo nhiều quy luật khác nhau. Xác định đúng quy luật phân bố của độ chính xác gia công là nhiệm vụ quan trọng đầu tiên của cả quá trình nghiên cứu. Dưới đây ta nghiên cứu các quy luật phân bố được sử dụng trong công nghệ chế tạo máy để xác định độ chính xác gia công.

2.1. QUY LUẬT PHÂN BỐ CHUẨN (QUY LUẬT GAUSS)

Qui luật phân bố chuẩn được sử dụng rất rộng rãi trong các ngành kỹ thuật khác nhau. Có rất nhiều đại lượng ngẫu nhiên phân bố theo quy luật này, ví dụ, sai số đo, chiều cao nhấp nhô và nhiều loại sai số gia công khác. Quy luật phân bố này còn được gọi là qui luật hai thông số (các giá trị của đại lượng ngẫu nhiên có thể thay đổi từ – đến +).

Hàm vi phân của đại lượng ngẫu nhiên liên tục phân bố theo qui luật chuẩn được viết dưới dạng:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma^2}} \qquad (2.1)$$

Ở đây: x- đại lượng ngâu nhiên;

$\varphi(x)$ - mật độ xác suất;

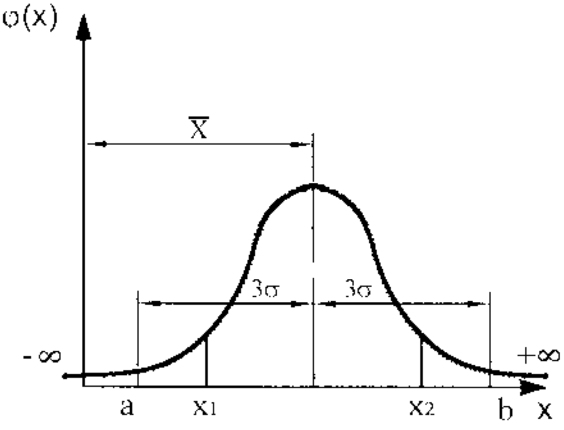
σ - sai số bình phương trung bình của đại lượng ngẫu nhiên (của x từ $\overline{X}$);

$\overline{X}$ - giá trị trung bình (kỳ vọng toán học) của x;

e – cơ số của logarit tự nhiên (e = 2,71828);

π =3,14

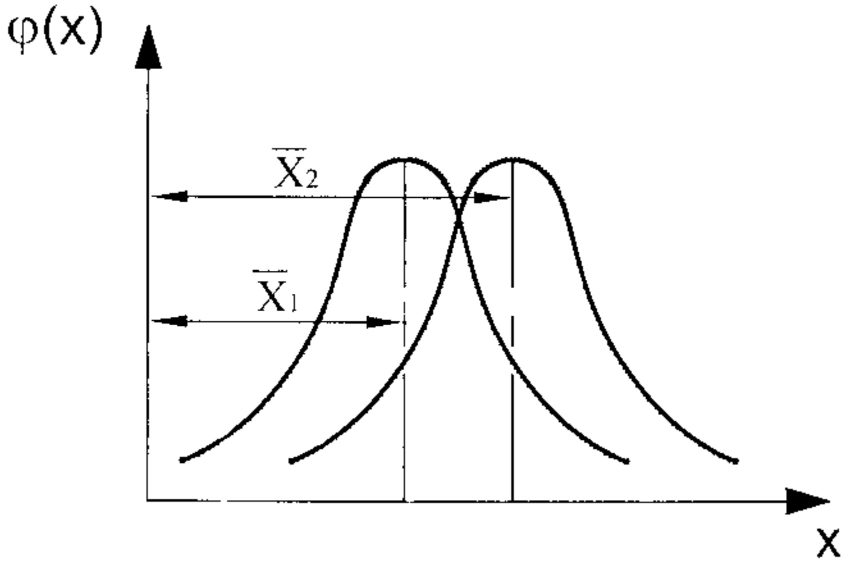
Dạng đồ thị của hàm vi phân này có dạng như trên hình 2.1.



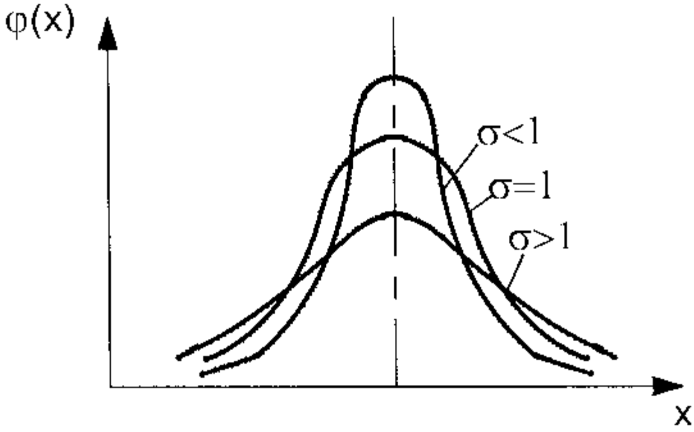
Hình 2.1. Đường cong lý thuyết của quy luật phân bố chuẩn.

Từ dạng đường cong này ta thấy nó đối xứng qua trục tung tại điểm x= $\overline{X}$, có nghĩa là nó có các giá trị âm và dương so với $\overline{X}$. Các giá trị gần $\overline{X}$ có xác suất cao hơn các giá trị ở xa $\overline{X}$.

Vị trí và hình dạng của đường cong phụ thuộc vào hai thông số: $\overline{X}$ và σ. Nếu $\overline{X}$ thay đổi, hình dáng của đường cong không thay đổi mà chỉ thay đổi vị trí so với gốc toạ độ. (hình 2.2).



Hình 2.2. Ảnh hưởng của $\overline{X}$ tới vị trí của đường cong phân bố chuẩn.

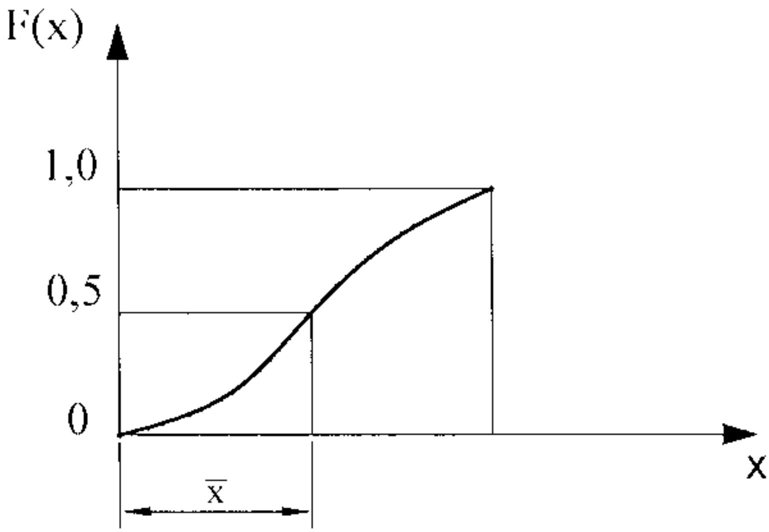


Hình 2.3. Ảnh hưởng của σ tới hình dáng của đường cong phân bố chuẩn.

Khi thay đổi σ, vị trí của đường cong không thay đổi nhưng hình dáng của đường cong lại thay đổi (hình 2.3).

Ta thấy: nếu σ giảm ($\sigma<1$) thì hai nhánh của đường cong được thu hẹp lại, còn nếu σ tăng ($\sigma>1$), hai nhánh của đường cong thoải ra.

Hình 2.4 là đường cong tích phân của qui luật phân bố chuẩn.



Hình 2.4. Đường cong tích phân của quy luật phân bố chuẩn.

Hàm tích phân của quy luật được viết dưới dạng:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\varphi(x)dx=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma}}dx \qquad (2.2)$$

Trong đó, x có thể biến đổi từ $-\infty$ đến $+\infty$, vì vậy xác suất $P(-\infty<x<+\infty)$ được tính theo công thức:

$$P(-\infty<x<+\infty)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma}}dx=1 \qquad (2.3)$$

Xác suất $P(-\infty<x<+\infty)=1$ là diện tích dưới đường cong vi phân. Như vậy, xác suất của x trong phạm vi $x_1 - x_2$ (hình 2.1) sẽ nhỏ hơn 1 và bằng:

$$P(x_1< x < x_2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{x_1}^{x_2}e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma^2}}dx \qquad (2.4)$$

Nếu đặt:

$$\frac{x-\overline{X}}{\sigma}=t$$

và $x = t\sigma+\overline{X}$; $dx = \sigma dt$ ta sẽ có:

$$P(x_1< x <x_2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{t_2}e^{-\frac{t^2}{2}}dt \qquad (2.5)$$

(giới hạn mới $t_1=\dfrac{x_1-\overline{X}}{\sigma}$ và $t_2=\dfrac{x_2-\overline{X}}{\sigma}$ thay cho giới hạn x_1 và x_2).

Vế phải của phương trình (2.5) có thể được viết dưới dạng tổng của 2 tích phân:

$$P(x_1< x < x_2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\int_{t_1}^{0}e^{-\frac{t^2}{2}}dt+\int_{0}^{t_2}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right]=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\int_{0}^{t_2}e^{-\frac{t^2}{2}}dt-\int_{0}^{t_1}e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right] \qquad (2.6)$$

Dấu (+) trong phương trình (2.6) được thay bằng dấu (-) là do thay đổi giới hạn của tích phân với $t_1 - 0$ thành $0 - t_1$. Tích phân $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(t)$ có tên gọi là hàm Laplace và giá trị của nó phụ thuộc vào $t=\dfrac{x-\overline{X}}{\sigma}$ được xác định theo phụ lục 1. Đây là hàm lẻ, cho nên giá trị $\Phi(-t) = -\Phi(t)$. Do đó, nếu cho $\Phi(-t)$ ta thay bằng $-\Phi(t)$. Trong phụ lục 1 còn ghi giá trị của hàm $2\Phi(t)$, có nghĩa là:

$$2\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \qquad (2.7)$$

Vì vậy, xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên x nằm trong phạm vi $x_1 - x_2$ có thể được viết qua $\Phi(t)$ như sau:

$$P(x_1<x<x_2) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1) = \Phi\left(\frac{x_2 - \overline{X}}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \overline{X}}{\sigma}\right) \qquad (2.8)$$

Đường cong phân bố lý thuyết tiệm cận với trục hoành ở xa vô cùng (từ $-\infty$ đến $+\infty$). Tuy nhiên trong thực tế vùng phân tán của đại lượng ngẫu nhiên x chủ yếu nằm trong phạm vi $\overline{X} \pm 3\sigma$, có nghĩa là trong giới hạn 6σ (xem hình 2.1). Như vậy, đại lượng ngẫu nhiên nằm trong phạm vi từ $\overline{X} - 3\sigma$ đến $\overline{X} + 3\sigma$, sẽ có xác suất gần bằng 1.

Trong trường hợp này:

$$P(x_a < x < x_b) = \Phi(t_2) - \Phi(t_1) \qquad (2.9)$$

Bởi vì $x_a = \overline{X} - 3\sigma$ và $x_b = \overline{X} + 3\sigma$

còn:

$$t_1 = \frac{x_a - \overline{X}}{\sigma} = \frac{\overline{X} - 3\sigma - \overline{X}}{\sigma} = -3$$

và:

$$t_2 = \frac{x_b - \overline{X}}{\sigma} = \frac{\overline{X} + 3\sigma - \overline{X}}{\sigma} = +3$$

cho nên:

$$P[\overline{X} - 3\sigma < x < \overline{X} + 3\sigma] = \Phi(3) - \Phi(-3) = 2\Phi(3)$$

Theo phụ lục 1 ta có: $2\Phi(3) = 0{,}9973$. Như vậy, xác suất q của đại lượng ngẫu nhiên nằm ngoài phạm vi nói trên sẽ bằng:

q = 1 – P = 1 - 0,9973 = 0,0027, có nghĩa là rất nhỏ, không đáng kể.

Vì vậy, Trong kỹ thuật người ta chỉ lấy vùng phân tán của đại lượng ngẫu nhiên bằng $\pm 3\sigma$ (hay 6σ).

Nếu $\overline{X} = 0$, có nghĩa là nó trùng với gốc toạ độ thì phương trình (2.2) sẽ có dạng:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx \qquad (2.10)$$

Nếu đặt $\frac{x}{\sigma} = t$, ta có:

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}}dt+\int_{0}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right]$$

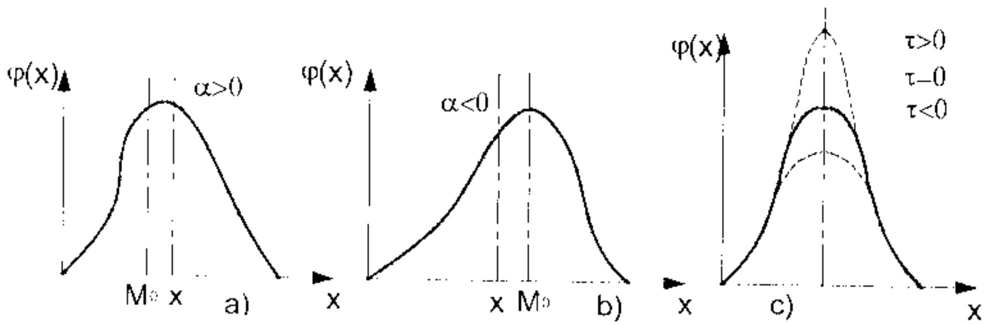
Nhưng:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{0} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\frac{1}{2}\text{, còn } \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(t)$$

Cho nên:

$$F(x)=\frac{1}{2}+\Phi(t)$$

Qui luật phân bố chuẩn là qui luật phân bố đối xứng qua tung độ tại điểm $x=\overline{X}$. Tuy nhiên, trong thực tế các đường cong phân bố thực có thể bị lệch so với đường cong phân bố chuẩn. Chúng có thể không đối xứng khi $\overline{X}$ không trùng với M_o hoặc đỉnh đường cong có thể nhọn hơn hay tù hơn so với đường cong chuẩn (hình 2.5).



Hình 2.5. Các đường cong phân bố bị lệch so với đường cong chuẩn a,b – không đối xứng; c - đỉnh nhọn và đỉnh tù.

Để đánh giá độ lệch của đường cong thực so với đường cong chuẩn người ta đưa ra 2 đặc tính không đơn vị, đó là: hệ số độ không đối xứng α và hệ số độ lệch đỉnh τ.

Độ không đối xứng được xem là dương nếu M_0 nằm ở bên trái tung độ $\overline{X}$ và âm khi nó nằm ở bên phải $\overline{X}$.

Hệ số độ không đối xứng α được tính theo công thức:

$$\alpha=\frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i-\overline{X})^3 f_i}{n.\sigma^3} \tag{2.11}$$

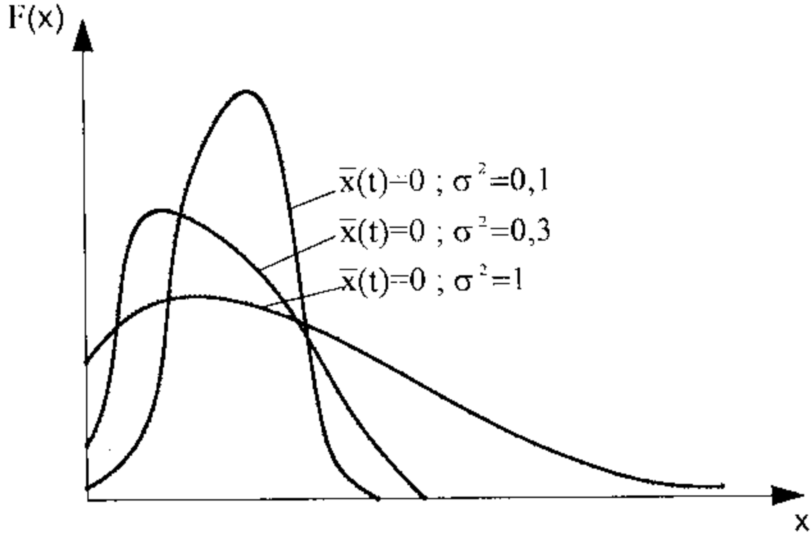
Ở đây: n - số lượng của đại lượng ngẫu nhiên (số chi tiết gia công chẳng hạn).

Hệ số độ lệch đỉnh τ được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_i - \overline{X})^4 f_i}{n.\sigma^4} - 3 \tag{2.12}$$

2.2 QUY LUẬT PHÂN BỐ CHUẨN LOGARIT

Đại lượng ngẫu nhiên x phân bố theo quy luật chuẩn logarit nếu có t=lnx phân bố theo quy luật chuẩn. Trong thực tế, có một số thông số của bánh răng phân bố theo quy luật này, ví dụ như sai lệch khoảng cách tâm khi bánh răng quay một vòng (Fi"r), sai lệch khoảng cách tâm khi bánh răng quay một răng (fi"r), sai lệch phương của răng (F_b) và sai số profin (prophin) của răng (f_{bl}). Đồ thị của đường cong phân bố này thể hiện trên hình 2.6.



Hình 2.6. Đường cong phân bố chuẩn logarit

Hàm tích phân F(x) của đường cong có dạng:

$$F(x) = \frac{1}{x\sigma(t)\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln x - \overline{X}(t)]^2}{2\sigma^2(t)}} \tag{2.13}$$

Với t=lnx và $0<x<\infty$

Giá trị trung bình $\overline{X}$ được xác định theo công thức:

$$\overline{X} = e^{X(t) + 0,5\sigma^2(t)} \tag{2.14}$$

còn giá trị σ^2:

$$\sigma^2 = e^{2x(t) + \sigma^2(t)}(e^{\sigma^2(t)} - 1) \tag{2.15}$$

Nếu tính $\overline{X}(t)$ và $\sigma(t)$ theo t=lnx, ta có:

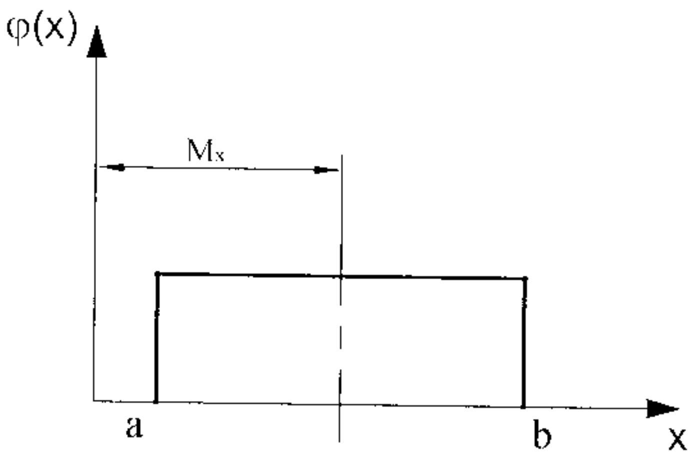
$$\overline{X}(t)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\ln x_i \quad (2.16)$$

Và:

$$\sigma(t)=\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\ln x_i-\overline{x}(t)\right]^2}}{n-1} \quad (2.17)$$

2.3. QUY LUẬT XÁC SUẤT ĐỀU

Nếu đại lượng ngẫu nhiên liên tục x khi khử nghiệm có các giá trị trong phạm vi (a-b) với mật độ xác suất như nhau thì phân bố sẽ được biểu diễn dưới dạng một hình chữ nhật có đáy là ab và chiều cao $\varphi(x)$ = const (hình 2.7).



Hình 2.7. Đồ thị phân bố đều của hàm vi phân

Qui luật phân bố đó được gọi là qui luật xác suất đều (hay qui luật phân bố đều). Trong thực tế ta có thể thấy dạng qui luật này khi kích thước gia công phụ thuộc vào một yếu tố thay đổi đều theo thời gian (ví dụ như độ mòn dao hoặc nhiệt độ tăng trong quá trình gia công).

Như vậy, mỗi giá trị mòn dao sẽ gây ra số lượng chi tiết có cùng sai số là như nhau.

Trong khoảng biến động của biến số x từ a đến b:

$$P(a<x<b)=\int_a^b \varphi(x)dx = 1 \qquad (2.18)$$

Công thức (2.18) cho biết xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên x có giá trị trong khoảng từ a đến b sẽ bằng diện tích hình chữ nhật (hình 2.7) có đáy là ab và chiều cao $\varphi(x)$.

Ta có:

$$(b-a)\varphi(x) = 1 \qquad (2.19)$$

Từ đây phương trình hàm vi phân hoặc mật độ xác suất có dạng:

$$\left.\begin{array}{ll} \varphi(x) = \dfrac{1}{b-a} & (a \le x \le b) \\ \varphi(x) = 0 & (x>b;\ x<a) \end{array}\right\} \qquad (2.20)$$

Quy luật xác suất đều có hai thông số: Mx=$\overline{X}$ và σ^2. Các thông số này được xác định như sau:

$$Mx=\int_a^b x\varphi(x)dx=\frac{1}{b-a}\int_a^b xdx=\frac{b+a}{2} \qquad (2.21)$$

$$\sigma^2=\int_a^b (x-Mx)^2\varphi(x)dx=\frac{1}{b-a}\int_a^b\left(x-\frac{b+a}{2}\right)^2dx=\frac{(b-a)^2}{12} \qquad (2.22)$$

Từ đó ta có:

$$\sigma=\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}=\frac{b-a}{2\sqrt{3}} \qquad (2.23)$$

Hàm tích phân của qui luật phân bố đều (xác suất đều) được viết bằng phương trình sau đây (a<x<b):

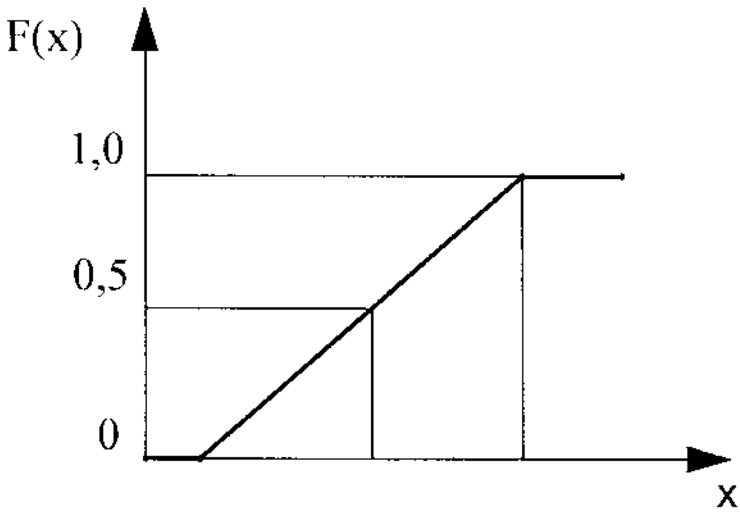
$$F(x)=\int_a^x \varphi(x)dx=\int_a^0\frac{dx}{b-a}+\int_0^x\frac{dx}{b-a}=\frac{x-a}{b-a} \qquad (2.24)$$

Nếu x<a thì F(x) = 0; nếu $x \ge b$ thì F(x)= 1.

Khi a= -b và Mx = 0 thì $\int_a^0\frac{dx}{b-a}=\frac{1}{2}$. Trong trường hợp này phương trình (2.24) có dạng:

$$F(x)=\frac{1}{2}+\frac{x}{b-a} \qquad (2.25)$$

Hình 2.8 là đồ thị của hàm tích phân của quy luật phân bố đều (xác suất đều).



Hình 2.8. Đồ thị hàm tích phân của quy luật xác suất đều

2.4. QUY LUẬT PHÂN BỐ HÌNH TAM GIÁC

Khi gia công trong hệ thống công nghệ có độ cứng vững không cao, sai số gia công sẽ phân bố theo qui luật hình tam giác (hay còn gọi là qui luật Simsơn). Đây là qui luật 2 thông số.

Quy luật phân bố hình tam giác có dạng đồ thị như trên hình 2.9.

Xác suất phân bố của đại lượng ngẫu nhiên x là toàn bộ diện tích hình tam giác có đáy là ab và chiều cao là $\varphi(x)$. Như vậy, ta có công thức tính diện tích tam giác như sau:

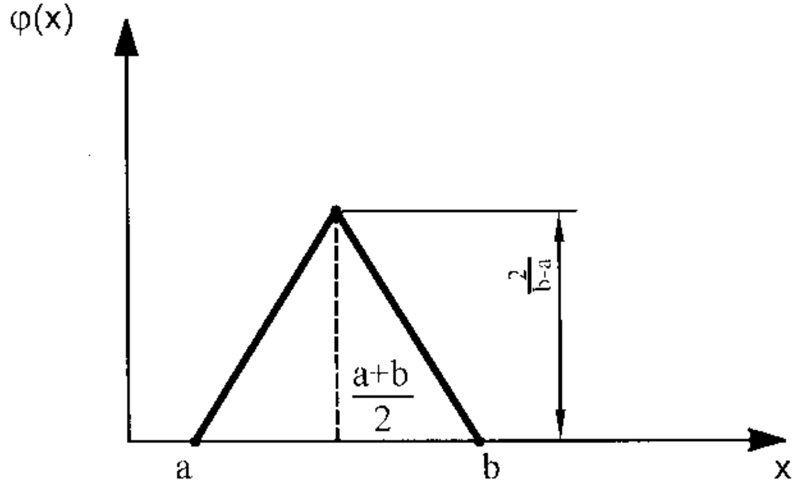
$$\frac{1}{2}\left[\varphi(x)(b-a)\right] = 1 \tag{2.26}$$

Do đó:

$$\varphi(x) = \frac{2}{b-a}$$

Còn giá trị trung bình $\overline{X}$ hay kỳ vọng toán học Mx được tính như sau:

$$Mx = \frac{a+b}{2} \tag{2.27}$$



Hình 2.9. Đồ thị của quy luật phân bố hình tam giác

2.5. QUY LUẬT PHÂN BỐ LỆCH TÂM

Qui luật phân bố lệch tâm (đôi khi còn gọi là qui luật phân bố Maxvel hoặc qui luật phân bố Rơlia) là qui luật phân bố của các sai số như độ đảo mặt đầu (độ không vuông góc), độ không song song, độ côn, v.v. Các sai số luôn luôn dương cho nên qui luật này là qui luật một thông số.

Hàm vi phân của qui luật này được viết dưới dạng:

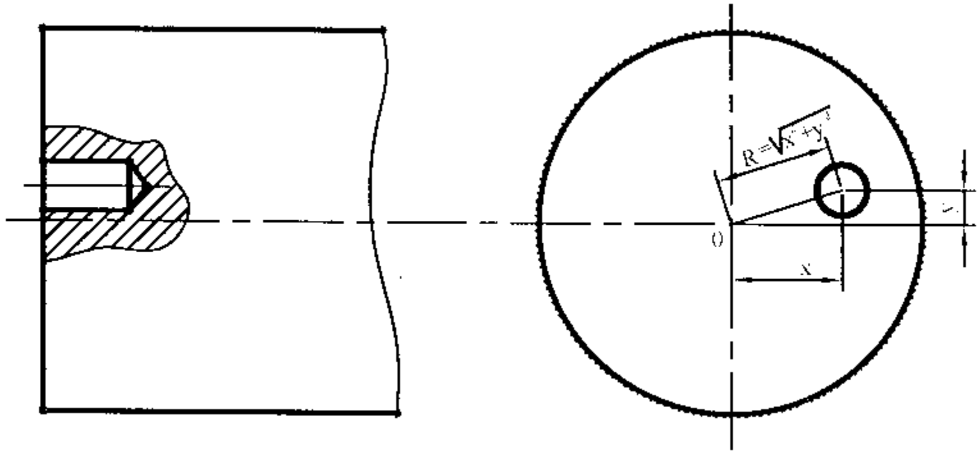
$$\varphi(R) = \frac{R}{\sigma^2} e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} \tag{2.28}$$

Ở đây: R- đại lượng (giá trị) lệch tâm hoặc độ đảo, $R=\sqrt{x^2+y^2}$ (x và y là toạ độ của đầu cuối R, hình 2.10).

σ - sai lệch bình phương trung bình của các giá trị x và y. Các giá trị này có phân bố như nhau, do đó $\sigma=\sigma_x=\sigma_y$.

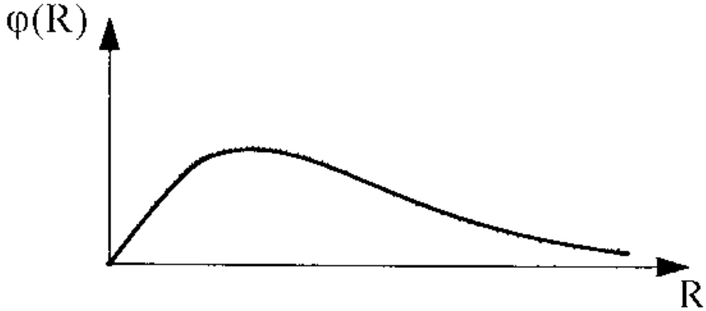
Hàm tích phân của quy luật phân bố lệch tâm có dạng:

$$F(R) = \frac{1}{\sigma^2}\int_0^R Re^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} dR = 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}} \tag{2.29}$$



Hình 2.10. Độ lệch tâm của lỗ khoan so với tâm của trục.

Hình 2.11 là đồ thị của hàm vi phân của quy luật phân bố lệch tâm.



Hình 2.11. Đồ thị của quy luật phân bố lệch tâm

Cơ sở của quy luật phân bố lệch tâm là quy luật chuẩn, bởi vì các toạ độ x và y của đầu cuối R phân bố theo quy luật chuẩn còn bản thân R không phân bố theo quy luật chuẩn.

Các giá trị σ_R, $\overline{R}$ và σ có quan hệ với nhau theo công thức:

$$\overline{R} = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad \text{và} \quad \sigma_R = \sigma\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}$$

Ở đây: $\overline{R}$ - giá trị trung bình (kỳ vọng toán học) của đại lượng ngẫu nhiên R;

σ_R- sai lệch bình phương trung bình của R từ $\overline{R}$.

2.6. QUY LUẬT MÔĐUN HIỆU HAI THÔNG SỐ

Khi hai đại lượng ngẫu nhiên x_1 và x_2 phân bố theo quy luật chuẩn với các giá trị $\overline{X}_1, \overline{X}_2$ và $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_0^2$ (kỳ vọng toán học và phương sai) thì môđun hiệu hai thông số $r = |x_1 - x_2|$ sẽ phân bố theo quy luật môđun hiệu hai thông số.

Quy luật này thường được dùng để nghiên cứu sai số hình dáng của chi tiết (độ ô van, độ côn, độ đa cạnh) và một số loại sai số vị trí tương quan của các bề mặt và các đường tâm.

Mật độ xác suất hay hàm vi phân của đại lượng ngẫu nhiên r được viết dưới dạng:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\tilde{\Lambda}_0\sqrt{2\Lambda}}\left[e^{-\frac{(r-\overline{X}_0)^2}{2\bar{\Lambda}_0^2}} + e^{-\frac{(r+\overline{X}_0)^2}{2\bar{\Lambda}_0^2}}\right]$$

(2.30)

Ở đây: $\overline{X}_0 = \left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|$ và σ_0 là sai lệch bình phương trung bình của mođun hiệu 2 thông số.

Hàm tích phân của quy luật môđun hiệu hai thông số có dạng:

$$F(r) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}\int_0^r\left[e^{-\frac{(r-\overline{X}_0)^2}{2\sigma_0^2}} + e^{-\frac{(r+\overline{X}_0)^2}{2\sigma_0^2}}\right]dr \qquad (2.31)$$

Nếu đặt các thông số biến đổi cho các phương trình (2.30) và (2.31):

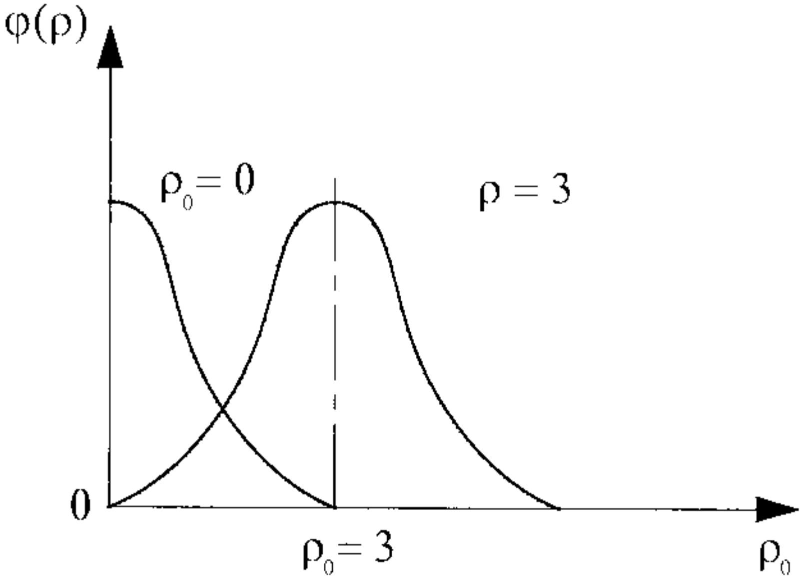
$$\rho = \frac{r}{\sigma_0}\ ;\ \rho_0 = \frac{\overline{X}_0}{\sigma_0}\ ;\ d\rho = \frac{1}{\sigma_0}dr$$

Ta được:

$$\varphi(\rho) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}}\left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}}\right] \qquad (2.32)$$

$$F(\rho) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\rho\left[e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2}} + e^{-\frac{(\rho+\rho_0)^2}{2}}\right]d\rho \qquad (2.33)$$

Dạng của đường cong phân bố $\varphi(\rho)$ phụ thuộc vào giá trị ρ_0. Khi $\rho_0 = 0$ đường cong không đối xứng, còn khi $\rho_0 = 3$, nó trùng với đường cong phân bố chuẩn (hình 2.12).



Hình 2.12. Các dạng đường cong phân bố $\varphi(\rho)$ khi $\rho_0 = 0$ và $\rho_0 = 3$

Nếu đặt $\rho - \rho_0 = t_1$ và $\rho + \rho_0 = t_2$ thì phương trình (2.33) có thể được thay bằng phương trình sau:

$$F(\rho) = \Phi(t_1) + \Phi(t_2) = \Phi(\rho - \rho_0) + \Phi(\rho + \rho_0) \qquad (2.34)$$

bởi vì mỗi số hạng trong phương trình (2.33) là hàm Laplace:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Giữa σ_r, $\bar{r}$ và ρ_0 có sự phụ thuộc λ_0:

$$\lambda_0 = \frac{\bar{r}}{\sigma_r} \qquad (2.35)$$

Ở đây: $\bar{r}$ - giá trị trung bình;

σ_r - sai lệch bình phương trung bình.

Các giá trị $\bar{r}$ và σ_r được xác định theo số liệu thực nghiệm. Khi có giá trị λ_0 ta xác định ρ_0 theo phụ lục 7, sau đó theo giá trị ρ_0 xác định σ_ρ theo phụ lục 8. Khi biết ρ_0 và σ_r có thể xác định các thông số σ_0 và $\bar{X}_0$ theo các công thức sau:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_r}{\sigma_\rho} \quad (2.36)$$

$$\overline{X}_0 = \rho_0 . \sigma_0 \quad (2.37)$$

Sử dụng công thức (2.34) và các giá trị $\bar{r}$ và σ_r theo thực nghiệm, ta tính được xác suất mà đại lượng ngẫu nhiên r nằm trong giới hạn các giá trị cho trước.

Ví dụ 2.1

Độ ôvan của loại bạc được gia công trên máy $\bar{r}$=0,06 mm (giá trị trung bình) và sai lệch bình phương trung bình σ_r=0,04 mm. Dung sai cho phép của độ ôvan r =0,1 mm. Hãy xác định % phế phẩm của bạc nếu đại lượng ngẫu nhiên r, phân bố theo quy luật môđun hiệu 2 thông số.

Cách giải:

Theo công thức (2.35) ta có:

$$\lambda_0 = \frac{0,06}{0,04} = 1,5$$

Theo phụ lục 7 giá trị λ_0=1,5 ứng với ρ_0= 1,12.

Theo phụ lục 8 khi ρ_0= 1,12 ta xác định $\sigma_\rho = 0,829$.

Theo công thức (2.36) ta xác định σ_0:

$$\sigma_0 = \frac{0,04}{0,829} = 0,0485$$

Bởi trong công thức (2.34) có $\rho = \frac{r}{\sigma_0}$, và được cho trước dung sai r=0,1 nên:

$$\rho = \frac{0,1}{0,0485} = 2,05$$

Thay các giá trị ρ và ρ_0 vào công thức (2.34) ta được:

$F(\rho) = \Phi(2,05-1,12) + \Phi(2,05+1,12) = \Phi(0,93) + \Phi(3,17)$

Theo phụ lục 1 ta có: $\Phi(0,93)$= 0,3238 và $\Phi(3,17)$=0,4992.

Do đó $F(\rho)$= 0,3238+0,4992= 0,8230.

Điều này có nghĩa là % xác suất của các chi tiết thành phẩm đạt 82,3%, còn % xác suất phế phẩm là 100-82,3= 17,7%.

2.7. TỔNG HỢP CÁC QUY LUẬT

Nếu một đại lượng ngẫu nhiên nào đó là tổng các đại lượng ngẫu nhiên độc lập mà các đại lượng ngẫu nhiên độc lập này phân bố theo những quy luật riêng của mình thì quy luật phân bố của tổng sẽ được xác định theo quy luật phân bố của từng số hạng (của từng đại lượng ngẫu nhiên).

Việc xác định quy luật phân bố của tổng dựa theo các quy luật phân bố của các số hạng độc lập được gọi là tổng hợp các quy luật phân bố (của các số hạng độc lập). Ví dụ, đại lượng ngẫu nhiên z là tổng của hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập x và y:

$$z = x + y \tag{2.38}$$

Ở đây: $0 \le x \le \infty$ và $0 \le y \le \infty$.

Nếu biết xác suất phân bố của x là $\varphi(x)$, của y là $\varphi(y)$ thì xác suất phân bố của tổng $\varphi(z)$ được xác định theo công thức:

$$\varphi(z) = \int_0^\infty \varphi(x)\varphi(z-x)dx = \int_0^\infty \varphi(y)\varphi(z-y)dy \tag{2.39}$$

Ở đây: z = x+ y, từ đó: y = z - x và x = z - y.

Chúng ta xét trường hợp khi đại lượng ngẫu nhiên y phân bố theo quy luật xác suất đều trong khoảng từ a đến b có xác suất $\varphi(y)$:

$$\varphi(y) = \varphi(z-x) = \frac{1}{b-a} \tag{2.40}$$

và đại lượng ngẫu nhiên x phân bố theo quy luật chuẩn có xác suất $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{X})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-y-\overline{X})^2}{2\sigma^2}} \tag{2.41}$$

Ở đây: đại lượng x được thay bằng z - y.

Theo công thức (2.39), xác suất tổng hợp của các quy luật phân bố sẽ là:

$$\varphi(z) = \int_a^b \varphi(y)\varphi(z-y)dy = \frac{1}{b-a}\cdot\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_a^b e^{-\frac{(z-y-\overline{X})^2}{2\sigma^2}} dy \tag{2.42}$$

Ở đây, tích phân dược lấy trong khoảng từ a đến b, bởi vì tích phân chỉ khác 0 trong khoảng này (a<y<b).

Ta đặt:

$$y = z - \overline{X} + t\sigma;\ dy = \sigma dt.$$

$$\frac{z-y-\overline{X}}{\sigma}=-t \quad ; \quad \frac{a-z-\overline{X}}{\sigma}=t_1 \quad ; \quad \frac{b-z+\overline{X}}{\sigma}=t_2$$

Khi đó, Phương trình (2.42) có dạng:

$$\varphi(z)=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

$$\varphi(z)=\frac{1}{b-a}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\int_0^{t_2} e^{-\frac{t^2}{2}}dt-\int_0^{t_1} e^{-\frac{t^2}{2}}dt\right] \tag{2.43}$$

Bởi vì: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{t} e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(t)$ cho nên công thức cuối cùng để tính $\varphi(z)$ sẽ là:

$$\varphi(z)=\frac{1}{b-a}\left[\Phi(t_2)-\Phi(t_1)\right]=\frac{1}{b-a}\left[\Phi\left(\frac{b-z+\overline{X}}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{a-z+\overline{X}}{\sigma}\right)\right] \tag{2.44}$$

Vì giá trị trung bình của đại lượng x là $\overline{X}$ (quy luật phân bố chuẩn) và của đại lượng y là $\overline{Y}=\frac{a+b}{2}$ (quy luật phân bố đều) cho nên giá trị trung bình của tổng hợp các quy luật sẽ là:

$$\overline{Z}=\overline{X}+\overline{Y}=\overline{X}+\frac{a+b}{2} \tag{2.45}$$

Phương sai của quy luật tổng hợp:

$$\sigma_z^2=\sigma_x^2+\sigma_y^2=\sigma_x^2+\frac{(b-a)^2}{12} \tag{2.46}$$

Hình 2.13 là các đường cong phân bố theo quy luật tổng của quy luật phân bố chuẩn và quy luật phân bố đều với các giá trị λ khác nhau:

$$\lambda=\frac{l}{3\sigma_x} \tag{2.47}$$

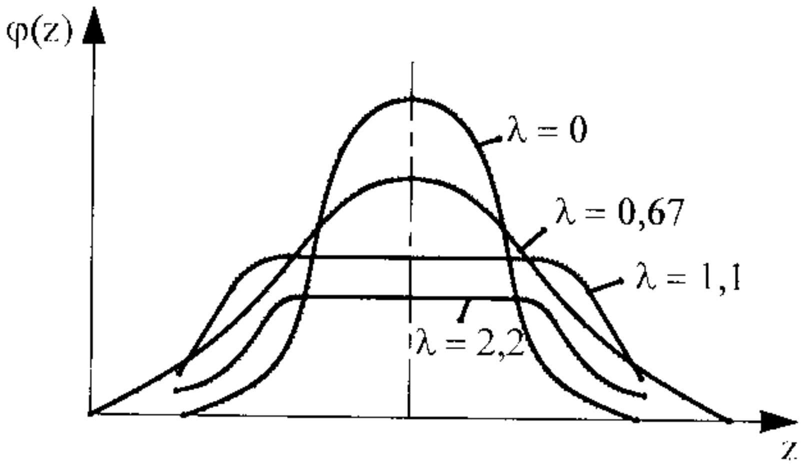
Ở đây : $l=\frac{b-a}{2}$ (theo qui luật phân bố đều);

σ_x - sai lệch bình phương trung bình theo qui luật chuẩn.

Ta thấy : nếu λ giảm (λ =0) đường cong phân bố gần với qui luật chuẩn, vì vậy khi b – a ≤ σ_X , công thức (2.47) trở thành :

$$\lambda = \frac{b-a}{2.3\sigma_x} = \frac{\sigma_x}{2.3\sigma_x} = \frac{1}{6}$$

Do đó đường cong phân bố gần với quy luật chuẩn và trong thực tế có thể dùng qui luật chuẩn để nghiên cứu độ chính xác gia công.



Hình 2.13 .Tổng hợp các qui luật phân bố
(qui luật chuẩn và qui luật phân bố đều)

Chương 3
XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH CỦA CÁC QUI LUẬT PHÂN BỐ

Nghiên cứu độ chính xác gia công thường được tiến hành bằng cách đo các thông số của cả loạt chi tiết được gia công trong thời gian giữa 2 lần điều chỉnh máy. Trong trường hợp này ảnh hưởng của sai số hệ thống như độ mòn dao có thể xem như không đáng kể và thực tế có thể bỏ qua. Như vậy, công việc thực tế chỉ còn phải nghiên cứu các sai số ngẫu nhiên. Các sai số này có thể được xác định nhờ các qui luật phân bố .

Để xác định được qui luật phân bố của đại lượng ngẫu nhiên x, loạt chi tiết gia công n phải đủ lớn. Để tiện tính toán, ta chia các giá trị đo được của x ra các khoảng (các dãy). Nếu số lượng chi tiết n = 50 ÷ 100 số khoảng chia là 6 ÷ 7, còn nếu n > 100 số phải chia là 9 ÷ 15. giá trị của mỗi khoảng chia phải lớn hơn thang chia của dụng cụ đo. ví dụ, dụng cụ đo có thang chia 0,01 mm (giá trị của một vạch chia) thì giá trị của khoảng chia phải lớn hơn 0,01 để cho kích thước được kiểm tra nằm trong khoảng chia (khoảng chia 0,01 ÷ 0,03).

3.1. XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH CỦA QUI LUẬT PHÂN BỐ CHUẨN

Giả sử có một loạt nhỏ chi tiết n (nằm trong loạt lớn chi tiết N) có giá trị trung bình $\overline{X}$ và sai lệch bình phương trung bình s. Hơn nữa, các giá trị này có thể xem như gần bằng $\overline{X}_o$ và σ_o của loạt lớn chi tiết N, có nghĩa là $\overline{X}_o \approx \overline{X}$ và $\sigma_o \approx s$.

Nếu nhìn bề ngoài ta thấy đường cong thực nghiệm gần giống với đường cong lý thuyết của qui luật phân bố chuẩn thì có thể dùng các công thức gần đúng sau đây để tính các thông số của qui luật :

- Giá trị trung bình $\overline{X}$:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i}^{n} f_i x_i}{n} \tag{3.1}$$

Ở đây: x_i - giá trị trung bình của khoảng chia;

f_i - tần số thực nghiệm (số chi tiết) trong khoảng chia;

n - số chi tiết trong loạt được kiểm tra.

- Sai lệch bình phương trung bình s:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} f_i (x_i - \overline{X})^2}{n}} \tag{3.2}$$

Các thông số x_i, f_i, n và $\overline{X}$ cũng có ký hiệu tương tự như trong công thức (3.1).

- Mật độ xác suất $\varphi(x)$:

$$\varphi(x) \approx \frac{f'}{n.c} = \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \overline{X}_o)^2}{2\sigma_o^2}} \tag{3.3}$$

Ở đây : f '- tần số lý thuyết;

c- giá trị của khoảng chia ;

x- đại lượng ngẫu nhiên ;

n- số chi tiết trong loạt được kiểm tra ;

$\overline{X}_o$ - giá trị trung bình của loạt lớn chi tiết (N chi tiết);

σ_o - sai lệch bình phương trung bình của loạt lớn chi tiết (N chi tiết).

e - cơ số logarit tự nhiên (e = 2,71828);

π = 3,14.

Từ công thức (3.3) ta có :

$$f' = \frac{n.c}{\sigma_o} . \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x - \overline{X}_o)^2}{2\sigma_o^2}} \tag{3.4}$$

Nếu trong công thức (3.4) thay

$$t = \frac{x - \overline{X}_o}{\sigma_o}$$

thì sẽ có :

$$f' = \frac{n.c}{\sigma_o} . \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \tag{3.5}$$

Nếu đặt $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} = Z_t$ và lấy $\sigma_o \approx s$ thì công thức (3.5) có dạng:

$$f' = \frac{n.c}{s}.Z_t \qquad (3.6)$$

Giá trị Z_t được xác định theo phụ lục 4.

Giá trị t cho từng khoảng chia của x được tính theo công thức:

$$t = \frac{x_i - \overline{X}}{s} \qquad (3.7)$$

Ở đây:

x_i - giá trị trung bình của khoảng chia (ví dụ, khoảng chia 0,01 ÷ 0,03 có x_i = 0,02 , khoảng chia từ - 0,14 đến - 0,12 có x_i = - 0,13, v...v).

Dưới đây ta nghiên cứu các ví dụ để xác định đặc tính của qui luật phân bố chuẩn.

Ví dụ 3.1

Các chi tiết trục được gia công trên máy tự động có đường kính $D \quad 20_{0,2}\, mm$ .Trong số N chi tiết chọn ra n=100 chi tiết để kiểm tra đường kính ngoài của nó bằng panme có thang chia 0,01 mm . Kết quả đo được ghi trong bảng 3.1 (chỉ ghi sai lệch so với kích thước danh nghĩa).

Bảng 3.1 .Kết quả đo đường kính ngoài của trục

-0.07	-0,03	-0,04	-0,08	-0,03	-0,08	-0,09	-0,10	-0,10	-0,10
-0,13	-0,08	-0,06	-0,04	-0,04	-0,03	-0,04	-0,07	-0,11	-0,12
-0,03	-0,07	-0,08	-0,11	-0,05	-0,05	-0,07	-0,03	-0,09	-0,10
-0,11	-0,14	-0,13	-0,08	-0,12	-0,07	-0,09	-0,10	-0,11	-0,08
-0,05	-0,12	-0,07	-0,06	-0,08	-0,11	-0,10	-0,12	-0,03	-0,10
-0,08	-0,05	-0,11	-0,07	-0,05	-0,08	-0,09	-0,09	-0,09	-0,02
-0,06	-0,12	-0,05	-0,07	-0,11	-0,05	-0,08	-0,03	-0,11	-0,09
-0,11	-0,06	-0,07	-0,06	-0,06	-0,12	-0,10	-0,08	-0,09	-0,01
-0,05	-0,07	-0,06	-0,05	-0,08	-0,09	-0,04	-0,09	-0,08	-0,09
-0,07	-0,06	-0,06	-0,12	-0,05	-0,03	-0,10	-0,09	-0,09	-0,08

Theo số liệu trong bảng 3.1 ta thấy x_{max} = - 0,01 và x_{min} = - 0,14. Khoảng phân tán của kích thước $x_{max} - x_{min}$ = (-0,01) – (-0,14) =0,13. Nếu chọn số lượng khoảng chia bằng 7 thì giá trị của khoảng chia $c = \frac{0,13}{7} \approx 0,02$. Như vậy, giá trị của khoảng chia (0,02) lớn gấp hai lần thang chia độ của dụng cụ (0,01), cho nên cách chọn khoảng chia này hoàn toàn thích hợp.

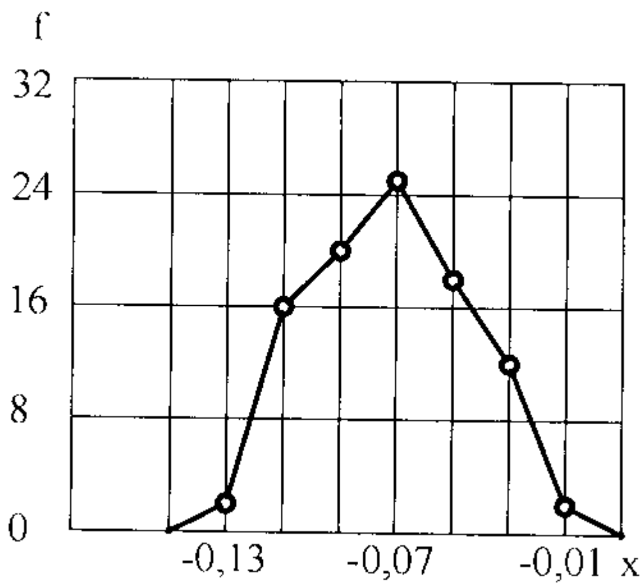
Sau khi có số liệu (bảng 3.1) và giá trị của các khoảng chia ta lập bảng 3.2 đồng thời tính tần số thực nghiệm (số lượng chi tiết) nằm trong các khoảng chia. Ngoài ra, ở cột cuối cùng của bảng 3.2 ta tính tần suất của chi tiết m_x :

$$m_x = \frac{f}{n}$$

Bảng 3.2. phân bố thực nghiệm của x

Khoảng chia x		Giá trị trung bình Của khoảng chia x_i	Tần số Thực nghiệm f	Tần suất m_x
Từ	đến			
-0,14	-0,12	-0,13	3	0,03
-0,12	-0,10	-0,11	16	0,16
-0,10	-0,08	-0,09	22	0,22
-0,08	-0,06	-0,07	25	0,25
-0,06	-0,04	-0,05	19	0,19
-0,04	-0,02	-0,03	13	0,13
-0,02	-0,00	-0,01	2	0,02
			$\sum = 100$	$\sum = 1$

Dựa theo số liệu của bảng 3.2 ta xây dựng đường cong phân bố thực nghiệm (hình 3.1).



Hình 3.1. Đường cong phân bố thực nghiệm của qui luật chuẩn

Để xác định $\overline{X}$ và s ta dùng các công thức (3.1) và (3.2). Tuy nhiên, việc tính $\overline{X}$ và s theo các công thức này gặp nhiều khó khăn. Do đó để giảm khối lượng tính toán ta lập thêm bảng 3.3.

Để tính cột $b = \frac{x_i - a}{c}$ cần chọn a và c. Có thể chọn a là bất kì giá trị nào nhưng tốt nhất nên chọn $a = x_i$ có tần số cao nhất (trong trường hợp này a = - 0,07). Còn c là giá trị của khoảng chia c = 0,02.

Cột 6(bf) là tích của cột 4 và cột 5 . Cột 7 là tích của cột 5 và cột 6.

Bảng 3.3 .Bảng xác định đặc tính của phân bố

Khoảng chia		x_i	**f**	$b = \frac{x_i - a}{c}$	**bf**	b^2f
Từ	**đến**					
1	2	3	4	5	6	7
-o,14	-0,12	-0,13	3	-3	-9	27
-0,12	-0,10	-0,11	16	-2	-32	64
-0,10	-0,08	-0,09	22	-1	-22	22
-0,08	-0,06	-0,07	25	0	0	0
-0,06	-0,04	-0,05	19	1	19	19
-0,04	-0,02	-0,03	13	2	26	52
-0,02	-0,00	-0,01	2	3	6	18
			$\sum f = 100$		$\sum bf = -12$	$\sum b^2f = 202$
			Ghi chú a = - 0,07;		c = 0,02	

Các thông số $\overline{X}$ và s được xác định theo các công thức sau:

$$\overline{X} = a + c\frac{\sum bf_i}{\sum f_i} \tag{3.8}$$

$$s = c\sqrt{\frac{\sum b^2 f_i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum bf_i}{\sum f_i}\right)^2} \tag{3.9}$$

Trên cơ sở bảng 3.3 ta tính được $\overline{X}$ và s:

$$\overline{X} = -0,07 + 0,02\frac{-12}{100} = -0,072 \text{ mm}$$

$$s = 0,02\sqrt{\left[\frac{202}{100} - \left(\frac{-12}{100}\right)^2\right]} = 0,028 \text{ mm}$$

Để so sánh phân bố thực nghiệm với qui luật chuẩn cần lập bảng phụ 3.4.

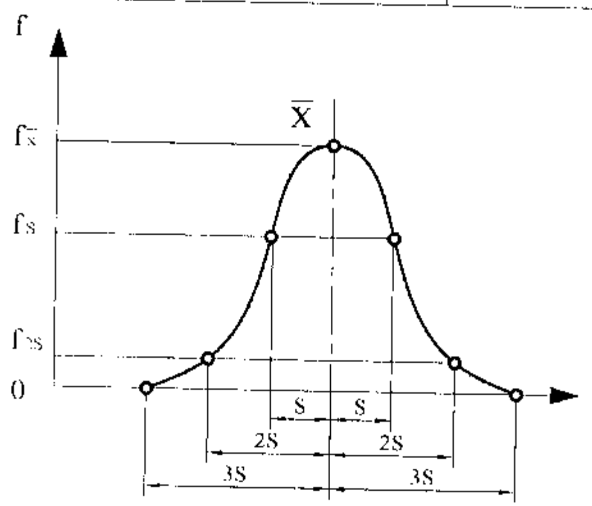
Bảng 3.4 .Tính tần số lý thuyết của qui luật chuẩn

Khoảng chia (từ - đến)	Điểm giữa của khoảng chia x_i	$t = \frac{x_i - \overline{X}}{s}$	Z_t	$f' = \frac{nc}{s} Z_t$	f' làm tròn
...	...	...	...	...	...

Để xây dựng đường cong lý thuyết của qui luật chuẩn không nhất thiết phải tính tần số lý thuyết f' cho tất cả các giá trị x_i mà chỉ cần tính toạ độ của 4 điểm trên đường cong của qui luật chuẩn (hình 3.2) theo các công thức trong bảng 3.5.

Bảng 3.5 .Toạ độ các điểm của đường cong phân bố chuẩn

Các điểm	Trục hoành	Trục tung
Đỉnh	$\overline{X}$	$f_{\overline{X}} = 0{,}4\frac{nc}{s}$
Điểm uốn	$\overline{X} \pm s$	$f_s = 0{,}242\frac{nc}{s}$
Điểm uốn	$\overline{X} \pm 2s$	$f_{2s} = 0{,}054\frac{nc}{s}$
Điểm uốn	$\overline{X} \pm 3s$	$f_{3s} = 0$



Hình 3.2. Xây dựng đường cong phân bố lý thuyết của qui luật chuẩn theo 4 điểm

Ví dụ 3.2

Theo số liệu của ví dụ 3.1 hãy so sánh đường cong thực nghiệm với đường cong lý thuyết theo qui luật phân bố chuẩn và tính toạ độ của các điểm để xây dựng đường cong lý thuyết .

Để so sánh các đường cong thực nghiệm và lý thuyết cần sử dụng phụ lục 4 và thành lập bảng 3.6.

Trong bảng 3.6 các giá trị t xác định theo công thức:

$$t = \frac{\left|x_i - \bar{X}\right|}{s}$$

Bảng 3.6 Tính tần số lý thuyết của qui luật chuẩn nhờ hàm số Z_t

x		x_i	f_i	$\lvert t\rvert$	Z_t	$f' = \frac{nc}{s} Z_t$	f' làm tròn
từ	đến						
-0,14	-0,12	-0,13	3	2,07	0,0468	3,40	3
-0,12	-0,10	-0,11	16	1,35	0,1604	11,50	11
-0,10	-0,08	-0,09	22	0,64	0,3251	23,50	23
-0,08	-0,06	-0,07	25	0,072	0,3980	28,55	29
-0,06	-0,04	-0,05	19	0,785	0,2940	21,45	22
-0,04	-0,02	-0,03	13	1,50	0,1295	9,20	9
-0,02	-0,00	-0,01	2	2,20	0,0355	2,60	3
			100				100

Ví dụ với dòng thứ nhất:

$$t = \frac{\left|-0,13 + 0,072\right|}{0,028} = -2,07$$

Để tính tần số lý thuyết f' cần xác định đại lượng $\frac{nc}{s}$:

$$\frac{nc}{s} = \frac{100.0,02}{0,028} = 71,5$$

Theo phụ lục 4 ta xác định Z_t. Như vậy, tần số lý thuyết f' được tính theo công thức:

$$f' = \frac{nc}{s} Z_t$$

Cột cuối cùng trong bảng 3.6 là tần số lý thuyết f' sau khi được làm tròn.

Để xây dựng đường cong lý thuyết theo qui luật chuẩn cần phải tính toạ độ của các điểm theo công thức trong bảng 3.5:

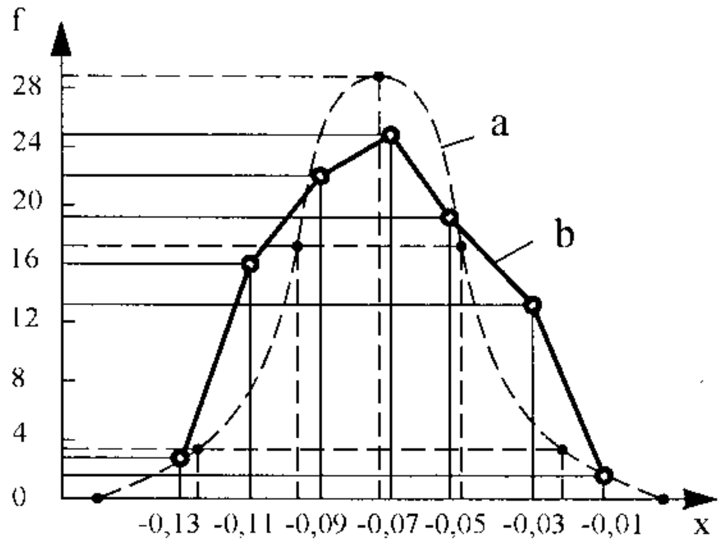
$$f_x = 0,4\frac{nc}{s} = 0,4\frac{100.0,02}{0,028} = 0,4.71,5 = 28,6$$

$$f_s = 0,242\frac{nc}{s} = 0,242\frac{100.0,02}{0,028} = 0,242.71,5 = 17,3$$

$$f_{2s} = 0,054\frac{nc}{s} = 0,054\frac{100.0,02}{0,028} = 0,054.71,5 = 3,86$$

$$f_{3s} = 0$$

Đường cong lý thuyết và đường cong thực nghiệm của qui luật phân bố chuẩn được xây dựng trên hình 3.3 (đường gấp khúc nét liền là đường cong thực nghiệm, còn đường nét đứt là đường cong lý thuyết).



Hình 3.3. Các đường cong phân bố chuẩn
a - đường cong lý thuyết ; b - đường cong thực nghiệm

So sánh đường cong lý thuyết với đường cong thực nghiệm của qui luật chuẩn cũng có thể thực hiện nhờ hàm $\Phi(t)$ để ứng dụng phương pháp này, trước hết phải tính giá trị t cho mỗi khoảng chia của x:

$$t = \frac{x_{max} - \overline{X}}{s} \tag{3.10}$$

Ở đây : x_{max} - giá trị trên (max) của khoảng chia.

Sau đó xác định $\Phi(t)$ theo t ở phụ lục 1. Khi có $\Phi(t)$ cần xác định hàm tích phân F(x) =0,5+$\Phi(t)$. Dựa theo hàm tích phân F(x) có thể xác định được tần số lý thuyết f'. Ở khoảng chia thứ nhất $f_1' = F_1(x)n$; còn ở khoảng chia thứ hai $f_2' = [F_2(x) - F_1(x)]n$. Ở khoảng chia i nào đó : $f_i' = [F_i(x) - F_{i-1}(x)]n$

Ví dụ 3.3

Hãy so sánh đường cong thực nghiệm với đường cong lý thuyết của đường cong phân bố chuẩn theo ví dụ 3.2 bằng ứng dụng bảng giá trị $\Phi(t)$.

Để tính tần số lý thuyết ta lập bảng 3.7

Bảng 3.7 .Tính tần số lý thuyết của qui luật chuẩn bằng hàm $\Phi(t)$

x		f	t	Φ(t)	F(x) = 0,5 + Φ(t)	f'	f' làm tròn
Từ	**đến**						
-0,14	-0,12	3	-1,71	-0,457	0,043	4,3	4
-0,12	-0,10	16	-1,00	-0,341	0,159	11,6	12
-0,10	-0,08	22	-0,29	-0,114	0,386	22,7	23
-0,08	-0,06	25	0,43	0,166	0,666	28,0	28
-0,06	-0,04	19	1,14	0,373	0,873	20,7	21
-0,04	-0,02	13	1,86	0,468	0,968	9,50	9
-0,02	-0,00	2	2,57	0,495	0,995	2,7	3
		100					100

Giá trị t của mỗi khoảng chia được xác định theo công thức (3.10).

- Khoảng chia thứ nhất :

$$t = \frac{-0,12 + 0,072}{0,028} = -1,71$$

- Khoảng chia thứ hai:

$$t = \frac{-0,1 + 0,072}{0,028} = -1,00$$

- Khoảng chia thứ ba:

$$t = \frac{-0,08 + 0,072}{0,028} = -0,29$$

- Khoảng chia thứ tư:

$$t = \frac{-0,06 + 0,072}{0,028} = 0,43$$

- Khoảng chia thứ năm:

$$t = \frac{-0,04 + 0,072}{0,028} = 1,14$$

- Khoảng chia thứ sáu:

$$t = \frac{-0,02 + 0,072}{0,028} = 1,86$$

- Khoảng chia thứ bẩy:

$$t = \frac{-0,00 + 0,072}{0,028} = 2,57$$

Giá trị f' được tính theo công thức:

$$f_i' = \left[F_i(x) - F_{i-1}(x)\right]n$$

Ví dụ, ở khoảng chia thứ tư (bảng 3.7):

$$f'_4 = (0,666 - 0,386)100 = 0,28.100 = 28$$

Ở khoảng chia thứ năm:

$$f'_5 = (0,873 - 0,666)100 = 20,7$$

Ở khoảng chia thứ sáu:

$$f'_6 = (0,968 - 0,873)100 = 9,50$$

Ở khoảng chia thứ bẩy :

$$f'_7 = (0,995 - 0,968)100 = 2,7$$

3.2. XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH CỦA QUI LUẬT XÁC SUẤT ĐỀU

Để tính tần số lý thuyết f' của qui luật xác suất đều (qui luật phân bố đều) có thể dùng các đẳng thức gần đúng sau đây:

$$\varphi(x) = \frac{1}{b-a} \approx \frac{f'}{n.c} \qquad (3.11)$$

Từ đó ta có:

$$f' = \frac{n.c}{b-a} \qquad (3.12)$$

Ở đây: n - số chi tiết được kiểm tra ;
c - giá trị của khoảng chia;
a và b - các giá trị giới hạn của đại lượng ngẫu nhiên x.

Khi $\sigma = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$ và $b - a = 2\sigma\sqrt{3}$, công thức (3.12) có dạng:

$$f' = \frac{nc}{2\sigma\sqrt{3}} \qquad (3.13)$$

Nếu giả sử giá trị trung bình của loạt chi tiết $\overline{X} = \frac{a+b}{2}$ và sai lệch bình phương trung bình $s = \frac{b-a}{2\sqrt{3}}$ thì có thể xác định a và b bằng cách giải hệ hai phương trình này ($\overline{X}$ và s). Như vậy ta có:

$$a = \overline{X} - s\sqrt{3} \qquad (3.14)$$

$$b = \overline{X} + s\sqrt{3} \qquad (3.15)$$

Ví dụ 3.4

Trong bảng 3.8 (ở các cột 1 ÷ 3) cho số liệu phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên x. Hãy so sánh phân bố thực nghiệm với quy luật xác suất đều (phân bố lý thuyết).

Bảng 3.8. phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên x

Khoảng chia x (từ - đến)	**Điểm giữa** x_i	f_i	x_if_i	$x_i - \overline{X}$	$(x_i - \overline{X})^2$	$f_i(x_i - \overline{X})^2$
1	2	3	4	5	6	7
0,02-0,04	0,03	13	0,39	-0,064	0,0041	0,0530
0,04-0,06	0,05	15	0,75	-0,044	0,0019	0,0280
0,06-0,08	0,07	16	1,12	-0,024	0,0006	0,0096
0,08-0,10	0,09	12	1,08	-0,004	0,00001	0,0001
0,10-0,12	0,11	14	1,54	0,016	0,0002	0,0028
0,12-0,14	0,13	11	1,43	0,036	0,0013	0,0143
0,14-0,16	0,15	10	1,50	0,056	0,0031	0,0310
0,16-0,18	0,17	9	1,56	0,076	0,0058	0,0520
		100	9,37			$0,1908 \approx 0,191$

Để tính $\overline{X}$ và s trong bảng 3.8 (ở các cột 4 ÷ 7)cần tính thêm các số liệu phụ.

Dựa vào số liệu của bảng 3.8 ta có:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{1}^{m} x_i f_i}{n} = \frac{9,37}{100} = 0,094$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{m} f_i (x_i - \overline{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,191}{100}} = 0,044$$

Theo công thức (3.12) và khi $b - a = 2s\sqrt{3}$, ta có:

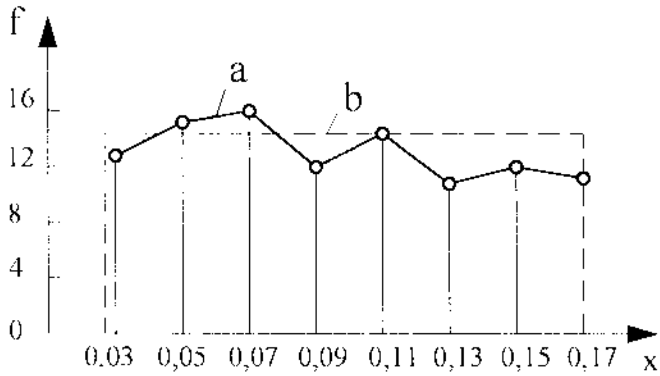
$$f' = \frac{100.0,02}{2.0,044.1,73} = 13,2$$

Theo công thức (3.14) và (3.15):

a = 0,094 - 0,044.1,73 = 0,094 - 0,076 = 0,018

b = 0,094 + 0,076 = 0,17

Hình 3.4 là các đường cong phân bố lý thuyết và thực nghiệm của qui luật phân bố đều (qui luật xác suất đều).



Hình 3.4. các đường cong phân bố theo qui luật xác suất đều
a - đường cong thực nghiệm; b - đường cong lý thuyết.

3.3 XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH CỦA QUI LUẬT PHÂN BỐ LỆCH TÂM

Qui luật phân bố lệch tâm là qui luật một thông số, do đó để tính hàm phân bố của đại lượng ngẫu nhiên R:

$$F(R) = 1 - e^{\frac{R^2}{2\sigma^2}}$$

cần phải biết thông số σ mà thông số này có quan hệ với $\overline{R}$ và σ_R bằng các phương trình sau:

$$\sigma = \frac{\overline{R}}{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \tag{3.16}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_R}{\sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}} \tag{3.17}$$

Khi tính giá trị trung bình $\overline{X}_R$ và sai lệch bình phương trung bình S_R có thể thấy rằng $\overline{X}_R \approx R$ và $S_R \approx \sigma_R$ (R và σ_R là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của loạt lớn N chi tiết).

Các giá trị của F(R) tương ứng với $\frac{R_i}{\sigma}$ được xác định theo phụ lục 11. Dùng phụ lục này có thể tính được giá trị F(R) lý thuyết ứng với mỗi giá trị R_i và theo F(R) có thể tính được tần số hay tần suất lý thuyết của qui luật. Khi tính $\frac{R_i}{\sigma}$ cần chọn R_i là giới hạn trên (R_{max}).

Ví dụ 3.5

Trong bảng 3.9 (ở các cột 1,2) cho phân bố của độ ovan (μm) của trục với số trục trong loạt là n=100. Giá trị trung bình $\overline{X}_R = 12,52$ và sai lệch bình phương trung bình $S_R = 6,6\mu m$. Tính f.

Bảng 3.9. Tính f' theo qui luật phân bố lệch tâm

Khoảng chia R_i (từ - đến)	f_i	$\frac{R_{max}}{\sigma}$	F(R)	$\frac{f'}{n}$	f'
1	2	3	4	5	6
0 – 4	10	0,4	0,077	0,08	8
4 – 8	15	0,8	0,274	0,20	20
8 – 12	25	1,2	0,513	0,24	24
12 – 16	20	1,6	0,722	0,21	21
16 – 20	18	2,0	0,865	0,14	14
20 – 24	8	2,4	0,944	0,08	8
24 – 28	2	2,8	0,980	0,04	4
28 – 32	2	3,2	0,994	0,01	2
	100				100

Giả sử $S_R \approx \sigma_R$ theo công thức (3.17) ta có:

$$\sigma = \frac{6,6}{\sqrt{2 - \frac{3,14}{2}}} = 10$$

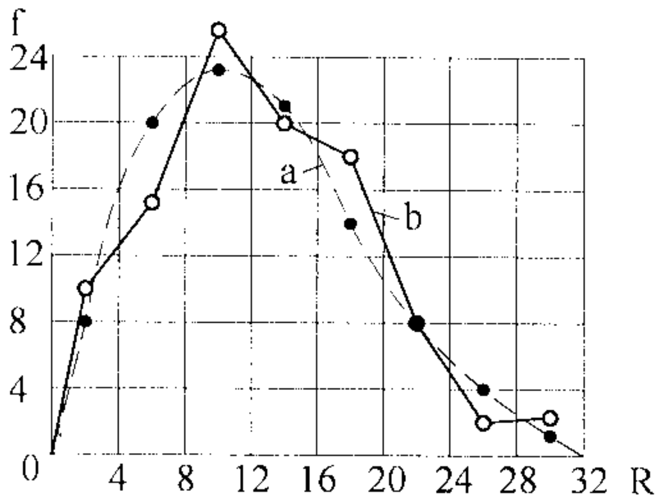
Trong bảng 3.9 (ở các cột 3,4,5) cho thêm các dữ liệu để tính f'.Để tính cột 5 (bảng 3.9) cần lấy $F_i(R)$ ở dòng sau trừ đi $F_{i-1}(R)$ ở dòng trước. Ví dụ, ở dòng thứ hai:

$$\frac{f'}{n} = 0,274 - 0,077 = 0,20;$$

Ở dòng thứ ba: $\frac{f'}{n} = 0,513 - 0,274 = 0,24$;

Ở dòng thứ tư: $\frac{f'}{n} = 0,722 - 0,513 = 0,21$ v.v.

Cột số 6 được xác định bằng cách nhân cột số 5 với 100. Hình 3.5 là các đường cong phân bố lý thuyết và thực nghiệm của qui luật lệch tâm.



Hình 3.5. Các đường cong phân bố của qui luật lệch tâm
a- đường cong lý thuyết; b - đường cong thực nghiệm

3.4 XÁC ĐỊNH ĐẶC TÍNH CỦA QUI LUẬT PHÂN BỐ MÔĐUN HIỆU HAI THÔNG SỐ

Đối với qui luật này $\overline{r}$ là giá trị trung bình còn s_r là sai lệch bình phương trung bình. Các thông số lý thuyết tương ứng là M_r và σ_r có nghĩa là khi ta giả sử $\overline{r} \approx M_r$ và $s_r \approx \sigma_r$ ta xác định:

$$\lambda_o = \frac{M_r}{\sigma_r} = \frac{\overline{r}}{s_r} \tag{3.18}$$

Sau đó theo phụ lục 7 xác định ρ_o và theo phụ lục 8 xác định σ_ρ.

Ta tính:

$$\sigma_o = \frac{\sigma_r}{\sigma_\rho} \approx \frac{s_r}{\sigma_\rho} \tag{3.19}$$

Tiếp theo đó với mỗi giá trị ta xác định $\rho_i = \frac{r_i}{\sigma_o}$ (r_i được chọn giá trị trên của khoảng chia).

Theo các giá trị ρ_i ta tính $t' = \rho_i - \rho_o$ và $t'' = \rho_i + \rho_o$. Sau đó theo phụ lục 1 xác định $\Phi(t')$ và $\Phi(t'')$. Khi có $\Phi(t')$ và $\Phi(t'')$ ta tính $F(\rho) = \Phi(t') + \Phi(t'')$. Dựa theo $F(\rho)$ ta tính $\frac{f'}{n}$ và f' (xem ví dụ 3.3).

Ví dụ 3.6

Trong bảng 3.10 (ở các cột 1,2) cho phân bố thực nghiệm của đại lượng ngẫu nhiên r (sai lệch độ dày của bạc được đo bằng mm). Giá trị trung bình $\bar{r}\quad 0{,}009$ mm và $s_r = 0{,}006$ mm. Tính F(σ) và f'.

Giả sử $M_r \approx \bar{r}$ và $\sigma_r \approx s_r = 0{,}006$ ta tính:

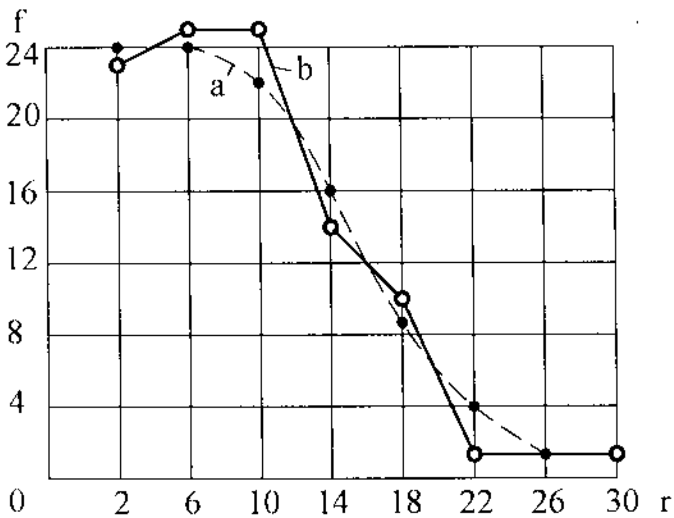
$$\lambda_\rho \quad \frac{\bar{r}}{s_r} \cdot \frac{0{,}009}{0{,}006} = 1{,}5$$

Theo phụ lục 7 ta xác định $\rho_o = 1{,}1$ và theo phụ lục 8 ta có $\sigma_\rho = 0{,}824$ khi đó :

$$\sigma_o = \frac{\bar{s}_r}{\sigma_\rho} = \frac{0{,}006}{0{,}824} = 0{,}0073$$

Tiếp theo đó cần tính ρ_i, t', t'', $\Phi(t')$, $\Phi(t'')$, $F(\rho)$, $\frac{f'}{n}$ và f trong các cột 3 ÷ 10 (bảng 3.10).

Hình 3.6 là các đường cong phân bố lý thuyết và thực nghiệm của qui luật môđun hiệu hai thông số .



Hình 3.6. Các đường cong phân bố của qui luật môđun hiệu hai thông số.
a - đường cong lý thuyết
b - đường cong thực nghiệm.

Bảng 3.10. Bảng tính $F(\rho)$ và f '

Khoảng chia r (từ – đến)	f	ρ $\frac{r_{max}}{\sigma_r}$	$t' = \rho_i - \rho_{..}$	$t'' = \rho_i - \rho_{..}$	$\phi(t')$	$\phi(t'')$	$F(\rho)$	$\frac{f'}{n}$	f '
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0 - 0,004	23	0,54	-0,56	1,64	-0,212	0,499	0,237	0,24	24
0,004 – 0,008	25	1,08	-0,02	2,18		0,485	0,477	0,24	24
0,008 – 0,012	25	1,60	0,50	2,70	-0,008	0,496	0,688	0,21	21
0,012 – 0,016	14	2,15	1,05	3,25	0,192	0,499	0,892	0,16	16
0,016 – 0,020	10	2,70	1,60	3,80	0,353	0,499	0,944	0,09	9
0,020 – 0,024	1	3,20	2,10	4,30	0,445	0,499	0,981	0,04	4
0,024 – 0,028	1	3,75	2,65	4,85	0,482	0,499	0,995	0,01	1
0,028 – 0,032	1	4,25	3,15	5,35	0,496	0,500	0,999	0,004	1
					0,499				
	100								100

Chương 4

PHƯƠNG PHÁP CHỌN

4.1.KHÁI NIỆM

Khi nghiên cứu độ chính xác gia công người ta không thể kiểm tra (hay thí nghiệm) tất cả các chi tiết vì làm như vậy sẽ tốn rất nhiều thời gian, chi phí cho dụng cụ, năng lượng v..v, nghĩa là hiệu quả không cao. Vì vậy, người ta xây dựng phương pháp nghiên cứu mà chỉ cần thực hiện đối với một số chi tiết nhất định. Phương pháp nghiên cứu đó được gọi là phương pháp chọn. Người ta phân biệt một số hình thức chọn như sau:

1. *Chọn lặp lại.* Theo phương pháp này thì chi tiết sau khi được chọn ra để kiểm tra lại được quay trở về loạt để tham gia vào quá trình chọn tiếp. Ví dụ, loạt lớn chi tiết có 1000 chi tiết: ta cần chọn ra 10 chi tiết (loạt nhỏ) để kiểm tra, ta làm như sau : chọn 1 chi tiết để kiểm tra, sau đó lại bỏ chi tiết này vào trong loạt và đảo lộn cùng 9 chi tiết chưa được kiểm tra rồi chọn chi tiết thứ 2 ra để kiểm tra. Sau khi kiểm tra xong, chi tiết thứ 2 này lại được quay về loạt và đảo lộn với 8 chi tiết chưa được kiểm tra và chi tiết thứ nhất đã được kiểm tra.Quá trình này được thực hiện cho đến chi tiết thứ 10.
2. *Chọn không lặp lại.* Cách làm cũng được thực hiện như trên, nhưng chi tiết không được đưa trở lại sau khi đã kiểm tra.
3. *Chọn số lượng nhỏ.* Chọn số lượng nhỏ được thực hiện khi số lượng chi tiết < 25.
4. *Chọn số lượng lớn.*Chọn số lương lớn được thực hiện khi số lượng chi tiết nằm trong khoảng 50 ÷ 100.

4.2. NHIỆM VỤ CỦA PHƯƠNG PHÁP CHỌN

Phương pháp chọn cho phép giải quyết hai vấn đề:
- Xác định quy luật phân bố của đại lượng ngẫu nhiên.
- Kiểm tra giải quyết về quy luật phân bố và các đặc tính của nó.

Vấn đề thứ hai sẽ được nghiên cứu ở chương 5.

Ở chương này nghiên cứu vấn đề thứ nhất.Trên cơ sở của quy luật số lớn có thể khẳng định rằng, nếu loạt lớn chi tiết phân bố theo một quy luật nào đó thì loạt nhỏ chi tiết (được chọn từ loạt lớn) sẽ phân bố theo qui luật này. Kết luận này càng chính xác khi số chi tiết trong loạt nhỏ càng tăng.

Dựa vào phân bố thực nghiệm có thể xác định sơ bộ phân bố lý thuyết. Nhưng để có kết luận chính xác phải dùng các chỉ tiêu để đánh giá (xem chương 5).

Trong những trường hợp khi quy luật phấn bố đã được biết trước thì nhiệm vụ đặt ra là xác định các đặc tính của quy luật đó. Ví dụ, đối với qui luật chuẩn (quy luật Gaus) cần xác định giá trị trung bình $\overline{X}_0$ (của loạt lớn chi tiết) và sai lệch bình phương trung bình σ_0 (của loạt lớn chi tiết).

Tuy nhiên, để đánh giá $\overline{X}_0$ và σ_0 có thể tính $\overline{X}$ và s của loạt nhỏ chi tiết (được chọn ra từ loạt lớn chi tiết) với một sai số cho phép nào đó.

4.3. TÍNH CHẤT CỦA GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH VÀ PHƯƠNG SAI

Giá trị trung bình $\overline{X}$ và phương sai s^2 của loạt nhỏ chi tiết có các tính chất sau đây :

1. Nếu số lượng chi tiết n được chọn đủ lớn thì $\overline{X}$ (giá trị trung bình) và s^2 (phương sai) sẽ gần bằng $\overline{X}_0$ ($\overline{X} \approx \overline{X}_0$) và $s^2 \approx \sigma_0^2$ ($\overline{X}_0$ và σ_0^2 là giá trị trung bình và phương sai của loạt lớn chi tiết N).

2. Sai số tính toán của $\overline{X}_0$ theo $\overline{X}$ phụ thuộc vào số chi tiết n trong loạt và bằng :

$$\pm \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{4.1}$$

Sai số tính toán của σ_0 theo s phụ thuộc vào số chi tiết n trong loạt và bằng :

$$\pm \frac{s}{\sqrt{2n}} \tag{4.2}$$

3. Nếu đại lượng ngẫu nhiên x trong loạt lớn chi tiết có phân bố chuẩn với giá trị trung bình $\overline{X}_0$ và phương sai σ_0^2 thì các giá trị trung

bình $\overline{x}$ của nhiều nhóm nhỏ được chọn sẽ phân bố theo quy luật này với giá trị trung bình $\overline{X} \approx \overline{X}_0$ và phương sai $\sigma_{\overline{x}}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n}$.

Ví dụ : 1000 chi tiết được chia ra 10 nhóm, mỗi nhóm có 100 chi tiết với giá trị trung bình là $\overline{x}$, khi đó giá trị trung bình của 10 nhóm nhỏ chi tiết là $\overline{X}$.

4. Khi phương sai σ_0^2 (của loạt lớn chi tiết) không tính được ta có thể xác định $\sigma_{\overline{x}}^2$ (của các giá trị trung bình thuộc nhiều nhóm nhỏ chi tiết) theo công thức :

$$\sigma_{\overline{x}}^2 = \frac{s^2}{n} \tag{4.3}$$

Ở đây: s^2 - phương sai của nhóm n chi tiết được chọn. Nó được xác định theo công thức sau:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} f_i \left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n} \approx \sigma_0^2 \tag{4.4}$$

5. Công thức $\sigma_{\overline{x}}^2 = \frac{\sigma_0^2}{n} \approx \frac{s^2}{n}$ đúng cho trường hợp chọn lặp lại, còn trong trường hợp chọn không lặp lại phải dùng công thức :

$$\sigma_{\overline{x}}^2 = \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right)\sigma_0^2 \tag{4.5}$$

Ở đây : n – số chi tiết trong nhóm nhỏ được chọn ;
N – số chi tiết trong loạt lớn.

Từ các tính chất của giá trị trung bình và phương sai trên đây ta thấy, độ chính xác tính toán của $\overline{X}_0$ và σ_0^2 tăng khi số chi tiết n được chọn tăng.

Tuy nhiên, trong thực tế thường hạn chế số chi tiết n được chọn nhất định, do đó cần phải đánh giá độ chính xác tính toán của $\overline{X}_0$ và $\overline{X}$ của σ_0 và s.

4.4. ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC TÍNH TOÁN GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH CỦA LOẠT CHI TIẾT DỰA THEO SỐ LIỆU CỦA NHÓM CHỌN

Ta ký hiệu độ chính xác của đẳng thức $\overline{X}_0 \approx \overline{X}$ bằng chữ ε. Khi đó, xác định độ chính tính toán giá trị trung bình của loạt chi tiết theo số liệu của nhóm chọn là xác định xác suất α mà $\overline{X}_0$ nằm trong giới hạn $\overline{X} \pm \varepsilon$ với $\varepsilon > 0$, có nghĩa là

$$P(\overline{X} - \varepsilon < \overline{X}_0 < \overline{X} + \varepsilon) = \alpha \tag{4.6}$$

Để xác định xác suất α ta dùng công thức :

$$t = \frac{\left|\overline{X} - \overline{X}_0\right|}{\sigma_x} \tag{4.7}$$

Nếu loạt chi tiết (N chi tiết) phân bố theo quy luật chuẩn thì t với mọi giá trị của n chi tiết sẽ phân bố theo quy luật Student. Quy luật này được viết dưới dạng:

$$S_k(t) = C\left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}} \tag{4.8}$$

Ở đây : $S_k(t)$ – hàm vi phân của phân bố t ;

C- hệ số phụ thuộc vào bậc tự do k = n –1,

$$C = \frac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\sqrt{k\pi}.\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}$$

Ký hiệu Γ (k) là của hàm số Γama

Từ công thức (4.8) ta thấy, phân bố Student chỉ phụ thuộc vào t và bậc tự do k = n – 1. Vì vậy, khi cho xác suất α có thể xác định được một số dương t_α mà nó chỉ phụ thuộc vào α và n theo đẳng thức sau:

$$\alpha = P(-t_\alpha < t < t_\alpha) = \int_{t_\alpha}^{t_\alpha} S_k(t)dt = 2\int_0^{t_\alpha} S_k(t)dt \tag{4.9}$$

Khi $t = \dfrac{\left|\overline{X} - \overline{X}_0\right|}{\sigma_x}$, vế trái của công thức (4.9) trở thành:

$$\alpha = P\left(-t_\alpha < \frac{\left|\overline{X} - \overline{X}_0\right|}{\sigma_x} < t_\alpha\right) = P(\overline{X} - t_\alpha.\sigma_x < \overline{X}_0 < \overline{X} + t_\alpha.\sigma_x) \tag{4.10}$$

Thật vậy :

$$\alpha = P(\overline{X} - t_\alpha.\sigma_x < \overline{X}_0 < \overline{X} + t_\alpha.\sigma_x) = 2\int_0^{t_\alpha} S_k(t)dt \tag{4.11}$$

Khi đặt $t_\alpha.\sigma_x = \varepsilon$, ta có:

$$\alpha = P\,(\overline{X} - \varepsilon < \overline{X}_0 < \overline{X} + \varepsilon\,) = 2\int_0^{t_\alpha} S_k(t)dt \qquad (4.12)$$

Giá trị t_α được xác định theo phụ lục 2. Dùng phụ lục này cho phép xác định một trong 3 giá trị : xác suất α, độ chính xác ε hoặc số chi tiết n (khi cho trước 2 giá trị).

Ví dụ 4.1

Nhóm chi tiết được chọn có n = 15 với gia trị trung bình $\overline{X} = 20{,}4$ và sai lệch bình phương trung bình s = 0,8. Hãy xác định giá trị trung bình $\overline{X}_0$ của loạt lớn N chi tiết.

Giải:

Giá trị trung bình $\overline{X_0}$ được xác định theo công thức sau:

$$\overline{X} - \varepsilon < \overline{X}_0 < \overline{X} + \varepsilon$$

Ở đây:

$$\varepsilon = t_\alpha.\sigma_x = t_\alpha.\frac{s}{\sqrt{n}}$$

Nếu cho xác suất α = 0,98, theo phụ lục 2 khi k = n – 1 = 15 – 1 = 14 ta có t_α = 2,62.

Vì vậy :

$$\varepsilon = 2{,}62\,\frac{0{,}8}{\sqrt{15}} = 0{,}54$$

Do đó giá trị trung bình $\overline{X}_0$ của loạt lớn N chi tiết sẽ là :

$$20{,}4 - 0{,}54 < \overline{X}_0 < 20{,}4 + 0{,}54$$

Hay : $19{,}86 < \overline{X}_0 < 20{,}94$

Ví dụ 4.2

Xác định số lượng n chi tiết của nhóm được chọn để xác định giá trị trung bình của loạt lớn N chi tiết với độ chinh xác $\varepsilon = +\,2\sigma_x$ và xác suất α = 0,95.

Giải:

Vì $\varepsilon = t_\alpha.\sigma_x$ cho nên t_α = 2. Theo phụ lục 2 khi α = 0,95 ta tìm t_α = 2 để xác định số chi tiết k (k = 60).

Nhưng k = n – 1, cho nên n = k + 1 = 60 + 1 = 61 .

Nếu n < 20 thì phân bố Student có thể được thay bằng phân bố chuẩn và khi đó:

$$P\,(-\,t_\alpha < t < t_\alpha) = 2\,\Phi\,(t_\alpha) \qquad (4.13)$$

Nhưng

$$P\,(\,-\,t_\alpha < t < t_\alpha\,) = P\,(\overline{X} - \varepsilon < \overline{X}_0 < \overline{X} + \varepsilon\,) = \alpha \qquad (4.14)$$

Thật vậy

$$\alpha = 2\Phi(t_\alpha) \tag{4.15}$$

Vì

$$t_\alpha.\sigma_{\bar{x}} = t_\alpha \frac{s}{\sqrt{n}} = \varepsilon \tag{4.16}$$

Và ký hiệu $\frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} = q_x$, ta có $\varepsilon = t_\alpha \sigma_{\bar{x}} = q_x.s$

Giải phương trình (4.16) đối với n, ta được:

$$n \geq \frac{t_\varepsilon^2.s^2}{\varepsilon^2} = \frac{t_\alpha.s^2}{q_x^2.s^2} = \frac{t_\alpha^2}{q_x^2} \tag{4.17}$$

Ví dụ 4.3

Xác định số chi tiết n được chọn nếu muốn tính giá trị trung bình $\overline{X}_0$ của loạt lớn N chi tiết với xác suất α = 0,95 và độ chính xác ε = 0,1 s.

Giải:

Theo phụ lục 1, với xác suất $\alpha = 2\phi(t_\alpha) = 0,95$ thì $t_\alpha = 1,96$. Như vậy, khi $\varepsilon = q_x.s = 0,1$ s, theo công thức (4.17) ta có:

$$n \geq \frac{1,96^2}{0,1^2} = 384$$

Phương pháp đánh giá độ chính xác tính toán giá trị trung bình của loạt chi tiết theo số liệu của nhóm chọn trên đây chỉ thích hợp khi nhóm chọn n chi tiết được lấy ra từ loạt lớn N chi tiết có phân bố theo quy luật chuẩn. Nếu n chi tiết trong loạt lớn N không phân bố theo qui luật chuẩn thì xác suất α và độ chính xác ε (của đẳng thức $\overline{X}_0 \approx \overline{X}$) được tính theo các công thức (4.15) và (4.16) chỉ có giá trị gần đúng .

4.5. ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC TÍNH TOÁN SAI LỆCH BÌNH PHƯƠNG TRUNG BÌNH CỦA LOẠT LỚN CHI TIẾT THEO SỐ LIỆU CỦA NHÓM CHỌN.

Trong thực tế, đôi khi cần xác định sai lệch bình phương trung bình σ_0 của loạt lớn N chi tiết theo sai lệch bình phương trung bình s của nhóm chọn n chi tiết (khi n < 25).

Đối với nhóm nhỏ chi tiết thì s được tính theo công thức:

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \overline{X})^2}{n-1}} \tag{4.18}$$

Công thức này khác công thức (1.23) ở chỗ là mẫu số ta đặt n – 1 (thay cho n) với mục đích để bù lại sai số hệ thống xuất hiện khi đánh giá σ_0 theo s với số chi tiết n nhỏ.

Nhiệm vụ của việc đánh giá độ chính xác tính toán sai lệch bình phương trung bình của loạt chi tiết theo số liệu của nhóm chọn là xác định xác suất α của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ với độ chính xác của nó bằng ε:

$$P(s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) = \alpha \qquad (4.19)$$

Nếu biết rằng đại lượng ngẫu nhiên x phụ thuộc loạt lớn N chi tiết phân bố theo qui luật chuẩn thì đại lượng χ^2:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{k.s^2}{\sigma_0^2}$$

sẽ có phân bố có tên gọi là phân bố χ^2.

Hàm vi phân của hàm phân bố này (hay mật độ xác suất của đại lượng χ^2) có dạng:

$$\varphi(\chi^2) = \frac{(\chi^2)^{\frac{k}{2}-1}.e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)2^{\frac{k}{2}}} \qquad (4.20)$$

Ở đây: $\chi > 0$.

Nhờ hàm phân bố này có thể tính được xác suất α :

$$\alpha = P(s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) \qquad (4.21)$$

Để xác định α ta giả sử $s - \varepsilon > 0$ và biến đổi bất đẳng thức trong ngoặc như sau :

$$\frac{1}{s+\varepsilon} < \frac{1}{\sigma_0} < \frac{1}{s-\varepsilon} \qquad (4.22)$$

Nhân các vế của bất đẳng thức (4.22) với $s\sqrt{k}$:

$$\frac{s}{s+\varepsilon}\sqrt{k} < \frac{s}{\sigma_0}\sqrt{k} < \frac{s}{s-\varepsilon}\sqrt{k} \qquad (4.23)$$

Nếu đặt $\frac{\varepsilon}{s} = q_s$ và $\varepsilon = sq_s$ ta được :

$$\frac{\sqrt{k}}{1+q_s} < \chi < \frac{\sqrt{k}}{1-q_s} \qquad (4.24)$$

Hoặc

$$\frac{k}{(1+q_s)^2} < \chi^2 < \frac{k}{(1-q_s)^2} \qquad (4.25)$$

Xác suất của bất đẳng thức này bằng tích phân :

$$P\left[\frac{k}{(1+q_s)^2} < \chi^2 < \frac{k}{(1-q_s)^2}\right] = \int_{\frac{k}{(1+q_s)^2}}^{\frac{k}{(1-q_s)^2}} \varphi(\chi^2)d\chi^2 = L(q_s, k) \tag{4.26}$$

Nhưng vế trái của phương trình (4.26) là công thức biến đổi của xác suất :

$$P (s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) = \alpha \tag{4.27}$$

Do đó, ta có thể viết :

$$P (s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) = L (q_s, k) \tag{4.28}$$

Hoặc :

$$P (s - q_s.s < \sigma_0 < s + q_s.s) = L (q_s, k) \tag{4.29}$$

Giá trị của tích phân $L(q_s, k)$ được xác định theo phụ lục 3. Như vậy, theo phụ lục 3 có thể xác định xác suất α, có nghĩa là xác suất mà sai số tính toán của σ_0 so với s không vượt qua $\varepsilon = q_s.s$.

Cần nhớ rằng nếu $s < \varepsilon$ thì bất đẳng thức ban đầu của σ_0:

$$s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon$$

phải hay bằng (vì σ_0 phải luôn luôn dương):

$$0 < \sigma_0 < s + \varepsilon \tag{4.30}$$

Trong trường hợp này bất đẳng thức của χ có dạng:

$$\frac{\sqrt{k}}{1 + q_s} < \chi < \infty \tag{4.31}$$

và xác suất của nó xác định bằng tích phân:

$$L(q_s, k) = \int_{\frac{k}{(1+q_s)^2}}^{\infty} \varphi(\chi^2)d\chi^2 \tag{4.32}$$

Ở đây : $q_s = \frac{\varepsilon}{s} > 1$

Giá trị của tích phân này cũng được xác định theo phụ lục 3.

Với các giá trị của xác suất $L(q_s, k)$ ta có thể giải quyết ba vấn đề sau đây:

1. Với độ chính xác $\varepsilon = q_s.s$ và số chi tiết n được chọn có thể tính xác suất α để cho $\sigma_0 \approx s$.
2. Với xác suất α để cho $\sigma_0 \approx s$ và số chi tiết n được chọn có thể tính độ chính xác $\varepsilon = q_s.s$.
3. Với độ chính xác ε và xác suất α để cho $\sigma_0 \approx s$ có thể tính số chi tiết n cần phải chọn.

Ví dụ 4.4

Với số chi tiết trong nhóm chọn n = 15 tính được sai lệch bình phương trung bình s = 0,6. Hãy xác định xác suất α của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ khi độ chính xác $\varepsilon = 0,12$.

Giải:

Theo phụ lục 3 ta có:

$$k = n - 1 = 15 - 1 = 14$$

Và $$q_s = \frac{\varepsilon}{s} = \frac{0,12}{0,6} = 0,2$$

Như vậy, xác suất $\alpha = 0,701$

hay: $$P (0,6 - 0,12 < \sigma_0 < 0,6 + 0,12) = 0,701$$

$$P (0,48 < \sigma_0 < 0,72) = 0,701$$

Ví dụ 4.5

Hãy xác định độ chính xác ε của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ với xác suất $\alpha = 0,96$ nếu n = 15 và s = 0,12.

Giải:

Theo phụ lục 3 ta tìm được $q_s = 0,5$ khi k = n – 1 = 15 – 1 = 14 và $\alpha = 0,96$.

Như vậy :

$$\varepsilon = q_s.s = 0,5.0,12 = 0,06$$

$$\sigma_0 = s \pm \varepsilon = 0,12 \pm 0,06$$

Hoặc $0,06 < \sigma_0 < 0,18$.

Ví dụ 4.6

Hãy xác định n khi s khác σ_0 một giá trị $\pm$ 0,2 với xác suất $\alpha = 0,96$.

Giải:

Ta có:

$$\varepsilon = q_s.\ s = 0,2.\ s$$

Cho nên $q_s = 0,2$.

Theo phụ lục 3, khi $q_s = 0,2$ và $\alpha = 0,96$ ta tìm được k = 60.

Nhưng k = n – 1, do đó:

$$n = k + 1 = 60 + 1 = 61.$$

Phương pháp đánh giá độ chính xác của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ trên đây thích hợp đối với số lượng n bất kỳ chi tiết của nhóm chọn. Tuy nhiên, khi n > 20 phương pháp sẽ đơn giản hơn.

Nếu n > 20 thì đại lượng $t = \dfrac{|\sigma_0 - s|}{\sigma_s}$. Ở đây $\sigma_s = \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{2n}} \approx \dfrac{s}{\sqrt{2n}}$ phân bố theo quy luật chuẩn, cho nên:

$$P(-t_\alpha < t < t_\alpha) = 2\Phi(t_\alpha) \quad (4.33)$$

Nhưng vế trái của đẳng thức này có thể được viết như sau:

$$P(-t_\alpha < t < t_\alpha) = P(s - t_\alpha\sigma_s < \sigma_0 < s + t_\alpha\sigma_s)$$

Nếu đặt $t_\alpha\sigma_s = \varepsilon$, ta được:

$$P(s - \varepsilon < \sigma_0 < s + \varepsilon) = \alpha \quad (4.34)$$

Thật vậy :

$$\alpha = 2\Phi(t_\alpha) \quad (4.35)$$

Vì :

$$t_\alpha\sigma_s = \frac{t_\alpha.s}{\sqrt{2n}} = \varepsilon \quad (4.36)$$

Cho nên :

$$n = \frac{t_\alpha^2.s^2}{2.\varepsilon^2} \quad (4.37)$$

Khi đặt :

$$q_s = \frac{t_\alpha}{\sqrt{2n}} \text{ và } t_\alpha\sigma_s = q_s.s$$

ta được :

$$n = \frac{t_\alpha^2}{2.q_s^2} \quad (4.38)$$

Ví dụ 4.7

Xác định số chi tiết n trong nhóm chọn, nếu biết $\alpha = 0,95$ và $q_s = 0,2$.

Giải:

Theo phụ lục 1, khi $\alpha = 0,95$ ta tìm được t = 1,96 và theo công thức (4.38) ta có :

$$n = \frac{1,96^2}{2.0,2^2} = 48$$

Ví dụ 4.8

Xác định độ chính xác ε của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ với xác suất α = 0,95 nếu n = 50 và s = 0,1.

Giải:

Theo phụ lục 1, khi $\alpha = 0,95$ ta tìm được t = 1,96 và theo công thức (4.36) ta có:

$$\varepsilon = \frac{1,96.0,1}{\sqrt{2.50}} \approx 0,02$$

Thật vậy, $\sigma_0 = 0,1 \pm 0,02$ hay $0,08 < \sigma_0 < 0,12$

Ví dụ 4.9

Xác định xác suất α của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ nếu n = 50 và q = 0,1.

Giải:

Vì: $\varepsilon = \dfrac{t_\alpha.s}{\sqrt{2n}}$

nên: $t_\alpha = \dfrac{\varepsilon\sqrt{2n}}{s} = \dfrac{0{,}1s\sqrt{2n}}{s} = 0{,}1\sqrt{2n} \approx 0{,}1\sqrt{2.50} = 1$

(ở đây $\varepsilon = q_s.s = 0{,}1s$)

Theo phụ lục 1, khi $t_\alpha = 1$ ta có:

$$\alpha = 2\Phi(t_\alpha) = 2\Phi(1) = 0{,}6827$$

Ghi chú: Nếu chọn n = 100 thì $t_\alpha = 1{,}42$ và $\alpha = 0{,}844$.

Khi n = 200 thì $t_\alpha = 2$; $\alpha = 0{,}954$ có nghĩa là khi n tăng, xác suất α của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ (với độ chính xác ε) tăng.

Phương pháp đánh giá độ chính xác của đẳng thức $\sigma_0 \approx s$ chỉ thích hợp khi đại lượng ngẫu nhiên x (nằm trong loạt lớn N chi tiết) phân bố theo qui luật chuẩn. Nếu phân bố của đại lượng ngẫu nhiên x không theo qui luật chuẩn thì việc xác định sai lệch bình phương trung bình s của nó chỉ được thực hiện với độ chính xác nhất định đối với số chi tiết n lớn trong nhóm chọn. Trong trường hợp này, sai lệch bình phương trung bình σ_0 của loạt lớn N chi tiết khác sai lệch bình phương trung bình s của nhóm n chi tiết không lớn hơn $\pm \dfrac{3s}{\sqrt{2n}}$.

4.6. ĐÁNH GIÁ CÁC THÔNG SỐ CỦA QUI LUẬT PHÂN BỐ CHUẨN NHỜ KHOẢNG TIN CẬY

Bất kỳ một phương pháp đánh giá nào được tính theo số liệu của nhóm chọn đều mang tính chất gần đúng. Vì vậy, nó chỉ có ý nghĩa trong trường hợp khi có giới hạn sai số có thể xảy ra, hay nói cách khác là phải có khoảng mà trong đó có giá trị thực của thông số cần nghiên cứu. Khoảng đó có tên gọi là khoảng tin cậy (hay vùng tin cậy), còn giới hạn của nó được gọi là giới hạn tin cậy.

Dưới đây ta nghiên cứu các khoảng tin cậy để đánh giá $\overline{X}_0$ (giá trị trung bình), phương sai σ_0^2 và sai lệch bình phương trung bình σ của loạt lớn N chi tiết.

4.6.1. Khoảng tin cậy để đánh giá $\overline{X}_0$

Nếu loạt lớn N chi tiết phân bố theo quy luật chuẩn thì đại lượng $t = \dfrac{\overline{X} - \overline{X}_0}{\sigma_x}$ (cho nhóm chọn có n đủ lớn) cũng phân bố theo quy luật chuẩn với giá trị trung bình $\bar{t} = 0$ và phương sai Dt = 1. Vì vậy, đối với bất kỳ xác suất P nào cũng có thể xây dựng giới hạn tin cậy cho giá trị $\bar{X}_0$ bằng công thức sau:

$$P\,(\bar{X} - t\sigma_x < \bar{X}_0 < \bar{X} + t_\alpha \sigma_x\,) = \alpha \qquad (4.39)$$

Nếu đặt $\sigma_x = \frac{s}{\sqrt{n}}$, ta có :

$$\alpha = (\,\bar{X} - t\frac{s}{\sqrt{n}} < \bar{X}_0 < \bar{X} + t\frac{s}{\sqrt{n}}\,) \qquad (4.40)$$

Đại lượng t được xác định nhờ phụ lục 1 theo xác suất $\alpha = 2\,\phi(t)$. Ví dụ, khi n = 100 với xác suất $\alpha = 0{,}95$ ta có t = 1,96. Do đó, khoảng tin cậy có điểm đầu là $\bar{X} - 1{,}96\frac{s}{\sqrt{100}} = \bar{X} - 0{,}196s$ và điểm cuối là $\bar{X} + 1{,}96\frac{s}{\sqrt{100}} = \bar{X} + 0{,}196s$. Ở bên trong khoảng tin cậy này có giá trị trung bình $\bar{X}_0$ chưa biết với xác suất 0,95.

Giá trị $\bar{X} \pm 0{,}196s$ là giới hạn tin cậy cho giá trị trung bình $\bar{X}_0$ của loạt lớn N chi tiết với mức có nghĩa 5% (mức có nghĩa $q = 1 - \alpha = 1 - 0{,}95 = 0{,}05$).

Nếu số chi tiết được chọn $n \leq 25$ thì đại lượng t có phân bố Student. Vì vậy, trong trường hợp này giá trị t được xác định nhờ phụ lục 2 theo giá trị α và **k = n – 1**. Ví dụ, **n** = 10 và $\alpha = 0{,}95$. Theo phụ lục 2 ta có t = 2,26.

Khi đó giới hạn tin cậy của $\bar{X}_0$ sẽ bằng:

$$\bar{X} \pm 2{,}26\frac{s}{\sqrt{10}} = \bar{X} \pm 0{,}72s$$

4.6.2. Khoảng tin cậy để đánh giá σ_0^2 và σ

Nếu loạt lớn N chi tiết phân bố theo qui luật chuẩn thì đại lượng $\frac{ns^2}{\sigma_0^2}$ có phân bố χ^2 với số bậc tự do **k** = n – 1.

Ở đây : n – số chi tiết của nhóm chọn và s^2 – phương sai của nhóm chọn.

Nếu cho xác suất α khi xác định giới hạn tin cậy cho σ_0^2 và xác định mức ý nghĩa $q = 1 - \alpha$, ta có thể tính được (theo phân bố χ^2 của đại lượng $\frac{ns^2}{\sigma_0^2}$) hai giá trị χ^2: giá trị χ_1^2 cho xác suất $P_1 = 1 - \frac{q}{2}$ và giá trị χ_2^2 cho xác suất $P_2 = \frac{q}{2}$. Khi đó, xác suất mà đại lượng $\frac{ns^2}{\sigma_0^2}$ nằm trong giới hạn từ χ_1^2 đến χ_2^2 sẽ bằng α:

$$P\left(\chi_1^2 < \frac{ns^2}{\sigma_0^2} < \chi_2^2\right) = \alpha \qquad (4.41)$$

Hoặc :

$$\frac{n.s^2}{\chi_2^2} < \sigma_0^2 < \frac{n.s^2}{\chi_1^2} \qquad (4.42)$$

Với các giá trị $\frac{n.s^2}{\chi_2^2}$ và $\frac{n.s^2}{\chi_1^2}$ có thể xác định được giới hạn tin cậy cho σ_0^2. Các giá trị χ^2 đối với P khác nhau được xác định theo phụ lục 9.

Ví dụ, khi xác suất $\alpha = 0{,}96$ và $q = 1 - \alpha = 1 - 0{,}96 = 0{,}04$ cho nhóm chọn có n = 20 theo phụ lục 9 ta có:

Khi $k = n - 1 = 20 - 1 = 19$ và $P_1 = 1 - \frac{q}{2} = 1 - 0{,}02 = 0{,}98$ thì $\chi_1^2 = 8{,}6$; Khi $P_2 = \frac{q}{2} = \frac{0{,}04}{2} = 0{,}02$ thì $\chi_2^2 = 33{,}7$.

Do đó, giới hạn tin cậy cho σ_0^2 sẽ bằng:

$$\frac{20.s^2}{33{,}7} < \sigma_0^2 < \frac{20.s^2}{8{,}6}$$

Hoặc:

$$0{,}84s^2 < \sigma_0^2 < 2{,}34s^2$$

Đánh giá thông số σ_0^2 nhờ khoảng tin cậy $\left(\frac{n.s^2}{\chi_1^2}, \frac{n.s^2}{\chi_2^2}\right)$ cho phép đánh giá thông số s nhờ khoảng tin cậy $\left(\frac{s.\sqrt{n}}{\chi_1}, \frac{s.\sqrt{n}}{\chi_2}\right)$ với cùng xác suất tin cậy α.

Nếu ký hiệu $\frac{\sqrt{n}}{\chi_2} = z_1$, $\frac{\sqrt{n}}{\chi_1} = z_2$, ta có:

$$P (z_1 s < \sigma_0 < z_2 s) = \alpha \qquad (4.43)$$

Các giá trị z_1 và z_2 với xác suất tin cậy α = 0,95, được xác định theo phụ lục 10.

Đối với nhóm chọn có n lớn có thể dùng công thức (4.34) và thay $\varepsilon = \frac{t.s}{\sqrt{2n}}$:

$$P\left[\left(1 - \frac{t}{\sqrt{2n}}\right)s < \sigma_0 < \left(1 + \frac{t}{\sqrt{2n}}\right)s\right] = \alpha \qquad (4.44)$$

Nếu cho $\alpha = 2\Phi(t)$, theo phụ lục 1 có thể xác định được t và theo t có thể tính giới hạn tin cậy σ_0.

Ví dụ, khi n = 100, α = 0,95, theo phụ lục 1: t = 1,96

Do đó : 1 - $\frac{1,96}{\sqrt{2.100}} = 1 - 0,14 = 0,86$; 1+ $\frac{1,96}{\sqrt{2.100}}$ = 1,14. Như vậy, giới hạn tin cậy với xác suất α = 0,95 sẽ là:

$$0,86\ s < \sigma_0 < 1,14\ s.$$

Chương 5

PHƯƠNG PHÁP KIỂM TRA CÁC GIẢ THUYẾT

5.1. NHIỆM VỤ CỦA PHƯƠNG PHÁP

Nếu đường cong phân bố thực nghiệm của nhóm chọn n chi tiết có hình dạng gần giống đường cong lý thuyết nào đó thì liệu ta có thể kết luận rằng nhóm chọn n chi tiết này được lấy ra từ loạt lớn N chi tiết cũng có quy luật phân bố tương tự hay không?

Giải quyết vấn đề này có một ý nghĩa quan trọng đối với các nhà nghiên cứu, bởi vì biết qui luật phân bố của đại lượng ngẫu nhiên cho phép rút ra từ các thí nghiệm những thông tin bổ sung.

Nếu tiến hành hai loạt thí nghiệm, trong đó một loạt thí nghiệm có tác động của yếu tố A và một loạt thí nghiệm không có tác động của yêu tố A, kết quả cho ta các giá trị trung bình $\overline{X}$ và phương sai s^2 khác nhau. Lúc này sẽ xuất hiện hai vấn đề: yếu tố A có ảnh hưởng đến hai loạt thí nghiệm một cách có qui luật hay không hoặc nó chỉ ảnh hưởng đến các loạt thí nghiệm một cách ngẫu nhiên.

Để kiểm tra giả thuyết trên đây cũng như các giả thuyết tương tự khác người ta dùng các loại "chỉ tiêu" mà chúng được gọi là các "chỉ tiêu tương thích". Các chỉ tiêu này sẽ cho phép ta khẳng định hoặc phủ định giả thuyết mà ta đề xuất.

5.2. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ QUY LUẬT PHÂN BỐ CỦA ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Để xác định quy luật phân bố của loạt lớn N chi tiết dựa theo nhóm chọn n chi tiết có thể dùng chỉ tiêu λ của Kônmôgorôp hoặc chỉ tiêu χ^2 của Pirson. Chỉ tiêu λ cho kết quả chính xác ngay cả trong trường hợp nhóm chọn có n nhỏ (vài chục chi tiết).

Dưới đây ta không chứng minh λ mà chỉ xét thứ tự xác định nó. Để xác định λ trước hết ta phải tính hàm thực nghiệm $F_n(x)$ và hàm lý thuyết F(x) cho mỗi giá trị của đại lượng ngẫu nhiên x của quy luật phân bố mà ta giả định.

Sau đó xác định λ theo công thức:

$$\lambda = | F(x) - F_n(x) |_{max} \cdot \sqrt{n} = D\sqrt{n} \tag{5.1}$$

Bởi vì $F(x) = \frac{N'_x}{n}$ và $F_n(x) = \frac{N_x}{n}$ (ở đây: N'_x và N_x - tần số tích lũy lý thuyết và thực nghiệm; n - số chi tiết của nhóm chọn) cho nên thay cho công thức (5.1) có thể dùng công thức:

$$\lambda = \frac{|N'_x - N_x|max}{n}\sqrt{n} \tag{5.2}$$

Tần số tích lũy của bất kỳ giá trị x_i thứ m nào bằng tổng tất cả các tần số của x_i trước đó, bao gồm cả tần số của bản thân nó, có nghĩa là:

$$N_{x\,m} = \sum_{i=1}^{m} f_i \tag{5.3}$$

Ở đây: m - số giá trị của x_i;

f_i - tần số thứ i của giá trị x.

Viện sĩ Kônmôgorop đã chứng minh rằng đối với các đại lượng ngẫu nhiên liên tục thì xác suất:

$$P(D\sqrt{n} \le \lambda) = K(\lambda) \tag{5.4}$$

Ở đây: $K(\lambda) = \sum_{\gamma=-\infty}^{+\infty} (-1)^{\gamma} e^{-2\gamma\lambda^2}$

Đối với n lớn và bất kỳ giá trị nào của $\lambda > 0$ thì:

$$P(\lambda) = 1 - K(\lambda) \tag{5.5}$$

Xác suất P(λ) được xác định theo phụ lục 12 (phụ thuộc vào λ). Nếu P(λ)< 0,05 thì sự khác nhau giữa F(x) và $F_n(x)$ rất lớn, có nghĩa là không phải ngẫu nhiên, do đó giả thiết của chúng ta về quy luật phân bố của đại lượng x không thể chấp nhận (bị phủ định). Ngược lại, nếu P(λ) > 0,05 thì giả thuyết được chấp nhận (khẳng định).
Để thuận lợi cho việc tính toán chỉ tiêu λ cần lập bảng 5.1.

Bảng 5.1 tính chỉ tiêu λ

x		f	$\frac{f}{n}$	$F_n(x)$	F(x)	$\lvert F_n(x) - F(x)\rvert$
từ	**đến**					
...	...	...	...	...	...	...

$F_n(x)$ và $F(x)$ được xác định theo phương pháp đã trình bày ở chương 3.

Chỉ tiêu χ^2 được áp dụng cho bất kỳ loạt lớn N chi tiết nào nhưng với nhóm chọn đủ lớn của n chi tiết. Để tính χ^2 trước hết cần tính tần số lý thuyết cho phân bố thực nghiệm, có nghĩa là so sánh phân bố thực nghiệm với phân bố lý thuyết được giả định. Ở đây cần chú ý rằng, tần số của các khoảng chia của giá trị x phải lớn hơn 5. Nếu trong khoảng chia nào đó có tần số nhỏ hơn 5 thì tần số đó phải được ghép với tần số của khoảng chia bên cạnh.

Chỉ tiêu χ^2 được xác định theo công thức:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i} \tag{5.6}$$

Ở đây: m - số lượng các tần số so sánh;

f_i - tần số thực nghiệm trong khoảng chia thứ i của x;

f'_i - tần số lý thuyết trong khoảng chia thứ i của x.

Để tiện cho việc tính toán chỉ tiêu χ^2 ta lập bảng 5.2.

Bảng 5.2 Tính chỉ tiêu χ^2

Khoảng chia x (từ-đến)	f_i	f'_i	$\lvert f_i - f'_i \rvert$	$(f_i - f'_i)^2$	$\frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i}$
					$\sum = \chi^2$

Sau đó cần tính số bậc tự do k:

$$k = m - p - 1 \tag{5.7}$$

Ở đây: m - số lượng tần số so sánh;

p - thông số của quy luật phân bố (quy luật hai thông số có p = 2).

Xác suất $P(\chi^2)$ được xác định teo phụ lục 13. Nếu $P(\chi^2) \le 0{,}05$ thì giả thuyết về qui luật phân bố không được chấp nhận. Nếu $P(\chi^2) > 0{,}05$ thì giả thuyết về qui luật phân bố được chấp nhận.

Trong trường hợp không có bảng tra $P(\chi^2)$ có thể dùng công thức sau để đánh giá:

$$A = \frac{\lvert \chi^2 - k \rvert}{\sqrt{2k}} \tag{5.8}$$

Nếu $A \geq 3$ thì giả thuyết về qui luật phân bố không được chấp nhận, còn nếu A<3 thì giả thuyết về qui luật phân bố được chấp nhận

5.3. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ QUY LUẬT PHÂN BỐ CHUẨN

Để kiểm tra giả thuyết về qui luật phân bố chuẩn của loạt lớn N chi tiết dựa theo nhóm chọn n chi tiết có thể dùng chỉ tiêu λ hoặc chỉ tiêu χ^2.

Trong trường hợp dùng chỉ tiêu λ cần phải tính hàm phân bố thực nghiệm $F_n(x)$ và lý thuyết F(x) hoặc $\frac{N_x}{n}$ và $\frac{N'_x}{n}$ thuộc mỗi khoảng chia của x, còn trong trường hợp dùng chỉ tiêu χ^2 phải tính tần số thực nghiệm f và tần số lý thuyết f'.

Phương pháp tính F(x), $\frac{N'_x}{n}$ và f' của qui luật phân bố chuẩn được trình bày ở chương 3. Vì vậy, ở ví dụ dưới đây chỉ trình bày phương pháp tính các chỉ tiêu λ và χ^2.

Ví dụ 5.1

Theo số liệu của các ví dụ 3.2 và 3.3 (ở chương 3), hãy tính các chỉ tiêu λ, χ^2 và kiểm tra giả thuyết về qui luật phân bố chuẩn.

Giải:

Để tính λ theo công thức (5.2) ta lập bảng 5.3 dựa theo số liệu của bảng 3.6 (ở chương 3).

Tính N_x và N'_x được thực hiện bằng cách cộng thêm các giá trị f_i hoặc f'_i ở hàng sau với tổng giá trị của f_{i-1} hoặc f'_{i-1} ở trước đó. Ví dụ, N_x ở dòng thứ ba (41) bằng tổng f_i ở các dòng thứ nhất, thứ hai và thứ ba (3 + 16 + 22 = 41) hoặc N'_x ở dòng thứ ba (38,4) bằng tổng các f'_i ở các dòng thứ nhất, thứ hai, và thứ ba (3,4 + 11,5 + 23,5 = 38,4) v...v.

Bảng 5.3. Tính λ theo công thức (5.2)

x_i	f_i	f'_i	N_x	N'_x	$\lvert N_x - N'_x \rvert$
-0,13	3	3,4	3	3,4	0,4
-0,11	16	11,5	19	14,9	4,1
-0,09	22	23,5	41	38,4	2,6
-0,07	25	28,55	66	66,95	0,95
-0,05	19	21,15	85	88,1	3,1
-0,03	13	9,30	98	97,4	0,6
-0,01	2	2,60	100	100	0
Σ	100	100			

Theo công thức (5.2) ta có:

$$\lambda = \frac{|N_x - N'_x|max}{n}\sqrt{n} = \frac{4,1}{100}\sqrt{100} = 0,41$$

Theo phụ lục 12 giá trị của λ = 0,41 tương ứng với xác suất $P(\lambda)$ = 0,9972. Xác suất này gần bằng 1, vì vậy giả thuyết của chúng ta về qui luật phân bố chuẩn có thể chấp nhận được.

Để tính λ theo công thức (5.1) ta cần lập bảng 5.4 dựa theo số liệu của bảng 3.7 (ở chương 3).

Bảng 5.4. Tính λ theo công thức (5.1)

x		f_i	$\frac{f_i}{n}$	$F_n(x)$	$F(x)$	$\lvert F_n(x) - F(x) \rvert$
Từ	Đến					
-0,14	-0,12	3	0,03	0,03	0,043	0,013
-0,12	-0,10	16	0,16	0,19	0,159	0,031
-0,10	-0,08	22	0,22	0,41	0,386	0,024
-0,08	-0,06	25	0,25	0,65	0,666	0,003
-0,06	-0,04	19	0,19	0,85	0,873	0,023
-0,04	-0,02	13	0,13	0,98	0,96	0,012
-0,02	0,00	2	0,02	1,00	0,995	0,005
		100	1,00			

Theo công thức (5.1) ta có:

$$\lambda = |F_n(x)-F(x)|_{max}.\sqrt{n} = 0,031.\ \sqrt{100} = \mathbf{0,31}$$

Theo phụ lục 12 giá trị của λ = **0,31** tương ứng với xác suất $P(\lambda)$ = 0,9981

$F_n(x)$ trong bảng 5.4 được xác định như sau:

Hàng thứ nhất có giá trị $F_n(x) = \frac{f_i}{n}$,

Hàng thứ hai có $F_n(x)$ = 0,03 + 0,16 = 0,19,

Hàng thứ ba có $F_n(x)$ = 0,19 + 0,22 = 0,41 v.v.

$F(x)$ trong bảng 5.4 được xác định như sau:

Trước hết cần tính $t = \frac{x_{i\,max} - \overline{X}}{s}$ ($x_{i\,max}$ là giới hạn trên của khoảng chia). Khi có t, ta xác định $\Phi(t)$ theo phụ lục 1. Tiếp theo đó, xác định $F(x) = 0,5 + \Phi(t)$.

Ví dụ, ở hàng thứ nhất của bảng 5.4:

$$t = \frac{-0,12 + 0,072}{0,028} = -1,71$$

(trong trường hợp này $x_{i\,max}$ = -0,12; $\overline{X}$ = -0,072 và s = 0,028). Theo phụ lục 1, Φ(-1,71) = - Φ(1,71) = -0,457, vậy F(x) = 0,5 + (-0,457) = 0,043 (giá trị F(x) ở dòng thứ nhất).

Tính chỉ tiêu χ^2 được thực hiện nhờ bảng 5.5 được thành lập theo số liệu của bảng 5.3.

Bảng 5.5 Tính chỉ tiêu χ^2

x		f_i	f'_i	$\lvert f_i - f'_i \rvert$	$(f_i - f'_i)^2$	$\frac{(f_i - f'_i)^2}{f'_i}$
từ	đến					
-0,14	-0,12	3 } 19	3 } 14			
-0,12	-0,10	16	11	5	25	1,78
-0,10	-0,08	22	23	1	1	0,043
-0,08	-0,06	25	29	4	16	0,550
-0,06	-0,04	19	22	3	9	0,410
-0,04	-0,02	13 } 15	9 } 12	3	9	0,750
-0,02	0,00	2	3			
						χ^2=3,53

Vì tần số của các dòng thứ 1 và dòng thứ 7 nhỏ hơn 5 cho nên chúng được ghép (được cộng) với các tần số của các dòng bên cạnh, Theo bảng 5.5 ta có χ^2 = 3,53. Số bậc tự do k =m – p -1= 5 – 2 -1 =2 (ở đây: m – số dòng hay số tần số; p = 2 – số thông số của qui luật phân bố). Theo phụ lục 13 giá trị xác suất P(χ^2) = 0,18. Xác suất này lớn hơn xác suất tin cậy q = 0,05, do đó theo chỉ tiêu χ^2 thì giả thuyết của chúng ta về qui luật phân bố chuẩn được chấp nhận.

5.4. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ SỰ BẰNG NHAU CỦA HAI GIÁ TRỊ TRUNG BÌNH

Giả sử, từ một loạt lớn N chi tiết ta chọn hai nhóm với số chi tiết n_1 = n_2 và kết quả kiểm tra đại lượng x cho ta hai giá trị trung bình $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$. Cần phải có kết luận là các giá trị $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau ngẫu nhiên hay không ngẫu nhiên. Nếu $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau nhiều (khác nhau không ngẫu nhiên) thì phương pháp qui hoạch thực nghiệm không đúng hoặc quá trình tính toán sai. Trong trường hợp ngược lại $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau không nhiều (hoặc khác nhau ngẫu nhiên) thì phương pháp thực nghiệm đúng và quá trình tính toán hoàn toàn chính xác.

Vấn đề cũng được hiểu tương tự như khi ta nghiên cứu ảnh hưởng của các yếu tố công nghệ tới độ chính xác gia công. Nếu các kết quả thực nghiệm có yếu tố A và không có yếu tố A cho ta các giá trị $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ mà các giá trị này khác nhau ngẫu nhiên thì yếu tố A không ảnh hưởng tới độ chính xác gia công (hay thông số nghiên cứu nào đó). Trong trường hợp ngược lại, nếu có giá trị $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau nhiều (khác nhau không ngẫu nhiên) thì yếu tố A sẽ ảnh hưởng đến thông số nghiên cứu.

Cuối cùng, trong thực tế có thể xuất hiện một vấn đề như sau: liệu hai nhóm chi tiết n_1 và n_2 có cùng thuộc một loạt lớn N chi tiết hay không? Vấn đề này được khẳng định nếu $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau không nhiều (khác nhau có tính ngẫu nhiên), trong trường hợp ngược lại, n_1 và n_2 không thuộc loạt lớn N chi tiết.

Dưới đây ta xét hai trường hợp:

1. Các nhóm chi tiết được chọn từ loạt lớn N có phân bố chuẩn.

2. Các nhóm chi tiết được chọn từ loạt lớn N không phân bố theo qui luật chuẩn.

Đối với trường hợp thứ nhất, đánh giá sự khác nhau của $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ được thực hiện nhờ chỉ tiêu Student t:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_x} \qquad (5.9)$$

Chỉ tiêu t sẽ phân bố theo qui luật chuẩn và có thể được đánh giá nhờ phụ lục 5 (xác suất $P(|t| \geq t_1)$). S_x được tính theo công thức:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum\left(x_1 - \overline{X}_1\right)^2 + \sum\left(x_2 - \overline{X}_2\right)^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 . n_2}} \qquad (5.10)$$

Nhưng ta có:

$$\frac{1}{n}\sum\left(x - \overline{X}\right)^2 = s^2 \text{ và } \sum\left(x - \overline{X}\right)^2 = s^2.n$$

Cho nên công thức (5.10) được thay bằng:

$$S_x = \sqrt{\frac{n_1.s_1^2 + n_2.s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 + n_2}} \qquad (5.11)$$

Thay giá trị của S_x từ công thức (5.11) vào công thức (5.9) ta được:

$$t = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{\sqrt{n_1.s_1^2 + n_2.s_2^2}} \sqrt{\frac{n_1.n_2(n_1+n_2-2)}{n_1+n_2}} \quad (5.12)$$

Ở đây: n_1 và n_2 - số chi tiết trong nhóm chọn;

$\overline{X}_1, \overline{X}_2$, s_1^2 và s_2^2 - các giá trị trung bình và phương sai của n_1 và n_2

Khi đánh giá t theo phụ lục 5 cần lấy $k = n_1 + n_2 - 2$.

$P(|t| \geq t_1)$ là xác suất của giá trị ngẫu nhiên t mà chúng không nhỏ hơn giá trị quan sát t_1. Nếu xác suất $P \leq 0{,}05$ thì giả thuyết của chúng ta về sự bằng nhau của 2 giá trị trung bình $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ là sai, có nghĩa là chúng khác nhau nhiều. Nếu xác suất $P(|t| \geq t_1)$ lớn (khi $P \geq 0{,}05$) thì giả thuyết của chúng ta về sự bằng nhau của các giá trị trung bình $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ là đúng (chấp nhận được).

Phương pháp đánh giá sự bằng nhau của các giá trị trung bình $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ trên đây chỉ thích hợp với n < 25.

Nếu n > 25 thì chỉ tiêu t được tính theo công thức:

$$t = \frac{\left|\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad (5.13)$$

Ví dụ 5.1

Trên máy tự động có gia công các bạc với đường kính $D = 20^{+0,2}$mm, người ta chọn hai nhóm chi tiết (mỗi nhóm gồm 5 chi tiết) trong thời gian khác nhau. Kết quả đo đường kính của bạc được ghi trong bảng 5.6.

Bảng 5.6. Kết quả đo lường đường kính của bạc

Số thứ tự của nhóm chọn	Số thứ tự của chi tiết					$\overline{X}$	s^2
	1	2	3	4	5		
Nhóm 1	20,05	20,08	20,1	20,1	20,09	20,084	0,0004
Nhóm 2	20,10	20,15	20,05	20,08	20,10	20,096	0,0013

Giả sử đường kính bạc phân bố theo qui luật chuẩn. Vì các nhóm chọn được thực hiện từ một máy cho nên có thể cho rằng: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

Giả thuyết của chúng ta như sau: các nhóm chọn có giá trị trung bình bằng nhau ($\overline{X}_1 \approx \overline{X}_2$), hay nói cách khác máy được điều chỉnh như nhau cho cả hai nhóm chọn.

Kết quả tính toán cho ta: ($\overline{X}_1$ = 20,084; $\overline{X}_2$ = 20,096; s_1^2 = 0,0004 và s_2^2 = 0,0013).

Chỉ tiêu t được tính như sau:

$$t = \frac{20{,}096 - 20{,}084}{\sqrt{0{,}0004.5 + 0{,}0013.5}} \cdot \sqrt{\frac{5.5(5+5-2)}{5+5}} = 0{,}58$$

Từ phụ lục 5 ta thấy khi k = 5 + 5 - 2 = 8, xác suất của $P(|t| \geq t_t)$ = 0,58. Xác suất này lớn hơn nhiều so với xác suất tin cậy (hay mức có nghĩa) P = 0,05. Vì vậy, giả thuyết của chúng ta về sự bằng nhau của các giá trị trung bình là chấp nhận được.

Ví dụ 5.2

Trong cùng một điều kiện, người ta gia công hai loạt nhỏ của bạc, mỗi loạt gồm 25 chi tiết bằng 2 dao doa có đường kính d_1 = 6mm và d_2 = 10mm. Kết quả kiểm tra bạc cho thấy sai số của kích thước lỗ (hiệu giữa kích thước lỗ và đường kính dao doa) như sau: $\overline{X}_1 = 10{,}4\mu m$ (dao doa có đường kính d_1 = 6mm)và $\overline{X}_2 = 9{,}8\mu m$ (dao doa có đường kính d_2 = 10mm). Phương sai của các sai số nói trên có giá trị tương ứng là $s_1^2 = 3{,}4mm^2$ và $s_2^2 = 4{,}76mm^2$.

Cần xác định rằng, đường kính của dao doa có ảnh hưởng đến sai số của lỗ hay không nếu các sai số này phân bố theo qui luật chuẩn. Giả thuyết của chúng ta là đường kính của dao doa không ảnh hưởng đến sai số gia công.

Giải:

Ta tính t theo công thức (5.13):

$$t = \frac{10{,}4 - 9{,}8}{\sqrt{\frac{3{,}8}{25} + \frac{4{,}76}{25}}} = 1{,}03$$

Theo phụ lục 5 giá trị t = 1,03 tương ứng với xác suất P = 0,31.

Xác suất này đủ lớn, do đó giả thuyết của chúng ta được khẳng định, có nghĩa là đường kính của dao doa trong khoảng từ d_1 = 6mm đến d_2 = 10mm không ảnh hưởng đến sai số của lỗ gia công.

Đối với trường hợp khi các nhóm chọn chi tiết thuộc loạt lớn N chi tiết không phân bố theo qui luật chuẩn thì việc đánh giá về sự bằng nhau của các giá trị trung bình chỉ có tính gần đúng.

Các bước thực hiện để đánh giá cũng được tiến hành tương tự. Trước hết ta phải tính t theo công thức (5.12) hoặc (5.13) tùy thuộc vào số lượng chi tiết của nhóm chọn.

Nếu t ≥ 3 thì các giá trị $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau nhiều, còn trong trường hợp ngược lại (nếu t<3) thì các giá trị $\overline{X}_1$ và $\overline{X}_2$ khác nhau không nhiều (khác nhau có tính ngẫu nhiên).

5.5. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ SỰ BẰNG NHAU CỦA HAI GIÁ TRỊ PHƯƠNG SAI

Giả sử có hai nhóm chọn từ loạt lớn N chi tiết, mỗi nhóm có số lượng chi tiết bằng n_1 và n_2, phương sai của các nhóm chọn tương ứng là s_1^2 và s_2^2. Có thể kết luận rằng, hai nhóm chọn n_1 và n_2 cùng thuộc loạt lớn N chi tiết hay không? Cũng có thể đặt vấn đề tương tự: tiến hành hai thực nghiệm, trong đó một thực nghiệm được thực hiện với yếu tố A, còn một thực nghiệm không có yếu tố A. Mỗi thực nghiệm được lặp lại n lần. Kết quả cho ta: phương sai của thực nghiệm có yếu tố A là s_A^2 và không có yếu tố A là s_0^2. Cần xác định ảnh hưởng của yếu tố A đến đại lượng ngẫu nhiên x (hay đến sai số gia công).

Để kiểm tra giả thuyết về sự bằng nhau của hai giá trị phương sai cần tính giá trị T_H theo công thức:

$$T_H = \frac{s_1^2}{s_2^2} \tag{5.14}$$

Ở tử số luôn luôn đặt giá trị lớn hơn trong hai giá trị(có thể $T_H = \frac{s_2^2}{s_1^2}$). Tiếp theo đó cần tính $k_1 = n_1 - 1$ và $k_2 = n_2 - 1$ (ở đây: n_1, n_2 là số lượng chi tiết trong các nhóm chọn).

Dựa theo k_1 và k_2 trong phụ lục 6 để xác định giá trị T với xác suất tin cậy P = 0,05. Nếu $T_H < T$ thì giả thuyết về sự bằng nhau của hai giá trị phương sai là chấp nhận được, có nghĩa là s_1^2 và s_2^2 khác nhau không nhiều (khác nhau một cách ngẫu nhiên). Trong trường hợp ngược lại ($T_H > T$) giả thuyết bị phủ định, nghĩa là s_1^2 và s_2^2 khác nhau rất nhiều (khác nhau không ngẫu nhiên).

Ví dụ 5.3

Kiểm tra hai nhóm chi tiết $n_1 = n_2 = 10$ trên máy tự động cho các giá trị phương sai $s_1^2 = 400\mu m^2$ và $s_2^2 = 325\mu m^2$. Qui luật phân bố của kích thước chi tiết được xác định là qui luật chuẩn. Có thể kết luận cả hai máy đảm bảo độ chính xác gia công như nhau hay không?

Giải:

Ta giả sử cả hai máy đảm bảo độ chính xác gia công như nhau và các giá trị phương sai s_1^2 và s_2^2 chỉ khác nhau một cách ngẫu nhiên.

Để kiểm tra giả thuyết trên cần tính T_H:

$$T_H = \frac{400}{325} = 1,23$$

Theo phụ lục 6 với P=0,05 khi $k_1 = k_2 = 9$ ta có T= 3,23.

Như vậy $T_H < T$, có nghĩa là giả thuyết về hai máy có cùng độ chính xác gia công được khẳng định.

Đối với trường hợp các nhóm không thuộc quy luật chuẩn thì phải tính giá trị t_s:

$$t_s = \frac{|s_1 - s_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{2n_1} + \frac{s_2^2}{2n_2}}} \qquad (5.15)$$

Nếu $t_s < 3$ thì giả thuyết về sự bằng nhau của hai giá trị phương sai được chấp nhận. Trong trường hợp ngược lại ($t_s > 3$) giả thuyết không được chấp nhận.

5.6. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ SỰ BẰNG NHAU CỦA NHIỀU GIÁ TRỊ PHƯƠNG SAI

Giả sử có m nhóm chọn với số lượng n_i của mỗi nhóm khác nhau, được lấy ra từ một hoặc m loạt lớn có phân bố chuẩn. Trong trường hợp này phương sai của các loạt lớn có giá trị như nhau, có nghĩa là: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 ... = \sigma_m^2 = \sigma^2$, còn kỳ vọng toán học (giá trị trung bình) có thể khác nhau.

Các phương sai $s_1^2, s_2^2 ... s_m^2$ của các nhóm chọn n_1, n_2,...n_m có thể khác nhau nhưng ta phải kiểm tra giả thuyết về sự khác nhau của chúng là ngẫu nhiên (khác nhau không nhiều). Nếu các phương sai $s_1^2, s_2^2 ... s_m^2$ của các nhóm chọn chỉ khác nhau một cách ngẫu nhiên thì các phương sai của các loạt lớn σ_i^2 sẽ bằng nhau, có nghĩa là: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 ... = \sigma_m^2 = \sigma^2$

Ta tính s^2 theo công thức:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} s_i^2 (n-1)}{N - m} \qquad (5.16)$$

Ở đây: $N = \sum_{i=1}^{m} n_i$ - tổng số chi tiết trong loạt lớn.

Nếu giả thuyết được chấp nhận thì đại lượng ngẫu nhiên $\frac{\sum_{i=1}^{m} s_i^2 (n-1)}{\sigma^2} = \frac{s^2(N-m)}{\sigma^2}$ sẽ có phân bố χ^2 với (N - m) bậc tự do biến đổi từ công thức (5.16).

Rõ ràng phân bố của tỷ số $\frac{s_i^2}{s^2}$ trong giả thuyết của chúng ta chỉ phụ thuộc vào n_i.

Giáo sư Barlet đã chứng minh rằng đại lượng ngẫu nhiên:

$$Q = -\frac{1}{c}\sum_{i=1}^{n}(n_i - 1)\ln\frac{s_i^2}{s^2} \qquad (5.17)$$

với
$$c = 1 + \frac{1}{3(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N-m}\right)$$

sẽ có phân bố gần với phân bố χ^2 với k = m – 1 bậc tự do (nếu $n_i \geq 3$).

Để tính Q ta dùng công thức mới dưới đây khi chuyển từ logarit tự nhiên sang logarit cơ số 10:

$$Q = \frac{2{,}3026\left[(N-m)\lg s^2 - \sum(n_i - 1)\lg s_i^2\right]}{1 + \frac{1}{3(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{N-m}\right)} \qquad (5.18)$$

Theo phụ lục 13 ta xác định χ^2 khi k = m -1 bậc tự do với xác suất tin cậy P = 0,95.

Nếu Q < χ^2 thì giả thuyết được chấp nhận, còn nếu Q > χ^2 thì giả thuyết không được chấp nhận.

Để thuận lợi cho việc tính Q cần lập bảng 5.7.

Bảng 5.7. Bảng phụ để tính Q theo công thức (5.18)

Số nhóm chọn	s_i^2	**n_i**	**$n_i - 1$**	$s_i^2(n_i - 1)$	$\frac{1}{n_i - 1}$	**$\lg s_i^2$**	**$(n_i-1)\lg s_i^2$**
		$\sum n$	$\sum(n_i - 1)$	$\sum s_i^2(n_i - 1)$	$\sum\frac{1}{n_i - 1}$		$\sum(n_i - 1)\lg s_i^2$

Nếu số lượng chi tiết trong các nhóm chọn bằng nhau; có nghĩa là:
$n_1 = n_2 = n_3 ... = n_k = n$ thì công thức (5.18) có dạng:

$$Q = \frac{2,3026m(n-1)\left(\lg s^2 - \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\lg s_i^2\right)}{1+\frac{m+1}{3m(n-1)}} \qquad (5.19)$$

Ở đây: s^2 được tính theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} s_i^2 \qquad (5.20)$$

Tuy nhiên, trong trường hợp số lượng các chi tiết trong các nhóm chọn bằng nhau có thể kiểm tra giả thuyết về sự bằng nhau của các giá trị phương sai bằng các phương pháp đơn giản, đó chính là chỉ tiêu G_H:

$$G_H = \frac{s_{imax}^m}{\sum_{i=1}^{m} s_i^2} \qquad (5.21)$$

Giá trị của G với 5% mức có ý nghĩa (xác suất tin cậy) phụ thuộc vào số lượng n chi tiết trong nhóm chọn và số m nhóm chọn được xác định theo phụ lục 14.

Nếu $G_H < G$ thì giả thuyết về sự bằng nhau của nhiều giá trị phương sai có thể chấp nhận được, còn trong trường hợp ngược lại ($G_H > G$) thì giả thuyết không được chấp nhận.

Ví dụ 5.4

Trên 4 máy tự động người ta gia công cùng 1 loại chi tiết giống nhau. Người ta chọn 4 nhóm chi tiết trên 4 máy có số lượng bằng nhau, có nghĩa là: $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 10$. Phương sai của các nhóm chọn có các giá trị như sau: $s_1^2 = 100\mu m^2$, $s_2^2 = 300\mu m^2$, $s_3^2 = 200\mu m^2$, $s_4^2 = 400\mu m^2$. Cần xác định xem các máy có độ chính xác gia công như nhau hay không, có nghĩa là khoảng phân tán của sai số gia công có như nhau hay không, nếu sai số gia công trên cả 4 máy phân bố theo qui luật chuẩn.

Giải:

Để kiểm tra giả thuyết trên ta dùng hai phương pháp: theo chỉ tiêu Q với công thức (5.19) và chỉ tiêu G_H với công thức (5.21).

- Theo chỉ tiêu Q.

Trước hết ta phải xác định s^2, lgs và $\sum \lg s_i^2$.

Theo công thức (5.20) ta có:

$$s^2 = \frac{(100+300+200+400)}{4} = 250$$

lg100 = 2; lg300 = 2,48; lg200 = 2,30; lg400 = 2,60.

$\sum \lg s_i^2$ = 2 + 2,48 + 2,30 + 2,60 = 9,38; lg250 = 2,398.

$$Q = \frac{2{,}3026.4(10-1)(2{,}398 - \frac{9{,}38}{4})}{1 + \frac{4+1}{3.4(10-1)}} = \frac{4{,}37}{1{,}05} = 4{,}16$$

Theo phụ lục 13, khi k = 3 và xác suất tin cậy p = 0,05 ta có χ^2 = 7,8. Vì Q < χ^2 cho nên giả thuyết về sự bằng nhau của các giá trị phương sai là chấp nhận được, có nghĩa là các giá trị s^2_i khác nhau không nhiều (khác nhau ngẫu nhiên).

- Theo chỉ tiêu G_H .

Trước hết ta tính G_H theo công thức (5.21):

$$G_H = \frac{400}{1000} = 0{,}4$$

Theo phụ lục 14 khi p = 0,05 (q = 5%) ta được G = 0,5. Vì G_H < G cho nên giả thuyết về sự bằng nhau của các giá trị phương sai là chấp nhận được, có nghĩa là các giá trị s^2_i khác nhau không nhiều (khác nhau ngẫu nhiên).

5.7. KIỂM TRA GIẢ THUYẾT VỀ HAI NHÓM CHỌN CÙNG THUỘC MỘT LOẠT LỚN

Giả sử có hai nhóm chọn x và y với cùng thông số nghiên cứu đồng nhất (ví dụ, cùng đường kính ngoài của chi tiết gia công). Trong trường hợp này các giá trị nghiên cứu x_i và y_i cho các giá trị trung bình $\overline{X} \neq \overline{Y}$ hoặc các sai lệch bình phương trung bình $s_x \neq s_y$. Ở đây xuất hiện một vấn đề: liệu các giá trị này ($\overline{X}$ và $\overline{Y}$ hoặc s_x và s_y) khác nhau nhiều hay chỉ mang tính ngẫu nhiên. Ví dụ, có hai nhóm chi tiết được gia công trên hai máy, các giá trị trung bình và phương sai của hai nhóm khác nhau. Ở đây, qui luật phân bố của loạt lớn N chi tiết chưa được biết. Bài toán đặt ra là hai máy có đảm bảo độ chính xác gia công như nhau hay không?

Giả thuyết kiểm tra trong trường hợp này là hai nhóm chọn cùng thuộc một loạt lớn N chi tiết. Để kiểm tra giả thuyết này có thể dùng chỉ tiêu Vicocxon được xây dựng trên cơ sở số tăng. Số tăng được hiểu như sau: các giá trị x và y trong hai nhóm chọn được xếp theo một thứ tự tăng dần, ví dụ:

$y_1y_2x_1x_2y_3y_4y_5x_3y_6x_4$

Ở đây: $x_1 \ldots x_4$ - các giá trị của x;

$y_1 \ldots y_6$ - các giá trị của y.

Nếu có một giá trị y nào đó đứng trước x thì người ta nói rằng đôi giá trị này cho số tăng. Nếu có n giá trị y đứng trước giá trị x_m nào đó thì điều này có nghĩa là x_m có n số tăng. Ví dụ ở trên đây cho thấy: x_1 có hai số tăng; x_2 cũng có hai số tăng; x_3 có năm số tăng và x_4 có sáu số tăng.

Tổng các số tăng trong ví dụ của chúng ta sẽ bằng:

$$u = 2 + 2 + 5 + 6 = 15$$

Giả thuyết được chấp nhận nếu số u nằm trong giới hạn của các giá trị được tính cho xác suất tin cậy. Tính các giá trị giới hạn của u được thực hiện từ cách lập luận như sau: nếu độ lớn của các nhóm chọn n >10 và m >10 thì số tăng u phân bố gần theo qui luật chuẩn, với giá trị trung bình (kỳ vọng toán học):

$$\bar{u} = \frac{m.n}{2} \tag{5.22}$$

và phương sai:

$$\sigma_u^2 = \frac{m.n}{12}(m + n + 1) \tag{5.23}$$

Vì vậy, các giá trị giới hạn của u được xác định như sau:

$$\bar{u} - t\sigma_u \leq u \leq \bar{u} + t\sigma_u \tag{5.24}$$

Ở đây: t - phụ thuộc vào mức có nghĩa (xác suất tin cậy) q và được xác định theo giá trị $\Phi(t)$ ở phụ lục 1:

$$q = 1 - 2\Phi(t) \tag{5.25}$$

Từ đó, ta có:

$$\Phi(t) = \frac{1-q}{2} \tag{5.26}$$

Ví dụ, khi q = 0,05 ta có:

$$\Phi(t) = \frac{1-0,05}{2} = 0,4525$$

Theo phụ lục 1 thì giá trị này của $\Phi(t)$ tương ứng với t = 1,96.

Như vậy, nếu giá trị u nằm trong giới hạn được xác định theo bất đẳng thức (5.24) hoặc không vượt ra khỏi vùng biên:

$$\left.\begin{aligned} u &\geq \overline{u} - t\sigma_u \\ u &\leq \overline{u} + t\sigma_u \end{aligned}\right\} \qquad (5.27)$$

thì giả thuyết được chấp nhận, còn trong trường hợp ngược lại - giả thuyết không được chấp nhận.

Vì u có phân bố gần với phân bố chuẩn khi các nhóm chọn có n >10 và m >10 cho nên để dùng chỉ tiêu Vicocxon cần phải lấy nhóm chọn có số chi tiết (độ lớn của nhóm chọn) >12.

Ví dụ 5.5

Trên hai máy người ta gia công hai nhóm chi tiết với số lượng n = m = 15. Kết quả kiểm tra chi tiết được ghi trên bảng 5.8. Ở đây: x là sai số của kích thước chi tiết (μm) so với kích thước danh nghĩa thuộc nhóm chọn từ máy thứ nhất ($N^0 1$), còn y là sai số của kích thước chi tiết (μm) so với kích thước danh nghĩa thuộc nhóm chọn từ máy thứ hai ($N^0 2$). Cần xác định xem liệu hai máy có cùng độ chính xác gia công hay không. Nói cách khác, cần kiểm tra giả thuyết về phân bố như nhau của sai số gia công trên hai máy.

Giải:

Bảng 5.8. Kết quả kiểm tra chi tiết của hai nhóm chọn

Máy	Ký hiệu	Số thứ tự của chi tiết gia công																
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	$\overline{X}$	s
$N^0 1$	X	14	20	27	13	23	17	14	9	10	19	17	13	11	4	5	14,4	6,3
$N^0 2$	Y	4	18	3	10	8	20	10	11	16	10	13	20	15	21	8	12,5	6

Ta xếp kết quả đo kích thước chi tiết ở bảng 5.8 theo thứ tự tăng dần ở bảng 5.9.

Bảng 5.9. Bảng giá trị của x và y theo thứ tự tăng dần

y	**y**	**x**	**x**	**y**	**y**	**x**	**y**	**y**	**y**	**x**	**y**	**x**	**y**	**x**
3	4	4	5	8	8	9	10	10	10	10	11	11	13	13
x	**x**	**x**	**y**	**y**	**x**	**x**	**y**	**x**	**y**	**y**	**x**	**y**	**x**	**x**
13	14	14	15	16	17	17	18	19	20	20	20	21	23	27

Số tăng đối với x sẽ bằng:

u = 2 + 2 + 4 + 7 + 8 + 9 + 9 + 9 + 9+11 +11 + 12 + 14 + 15 +15 = 137

Theo các công thức (5.22) và (5.23) ta có:

$$\overline{u} = \frac{15.15}{2} = 112,5$$

và

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{15.15}{12}(15+15+1)} = 24$$

Khi chọn mức có nghĩa (xác suất tin cậy) q = 0,05 và t = 1,96 (theo công thức (5.26)) ta xác định được các giá trị giới hạn của u:

$$u \geq 112{,}5 - 1{,}96.24 \approx 66$$

$$u \leq 112{,}5 + 1{,}96.24 \approx 158$$

Ta thấy, giá trị của u = 137 nằm trong giới hạn trên (66 < 137 < 158) cho nên giả thuyết về độ chính xác gia công như nhau của hai máy là chấp nhận được.

Chương 6

NGHIÊN CỨU MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC THÔNG SỐ CỦA ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG

6.1. KHÁI NIỆM VỀ MỐI QUAN HỆ GIỮA CÁC THÔNG SỐ

Nếu một đại lượng vật lý nào đó là hàm của một hoặc một số đại lượng khác:

$$y = f(x, z... u)$$

có nghĩa là y được xác định bằng các giá trị x, z,...u, thì quan hệ giữa y và các giá trị x, z ... u được gọi là quan hệ hàm số. Mối quan hệ này có thể tồn tại giữa các đại lượng ngẫu nhiên. Nhưng giữa các đại lượng ngẫu nhiên tồn tại một mối quan hệ mà trong đó một đại lượng ngẫu nhiên này làm thay đổi đại lượng ngẫu nhiên khác bằng thay đổi quy luật phân bố của mình. Ví dụ, sai số mặt đầu của bánh răng (phân bố theo quy luật lệch tâm) ảnh hưởng đến khoảng cách tâm khi bánh răng quay một vòng (phân bố theo quy luật chuẩn) hoặc độ ôvan của đường kính ngoài (phân bố theo quy luật lệch tâm) ảnh hưởng đến kích thước đường kính ngoài của chi tiết (phân bố theo quy luật chuẩn). Mối quan hệ đó được gọi là mối quan hệ xác suất hay quan hệ thống kê, vì nó chỉ được xác định trong trường hợp nghiên cứu số lượng lớn chi tiết. Mối quan hệ này có đặc điểm là: mỗi giá trị x có thể có một hoặc nhiều giá trị y hoặc ngược lại.

Nếu với một số giá trị của x ta có một số giá trị trung bình của y (được ký hiệu là $\overline{y}_x$) thì mối quan hệ giữa $\overline{y}_x$ và x là mối quan hệ tương quan. Mối quan hệ tương quan được viết dưới dạng:

$$\overline{y}_x = f(x) \qquad (6.1)$$

6.2. HỆ SỐ QUAN HỆ VÀ TỶ SỐ QUAN HỆ

Khi nghiên cứu mối quan hệ tương quan giữa các thông số ta phải giải quyết 3 vấn đề:

- Có tồn tại quan hệ tương quan giữa các thông số hay không?
- Dạng quan hệ (quan hệ tuyến tính hay quan hệ phi tuyến).
- Mức độ quan hệ (quan hệ có chặt chẽ hay không?).

Để giải quyết các vấn đề trên đây ta phải xác định được hệ số quan hệ và tỷ số quan hệ. Ví dụ, các bảng 6.1 và 6.2 là kết quả của các thông số quan hệ x, y. Các bảng này có cấu trúc như sau: hàng ngang ở trên ghi các giá trị của x, còn các hàng dọc ghi các giá trị của y.

Bảng 6.1. Bảng quan hệ tương quan

Giá trị y	**Giá trị x**			
	1	**2**	**3**	**4**
1	1	-	-	-
2	2	1	-	-
3	1	2	1	-
4	-	1	2	1
5	-	-	1	2

Bảng 6.2. Bảng quan hệ tương quan

Giá trị y	**Giá trị x**			
	1	**2**	**3**	**4**
1	1	3	3	1
2	1	3	3	1
3	1	3	3	1
4	1	3	3	1
5	1	3	3	1

Trong mỗi cột của bảng ghi tần số của y đối với x. Theo đặc tính của bảng có thể sơ bộ kết luận về sự tồn tại của mối quan hệ giữa y và x. Ví dụ, trong bảng 6.1 tồn tại quan hệ giữa y và x, còn trong bảng 6.2 không có mối quan hệ giữa y và x bởi vì y thay đổi như nhau đối với tất cả các giá trị của x.

Như vậy, khi có bảng quan hệ tương tự như bảng 6.1 ta có thể tính được đại lượng C_{xy}:

$$C_{xy} = \frac{\sum n_{xy}(x - \bar{X})(y - \bar{Y})}{n} \qquad (6.2)$$

Ở đây: n_{xy} – tần số của các giá trị x và y.

n – số chi tiết trong nhóm chọn.

Hệ số quan hệ giữa x và y (r_{xy}) được xác định theo công thức:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x . \sigma_y} \tag{6.3}$$

Ở đây: σ_x, σ_y – giá trị sai lệch bình phương trung bình của x và y.

Để đơn giản hóa quá trình tính C_{xy}, σ_x và σ_y có thể dùng các công thức sau đây:

$$C_{xy} = \frac{\sum\left(x.\sum n_{xy}.y\right)}{n} \overline{X}.\overline{Y} \tag{6.4}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum(n_x.x^2)}{n} - \overline{X}^2} \tag{6.5}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum(m_y.y^2)}{n} - \overline{Y}^2} \tag{6.6}$$

Ở đây: n_x và m_y – tần số của các giá trị tương ứng x và y.

Tỷ số quan hệ η_y được xác định theo công thức sau:

$$\eta_y = \frac{\sigma_{\bar{y}x}}{\sigma_y} \tag{6.7}$$

Ở đây: σ_y – sai lệch bình phương trung bình của các giá trị y_i từ giá trị trung bình $\overline{Y}$.

$\sigma_{\bar{y}x}$ - sai lệch bình phương trung bình của giá trị trung bình từng phần $\bar{y}_x$ từ giá trị trung bình tổng $\overline{Y}$, có nghĩa là:

$$\sigma_{\bar{y}x} = \sqrt{\frac{\sum n_x(\bar{y}_x - \overline{Y})^2}{n}} \tag{6.8}$$

6.3. CÁC TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA HỆ SỐ QUAN HỆ VÀ TỶ SỐ QUAN HỆ

Hệ số quan hệ và tỷ số quan hệ có những tính chất cơ bản sau đây:

1. Nếu hệ số quan hệ $r_{xy} = \pm 1$ thì x và y có quan hệ phụ thuộc tuyến tính. Quan hệ tuyến tính đó có dạng:

$$y = a + bx \quad \text{hoặc} \quad x = c + dy.$$

2. Nếu hệ số quan hệ $r_{xy}=0$ thì giữa x và y không có quan hệ tuyến tính mà có quan hệ phi tuyến.

3. Hệ số quan hệ r_{xy} càng gần tới ± 1 thì quan hệ giữa x và y càng chặt chẽ. Quan hệ này càng yếu dần khi r_{xy} tiến dần tới 0.

4. Nếu tỷ số quan hệ $\eta_y = 0$ thì giữa y và x không có quan hệ phụ thuộc.

5. Nếu tỷ số quan hệ $\eta_y = 1$ thì giữa y và x có mối quan hệ tuyến tính.

6. Hệ số quan hệ η_y càng gần tới 1 thì quan hệ giữa y và x càng chặt chẽ. Nếu η_y càng gần tới 0 thì quan hệ giữa y và x càng yếu dần.

7. Nếu $\eta_y = |r_{xy}|$ thì y và x có mối quan hệ tuyến tính và ngược lại: nếu y và x có mối quan hệ tuyến tính thì $\eta_y = |r_{xy}|$.

6.4. QUAN HỆ TUYẾN TÍNH

Nếu trên cơ sở phân tích hệ số quan hệ và tỷ số quan hệ xác định được sự tồn tại với quan hệ tuyến tính giữa y và x thì mối quan hệ này được biểu thị bằng phương trình sau đây:

$$\bar{y}_x - \bar{Y} = r_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - \bar{X}) = b(x - \bar{X}) \tag{6.9}$$

Ở đây: b - hệ số phụ thuộc của y từ x (hệ số quan hệ giữa y và x) $b = r_{xy}\dfrac{\sigma_y}{\sigma_x}$, còn phương trình (6.9) gọi là phương trình phụ thuộc của y từ x (phương trình quan hệ giữa y và x).

Vì trong phương trình (6.9) các đại lượng b, $\bar{Y}$, $\bar{X}$ là những đại lượng cố định cho nên sau khi thay các giá trị số vào, phương trình có dạng:

$$\bar{y}_x = a + b.x \tag{6.10}$$

Ví dụ 6.1

Tính hệ số quan hệ và tỷ số quan hệ của số liệu trong bảng 6.1 và lập phương trình quan hệ giữa y và x.

Giải:

Để tiện cho việc tính toán ta lập bảng 6.3.

Bảng 6.3. Tính hệ số quan hệ

Giá trị y			Giá trị x				Số cột		
			1	2	3	4	1	2	3
							m_y	$m_y.y$	$m_y.y^2$
	1		1	-	-	-	1	1	1
	2		2	1	-	-	3	6	12
	3		1	2	1	-	4	12	36
	4		-	1	2	1	4	16	64
	5		-	-	1	2	3	15	75
Số dòng	1	n_x	4	4	4	3	$\Sigma(1)=15$	$\Sigma=50$	$\Sigma=188$
	2	$n_x.x$	4	8	12	12	$\Sigma(2)=36$		
	3	$n_x.x^2$	4	16	36	48	$\Sigma(3)=104$		
	4	$\Sigma n_{xy}.y$	8	12	16	14	$\Sigma(4)=50$		
	5	$x\Sigma n_{xy}.y$	8	24	48	56	$\Sigma(5)=136$		
	6	$\overline{y}_x$	2	3	4	4,7			

Trong bảng 6.3 ở cột 1 ghi tần số m_y của các giá trị y, còn ở dòng 1 ghi tần số n_x của các giá trị x. Tổng của m_y theo cột và tổng n_x theo dòng phải trùng nhau (bằng nhau).

Ở cột 2 ghi tích $m_y.y$, còn ở cột 3 ghi tích $m_y.y^2$ (để có cột 3 ta lấy cột 2 nhân với y).

Ở dòng 2 ghi tích $n_x.x$, còn ở dòng 3 ghi tích $n_x.x^2$ (để có dòng 3 ta lấy dòng 2 nhân với x).

Ở mỗi ô của dòng 4 ghi tổng của các tích tần số n_{xy} với các giá trị y tương ứng. Ví dụ, đối với x = 1 ta có: $\Sigma n_{xy}.y = 1.1+2.2+1.3 = 8$, đối với x = 2: $\Sigma n_{xy}.y = 1.2+2.3+1.4 =12$, đối với x = 3: $\Sigma n_{xy}.y = 1.3+2.4+1.5 = 16$ v.v.

Ở dòng 5 ghi tích các giá trị của dòng 4 với các giá trị x tương ứng.

Ở dòng 6 tính $\overline{y}_x$ bằng cách chia các giá trị của dòng 4 cho các giá trị của dòng 1. Có nghĩa:

$$\overline{y}_x = \frac{\sum n_{xy}.y}{n_x}$$

Như vậy, theo số liệu của bảng 6.3 có thể tính $\overline{X}, \overline{Y}, C_{xy}$ và r_{xy} một cách dễ dàng:

$$\overline{X} = \frac{\sum n_x \,.\, x}{\sum n_x} = \frac{36}{15} = 2,4$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum m_y \,.\, y}{\sum m_y} = \frac{50}{15} = 3,33$$

$$C_{xy} = \frac{\sum\left(x\sum n_{xy} \,.\, y\right)}{\sum n_x} - \overline{X}.\overline{Y} = \frac{136}{15} - 2,4 \,.\, 3,3 = 1,075$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum n_x \,.\, x^2}{\sum n_x} - \overline{X}^2} = \sqrt{\frac{104}{15} - 2,4^2} = 1,08$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum m_y \,.\, y^2}{\sum m_y} - \overline{Y}^2} = \sqrt{\frac{188}{15} - 3,33^2} = 1,20$$

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \,.\, \sigma_y} = \frac{1,075}{1,08 \,.\, 1,20} = 0,826$$

Ta thấy: $r_{xy} = 0,826 \approx 1$, cho nên y và x có quan hệ tuyến tính rất chặt chẽ.

Ta dùng ví dụ này để tính tỷ số quan hệ η_y theo công thức (6.7). Tuy nhiên để dùng công thức này trước hết phải tính $\sigma_{\bar{y}x}$ theo công thức (6.8). Để tiện cho việc tính σ_{yx} ta lập bảng 6.4.

Bảng 6.4. Tính σ_{yx}

x	**n_x**	**$\overline{Y}_x$**	**$\overline{y}_x - \overline{Y}$**	**$\left(\overline{y}_x - \overline{Y}\right)^2$**	**$n_x\left(\overline{y}_x - \overline{Y}\right)^2$**
1	4	2	-1,33	1,760	7,04
2	4	3	-0,33	0,109	0,436
3	4	4	0,67	0,450	1,80
4	3	4,7	1,37	1,88	5,64
	15	-	-	-	14,916

σ_{yx} được tính theo công thức:

$$\sigma_{\bar{y}x} = \sqrt{\frac{\sum n_x\left(\overline{y}_x - \overline{Y}\right)^2}{\sum n_x}} = \sqrt{\frac{14,916}{15}} = 0,99$$

Tỷ số quan hệ:

$$\eta_y = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y} = \frac{0,99}{1,2} = 0,826$$

Như vậy, ta có $\eta_y = r_{xy}$. Điều này có nghĩa là y và x có mối quan hệ tuyến tính rất chặt chẽ.

Để lập phương trình quan hệ giữa y và x ta dùng công thức (6.9):

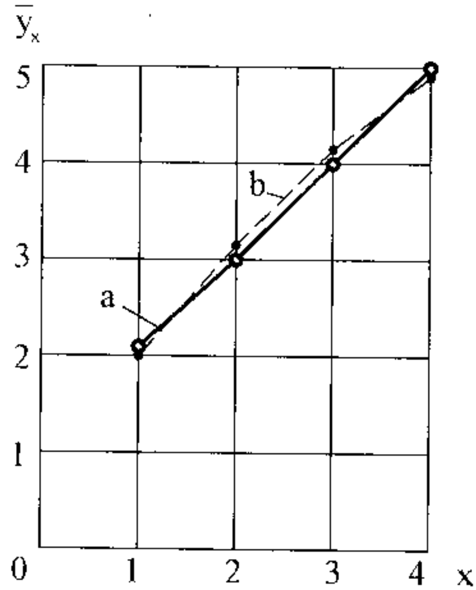
$$\overline{y}_x - 3,33 = 0,826\frac{1,20}{1,08}(x - 2,4)$$

Hoặc $$\overline{y}_x = 0,92x + 1,13$$

Theo phương trình này ta tính giá trị lý thuyết $\overline{y}'_x$ ứng với các giá trị x và so sánh $\overline{y}'_x$ với các giá trị thực nghiệm $\overline{y}_x$ từ bảng 6.3:

x. . .	1	2	3	4
$\overline{y}_x$ . . .	2	3	4	4,70
$\overline{y}'_x$ . . .	2,05	2,97	3,89	4,81

Hình 6.1 là đồ thị biểu diễn mối quan hệ giữa y và x.



Hình 6.1. Quan hệ tuyến tính giữa y và x
a - đường quan hệ lý thuyết; b - đường quan hệ thực nghiệm.

Nếu các giá trị x và y lớn thì để đơn giản hóa việc tính các thông số có thể thay x và y thành x' và y':

$$x' = \frac{x - a_x}{c_x} \quad (6.11)$$

$$y' = \frac{y - a_y}{c_y} \quad (6.12)$$

Ở đây: a_x và a_y – gốc tọa độ mới (nên chọn các giá trị x và y có tần số cao nhất);

c_x và c_y – giá trị của khoảng chia theo x và y.

Theo các giá trị $\overline{X}'$, $\overline{Y}'$, σ'_x, σ'_y, σ'_{yx}, C'_{xy} có thể tính được các giá trị thực của chúng nhờ các công thức sau:

$$\overline{X} = a_x + c_x\overline{X}' \quad (6.13)$$

$$\overline{Y} = a_y + c_y\overline{Y}' \quad (6.14)$$

$$\sigma_x = c_x\sigma'_x \quad (6.15)$$

$$\sigma_y = c_y\sigma'_y \quad (6.16)$$

$$\sigma_{yx} = c_y\sigma'_{yx} \quad (6.17)$$

$$C_{xy} = c_x.c_y.C'_{xy} \quad (6.18)$$

Để tính hệ số quan hệ r_{xy} và tỷ số quan hệ η_y có thể dùng các công thức sau:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x.\sigma_y} = \frac{c_x.c_y.C'_{xy}}{c_x.\sigma'_x.c_y.\sigma'_y} = \frac{C'_{xy}}{\sigma'_x.\sigma'_y} \quad (6.19)$$

$$\eta_y = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y} = \frac{c_y.\sigma'_{yx}}{c_y.\sigma'_y} = \frac{\sigma'_{yx}}{\sigma'_y} \quad (6.20)$$

6.5. QUAN HỆ PHI TUYẾN

Nếu hệ số quan hệ r_{xy} rất nhỏ và giữa y và x không có quan hệ thì có khả năng tồn tại quan hệ phi tuyến. Để đánh giá quan hệ phi tuyến cần xác định tỷ số quan hệ η_y và η_x theo công thức sau:

Quan hệ giữa y với x: $$\eta_y = \frac{\sigma_{yx}}{\sigma_y} \quad (6.21)$$

Quan hệ giữa x với y: $$\eta_x = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x} \quad (6.22)$$

Nếu y và x có quan hệ chặt chẽ thì $\eta_y = 1$, nếu giữa chúng không có quan hệ thì $\eta_y = 0$. Đối với η_x cũng có các tính chất tương tự.

Quan hệ giữa y và x càng chặt chẽ khi η_y càng tiến dần đến 1 và càng yếu dần khi η_y càng tiến dần tới 0.

Trong thực tế, mối quan hệ phi tuyến thường có dạng parabol. Dưới đây ta xét trường hợp khi phương trình quan hệ giữa y và x có dạng parabol bậc 2:

$$\overline{y}_x = a + bx + cx^2 \tag{6.23}$$

Ở đây: a, b, c – các hệ số;

$\overline{y}_x$ - giá trị trung bình thành phần của y tương ứng với các giá trị của x.

Để xác định các hệ số a, b, c cần thành lập hệ phương trình:

$$\left.\begin{aligned} &n.a + b\sum n_x x + c\sum n_x x^2 = \sum n_x.\overline{y}_x \\ &a\sum n_x x + b\sum n_x x^2 + c\sum n_x x^3 = \sum n_x.x.\overline{y}_x \\ &a\sum n_x x^2 + b\sum n_x x^3 + c\sum n_x x^4 = \sum n_x.x^2.\overline{y}_x \end{aligned}\right\} \tag{6.24}$$

Ở đây: n – tổng số các giá trị nghiên cứu x (tổng số chi tiết);

n_x – tần số của mỗi giá trị x;

Giải hệ phương trình (6.24) cho ta các hệ số a, b. c.

Ví dụ 6.2

Xác định số phụ thuộc parabol giữa hai thông số y và x theo số liệu ghi trong bảng 6.5.

Bảng 6.5. Quan hệ giữa các thông số

Giá trị y	**Giá trị x**						
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	m_y
1	2	1	-	-	-	-	3
2	1	2	-	-	-	-	3
3	-	3	1	-	-	-	4
4	-	1	3	1	-	-	5
5	-	-	2	2	2	1	7
6	-	-	-	1	1	1	3
n_x	3	7	6	4	3	2	25
$\Sigma n_{xy}.y$	4	18	25	20	16	11	-
$\overline{y}_x$	1,33	2,57	4,17	5,0	5,33	5,50	-

Giải:

Để tính các hệ số a, b, c theo hệ phương trình (6.24) cần lập bảng 6.6.

Bảng 6.6. Bảng phụ để tính các hệ số a, b, c của phương trình parabol

n_x	x	$n_x x$	$n_x x^2$	$n_x x^3$	$n_x x^4$	$\bar{y}_x$	$n_x.\bar{y}_x$	$n_x.x.\bar{y}_x$	$n_x.x^2.\bar{y}_x$
3	1	3	3	3	3	1,33	3,99	3,99	3,99
7	2	14	28	56	112	2,57	17,99	35,98	71,96
6	3	18	54	162	486	4,17	25,02	75,06	225,18
4	4	16	64	256	1024	5,0	20,00	80,00	320,00
3	5	15	75	375	1875	5,33	15,99	79,95	399,75
2	6	12	72	432	2592	5,50	11,00	66,00	396,00
Σ=25	-	78	296	1284	6092	-	93,99	340,98	1416,88

Như vậy hệ phương trình (6.24) có dạng:

$$\left.\begin{array}{l} 25a + 78b + 296c = 93{,}99 \\ 78a + 296b + 1284c = 304{,}98 \\ 296a + 1284b + 6092c = 1416{,}88 \end{array}\right\}$$

Để giải phương trình này trước hết ta chia hai vế của các phương trình cho hệ số của a:

$$\left.\begin{array}{ll} a + 3{,}12b + 11{,}84c = 3{,}76 & (a) \\ a + 3{,}80b + 16{,}46c = 4{,}37 & (b) \\ a + 4{,}34b + 20{,}58c = 4{,}79 & (c) \end{array}\right\}$$

Lấy phương trình (b) trừ đi phương trình (a) và lấy phương trình (c) trừ đi phương trình (b) ta được:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}68b + 4{,}62c = 0{,}61 \\ 0{,}54b + 4{,}12c = 0{,}42 \end{array}\right\}$$

Chia hai vế của phương trình này cho hệ số của b:

$$\left.\begin{array}{ll} b + 6{,}85c = 0{,}9 & (d) \\ b + 7{,}59c = 0{,}76 & (e) \end{array}\right\}$$

Lấy phương trình (e) trừ đi phương trình (d) ta được:

$$0{,}74c = -0{,}14$$

Từ đó, ta có:

$$c = \frac{-0{,}14}{0{,}74} = -0{,}19$$

Thay giá trị của c vào phương trình (d) ta được:

$$b = 0{,}9 + 6{,}85.0{,}19 = 2{,}21$$

Thay b và c vào phương trình (a) ta được:

$$a = 3{,}76 - 3{,}12.2{,}21 - 11{,}84(-0{,}19) = -0{,}89.$$

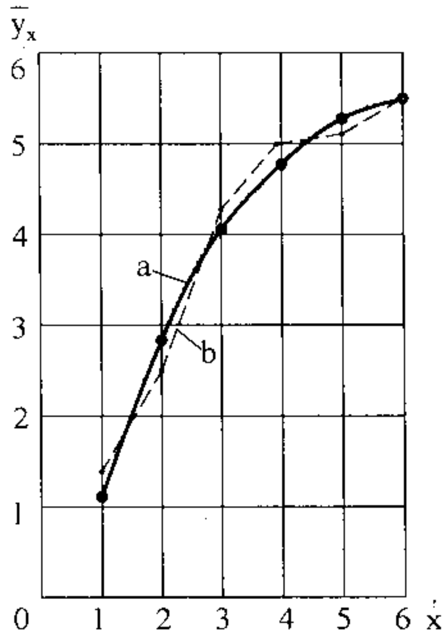
Như vậy, phương trình parabol biểu thị quan hệ giữa y và x theo số liệu của bảng 6.5 có dạng:

$$\bar{y}_x = -0,89 + 2,21x - 0,19x^2$$

Thay các giá trị x = 1, 2, 3,..., 6 vào phương trình này ta có các giá trị trung bình thành phần lý thuyết $\bar{y}'_x$:

x . . .	1	2	3	4	5	6
$\bar{y}'_x$ . . .	1,44	2,78	4,07	4,91	5,41	5,52

Dựa theo các giá trị thực nghiệm $\bar{y}_x$ trong bảng 6.5 và các giá trị lý thuyết $\bar{y}'_x$ trên đây ta xây dựng các đường cong parabol lý thuyết và thực nghiệm biểu thị quan hệ giữa y và x (hình 6.2). Ta thấy: các đường cong này gần trùng nhau.



Hình 6.2. Các đường cong parabol biểu thị quan hệ giữa y và x
a - đường cong lý thuyết; b – đường cong thực nghiệm

6.6. QUAN HỆ NHIỀU THÔNG SỐ

Trong thực tế nghiên cứu chúng ta gặp nhiều trường hợp mà trong đó không chỉ tồn tại quan hệ giữa hai thông số đồng nhất của độ chính xác gia công mà còn tồn tại quan hệ giữa nhiều thông số khác nhau. Ví dụ, độ ôvan sau khi mài tinh phụ thuộc vào lượng dư mài tinh và độ ôvan trước mài tinh (sau khi mài thô) hoặc lượng dư khi mài răng phụ thuộc vào lượng biến dạng của bánh răng sau nhiệt luyện và độ sai số của bánh răng sau khi cắt răng thô, v.v.

Trong gia công cơ khí thường gặp mối quan hệ tuyến tính giữa 3 đại lượng, ví dụ giữa x, y, z và ở đây z là đại lượng phụ thuộc từ x và y. Quan hệ tuyến tính giữa z, x và y được biểu thị bằng phương trình:

$$\bar{Z}_{xy} = a + bx + cy \tag{6.25}$$

Ở đây: a, b và c – các hệ số được xác định nhờ các hệ số tương quan giữa x và y (r_{xy}), giữa x và z (r_{xz}), giữa y và z (r_{yz}) đồng thời nhờ cả các sai lệch bình phương trung bình σ_x, σ_y, σ_z theo các công thức:

$$b = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \cdot \frac{r_{xz} - r_{yz} \cdot r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \tag{6.26}$$

$$c = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \cdot \frac{r_{zy} - r_{xz} \cdot r_{xy}}{1 - r_{xy}^2} \tag{6.27}$$

$$a = \bar{z} - b\bar{x} - c\bar{y} \tag{6.28}$$

Để xác định mức độ quan hệ (chặt hay không chặt) cần tính hệ số quan hệ nhiều thông số:

$$R_{zyx} = +\sqrt{\frac{r_{xz}^2 + r_{yz}^2 - 2 \cdot r_{xy} \cdot r_{xz} \cdot r_{yz}}{1 - r_{xy}^2}} \tag{6.29}$$

Hệ số R_{zyx} luôn luôn dương và nằm trong khoảng từ 0 đến 1.

Nếu $R_{zyx} = 0$ thì z không có quan hệ tuyến tính với x và y nhưng có thể có quan hệ phi tuyến. Nếu $R_{zyx} = 1$ thì giữa z, x và y tồn tại mối quan hệ tuyến tính chặt chẽ dạng $\bar{z} = a + bx + cy$. Để nghiên cứu ảnh hưởng riêng biệt của x tới z và của y tới z cần xác định hệ số quan hệ thành phần $r_{xz(y)}$ (giữa x và z khi y cố định) và $r_{yz(x)}$ (giữa y và z khi x cố định).

Các hệ số này được tính theo các công thức sau:

$$r_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot r_{yz}}{\sqrt{\left(1 - r_{xy}^2\right)\left(1 - r_{yz}^2\right)}} \tag{6.30}$$

$$r_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{xy} \cdot r_{xz}}{\sqrt{\left(1 - r_{xy}^2\right)\left(1 - r_{xz}^2\right)}} \tag{6.31}$$

Mẫu số của các công thức trên đây luôn luôn dương (vì các hệ số r_{xy}, r_{xz} và r_{yz} nhỏ hơn 1). Các hệ số này cho biết mức độ quan hệ tuyến tính giữa x và z (khi y cố định) và giữa y và z (khi x cố định). Giá trị của các hệ số này nằm trong khoảng – 1 đến + 1. Khi chúng bằng 0, giữa x và z, giữa y và z không có quan hệ tuyến tính. Nếu chúng bằng ± 1 thì quan hệ giữa x và z, giữa y và z càng chặt chẽ. Các hệ số quan hệ thành phần càng gần bằng ± 1 thì quan hệ tuyến tính càng chặt chẽ.

Khi so sánh $r_{xz(y)}$ và $r_{yz(x)}$ có thể rút ra kết luận là yếu tố nào ảnh hưởng đến z nhiều hơn (hệ số nào có giá trị tuyệt đối càng lớn thì ảnh hưởng càng nhiều).

Ví dụ 6.3

Vòng ổ bi được mài trên hai máy mài vô tâm qua hai nguyên công: thô và tinh. Kết quả thí nghiệm đã xác định rằng độ ô van sau khi mài thô x, lượng dư mài tinh y và độ ô van sau mài tinh z có đặc tính sau:

$$\bar{X} = 0{,}05 \text{ mm}; \qquad \sigma_x = 0{,}015 \text{ mm}$$

$$\bar{Y} = 0{,}025 \text{ mm}; \qquad \sigma_y = 0{,}06 \text{ mm}$$

$$\bar{Z} = 0{,}02 \text{ mm}; \qquad \sigma_z = 0{,}01 \text{ mm}$$

Ngoài ra, còn xác định các hệ số quan hệ giữa x, y và z:

$$r_{xy} = 0{,}5 \qquad r_{zx} = 0{,}6;\ r_{zy} = 0{,}4$$

Yêu cầu của bài toán: xác định hệ số quan hệ nhiều thông số, phương trình quan hệ của z theo x và y, các hệ số quan hệ thành phần $r_{xz(y)}$ và $r_{yz(x)}$.

Giải:

Theo các công thức (6.26), (6.27) và (6.28) ta có các giá trị của các hệ số b, c, a:

$$b = \frac{0{,}01\,(0{,}6 - 0{,}4.0{,}5)}{0{,}015(1 - 0{,}5^2)} = \frac{0{,}01.0{,}4}{0{,}015.0{,}75} = 0{,}36$$

$$c = \frac{0{,}01\,(0{,}4 - 0{,}6.0{,}5)}{0{,}06(1 - 0{,}5^2)} = \frac{0{,}01.0{,}1}{0{,}06.0{,}75} = 0{,}022$$

$$a = 0{,}02 - 0{,}36.0{,}05 - 0{,}022.0{,}025 = 0{,}0015$$

Phương trình quan hệ của z đối với x và y có dạng:

$$\bar{Z}_{xy} = 0{,}0015 + 0{,}36x + 0{,}022y$$

Các hệ số quan hệ thành phần:

$$r_{xz(y)} = \frac{0{,}6 - 0{,}5.0{,}4}{\sqrt{\left(1 - 0{,}5^2\right)\left(1 - 0{,}4^2\right)}} = 0{,}5$$

$$r_{yz(x)} = \frac{0,4 - 0,5.0,6}{\sqrt{\left(1 - 0,5^2\right)\left(1 - 0,6^2\right)}} = 0,14$$

Hệ số quan hệ nhiều thành phần R_{xyz}:

$$R_{zyx} = \sqrt{\frac{0,6^2 + 0,4^2 - 2.0,5.0,4.0,6}{1 - 0,5^2}} = 0,61$$

Hệ số R_{xyz} đủ lớn, do đó giữa z, x và y có quan hệ tuyến tính. Các hệ số quan hệ thành phần ($r_{xz(y)}$ và $r_{yz(x)}$) cho thấy x ảnh hưởng tới z nhiều hơn y ảnh hưởng tới z. Nếu nhìn vào phương trình $\bar{Z}_{xy} = 0,0015 + 0,36x + 0,022y$ cũng có thể khẳng định như vậy, bởi vì hệ số $b = 0,36$ (của x) lớn hơn hệ số $c = 0,022$ (của y).

Vậy độ ôvan sau mài thô ảnh hưởng đến độ ôvan sau mài tinh lớn hơn lượng dư mài tinh.

Chương 7

ỨNG DỤNG TOÁN THỐNG KÊ TRONG CÔNG NGHỆ CHẾ TẠO MÁY

Khi nghiên cứu qui trình công nghệ chúng ta thường gặp những thông số biến đổi một cách ngẫu nhiên, nghĩa là có thể có nhiều giá trị trong một khoảng nào đó. Ví dụ, các loại sai số gia công, chiều cao nhấp nhô bề mặt gia công, v.v. Dưới ảnh hưởng của nhiều yếu tố các loại sai số hoặc chiều cao nhấp nhô bề mặt có thể phân tán trong một giới hạn nào đó. Trong trường hợp này phương án nghiên cứu thích hợp nhất là ứng dụng toán thống kê. Bằng cách này có thể xác định được qui luật phân bố của độ chính xác gia công, xây dựng được các mô hình toán học mô tả mối quan hệ giữa các thông số của độ chính xác, ngoài ra ứng dụng toán thống kê còn cho phép điều chỉnh qui trình công nghệ, v.v.

7.1. NGHIÊN CỨU ẢNH HƯỞNG CỦA CÁC YẾU TỐ CÔNG NGHỆ TỚI ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG VÀ ĐỘ NHÁM BỀ MẶT

Để hiểu được vai trò của toán thống kê trong nghiên cứu các qui trình công nghệ, đặc biệt là độ chính xác gia công ta xét các ví dụ sau đây.

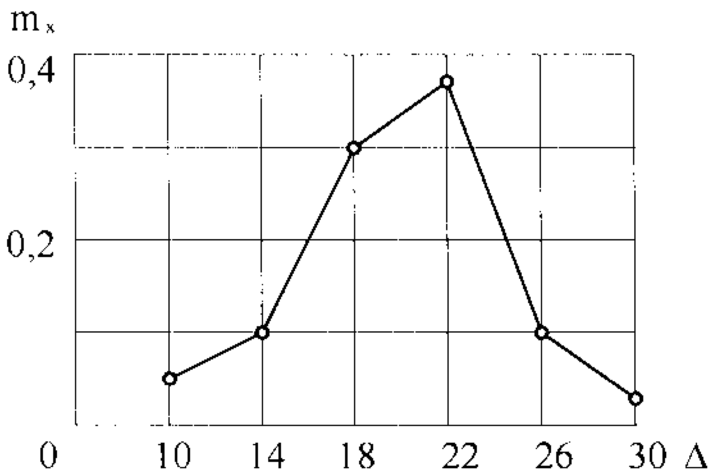
Ví dụ 7.1

Cần xác định xem tốc độ cắt trong khoảng từ 10 đến 44 m/phút có ảnh hưởng tới độ chính xác của lỗ được doa bằng dao doa hợp kim cứng hay không? Đường kính dao doa $D_d = 20$ mm. Sai số Δ của lỗ là hiệu giữa đường kính của lỗ gia công D_0 và đường kính của dao D_d, có nghĩa là:

$$\Delta = D_0 - D_d$$

Các thí nghiệm được thực hiện trong điều kiện như sau: máy rơvonve; dao doa được kẹp tùy động (hay còn gọi là dao doa tùy động), chiều dài của phôi $l = 2D_0$; gia công sơ bộ lỗ cũng được thực hiện trên máy rơvonve theo các bước: khoan, khoét, doa thô, doa tinh hay chiều sâu cắt (bước gia công được làm thí nghiệm) với lượng dư $t = 0{,}05$ mm (lượng dư một phía), lượng chạy dao s = 168 mm/vòng. Mỗi thí nghiệm với một tốc độ cắt V được lặp lại 4 lần.

Bằng các thí nghiệm sơ bộ đã xác định được rằng sai số Δ phân bố theo quy luật chuẩn. Đường cong phân bố thực nghiệm của Δ khi doa gang xám bằng dao doa hợp kim cứng có đường kính $D_d = 20$ mm được biểu diễn trên hình 7.1.



Hình 7.1. Đường cong phân bố thực nghiệm của sai số Δ của lỗ khi doa

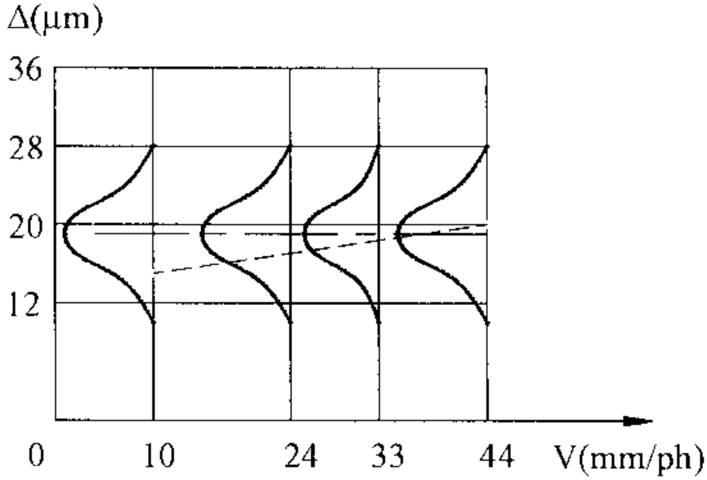
Vì sai số Δ là đại lượng ngẫu nhiên và bằng thực nghiệm đã xác định rằng nó phân bố theo qui luật chuẩn cho nên phương pháp nghiên cứu ảnh hưởng của tốc độ cắt tới sai số của lỗ thích hợp nhất là phương pháp thống kê xác suất (toán thống kê).

Mỗi thí nghiệm được lặp lại 4 lần có thể được xem như một nhóm chọn có $n = 4$ từ loạt lớn N chi tiết. Kết quả thí nghiệm, giá trị trung bình X_i và phương sai s_i^2 đối với mỗi giá trị của tốc độ V được thể hiện trong bảng 7.1.

Bảng 7.1. Kết quả thí nghiệm nghiên cứu ảnh hưởng của tốc độ cắt tới sai số của lỗ doa khi doa gang xám.

Số thí nghiệm	**Tốcđộ cắt V (m/ph)**	**t(mm) và S (mm/vòng)**	**Sai số $\Delta = x_i$**				**Σx_i**	**$\bar{X}_i$**	**s_i^2**
			1	**2**	**3**	**4**			
1	10	t = 0,05; s=1,68	19	16	13	20	68	17	10
2	24	t = 0,05; s=1,68	18	20	21	17	76	19	3,3
3	33	t = 0,05; s=1,68	18	19	21	22	80	20	3,3
4	44	t = 0,05; s=1,68	21	20	23	24	88	22	3,3

Hình 7.2 là đồ thị quan hệ giữa sai số Δ và tốc độ cắt V.



Hình 7.2

Đồ thị phụ thuộc của Δ = f(v) khi nghiên cứu bằng phương pháp cổ điển (đường nét đứt) và khi nghiên cứu bằng phương pháp thống kê xác suất (các đường đậm).

Theo đồ thị trên hình 7.2 ta sẽ mắc sai lầm nếu kết luận rằng khi tốc độ cắt V tăng trong phạm vi từ 10 đến 44 m/phút thì sai số Δ tăng (đường nét đứt). Bằng phương pháp thống kê xác suất ta xây dựng được các đường cong phân bố tương ứng với mỗi giá trị của V. Với kết quả phân tích bản chất vật lý của sai số Δ có thể kết luận rằng nguyên nhân chủ yếu gây ra sai số Δ là thành phần lực cắt hướng kính P_y. Dưới tác dụng của P_y thành lỗ bị biến dạng dẻo và biến dạng đàn hồi. Lực P_y không ổn định vì lượng dư gia công và độ cứng vật liệu không đồng đều ở các phôi khác nhau cho nên sai số Δ cũng không ổn định. Thay đổi tốc độ cắt V trong phạm vi từ 10 đến 44 m/phút không thể có ảnh hưởng lớn đến lực cắt P_y vì vậy sai số Δ không thể thay đổi nhiều khi thay đổi tốc độ cắt trong phạm vi nói trên.

Dưới đây ta kiểm tra lại giả thuyết này bằng phương pháp thống kê xác suất (hay gọi tắt là phương pháp thống kê). Trước hết, cần xác định xem nhóm chọn có phải là ngẫu nhiên hay không. Ta tính G_H:

$$G_H = \frac{s_{max}^2}{\sum s_i^2} = \frac{10}{19{,}9} \approx 0{,}5$$

Theo phụ lục 14 với n = 4 và n – 1 = 3 ta có G = 0,684. Vì $G_H < G$ cho nên giả thuyết về phân bố ngẫu nhiên của các nhóm chọn có thể chấp nhận được.

Bây giờ cần kiểm tra giả thiết về tính đồng nhất của các nhóm chọn, có nghĩa là xác định xem sai số của lỗ Δ khi gia công với tốc độ V trong khoảng từ 10 đến 44m/phút có phải ngẫu nhiên hay không hoặc phụ thuộc vào V.

Để có kết luận chính xác ta dùng phương pháp kiểm tra giả thuyết về sự bằng nhau của hai giá trị trung bình (xem mục 5.4 của chương 5)theo công thức (5.12):

$$t_1 = \frac{|17-19|}{\sqrt{4(10+3{,}3)}}\sqrt{\frac{4.4(4+4-2)}{4+4}} = 0{,}95$$

$$t_2 = \frac{|19-20|}{\sqrt{4(3{,}3+3{,}3)}}\sqrt{\frac{4.4(4+4-2)}{4+4}} = 0{,}67$$

$$t_3 = \frac{|20-22|}{\sqrt{4(3{,}3+3{,}3)}}\sqrt{\frac{4.4(4+4-2)}{4+4}} = 1{,}34$$

Theo phụ lục 5 với k= n_1+n_2 - 2 = 6 ta có xác suất P ứng với mỗi giá trị của t_1, t_2 và t_3 :

t_1=0,95; P=0,38;
t_2=0,67; P=0,53;
t_3=1,34; P=0,23;

Các xác suất này đều lớn hơn xác suất tin cậy P=0,05 vì vậy có thể kết luận rằng các nhóm chọn phân số ngẫu nhiên, có tính đồng nhất và cùng thuộc loại lớn N chi tiết .

Như vậy, để kiểm tra giả thuyết về tính đồng nhất của s_i^2 và $\bar{X}$ cho thấy sai lệch giữa các giá trị s_i^2 và $\bar{X}$ trong khoảng tốc độ cắt V từ 10 đến 44 m/ph là ngẫu nhiên. Nói cách khác, tốc độ cắt V trong phạm vi nói trên không ảnh hưởng đến sai số Δ của lỗ doa.

Giá trị trung bình của sai số Δ trong phạm vi tốc độ V từ 10 đến 44 mm/phút, lượng chạy dao s= 1,68 mm/vòng và chiều sâu cắt (lượng dư một phía) t = 0,05 mm được xác định như sau:

$$X = \frac{17+19+20+22}{4} = 19,5\mu m$$

Trong trường hợp này khoảng phân tán của sai số Δ được đặc trưng bằng giá trị trung bình $\sigma = z_2 . \bar{s}$, ở đây $\bar{s}$ được tính theo công thức :

$$s = \sqrt{\frac{\sum s_i^2}{m}} = \sqrt{\frac{10+3,3+3,3+3,3}{4}} = 2,2\ \mu m$$

và z_2=1,57 (theo phụ lục 10);

Như vậy :

$$\sigma = 1,57.2,2 = 3,4$$

Giá trị sai số Δ thực nằm trong khoảng $\bar{X} \pm 3\sigma$, có nghĩa là:

$$\bar{X} - 3\sigma < \Delta < \bar{X} + 3\sigma$$

$$19,5-10,2 < \Delta < 19,5+10,2$$

$$9,3 < \Delta < 29,7$$

Đồ thị phụ thuộc của Δ vào V sẽ có dạng như hình 7.2 (là các đường đậm nét).

7.2. XỬ LÝ SỐ LIỆU THỰC NGHIỆM BẰNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH PHƯƠNG CỰC TIỂU

Để xác định mối quan hệ giữa các thông số có thể dùng nhiều các phương pháp khác nhau. Một trong các phương pháp đó là phương pháp bình phương cực tiểu. Bản chất của phương pháp này như sau.

Giả sử các đại lượng biến đổi x,y và z có quan hệ với nhau bằng chương trình dạng:

$$\alpha x + \beta y + \gamma z = N \tag{7.1}$$

Để xác định các hệ số α, β và γ cần dùng phương pháp thí nghiệm để lập được hệ 3 phương trình:

$$\left.\begin{aligned} \alpha x_1 + \beta y_1 + \gamma z_1 = N_1 \\ \alpha x_2 + \beta y_2 + \gamma z_2 = N_2 \\ \alpha x_3 + \beta y_3 + \gamma z_3 = N_3 \end{aligned}\right\} \quad (7.2)$$

Tuy nhiên, để có được hệ phương trình cụ thể cần phải chứng minh các công thức khác nhau. Cách chứng minh này tương đối dài dòng, vì vậy dưới đây ứng dụng hệ quả vào ví dụ cụ thể.

Trường hợp thứ nhất. Nếu phương trình phụ thuộc tuyến tính:

$$\overline{y}_x = a + bx \quad (7.3)$$

Thì hệ phương trình để xác định các hệ số a và b có dạng :

$$\left.\begin{aligned} na + b\sum x = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 = \sum x.y \end{aligned}\right\} \quad (7.4)$$

Trường hợp thư hai. Nếu phương trình phụ thuộc có dạng parabol:

$$y_x = a + bx + cx^2 \quad (7.5)$$

Thì hệ phương trình để xác định các hệ số a,b và c có dạng:

$$\left.\begin{aligned} na + b\sum x + c\sum x^2 = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 = \sum x.y \\ a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 = \sum x^2.y \end{aligned}\right\} \quad (7.6)$$

Ví dụ 7.2

Với kết quả nghiên cứu thống kê đã xác định rằng độ ô van của chi tiết dạng vòng sau khi tiện x và sau khi nhiệt luyện y có quan hệ phụ thuộc được thể hiện trong bảng 7.2.

Bảng 7.2.Bảng quan hệ tương quan

y(μm)	**x(μm)**				Σn_y
	5	**10**	**15**	**20**	
50			2	1	3
40		3	6	6	15
30	3	8	6	3	20
20	5	4	1		10
10	2				2
Σn_x	10	15	15	10	50
Σn_{xy}	210	440	540	380	
$\overline{y}_x$	21	29,3	36	38	

Trong bảng 7.2.cũng ghi giá trị $\bar{y}_x$ tương ứng với mỗi giá trị x.

$\bar{y}_x$ được xác định theo công thức:

$$\bar{y}_x = \frac{\sum n_{xy}.y}{\sum n_x}$$

Ở đây: $\Sigma n_{xy}.y$ – tổng của tích các giá trị y với tần số của chúng đối với mỗi giá trị x.

Σn_x- tổng tần số của các giá trị y so với giá trị x.

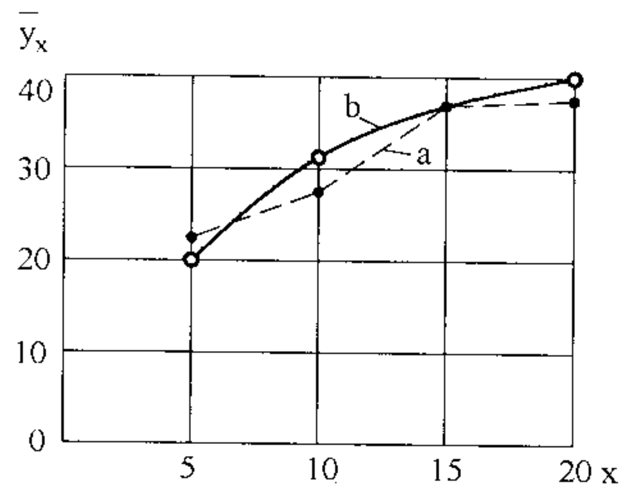
Dựa theo các giá trị $\bar{y}_x$ ta dựng đường cong thực nghiệm biểu thị mối quan hệ của y và x (hình 7.3).

Nhìn bề ngoài ta thấy đường cong này gần giống với đường cong parobol bậc 2. Vì vậy, phương trình của đường cong lý thuyết biểu thị mối quan hệ giữa y và x có dạng :

$$\bar{y}_x = a + bx + cx^2$$

Để xác định các hệ số a, b và c ta dùng hệ phương trình (7.6) và lập bảng phụ 7.3.

Để đơn giản hóa việc tính toán cần thay các giá trị thực x và y bằng các giá trị mới x' và y' được tính theo các công thức (6.11) và (6.12) ở chương 6.



Hình 7.3. Đường cong thực nghiệm (a) và đường cong lý thuyết (b)

Trong trường hợp của chúng ta có thể chọn:

$$a_x = 10;\ c_x = 5;\ a_y = 30;\ c_y = 10.$$

Như vậy, phương trình $\bar{y}_x = a + bx + cx^2$ có thể thay bằng $\bar{y}_x' = a' + b'x' + c'x'^2$ còn hệ phương trình (7.6) có dạng:

$$\left.\begin{aligned} na' + b'\sum x' + c'\sum x'^2 &= \sum y' \\ a'\sum x' + b'\sum x'^2 + c'\sum x'^3 &= \sum x'.y' \\ a'\sum x'^2 + b'\sum x'^3 + c'\sum x'^4 &= \sum x'^2.y' \end{aligned}\right\} \quad (a)$$

Bảng 7.3: Tính đường cong lý thuyết $\overline{y'}_x = a' + b'x + c'x^2$

y'		y	x'				Số cột	
			-1	0	1	2	1	2
			x					
			5	10	15	20	n_y	$n_y.y'$
2		50	-	-	2	1	3	6
1		40	-	3	6	6	15	15
0		30	3	8	6	3	20	0
-1		20	5	4	1	-	10	-10
-2		10	2	-	-	-	2	-4
Số hàng	1	n_x	10	15	15	10	50	7
	2	$n_x.x'$	-10	0	15	20	$25=\Sigma x'$	
	3	$n_x.x'^2$	10	0	15	40	$65=\Sigma x'^2$	
	4	$n_x.x'^3$	-10	0	15	80	$85=\Sigma x'^3$	
	5	$n_x.x'^4$	10	0	15	160	$185=\Sigma x'^4$	
	6	$\Sigma n_{xy}.y'$	-9	-1	9	8	$7=\Sigma y'$	
	7	$x'\Sigma n_{xy}.y'$	9	0	9	16	$34=\Sigma x'.y'$	
	8	$x'^2\Sigma n_{xy}y'$	-9	0	9	32	$32=\Sigma x'^2.y'$	

Kết quả tính các tổng Σ trong hệ phương trình (a) trên được ghi trong bảng 7.3. Các tổng Σ này chính là các hệ số của a',b' và c'. Thay các số liệu từ bảng 7.3 vào hệ phương trình (a) nói trên và chú ý rằng $n=\Sigma n_y=\Sigma n_x=50$, ta có :

$$\left.\begin{aligned} 50a' + 25b' + 65c' &= 7 \\ 25a' + 65b' + 85c' &= 34 \\ 65a' + 85b' + 185c' &= 32 \end{aligned}\right\} \quad (b)$$

Giải hệ phương trình (b) này ta được a' = -0,0233; b'=0,740; c'= -0,159 . Quan hệ giữa $\overline{y'}_x$ và x' được biểu thị bằng phương trình sau:

$$\overline{y'}_x = -0{,}0233 + 0{,}740x' - 0{,}159x'^2 \qquad (c)$$

Nếu thay:

$x'=\dfrac{x-10}{5}$ và $y'=\dfrac{y-30}{10}$ vào phương trình trên ta được :

$$\frac{y-30}{10}=0,0233+0,740\frac{x-10}{5}-0,159\frac{(x-10)^2}{25}$$

Như vậy: $y = 8,607 + 2,752x - 0,0636x^2$

Hay: $\overline{y}_x = 8,607 + 2,752x - 0,0636x^2$

Trên hình 7.3 đường cong lý thuyết là đường đậm nét (đường b).

Nhìn vào đường cong thực nghiệm có thể chọn một số đường cong lý thuyêt để so sánh.Ví dụ, đối với đường cong thực nghiệm trên hình 7.3 có thể chọn hai công thức (hai hàm số) khác nhau để so sánh: $y = a + bx + cx^2$ và $y = a + bx$.

Để có kết luận chính xác hàm số lý thuyết nào gần với hàm thực nghiệm (đường cong thực nghiệm) cần phải tính giá trị trung bình lý thuyết $\overline{Y}_{0i}$, của mỗi hàm số và so sánh chúng với các giá trị trung bình thực nghiệm $\overline{y}_i$. Hàm số nào có sai số (khoảng phân tán hay sai lệch bình phương trung bình) σ_o nhỏ thì hàm số đó sẽ gần với đường cong thực nghiệm hơn, σ_o được xác định theo công thức :

$$\sigma_o = \sqrt{\frac{\sum_i^m(\overline{y}_i-\overline{Y}_{0i})^2}{m-1}} \tag{7.7}$$

Ở đây: m - số giá trị $\overline{y}_i$.

Ví dụ 7.3

Dựa theo số liệu của ví dụ 7.2 hãy xác định xem hàm số nào trong hai hàm số sau đây: $y = a + bx + cx^2$ va $y = a + bx$ gần với đường cong thực nghiệm trên hình 7.3.

Giải:

Để tính các hệ số của hàm số $\overline{y}_x = a + bx$ ta lập phương trình:

$$\left.\begin{aligned} na+b\sum x &= \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 &= \sum x.y \end{aligned}\right\}$$

Để đơn giản hóa việc tính toán ta thay x thành x' và y thành y' giống như trong ví dụ 7.2. Khi đó hệ phương trình có dạng:

$$\begin{cases} na'+b'\sum x' = \sum y' \\ a'\sum x' + b'\sum x'^2 = \sum x'.y' \end{cases}$$

Sử dụng kết quả của bảng 7.3, ta có :

$$\begin{cases} 5a' + 25b' = 7 \\ 25a' + 65b' = 34 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được :

a' = - 0,15 và b' = 0,58

Như vậy, giữa y'_x và x' có sự phụ thuộc:

$$y'_x = -0,15 + 0,58x'$$

Nếu chuyển đổi x' và y' sang x và y ta được :

$$y = 16,9 + 1,15x \text{ hay } \bar{y}_x = 16,9 + 1,15x$$

Bây giờ cần tính các giá trị lý thuyết $\bar{Y}_{0i}$ của hàm tuyến tính $\bar{Y}_{0i}$=16,9+1,15x và hàm parabol $\bar{Y}_{0i}$ = 8,706 + 2,752x - 0,063x^2 và tổng của ($\bar{y}_x$ - $Y_0)^2$ .Kết quả tính toán được ghi trong bảng 7.4.

Bảng 7.4. Các giá trị $\bar{Y}_0$ và ($\bar{y}_x$ - $Y_0)^2$

x_i	Hàm tuyến tính				Hàm parabol			
	$\bar{y}_x$	$\bar{Y}_0$	$\bar{y}_x - \bar{Y}_0$	$(\bar{y}_x - \bar{Y}_0)^2$	$\bar{y}_x$	$\bar{Y}_0$	$\bar{y}_x - \bar{Y}_0$	$(\bar{y}_x - \bar{Y}_0)^2$
5	21	22,7	1,7	2,90	21	20,8	0,2	0,04
10	29,3	28,5	0,8	0,64	29,3	29,7	0,4	0,16
15	36	34,3	1,7	2,90	36	35,9	0,1	0,01
20	36	40,1	2,1	4,40	38	39,1	1,1	1,21
				10,84				1,43

Sai số σ_{01} của hàm tuyến tính và σ_{02} của hàm parabol được tính theo các công thức:

$$\sigma_{01} = \sqrt{\frac{10,84}{3}} = 1,65$$

$$\sigma_{02} = \sqrt{\frac{1,43}{3}} = 0,69$$

Thật vậy hàm parabol bậc hai: y = a + bx + cx^2 gần giống với đường cong thực nghiệm hơn vì $\sigma_{02} < \sigma_{01}$.

Chương 8

PHÂN TÍCH VÀ ĐIỀU CHỈNH ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG

8.1. SAI SỐ GIA CÔNG

Khi gia công cơ trên các máy công cụ thường xuất hiện nhiều dạng sai số gia công mà nguyên nhân của chúng là máy, dao, đồ gá và bản thân chi tiết.

Sai số gia công được chia ra ba loại :

- Sai số kích thước
- Sai số hình dáng hình học
- Sai số vị trí tương quan.

Xuất phát từ đặc tính tạo thành các sai số gia công, có thể chia ra: sai số hệ thống và sai số ngẫu nghiên .

Sai số hệ thống có hai loại :sai số hệ thống cố định và sai số hệ thống thay đổi .

Sai số hệ thống cố định là sai số có giá trị như nhau đối với tất cả các chi tiết. Nguyên nhân gây ra sai số hệ thống cố định bao gồm sai số điều chỉnh dụng cụ cắt, sai số của máy, của đồ gá và dụng cụ đo.

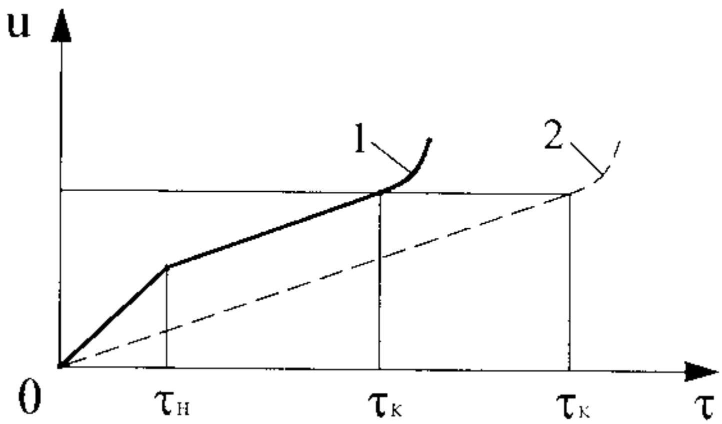
Sai số hệ thống thay đổi là sai số thay đổi theo một quy luật nào đó. Nguyên nhân gây ra sai số hệ thống thay đổi là độ mòn dao, biến dạng nhiệt của máy, của dao và của chi tiết gia công. Sai số hệ thống thay đổi là hàm số phụ thuộc vào thời gian làm việc của máy và của dao. Tuy nhiên, biến dạng nhiệt của máy chỉ mang tính chất tức thời. Biến dạng này được ổn định sau một thời gian làm việc của máy, do đó sai số xuất hiện vì nguyên nhân này trở thành sai số cố định.

Nguyên nhân chính gây ra sai số hệ thống thay đổi là lượng mòn dao và biến dạng nhiệt của nó.

Các nghiên cứu thực nghiệm cho thấy lượng mòn dao u theo thời gian τ tuân theo quy luật của đường cong 1 trên hình 8.1.

Đường cong 1 có ba phần: phần thứ nhất (từ 0 đến τ_H) biểu thị lượng mòn ban đầu; phần thứ hai (từ τ_H đến τ_K) biểu thị lượng mòn bình thường và phần thứ ba (từ τ_K đến cuối đường cong) biểu thị lượng mòn kịch liệt.

Nếu mặt dao được nghiền bóng thì lượng mòn của dao sẽ biến đổi theo quy luật tuyến tính (đường 2 trên hình 8.1). Trong trường hợp này tuổi bền của dao tăng bởi vì nguyên công nghiền bóng bề mặt dụng cụ cho phép tăng độ chống mòn của nó lên 1,5 lần.



Hình 8.1. Lượng mòn dao u phụ thuộc biểu thị lượng mòn kịch liệt vào thời gian làm việc τ của dao.
1-mặt dao không được nghiền bóng; 2-mặt dao được nghiền bóng

Cường độ mòn U_0 là lượng mòn đơn vị, có nghĩa là lượng mòn (μm) trên 1000m của quãng đường cắt l:

$$U_0 = \frac{1000.U}{l} \quad (8.1)$$

Quãng đường cắt l được xác định theo công thức

$$l = v.\tau \quad (8.2)$$

Ở đây: v - tốc độ cắt (m/ph);

τ - thời gian làm việc của dao(phút);

Nếu biết lượng mòn đơn vị U_0 có thể xác định được sai số gia công Δu(μm) do lượng mòn này gây ra:

- Đối với kích thước đường kính:

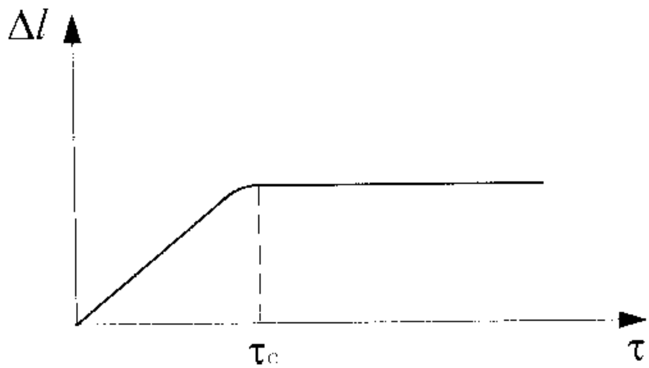
$$\Delta_u = 2\frac{U_0.l}{1000} = 2\frac{U_0.v.\tau}{1000} \quad (8.3)$$

- Đối với kích thước chiều dài:

$$\Delta_u = \frac{U_0.v.\tau}{1000} \quad (8.4)$$

Cần lưu ý rằng, hiện nay chưa có đủ thông tin chính xác về lượng mòn đơn vị, vì vậy dạng sai số này chỉ có thể được xác định bằng thực nghiệm trong những điều kiện cụ thể.

Cùng với lượng mòn của dao thì biến dạng nhiệt của nó cũng xảy ra trong quá trình cắt. Các nghiên cứu thực nghiệm cho thấy biến dạng nhiệt của dao Δl phụ thuộc vào thời gian làm việc của nó tuân theo quy luật của đường cong trên hình 8.2.



Hình 8.2. Độ giãn dài Δl của dao phụ thuộc vào thời gian làm việc τ

Độ giãn dài Δl của dao tăng dần cho đến thời điểm τ_c, sau thời gian đó Δl hầu như không thay đổi. Do đó, kích thước gia công cũng thay đổi theo quy luật này. Ví dụ, khi gia công mặt trụ ngoài, đường kính của chi tiết lúc đầu giảm dần, sau đó (sau thời điểm τ_c) kích thước (đường kính) ổn định trở lại và sai số hệ thống thay đổi trở thành sai số cố định .

Sai số ngẫu nhiên là sai số có giá trị bất kì trong từng điều kiện cụ thể. Nguyên nhân gây ra sai số ngẫu nhiên bao gồm: độ cứng của vật liệu không đều, lượng dư gia công không đều, rung động của hệ thống công nghệ, sai số gá đặt của chi tiết gia công, v.v.

Sai số gia công tổng cộng Δ được xác định theo công thức:

$$\Delta = \Delta_n + \frac{1}{K}\sqrt{\Delta_t^2 K_f^2 + \Delta_c^2} \quad (8.5)$$

Ở đây: Δ_n – tổng sai số hệ thống cố định;

Δ_f - tổng sai số hệ thống thay đổi ;

Δ_c - tổng sai số ngẫu nhiên;

K, K_f - các hệ số phân tán tương đối.

Sai số gia công tổng cộng Δ là trường phân bố của kích thước thực của loạt chi tiết. Vì vậy, so sánh sai số gia công tổng cộng Δ với dung sai kích thước 2δ cho phép đánh giá độ chính xác gia công của nguyên công.

Từ phương trình (8.5) ta thấy khi sai số hệ thống thay đổi hoặc có giá trị rất nhỏ thì trường phân bố của kích thước thực của chi tiết chỉ được xác định bằng các sai số ngẫu nhiên mà tổng Λ_c của chúng bằng:

$$\Lambda_c = 6\sigma \tag{8.6}$$

Ở đây: σ - sai lệch bình phương trung bình của các sai số ngẫu nhiên.

Nếu sai số hệ thống thay đổi xuất hiện thì sai số gia công tổng cộng sẽ biến đổi theo thời gian. Trong trường hợp này cần xác định sai số ngẫu nhiên và sai số hệ thống thay đổi riêng biệt.

8.2. SƠ ĐỒ LÝ THUYẾT CỦA SAI SỐ GIA CÔNG

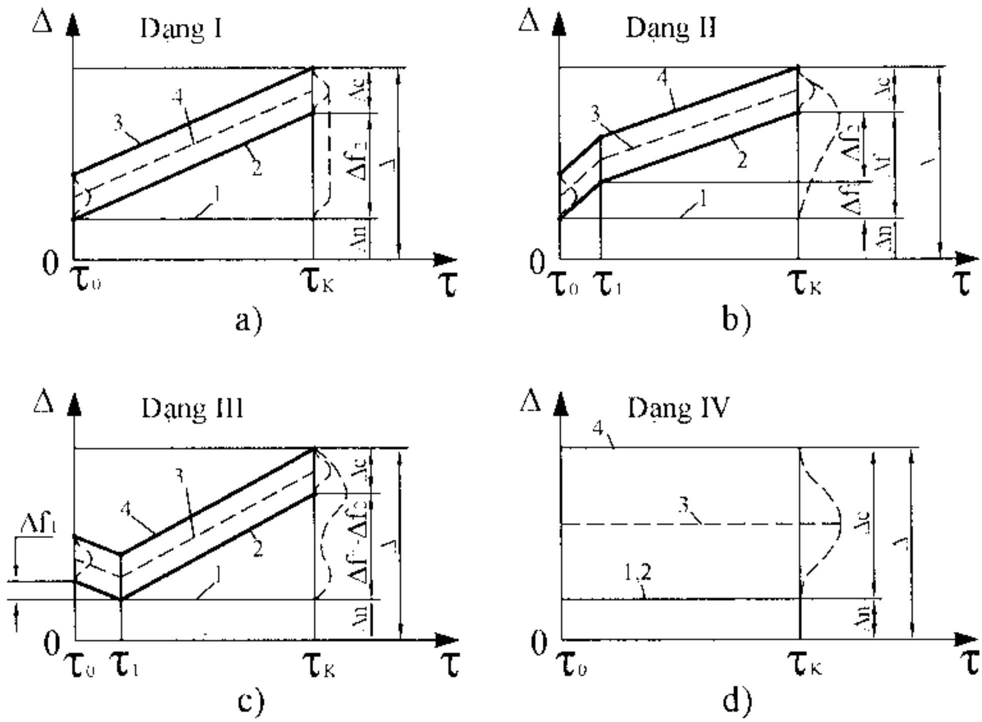
Sự biến đổi của sai số gia công tổng cộng và các thành phần của nó khi gia công mặt trụ ngoài trên nhóm máy tiện có thể được biểu diễn bằng bốn dạng đồ thị lý thuyết như hình 8.3. Đây là các sơ đồ dạng đơn giản. Chúng đơn giản bởi vì sự biến đổi của sai số hệ thống thay đổi được xem như quy luật tuyến tính, còn phân tán của sai số ngẫu nhiên được xem như cố định theo thời gian.

Trên các sơ đồ theo trục hoành ta đặt thời gian làm việc của máy (phút) tính từ thời điểm mở máy, còn theo trục tung ta đặt sai số của kích thước chi tiết (μm) tính từ kích thước danh nghĩa. Đường thẳng 1 song song với trục hoành xác định sai số cố định, các đường thẳng 2 và 4 xác định giới hạn phân tán của sai số ngẫu nhiên, còn đường thẳng 3 biểu thị sự thay đổi giá trị trung bình của sai số gia công tổng cộng do ảnh hưởng của sai số hệ thống thay đổi.

Điểm τ_0 trên trục hoành (hình 8.3b) ứng với thời điểm mở máy, điểm τ_1 ứng với thời gian bắt đầu ổn định của nhiệt độ của dao khi độ giãn dài của nó (do nhiệt độ) ngừng tăng và thời gian kết thúc của độ mòn ban đầu của dao, điểm τ_k ứng với thời gian kết thúc làm việc của máy khi cần điều chỉnh lại.

Ở phía bên phải của sơ đồ ứng với thời gian τ_k biểu diễn giá trị của sai số gia công tổng cộng Δ và các thành phần của nó Δ_n , Δ_f và Δ_c.

Khi gia công lỗ thì các sơ đồ được quay đi 180^0 so với trục hoành.



Hình 8.3. Sơ đồ lý thuyết của độ chính xác gia công mặt trụ ngoài trên nhóm máy tiện

Sơ đồ dạng I (hình 8.3a) đặc trưng cho trường hợp khi gia công có dung dịch trơn nguội, có nghĩa là không có độ mòn ban đầu và độ giãn dài của dao. Trường hợp này cũng xảy ra khi gia công không có dung dịch trơn nguội trong điều kiện thời gian nghỉ và thời gian làm việc của dao bằng nhau.

Sơ đồ dạng II (hình 8.3b) đặc trưng cho trường hợp khi gia công có dung dịch trơn nguội hoặc không nhưng độ giãn dài của dao tại thời điểm ổn định nhiệt độ nhỏ hơn lượng mòn của nó trong khoảng thời gian (τ_1- τ_0) hoặc khi gia công không có dung dịch trơn nguội trong điều kiện thời gian nghỉ của dao bằng hoặc lớn hơn thời gian làm việc của nó.

Sơ đồ dạng III (hình 8.3c) đặc trưng cho trường hợp khi gia công không có dung dịch trơn nguội và độ giãn dài của dao (do nhiệt độ) tại thời điểm ổn định nhiệt độ lớn hơn lượng mòn của nó trong khoảng thời gian (τ_1- τ_0).

Các sơ đồ dạng I, II và III biểu thị sự thay đổi của sai số gia công theo thời gian từ thời điểm mở máy. Nếu máy được chạy rà trong khoảng thời gian $\tau > \tau_1$ thì đối với tất cả mọi trường hợp chỉ tồn tại sơ đồ dạng I.

Sơ đồ dạng IV (hình 8.3d) đặc trưng cho trường hợp khi gia công không có sai số hệ thống thay đổi. Ví dụ, khi gia công các chi tiết nhỏ có thời gian cơ bản (thời gian cắt) nhỏ.

Như vậy, để phân tích độ chính xác và độ ổn định của nguyên công (khi nghiên cứu chỉ được tiến hành sau khi máy đã qua chạy rà trong khoảng thời gian $\tau > \tau_1$) cần chọn hai dạng quy trình đặc trưng bằng các sơ đồ dạng I và dạng IV.

8.3. PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG

Khi có kết luận chính xác về qui luật phân bố và về sự khác nhau ngẫu nhiên của các nhóm chọn chi tiết ta có thể dùng sơ đồ dạng IV (hình 8.3d) để đánh giá độ chính xác gia công. Trong trường hợp này sai số gia công tổng cộng (không có sai số hệ thống thay đổi) được xác định theo công thức:

$$\Delta = \Delta_n + \Delta_c \quad (8.7)$$

Ở đây: Δ_n - sai số hệ thống cố định;

Δ_c - sai số ngẫu nhiên

Để xác định tổng sai số ngẫu nhiên của cả loạt chi tiết cần dùng công thức $\sigma = s.z_2$ thay cho σ_0 (ở đây s là sai lệch bình phương trung bình còn z_2 là hệ số phụ thuộc vào số chi tiết trong nhóm chọn và được xác định theo phụ lục 10). Khi đó :

$$\Delta_c = 6z_2.s = 6\sigma \quad (8.8)$$

Sai số hệ thống cố định Δ_n được xác định theo các công thức sau:

- Trường hợp gia công mặt ngoài:

$$\Delta_n = \bar{X} - 3\sigma - A_{min} \quad (8.9)$$

- Trường hợp gia công mặt trong:

$$\Delta_n = A_{max} - \bar{X} - 3\sigma \quad (8.10)$$

Ở đây: A_{min}, A_{max} – kích thước giới hạn nhỏ nhất và lớn nhất có tính đến dấu của chúng.

$\bar{X}$ - giá trị trung bình của kích thước chi tiết.

Độ chính xác của nguyên công (hay của quy trình) được đảm bảo nếu :

$$\Delta \le 2\delta \quad (8.11)$$

Tuy nhiên, trong thực tế có thể xảy ra phế phẩm ngay cả khi độ chính xác của quy trình được đảm bảo theo công thức (8.11) nếu điều chỉnh máy có sai số vượt quá giá trị cho phép.

Nếu ký hiệu Δ_0 là tọa độ của tâm trường dung sai thì giá trị của nó được tính theo công thức:

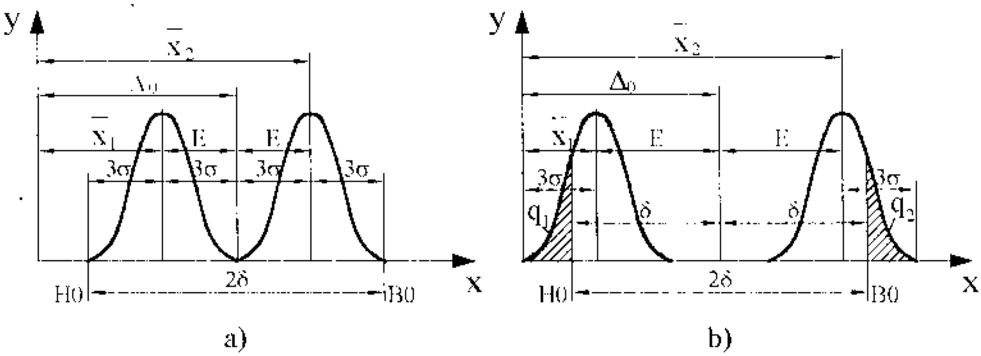
$$\Delta_0 = \frac{A_{min} + A_{max}}{2} \tag{8.12}$$

Ở đây: A_{min} , A_{max} – kích thước giới hạn nhỏ nhất và lớn nhất có tính đến dấu của chúng .

Giá trị khoảng lệch E giữa giá trị trung bình $\overline{X}$ và tâm dung sai Δ_0 được tính như sau :

$$E = \overline{X} - \Delta_0 \tag{8.13}$$

Hình 8.4a biễu diễn hai vị trí ngoài cùng của đường cong phân bố chuẩn trong trường dung sai khi khoảng lệch E nằm trong phạm vi cho phép, còn hình 8.4b biễu diễn hai vị trí ngoài cùng của đường cong phân bố chuẩn khi khoảng lệch E vượt quá phạm vi cho phép. Trong trường hợp thứ hai xuất hiện phế phẩm, có nghĩa là một phần chi tiết q_1 hoặc q_2 sẽ có kích thước nằm ngoài phạm vi dung sai.



Hình 8.4. Khoảng lệch E cho phép (a) và không cho phép (b) của tâm phân bố sai số

Sai số điều chỉnh dao cho phép E_0 được tính theo công thức:

$$E_0 = \frac{2\delta - 6\sigma}{2} = \delta - 3\sigma \tag{8.14}$$

Sai số điều chỉnh dao thực tế E_t:

$$E_t = \left|\overline{X} - \Delta_0\right| \tag{8.15}$$

Điều kiện gia công không có phế phẩm :

$$E_t < E_0 \tag{8.16}$$

Nếu điều kiện (8.16) không thỏa mãn, có nghĩa là $E_t > E_0$ thì khi gia công loạt chi tiết sẽ có phế phẩm ngay cả khi độ chính xác của quy trình đảm bảo. Phần trăm xác suất phế phẩm (hình 8.4b) được xác định theo công thức:

$$q = \left[0,5 - \Phi\left(\frac{\delta - E_t}{\sigma}\right)\right] \qquad (8.17)$$

Để đánh giá độ chính xác của nguyên công có thể dùng hệ số độ chính xác K_T:

$$K_T = \frac{6\sigma}{2\delta} = \frac{3\sigma}{2\delta} \qquad (8.18)$$

Nếu $K_T \le 1$ thì độ chính xác của nguyên công (của quy trình) đảm bảo, nếu $K_T > 1$ thì độ chính xác của nguyên công không đảm bảo.

Để đánh giá độ chính xác điều chỉnh dao (hay điều chỉnh máy) có thể dùng hệ số điều chỉnh e:

$$e = \frac{|E|}{2\delta} \qquad (8.19)$$

Trong trường hợp này hệ số điều chỉnh dao cho phép e_0:

$$e_0 = \frac{2\delta - 6\sigma}{2\delta} = 1 - K_T \qquad (8.20)$$

Hệ số điều chỉnh dao thực tế e_t:

$$e_t = \frac{|\bar{X} - \Delta_0|}{2\delta} \qquad (8.21)$$

Điều kiện gia công không có phế phẩm:

$$\left.\begin{array}{l} K_t \le 1 \\ e_t \le e_0 \end{array}\right\} \qquad (8.22)$$

Để đánh giá độ ổn định của quy trình cần phải có kết luận chính xác về quy luật phân bố và nhóm chọn ngẫu nhiên. Nếu các giả thuyết này được khẳng định thì quy trình có thể được xem như ổn định theo thời gian.

Ví dụ 8.1

Trên máy tiện rơvonve tự động một trục người ta gia công loạt trục có đường kính $D_{0.3}^{0.01}$ mm, số chi tiết trong nhóm chọn n=50. Kết quả đo đường kính của chi tiết được ghi trong bảng 8.1.

Bảng 8.1.Kết quả đo đường kính chi tiết

N^0	D	N^0	D	N^0	D	N^0	D	N^0	D
1	19,81	11	19,82	21	19,82	31	19,85	41	19,83
2	19,83	12	19,84	22	19,85	32	19,84	42	19,84
3	19,84	13	19,84	23	19,84	33	19,85	43	19,85
4	19,85	14	19,87	24	19,80	34	19,86	44	19,87
5	19,86	15	19,88	25	19,88	35	19,87	45	19,89
6	19,83	16	19,83	26	19,85	36	19,82	46	19,85
7	19,84	17	19,84	27	19,84	37	19,83	47	19,84
8	19,85	18	19,85	28	19,85	38	19,84	48	19,85
9	19,86	19	19,86	29	19,86	39	19,85	49	19,86
10	19,86	20	19,86	30	19,87	40	19,86	50	19,87

Cần xác định: độ chính xác của qui trình (của nguyên công), độ ổn định của nó, độ chính xác điều chỉnh dao và phần trăm phế phẩm.

Giải:

Trên cơ sở của số liệu trong bảng 8.1 ta lập bảng 8.2 để tính các thông số của quy luật phân bố .

Bảng 8.2.Bảng phụ để xác định các thông số của quy luật phân bố

Khoảng chia	**Điểm giữa** x_i	**f**	**b=**$\frac{x_i-a}{c}$	**bf**	$\mathbf{b^2f}$	**Ghi chú**
19,81-19,82	19,815	1	-4	-4	16	
19,82-19,83	19,825	3	-3	-9	27	
19,83-19,84	19,835	5	-2	-10	20	
19,84-19,85	19,845	11	-1	-11	11	
19,85-19,86	19,855	12	0	0	0	a=19,855 c=0,01
19,86-19,87	19,865	10	1	10	10	
19,87-19,88	19,875	5	2	10	20	
19,88-19,89	19,885	2	3	6	18	
19,89-19,90	19,895	1	4	4	16	
		50	-	- 4	138	

Giá trị trung bình $\overline{X}$ được tính theo công thức:

$$X = a + c\frac{\sum bf}{\sum f} = 19{,}855 + 0{,}01\,\frac{-4}{50} \approx 19{,}855 \text{ mm}$$

Sai lệch bình phương trung bình s được tính như sau:

$$S = c\sqrt{\frac{\sum b^2f}{\sum f} - \left(\frac{\sum bf}{f}\right)^2} = 0{,}1\sqrt{\frac{138}{50} - \left(\frac{-4}{50}\right)^2} = 0{,}017 \text{ mm}$$

Tiếp theo đó cần kiểm tra giả thuyết về nhóm chọn ngẫu nhiên bằng phương pháp hiệu số tuần tự. Để thực hiện phương pháp này ta lấy các giá trị sau (từ giá trị thứ 2) của kích thước chi tiết trong bảng 8.1 trừ đi kích thước đó. Như vậy, ta có 49 giá trị hiệu số. Ví dụ, a_1=19,83-19,81=0,02; a_2=19,84-19,83=0,01, v.v. Kết quả tính toán cho ta các giá trị sau:

a_1= 0,02	a_{11}= 0,02	a_{21}= 0,03	a_{31}= -0,01	a_{41}= 0,01
a_2= 0,01	a_{12}= 0,00	a_{22}= -0,01	a_{32}= 0,01	a_{42}= 0,01
a_3= 0,01	a_{13}= 0,03	a_{23}= -0,04	a_{33}= 0,01	a_{43}= 0,02
a_4= 0,01	a_{14}= 0,01	a_{24}= 0,08	a_{34}= 0,01	a_{44}= 0,02
a_5= -0,03	a_{15}= -0,05	a_{25}= -0,03	a_{35}= -0,05	a_{45}= -0,04
a_6= 0,01	a_{16}= 0,01	a_{26}= -0,01	a_{36}= 0,01	a_{46}= -0,01
a_7= 0,01	a_{17}= 0,01	a_{27}= 0,01	a_{37}= 0,01	a_{47}= 0,01
a_8= 0,01	a_{18}= 0,01	a_{28}= 0,01	a_{38}= 0,01	a_{48}= 0,01
a_9= 0,00	a_{19}= 0,01	a_{29}= 0,01	a_{39}= 0,01	a_{49}= 0,01
a_{10}= -0,04	a_{20}= -0,04	a_{30}= -0,02	a_{40}= -0,03	

Các hiệu số a này cần được bình phương lên để tính giá trị c^2 theo công thức:

$$c^2 = \frac{1}{2(n-1)}\sum_{i=1}^{n-1} a_i^2$$

Để tính Σa_i^2 được thuận lợi ta nhóm các giá trị tuyệt đối và tính tần số của chúng :

a_i ... 0 0,01 0,02 0,03 0,04 0,05 0,08

f_i ... 2 30 5 5 4 2 1 Σf_i =49

$\Sigma a_i^2 = 0,01^2.30 + 0,02^2.5 + 0,03^2.5 + 0,04^2.4 + 0,05^2.2 + 0.08^2.1$
$= 0,0273$

Như vậy:

$$c^2 = \frac{1}{2\cdot 49}\cdot 0,0273 = 0,000279$$

Giá trị của chỉ tiêu τ sẽ bằng:

$$\tau = \frac{c^2}{s^2} = \frac{0,000279}{0,017^2} = 0,97$$

Vùng giới hạn τ khi xác suất $\alpha = 0,95$ sẽ bằng:

$$\tau_q = 1 - \frac{t_q}{\sqrt{n+1}} = 1 - \frac{1,65}{51} = 0,77$$

Ở đây: t_q được xác định như sau:

$$\Phi(t_q) = 0,5 - \frac{q}{10} = 0,5 - \frac{0,5}{10} = 0,45$$

(Khi $\alpha = 0,95$ thì $q = 1 - 0,95 = 0,05$).

Theo phụ lục 1, $\Phi(t_q) = 0,45$ ứng với $t_q = 1,65$. Vì $\tau > \tau_q$ cho nên giả thuyết về nhóm chọn ngẫu nhiên có thể chấp nhận được, có nghĩa là trong thời gian làm thí nghiệm tâm phân bố của sai số gia công không bị xê dịch. Bây giờ cần kiểm tra giả thuyết về qui luật phân bố chuẩn của loạt lớn N chi tiết mà trong đó lấy ra n chi tiết để làm thí nghiệm. Để kiểm tra giả thuyết này ta giả sử $\sigma_0 \approx s$; $\overline{X}_0 \approx \overline{X}$ và lập bảng phụ 8.3 để tính chỉ tiêu λ.

Bảng 8.3 Bảng phụ để tính λ

x_i	$\lvert t \rvert$	Z_t	$f' = \frac{nc}{s} Z_t$	f	N'_x	N_x	$\lvert N'_x - N_x \rvert$
19,815	2,36	0,0246	0,72	1	0,72	1	0,28
19,825	1,77	0,0833	2,45	3	3,17	4	0,83
19,835	1,18	0,1989	5,82	5	8,99	9	0,01
19,845	0,59	0,3352	9,85	11	18,84	20	1,16
19,855	0,00	0,3988	11,75	12	30,59	32	1,41
19,865	0,59	0,3352	9,85	10	40,44	42	1,58
19,875	1,18	0,1989	5,82	5	46,26	47	0,74
19,885	1,77	0,0833	2,45	2	48,70	49	0,30
19,895	2,36	0,0246	0,72	1	49,73	50	0,57

Trong bảng 8.3 giá trị t được tính theo công thức:

$$t = \frac{x_i - \overline{X}}{s} = \frac{x_i - 19,855}{0,017}$$

Đối với từng giá trị t (hay $\lvert t \rvert$) ta xác định Z_t theo phụ lục 4.

Giá trị $\frac{nc}{s}$ là giá trị cố định cho tất cả các giá trị Z_t và bằng:

$$\frac{nc}{s} = \frac{50 \cdot 0,01}{0,017} = 29,40$$

Chỉ tiêu λ được tính theo công thức (5.2) (ở chương 5):

$$\lambda = \frac{1,58}{50} \cdot \sqrt{50} = 0,22$$

Theo phụ lục 12 ta có xác suất P(λ)=1. Do đó, giả thuyết về qui luật phân bố chuẩn được chấp nhận.

Vì qui trình thuộc sơ đồ dạng IV (hình 8.3) cho nên sai số gia công tổng cộng Δ sẽ bằng:

$$\Delta = \Delta_n + \Delta_c$$

Để tính Δ_c ta xác định σ:

$$\sigma = z_2 \cdot s = 1,245 \cdot 0,017 = 0,021$$

Giá trị z_2 được chọn từ phụ lục 10, do đó Δ_c bằng:

$$\Delta_c = 6\sigma = 6 \cdot 0,021 = 0,126$$

Sai số hệ thống cố định bằng:

$$\Delta_n = \overline{X} - 3\sigma - A_{min} = 19,855 - 3 \cdot 0,021 - 19,7 = 0,092$$

Như vậy:

$$\Delta = 0,092 + 0,126 = 0,218$$

Vì $2\delta = 0,2$ và $\Delta > 2\delta$ cho nên qui trình không đảm bảo độ chính xác. Nguyên nhân chủ yếu của hiện tượng này là điều chỉnh dao không chính xác.

Tọa độ của tâm dung sai Δ_0:

$$\Delta_0 = \frac{A_{min} + A_{max}}{2} = \frac{-0,3 - 0,1}{2} = -0,2$$

Giá trị trung bình $\overline{X}$ của kích thước từ kích thước danh nghĩa (D=20):

$$\overline{X} = 19,855 - 20 = -0,145$$

Sai số điều chỉnh dao thực tế E_t:

$$E_t = \left|\overline{X} - \Delta_0\right| = \left|0,145 - 0,2\right| = 0,055$$

Sai số điều chỉnh dao cho phép E_0:

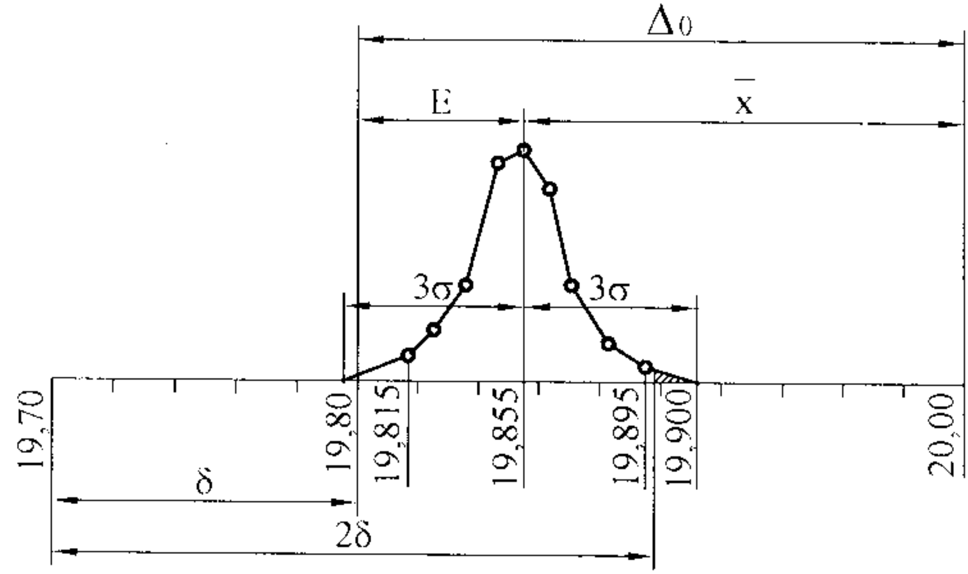
$$E_0 = \frac{2\delta - 6\sigma}{2} = \frac{0,2 - 0,126}{2} = 0,037 \text{ mm}$$

Vì $E_t > E_0$ cho nên có phần trăm phế phẩm q:

$$q = \left[0,5 - \Phi\left(\frac{\delta - E_t}{\sigma}\right)\right]100 = \left[0,5 - \Phi\left(\frac{0,1 - 0,005}{0,021}\right)\right]100 =$$

$$= \left[0,5 - \Phi(2,14)\right]100 = \left[0,5 - 0,484\right]100 = 1,6\%$$

Hình 8.5 là đường cong phân bố của kích thước trục trong trường dung sai 2δ.



Hình 8.5. Đường cong phân bố của kích thước trục

Để không có phế phẩm ta phải điều chỉnh sao cho $\overline{X} = \Delta_0 = -0,2$ hoặc chọn dung sai điều chỉnh $2\delta_{dc} = 0,037 = E_0$. Như vậy, cần có kích thước điều chỉnh:

$$\overline{X} = E_0 + 3\sigma + A_{min} = 0,037 + 3 \cdot 0,021 - 0,3 = -0,2$$

Hoặc cần có:

$$\overline{D} = \left(\frac{D_{max} + D_{min}}{2}\right)_{-2\delta_{dc}} = \left(\frac{19,9 + 19,7}{2}\right)_{-0,037} = 19,8_{-0,037}$$

Bảng 8.4. Kết quả đo sai số kích thước của chi tiết gia công, cho thí dụ 8.2

Thứ tự gia công	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
x_i	-162	-152	-160	-158	-162	-162	-154	-152	-152	-155	-157	-161	-161	-155	-153
N^0	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
x_i	-148	-144	-146	-142	-145	-144	-140	-140	-140	-146	-144	-138	-142	-136	-140
N^0	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
x_i	-132	-140	-134	-136	-133	-135	-125	-128	-127	-125	-127	-133	-127	-133	-130
N^0	46	47	48	49	50										
x_i	-125	-119	-121	-115	-120										

Ví dụ 8.2

Trên máy tiện bán tự động người ta gia công loạt chi tiết dạng trục và chọn N = 50 chi tiết để kiểm tra kích thước của chúng. Kết quả đo kích thước (đo sai số của đường kính x_i) được ghi trong bảng 8.4. Đường kính gia công của chi tiết là $D=55_{-0,2}$ mm. Các chi tiết trong bảng 8.4 được ghi theo thứ tự gia công.

Cần xác định xem qui trình có ổn định hay không và độ chính xác của qui trình.

Giải:

Để kiểm tra giả thuyết về nhóm chọn ngẫu nhiên có thể sử dụng phương pháp đồ thị. Nội dung của phương pháp như sau:

Loạt chi tiết N được chia ra các nhóm nhỏ n chi tiết và được xếp theo thứ tự gia công. Đối với mỗi nhóm nhỏ chi tiết cần tính giá trị trung bình $\overline{x_i}$ và dựng đồ thị quan hệ giữa $\overline{x_i}$ thứ tự nhóm đã chia.

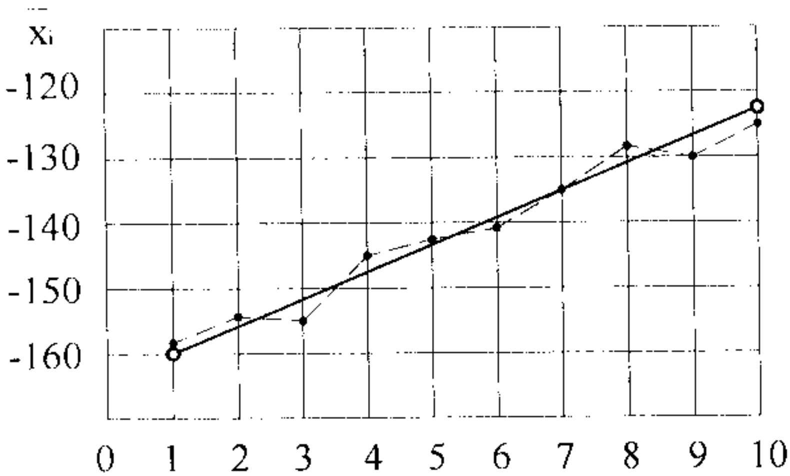
Trong ví dụ này ta chia ra 10 nhóm, mỗi nhóm 5 chi tiết. Bảng 8.5 là các số liệu cần thiết cho các phép tính tiếp theo. Hình 8.6 là các đường cong quan hệ giữa x_i và τ. Nhìn vào đồ thị ta thấy đường cong thực nghiệm cho phép kết luận rằng qui trình thuộc sơ đồ dạng I của độ chính xác gia công (hình 8.3 a).

Bảng 8.5. Bảng phụ để tính $\overline{x_i}$ và S_i^2

Số thứ tự của chi tiết	Số thứ tự của nhóm										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
	Sai số của kích thước (μm)										
1	-162	-162	-157	-148	-144	-144	-132	-135	-127	-125	-
2	-152	-154	-161	-144	-140	-138	-140	-125	-133	-119	-
3	-160	-152	-161	-146	-140	-142	-134	-128	-127	-121	-
4	-158	-152	-155	-142	-140	-136	-136	-127	-133	-115	-
5	-162	-155	-153	-145	-146	-140	-133	-125	-130	-120	-
$\sum$	-794	-775	-775	-725	-710	-700	-675	-640	-650	-600	-
$\overline{x_i}$	-159	-155	-155	-145	-142	-140	-135	-128	-130	-120	-1409
S_i^2	17	17	20	6	8	10	10	10	9	13	120

Trong bảng 8.5 giá trị trung bình $\overline{x_i}$ của nhóm được xác định theo công thức:

$$\overline{x_i} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i$$



Số thứ tự của nhóm hoặc τ

Hình 8.6. Các đường cong quan hệ giữa x_i và τ
a - thực nghiệm; b - lý thuyết

và phương sai s_i^2 của nhóm theo công thức:

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_1^n\left(x_i - \overline{x}\right)^2$$

Để đạt được ổn định của qui trình theo sơ đồ dạng I của độ chính xác gia công (hình 8.3 a) cần có hai điều kiện:

- Phương sai s_i^2 của nhóm khác nhau một cách ngẫu nhiên.

- Quan hệ giữa $\overline{x}_i$ và τ (hay số thứ tự của nhóm) theo qui luật tuyến tính và được biểu thị bằng phương trình:

$$\overline{x}_i = a + b\tau$$

Điều kiện thứ nhất được xác định bằng cách kiểm tra giả thuyết về sự bằng nhau của các giá trị phương sai nhờ chỉ tiêu G_H:

$$G_H = \frac{s_{max}^2}{\sum_1^m s_i^2} = \frac{20}{120} = 0{,}166$$

Theo phụ lục 14 giá trị giới hạn G với xác suất tin cậy P= 0,95 là G= 0,33. Vì G_H < G cho nên giả thuyết về sự bằng nhau của các giá trị phương sai được chấp nhận (được khẳng định), có nghĩa là điều kiện thứ nhất đảm bảo cho qui trình ổn định được thỏa mãn.

Điều kiện thứ hai được xác định bằng cách tính các hệ số a và b của phương trình $\bar{x}_i = a + b\tau$, sau đó xác định các giá trị s_1^2 và s_2^2 để kiểm tra giả thuyết về qui luật tuyến tính giữa $\bar{x}_i$ và τ.

Để tính các thông số trên cần lập bảng 8.6.

Bảng 8.6. Bảng phụ để tính các thông số của qui luật tuyến tính

$\bar{x}_i$	τ_i	$\tau_i - \bar{\tau}$	$(\tau_i - \bar{\tau})^2$	$\bar{x}_i(\tau_i - \bar{\tau})^2$	$\bar{x}_{0i}$	$(\bar{x}_i - \bar{x}_{0i})$	$(\bar{x}_i - \bar{x}_{0i})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
-159	1	-4,5	20,25	720	-159,2	+0,2	0,04
-155	2	-3,5	12,25	540	-155,6	+0,6	0,36
-155	3	-2,5	6,25	388	-151,4	-3,6	13,00
-145	4	-1,5	2,25	218	-147,2	+2,2	4,84
-142	5	-0,5	0,25	71	-143	+1,0	1,00
-140	6	0,5	0,25	-70	-138,8	-1,2	1,44
-135	7	1,5	2,25	-203	-134,6	-0,4	0,16
-128	8	2,5	6,25	-320	-130,4	+1,6	2,56
-130	9	3,5	12,25	-455	-127,2	-2,8	7,84
-120	10	4,5	20,25	-540	-122	-2,0	4,00
-1409	55	0	82,50	349	-	-	35,24

Để tính cột 3 trong bảng 8.6 trước hết cần tính $\bar{\tau}$:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{m}\sum_{1}^{m}\tau_i = \frac{55}{10} = 5,5$$

Dựa theo số liệu của cột 1; 4 và 5 trong bảng 8.6 ta tính các thông số a' và b theo các công thức sau:

$$a' = \frac{1}{m}\sum_{1}^{m}\bar{x}_i = \frac{-1409}{10} = -141$$

$$b = \frac{\sum_{1}^{m}\bar{x}_i(\tau_i - \bar{\tau})^2}{\sum_{1}^{m}(\tau_i - \bar{\tau})^2} = \frac{349}{82,5} = 4,2$$

Để tính cột 6 trong bảng 8.6 cần tính các giá trị $\bar{X}_{0i}$ lý thuyết theo phương trình:

$$\bar{X}_{0i} = a' + b(\tau_i - \bar{\tau}) = -141 + 4,2(\tau_i - 5,5) = -164,1 + 4,2\tau_i$$

Theo công thức: $a = a' - b\bar{\tau}$, ta có:

$$a = -141 - 4,2 \cdot 5,5 = -164,1$$

Như vậy, a là thông số của phương trình:

$$\overline{X}_{0i} = a + b\tau_i = -164,1 + 4,2\tau_i$$

Theo số liệu của cột 8 trong bảng 8.6 ta tính phương sai s_2^2:

$$s_2^2 = \frac{n\sum_1^m \left(\overline{x}_i - \overline{X}_{0i}\right)^2}{m-2} = \frac{5\cdot 35,24}{10-2} = 22$$

Phương sai s_1^2 bằng:

$$s_1^2 = \frac{1}{m}\sum_1^m s_i^2 = \frac{120}{10} = 12$$

Do đó: $s_1 = \sqrt{12} = 3,46$.

Để tính tổng sai số ngẫu nhiên cần tính σ theo công thức:

$$\sigma = z_2 . s_1$$

ở đây $z_2 = 1,246$ (theo phụ lục 10 khi n = 50).

Cho nên:

$$\sigma = 1,246\cdot 3,46 = 4,3$$

Để kiểm tra giả thuyết về qui luật tuyến tính cần xác định T_H:

$$T_H = \frac{s_2^2}{s_1^2} = \frac{22}{12} = 1,83$$

Theo phụ lục 6 khi $k_1 = 10 - 2 = 8$ và $k_2 = m(n-1) = 10\cdot 4 = 40$ thì $T = 2,18$ (khi sác xuất tin cậy $P = 0,05$).

Vì $T_H < T$ cho nên giả thuyết về qui luật tuyến tính của quan hệ giữa x_i và τ được khẳng định.

Như vậy, kết quả phân tích cho phép kết luận rằng qui trình ổn định theo thời gian và biến đổi theo sơ đồ dạng I của độ chính xác gia công (xem hình 8.3 a).

Bây giờ có thể tính sai số hệ thống cố định Δ_n, sai số ngẫu nhiên Δ_c, lượng dự trữ của độ chính xác Δ_{ft} và thời gian làm việc của máy mà không cần điều chỉnh lại τ_K.

$$\Delta_n = a - 3\sigma - \Delta_{min} = -164,1 - 3\cdot 4,3 - (-200) = 23\ \mu m$$

$$\Delta_c = 6\sigma = 6\cdot 4,3 = 2,6\ \mu m$$

Δ_{ft} được xác định theo công thức:

$$\Delta_{ft} = \frac{1}{1,73}\sqrt{1,73^2\left(2\delta + \Delta_n\right)^2 - \Delta_c^2}$$

Do đó, ta có:

$$\Delta_{tt} = \frac{1}{1,73}\sqrt{1,73^2\left(200+23\right)^2 - 26^2} = 174$$

Theo công thức:

$$\Delta_{tt} = b.r$$

Cho nên

$$r = \frac{\Delta_{tt}}{b} = \frac{174}{4,2} = 41$$

Như vậy, thời gian làm việc của máy τ_K mà không cần điều chỉnh lại:

$$\tau_K = r.n.t = 41 \cdot 5 \cdot t = 205t$$

Ở đây: t - thời gian gia công một chi tiết.

8.4. ĐÁNH GIÁ ĐỘ CHÍNH XÁC HÌNH DÁNG HÌNH HỌC VÀ ĐỘ CHÍNH XÁC VỊ TRÍ TƯƠNG QUAN CỦA CÁC BỀ MẶT CHI TIẾT

Sai số hình dáng hình học (độ ôvan, độ côn, độ đa cạnh, v.v.) và sai số vị trí tương quan (độ song song, độ vuông góc, độ đảo, độ lệch tâm, v.v.) là những đại lượng ngẫu nhiên phân bố theo qui luật lệch tâm (qui luật Maxvel) hoặc qui luật môđun hiệu hai thông số.

Để xác định qui luật phân bố của sai số hình dáng hình học và sai số vị trí tương quan, trước hết cần dựng đường cong thực nghiệm và nhìn bề ngoài của đường cong đó để xác định tạm thời qui luật phân bố. Sau đó tính chỉ tiêu χ^2 hoặc λ để kiểm tra giả thuyết về qui luật phân bố. Nếu qui luật phân bố là qui luật lệch tâm thì vùng phân tán của sai số R, ký hiệu là ΔR được tính theo công thức:

$$\Delta R = 3,5\sigma \qquad (8.23)$$

Trong trường hợp này xác suất để giá trị R vượt ra ngoài giới hạn ΔR sẽ bằng 0,0022, cho nên trong thực tế có thể bỏ qua. Hệ số 3,5 được xác định theo phụ lục 11, mà trong đó cần chú ý rằng F(R) = 0,9978 khi $\frac{R}{\sigma} = 3,5$. Vì R là giá trị sai số cho phép lớn nhất biến đổi trong phạm vi từ 0 đến R, cho nên vùng phân tán thực tế của sai số $\Delta R = R - 0 = R$ và được chọn bằng $3,5\sigma$.

Nếu tính: $\sigma = \dfrac{\sigma_R}{\sqrt{2 - \dfrac{\pi}{2}}}$ và $\sigma = \dfrac{\overline{R}_0}{\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}}$ thì công thức (8.23) có thể được thay bằng các công thức sau đây:

$$\left.\begin{aligned} \Delta R &= 5{,}35\sigma_R \\ \Delta R &= 2{,}80\overline{R}_0 \end{aligned}\right\} \qquad (8.24)$$

Khi chọn các thông số của phân bố thực nghiệm s, s_R và $\overline{R}$ thay cho σ, σ_R và $\overline{R}_0$ ta có thể dùng các công thức (8.23), (8.24) để xác định sai số gia công tổng cộng ΔR và so sánh nó với dung sai trên bản vẽ $2\delta_R$.

Qui trình (nguyên công) đạt độ chính xác, nếu:

$$\Delta R < 2\delta_R \qquad (8.25)$$

Nếu điều kiện này không thỏa mãn thì có thể xác định phần trăm phế phẩm theo công thức:

$$q = \left[1 - F(R)\right]100 \qquad (8.26)$$

Ở đây: F(R) được xác định theo phụ lục 11 tùy thuộc vào $\dfrac{R}{\sigma}$ (R là giá trị cho trước của $2\delta_R$). Ví dụ, giá trị cho phép $2\delta_R = 60\ \mu m$. Theo nhóm chọn ta xác định được $s_R \approx 13{,}4\ \mu m$, do đó:

$$s \approx \sigma = \frac{s_R}{\sqrt{2 - \dfrac{\pi}{2}}} = \frac{13{,}4}{0{,}655} = 20{,}47$$

Sai số thực tế ΔR bằng:

$$\Delta R = 3{,}5 \cdot 20{,}47 = 71{,}64\ \mu m$$

Theo phụ lục 11, khi $\dfrac{R}{\sigma} = \dfrac{60}{20{,}47} = 2{,}93$ ta có F(R) = 0,9863.

Như vậy, phần trăm phế phẩm q sẽ là:

q = (1 - 0,9863)100 = 1,37%

Nếu kết quả nghiên cứu cho thấy sai số gia công phân bố theo qui luật môđun hiệu hai thông số thì để đánh giá độ chính xác của qui trình cần được biết hai thông số $\overline{r}$ và S_r. Nhờ hai thông số này ta có thể xác định được $\overline{X}$ và σ của các thông số $\overline{X}_0$ và σ_0 thuộc qui luật phân bố lý thuyết. Các thông số σ và $\overline{X}$ được xác định theo các công thức (2.36) và (2.37) ở chương 2:

$$\sigma = \frac{\sigma_r}{\sigma_\rho} = \frac{S_r}{\sigma_\rho}$$

$$\overline{X} = \rho_0 \cdot \sigma_0 = \rho_0 \cdot \sigma$$

Ở đây: ρ_0 phụ thuộc vào $\lambda_0 = \dfrac{\bar{r}}{S_r}$ và được xác định theo phụ lục 7, còn σ_ρ phụ thuộc vào ρ_0 và được xác định theo phụ lục 8.

Nếu sai số r $_i$ biến đổi từ 0 đến r thì khi biết giá trị giới hạn của sai số r, theo $\rho = \dfrac{r}{\sigma}$ có thể xác định $F(\rho)$, có nghĩa là xác suất mà giá trị ngẫu nhiên là r $_i$ sẽ nhỏ hơn giá trị r hoặc nói cách khác, theo $F(\rho)$ có thể xác định vùng phân tán của các giá trị r $_i$ ký hiệu là Δr.

Vì $F(\rho) = \left[\Phi(\rho - \rho_0) + \Phi(\rho + \rho_0)\right]$ và qui luật môđun hiệu hai thông số là qui luật hai thông số cho nên vùng phân tán thực tế của sai số r_i sẽ phụ thuộc không chỉ vào σ mà còn vào $\overline{X}$. Vì vậy, khi đánh giá độ chính xác của qui trình cần phải tính cả hai thông số của qui luật phân bố. Nếu $\overline{X} = 0$ thì $\rho_0 = 0$ khi đó $F(\rho) = 2\Phi(\rho)$.

Nếu chọn xác suất $P(r_i < r) = F(\rho) = 0{,}9973$ theo phụ lục 1 thì ta có $t = \rho = 3$.

Vì $\rho = \dfrac{r}{\sigma}$, còn $r = 0 \div \Delta r$, nên có thể lấy:

$$\Delta r = 3\sigma \tag{8.27}$$

Đẳng thức này đúng khi $\rho_0 = 0$.

Theo phụ lục 7: $\rho_0 = 0$ khi $\lambda_0 = \dfrac{\bar{r}}{S_r} = 1{,}3236$. Nếu $\rho_0 \neq 0$ và $\lambda_0 > 1{,}3236$ thì phân bố thực tế của sai số r $_i$, có nghĩa là Δ_r sẽ bằng:

$$\Delta_r = (3 + \rho_0)\sigma \tag{8.28}$$

Nếu ký hiệu giá trị r cho phép thông qua $2\delta_r$ thì điều kiện để cho qui trình đảm bảo độ chính xác sẽ là:

$$\Delta_r \leq 2\delta_r \tag{8.29}$$

Khi bất đẳng thức (8.29) không thỏa mãn thì phần trăm phế phẩm của cả loạt chi tiết được xác định theo công thức:

$$q = 100 - \left[\Phi\left(\frac{2\delta_r}{\sigma} - \rho_0\right) + \Phi\left(\frac{2\delta_r}{\sigma} + \rho_0\right)\right]100 \tag{8.30}$$

Ví dụ 8.3

Theo nhóm chọn của chi tiết đã xác định rằng độ côn r của trục phân bố theo qui luật môđun hiệu hai thông số với giá trị $\bar{r} = 9\ \mu m$ và $s_r = 6\ \mu m$. Dung sai cho phép $2\delta_r = 25\ \mu m$. Hãy xác định phần trăm phế phẩm q.

Giải:

Trước hết ta xác định $\lambda_0 = \dfrac{\bar{r}}{s_r} = \dfrac{9}{6} = 1,5$.

Theo phụ lục 7 và 8 khi $\lambda_0 = 1,5$ ta có:

$\rho_0 = 1,1$ và $\sigma_\rho = 0,824$. Như vậy: $\sigma = \dfrac{s_r}{\sigma_\rho} = \dfrac{6}{0,824} = 7,3$ và sai số lớn nhất của chi tiết sẽ bằng $\Delta_r = (3+\rho)\sigma = 4,1 \cdot 7,3 = 30\ \mu m$.

Vì $\Delta_r > \delta_r$ cho nên có phế phẩm. Phần trăm phế phẩm q bằng:

$$q = 100 - \left[\Phi\left(\frac{25}{7,3} - 1,1\right) + \Phi\left(\frac{25}{7,3} + 1,1\right)\right]100$$

$$= 100 - \left[\Phi(2,32) + \Phi(4,52)\right]100$$

Theo phụ lục 1: $\Phi(2,32) = 0,4900$ và $\Phi(4,52) = 0,4999$.

Như vậy: q = 100 - (0,4900 + 0,4999).100= 1%.

8.5. CÁC PHƯƠNG PHÁP ĐIỀU CHỈNH QUI TRÌNH CÔNG NGHỆ

Nhiệm vụ chủ yếu của các phương pháp này là theo dõi độ ổn định của qui trình công nghệ để phát hiện và loại bỏ những nguyên nhân gây mất ổn định của qui trình.

Hiện nay người ta thường dùng hai phương pháp điều chỉnh qui trình công nghệ sau đây:

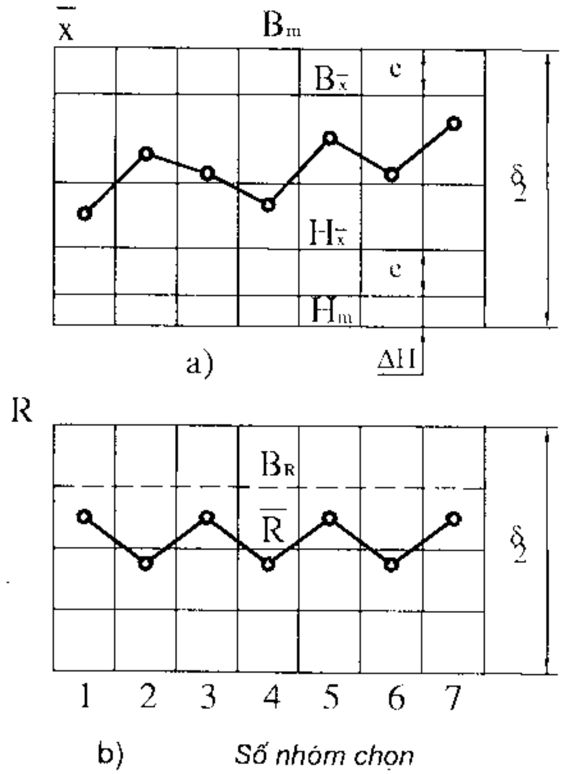
- Phương pháp giá trị trung bình và giá trị giới hạn.
- Phương pháp vùng giới hạn.

8.5.1. Phương pháp giá trị trung bình và giá trị giới hạn

Bản chất của phương pháp là cần dựng hai đồ thị sau:

- Đồ thị giá trị trung bình $\overline{X}$.
- Đồ thị giá trị giới hạn R.

Trên trục tung ta đặt kích thước của chi tiết gia công, còn trên trục hoành ta đặt số nhóm chi tiết theo thứ tự thời gian. Sau đó, trên đồ thị giá trị trung bình (hình 8.7 a) ta vẽ hai đường song song với trục hoành B_m và H_m tương ứng với giới hạn trên và giới hạn dưới của kích thước chi tiết. Khoảng giới hạn giữa các đường thẳng này bằng 2δ (dung sai của kích thước chi tiết). Cũng trên đồ thị này còn vẽ thêm hai đường thẳng song song khác $B_{\bar{x}}$ và $H_{\bar{x}}$.



Hình 8.7. Đồ thị điều chỉnh qui trình công nghệ
a) đồ thị giá trị trung bình .
b) đồ thị giá trị giới hạn

Các đường thẳng này được gọi là các đường giới hạn kiểm tra.

Khoảng cách giữa các đường giới hạn kiểm tra xác định giới hạn cho phép của các giá trị trung bình của các nhóm chọn chi tiết.

Trên đồ thị giá trị giới hạn (hình 8.7 b) cần vẽ một đường thẳng nằm ngang gọi là đường giới hạn kiểm tra trên B_R. Đường thẳng này xác định giới hạn cho phép của giá trị trên của các nhóm chọn chi tiết.

Sau khi dựng xong các đồ thị ta tiến hành theo dõi quá trình gia công chi tiết trên máy như sau: cứ sau mỗi khoảng thời gian nhất định lấy ra nhóm nhỏ chi tiết (thông thường nhóm gồm 5 chi tiết) và kiểm tra kích thước của từng chi tiết. Sau đó tính giá trị trung bình $\overline{x}$ và giá trị giới hạn R của từng nhóm chi tiết.

Nếu trong quá trình theo dõi gia công, giá trị trung bình $\overline{x}$ và giá trị giới hạn R không vượt ra khỏi các đường giới hạn kiểm tra thì quá trình được xem là ổn định. Nếu các giá trị $\overline{x}$ và R vượt ra khỏi các đường giới hạn kiểm tra thì qui trình bắt đầu không ổn định. Trong trường hợp này cần phải điều chỉnh lại máy.

Sau khi điều chỉnh lại máy, tất cả các chi tiết gia công được kiểm tra bằng calip giới hạn (số chi tiết gia công bằng số chi tiết khi kiểm tra để điều chỉnh qui trình).

Các đường giới hạn trên hình 8.7 được xác định theo các công thức sau:

a) Gia công mặt ngoài:

$$\left.\begin{aligned} B_x &= B_m - e \\ H_x &= H_m + \Delta_H + e \end{aligned}\right\} \qquad (8.31)$$

b) Gia công mặt trong:

$$\left.\begin{aligned} B_x &= B_m - \Delta_H - e \\ H_x &= H_m + e \end{aligned}\right\} \qquad (8.32)$$

Giá trị e được xác định theo công thức:

$$e = 3\sigma_M - \frac{3\sigma_M}{\sqrt{n}} = 3\sigma_M\left(1 - \frac{1}{\sqrt{n}}\right) \qquad (8.33)$$

Ở đây: σ_M - sai lệch bình phương trung bình của qui luật phân bố;

n - số chi tiết trong nhóm chọn.

Giá trị sai số điều chỉnh máy Δ_H có thể lấy bằng $0{,}1 \cdot 2\delta$.

Giá trị trung bình $\overline{R}$ của kích thước giới hạn và sai lệch bình phương trung bình σ_R của nó được tính theo các công thức sau đây:

$$\overline{R} = d_n . \sigma_M \qquad (8.34)$$

$$\sigma_R = T_n \cdot \sigma_M \qquad (8.35)$$

Ở đây: d_n và T_n - các hệ số phụ thuộc vào số lượng chi tiết n trong nhóm chọn.

Quan hệ giữa n và d_n, T_n được ghi trong bảng 8.7.

Bảng 8.7. Sự phụ thuộc của d_n và T_n vào n

Kí hiệu	Các giá trị					
n	5	6	7	8	9	10
d_n	2,326	2,534	2,704	2,847	2,970	3,037
T_n	0,864	0,848	0,833	0,820	0,808	0,797

Giá trị giới hạn R được xác định theo bất đẳng thức sau:

$$\overline{R} - 3\sigma_R < R \le \overline{R} + 3\sigma_R \tag{8.36}$$

Trên cơ sở của bất đẳng thức (8.36) tung độ của đường giới hạn kiểm tra có thể được tính theo công thức:

$$B_K = \overline{R} + 3\sigma_R = d_n\sigma_M + 3T_n\sigma_M = \left(d_n + 3T_n\right)\sigma_M \tag{8.37}$$

8.5.2. Phương pháp vùng giới hạn

Theo phương pháp này thì cần dựng một biểu đồ biến đổi của độ chính xác gia công. Trên biểu đồ cần ghi các giá trị thực của kích thước gia công, hoặc chính xác hơn là sai số của kích thước gia công so với kích thước danh nghĩa. Để đơn giản hóa việc xác định kích thước trung bình nên chọn số chi tiết cần kiểm tra n=5. Như vậy, giá trị trung bình có thể lấy ngay ở chi tiết thứ 3 kể từ dưới lên hoặc từ trên xuống.

Sơ đồ hình 8.8 có 6 đường nằm ngang song song với nhau, chúng xác định giới hạn thực của chi tiết và các giá trị của vùng giới hạn. Các đường này có tên gọi như sau:

B_m và H_m – các đường giới hạn trên và dưới của sai số gia công;

B_M và H_M – các đường giới hạn trên và dưới của vùng giới hạn trong;

B_K và H_K – các đường giới hạn trên và dưới của vùng giới hạn ngoài.

Giá trị của các đường giới hạn trên đây được tính theo các công thức:

$$\left.\begin{aligned} B_K &= B_m - e_K = B_m - K_K\sigma_M \\ H_K &= H_m + e_K = H_m + K_K\sigma_M \end{aligned}\right\} \tag{8.38}$$

$$\left.\begin{aligned} B_M &= B_m - e_M = B_m - K_M\sigma_M \\ H_M &= H_m + e_M = H_m + K_M\sigma_M \end{aligned}\right\} \tag{8.39}$$

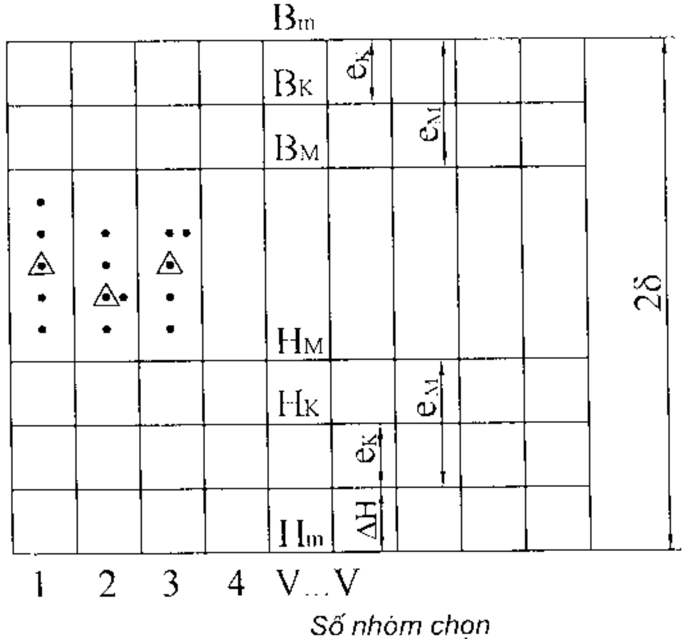
Ở đây: σ_M - sai lệch bình phương trung bình của qui luật phân bố;

K_K và K_M – các hệ số phụ thuộc vào số lượng n chi tiết trong nhóm chọn.

Khi gia công mặt tròn ngoài cần tăng cho H_m một lượng $\Delta H = 0,1 \cdot 2\delta$, còn khi gia công mặt tròn trong cần bớt B_m đi một lượng $0,1 \cdot 2\delta$ (ở đây δ là dung sai của kích thước gia công).

Các hệ số K_K và K_M được chọn như sau:

n.......	3	5	7	9
K_K.....	0,68	0,5	0,38	0,3
K_M.....	1,00	1,45	1,68	1,82



Hình 8.8. Đồ thị điều chỉnh nguyên công theo phương pháp vùng giới hạn

Ví dụ 8.4

Tính giá trị của các đường giới hạn khi điều chỉnh nguyên công bằng phương pháp giá trị trung bình và giá trị giới hạn, đồng thời bằng phương pháp vùng giới hạn, nếu biết sai lệch bình phương trung bình $\sigma_M = 0,01$ mm, giới hạn của sai số kích thước gia công: B_m = +0,2 mm, H_m = +0,1 mm và số chi tiết của nhóm chọn n = 5.

Giải:

a) Theo phương pháp giá trị trung bình và giá trị giới hạn:

$$B_x = B_m - e \text{ và } H_x = H_m + e + \Delta_H$$

Ở đây:

$$e = 3\sigma_M\left(1-\frac{1}{\sqrt{n}}\right) = 3\cdot 0,01\left(1-\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = 0,017$$

$$\Delta_H = 0,1\cdot 2\delta = 0,1\cdot 0,1 = 0,01$$

Do đó:

$$B_x = 0,2 - 0,017 = 0,183 \text{ mm}$$

$$H_x = 0,1 + 0,01 + 0,017 = 0,127 \text{ mm}$$

$$B_K = \sigma_M\left(d_n + 3T_n\right) = 0,01\left(2,326 + 3\cdot 0,864\right) = 0,0949 \text{ mm}$$

b) Theo phương pháp vùng giới hạn:

$$e_K = K_K\sigma_M = 0,5\cdot 0,01 = 0,005$$

$$e_M = K_M\sigma_M = 1,45\cdot 0,01 = 0,0145$$

$$B_K = B_m - e_K = 0,20 - 0,005 = 0,195 = 195\mu m$$

$$H_K = H_m + \Delta_H + e_K = 0,10 + 0,01 + 0,005 = 0,115 = 115\mu m$$

$$B_M = B_m - e_M = 0,2 - 0,0145 = 0,1855 \approx 186\mu m$$

$$H_M = H_m + \Delta_H + e_M = 0,1 + 0,01 + 0,0145 = 0,125 = 125\mu m$$

Chương 9

MÔ HÌNH HOÁ QUÁ TRÌNH CÔNG NGHỆ

9.1. XÁC ĐỊNH MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG GIỮA HAI NGUYÊN CÔNG KỀ NHAU

Như ta đã biết, công nghệ gia công cơ qua từng nguyên công hay từng bước làm thay đổi hình dáng và kích thước của chi tiết. Sau mỗi nguyên công hoặc mỗi bước kích thước và hình dáng (các thông số chất lượng) của chi tiết dần dần bằng các thông số yêu cầu. Ta đưa ra khái niệm sau đây: các thông số của độ chính xác gia công ở nguyên công trước được gọi là thông số đầu vào, còn các thông số đó ở nguyên công đang thực hiện là các thông số đầu ra. Thông số đầu vào được ký hiệu là x, còn thông số đầu ra là y.

Nếu x và y phân bố theo quy luật chuẩn thì giữa x và y có quan hệ phụ thuộc tuyến tính:

$$\overline{y} = a + b\overline{x} \tag{9.1}$$

Phương trình này biểu thị mối quan hệ giữa các giá trị trung bình của đầu ra ($\overline{y}$) và đầu vào ($\overline{x}$). Tuy nhiên để biểu thị tất cả các sai số thì đầu ra có hai giá trị: $\overline{y}$ và σ_y hoặc σ_y^2 và đầu vào cũng có hai giá trị $\overline{x}$, σ_x hoặc σ_x^2.

Phương sai đầu ra σ_y^2 có quan hệ với phương sai đầu vào σ_x^2 theo phương trình sau:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{yx}^2 + b^2\sigma_x^2 \tag{9.2}$$

Ở đây:

σ_{yx}^2 - phương sai của các sai số có quan hệ với nhau;

σ_x^2 - phương sai của sai số đầu vào.

Hệ số b trong các phương trình (9.1) và (9.2) được xác định theo công thức:

$$b = r_{yx}\frac{\sigma_y}{\sigma_x} \qquad (9.3)$$

Ở đây: r_{yx} - hệ số quan hệ

Nếu thay công thức (9.3) vào phương trình (9.2) ta được:

$$\sigma_{yx}^2 = \sigma_y^2\left(1 - r_{yx}^2\right) \qquad (9.4)$$

Từ phương trình (9.2) ta có:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_y^2 - \sigma_{yx}^2}{b^2} \qquad (9.5)$$

Hoặc

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_y^2 . r_{yx}^2}{b^2} \qquad (9.6)$$

Từ đó, ta có:

$$\sigma_x = \sigma_y\frac{r_{yx}}{b} \qquad (9.7)$$

Vì trong qui trình công nghệ ổn định các giá trị r_{yx} và b cố định, nên dùng công thức (9.7) có thể xác định được σ_x cho phép theo σ_y yêu cầu hoặc ngược lại.

Phân tích các phương trình (9.1) và (9.2) cho phép rút ra các kết luận sau đây:

1. Sai số trung bình $\overline{y}$ ở đầu ra gồm hai phần:

+ $b\overline{x}$ - phụ thuộc vào sai số đầu vào $\overline{x}$;

+ a - không phụ thuộc vào sai số đầu vào, đại lượng này do nguyên công đang thực hiện tạo nên.

2. Phương sai của sai số σ_y^2 ở đầu ra gồm hai phần:

+ b^2x^2 - phụ thuộc vào phương sai của sai số đầu vào σ_x^2;

+ σ_{yx}^2 - không phụ thuộc vào phương sai của sai số đầu vào σ_x^2, đại lượng này do nguyên công đang thực hiện tạo nên.

Hệ số b trong phương trình (9.1) và (9.2) cho biết phần sai số đầu vào được truyền sang sai số đầu ra. Vì vậy hệ số b có thể được gọi là hệ số truyền sai số của quy trình.

Nếu b = 0, có nghĩa là sai số đầu vào bị khử hoàn toàn ở nguyên công đang thực hiện. Nếu b = 1, có nghĩa là toàn bộ sai số đầu vào được chuyển sang sai số đầu ra (nguyên công đang thực hiện không khử được sai số đầu ra). Khi 0 < b <1 thì sai số được truyền một phần từ nguyên công này sang nguyên công khác (từ đầu vào sang đầu ra).

Đại lượng (1 – b) được gọi là hệ số sửa sai, có nghĩa là một phần của sai số đầu vào được sửa lại ở đầu ra (ở nguyên công đang thực hiện).

Dùng các công thức (9.1) và (9.2) cho phép xác định các thông số của độ chính xác gia công ở đầu ra hoặc đầu vào.

Ví dụ 9.1

Các trục sau khi tiện thô ở máy số 1 được chuyển sang tiện tinh ở máy số 2. Sai số của kích thước thực (so với kích thước danh nghĩa) sau khi tiện thô và tiện tinh được kiểm tra và được ghi trong các bảng 9.1 và 9.2 (các sai số sau hai nguyên công thô và tinh được kiểm tra theo thứ tự gia công của các chi tiết). Số lượng chi tiết được gia công và kiểm tra là 60. Cần xác định phương trình quan hệ giữa sai số đầu ra (sau tiện tinh) và sai số đầu vào (sau tiện thô); tính σ^2_{yx} và $b^2\sigma^2_x$ và xác định dung sai của kích thước ở nguyên công tiện thô để cho sai số của kích thước ở nguyên công tiện tinh không vượt quá $75\mu m$.

Bảng 9.1. Sai số (μm) của đường kính D_x = 54 mm khi tiện thô

N⁰	x	N⁰	x	N⁰	x	N⁰	x	N⁰	x	N⁰	x
1	-40	11	12	21	14	31	10	41	25	51	42
2	-38	12	-17	22	2	32	5	42	23	52	32
3	-40	13	-14	23	-3	33	9	43	30	53	42
4	-36	14	-17	24	-4	34	7	44	30	54	38
5	-35	15	-14	25	-3	35	9	45	29	55	34
6	-45	16	-2	26	3	36	15	46	24	56	47
7	-38	17	-5	27	6	37	16	47	21	57	40
8	-29	18	-6	28	14	38	11	48	30	58	37
9	-24	19	-5	29	8	39	16	49	26	59	38
10	-24	20	-6	30	3	40	25	50	32	60	35

Bảng 9.2. Sai số (μm) của đường kính D=52 mm khi tiện tinh

N°	y	N°	y	N°	y	N°	y	N°	y	N°	y
1	-10	11	6	21	6	31	18	41	20	51	37
2	-6	12	-2	22	4	32	12	42	18	52	28
3	-4	13	4	23	10	33	10	43	20	53	24
4	-6	14	-2	24	12	34	10	44	28	54	28
5	-10	15	4	25	10	35	12	45	30	55	44
6	6	16	5	26	10	36	6	46	22	56	30
7	4	17	6	27	10	37	18	47	20	57	34
8	-2	18	6	28	9	38	20	48	22	58	34
9	4	19	10	29	17	39	20	49	28	59	33
10	2	20	6	30	4	40	18	50	36	60	52

Giải:

Kích thước sau khi tiện thô (trước khi tiện tinh) được ký hiệu là x, còn kích thước sau khi tiện tinh được ký hiệu là y. Chia các giá trị x và y ra các khoảng với độ lớn $c_x = 10\mu m$ (đối với x) và $c_y = 8\mu m$ (đối với y).

Để có dữ liệu tính toán cần lập bảng phụ 9.3. Để đơn giản hóa việc tính toán cần thay các điểm giữa của các khoảng chia x thành $x' = \dfrac{x - a_x}{c_x}$ và y thành $y' = \dfrac{y - a_y}{c_y}$.

Ta chọn $a_x = -5$ và $a_y = 12$. Số khoảng chia của x là 10, còn của y là 9.

Trên cơ sở các số liệu của bảng 9.3 ta xác định các đặc tính phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên x và y. Cần lưu ý rằng $\sum n_x = \sum m_y = n$.

Bảng 9.3. Bảng phụ để tính toán

y'	y	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	m_y	$m_y.y'$	$m_y.y'^2$
	x	$-50 \div -40$	$-40 \div -30$	$-30 \div -20$	$-20 \div -10$	$10 \div 0$	$0 \div 10$	$10 \div 20$	$20 \div 30$	$30 \div 40$	$40 \div 50$			
5	48-56									1		1	5	25
4	40-48									1		1	4	16
3	32-40									3	2	5	15	45
2	24-32								2	3	2	7	14	28
1	16-24						1	4	5	2		12	12	12
0	8-16					4	6	1				11	0	0
-1	0-8		1	2	3	4	2	2				14	-14	14
-2	(-8)-0	1	3	1	2							7	-14	28
-3	$(-16) \div (-8)$	1	1									2	-6	18
	$\sum =$											60	16	186

Số dòng												
1	n_x	2	5	3	5	8	9	7	7	10	4	$\sum n_x = 60$
2	$n_x.x'$	-8	-15	-6	-5	0	9	14	21	40	20	$\sum n_x.x' = 70$
3	$n_x.x'^2$	32	45	12	5	0	9	28	63	160	100	$\sum n_x.x'^2 = 454$
4	$\sum n_{xy}.y'$	-5	-10	-4	-7	-4	-1	2	9	26	10	$\sum\sum n_{xy}.y' = 16$
5	$x'\sum n_{xy}.y'$	20	30	8	7	0	-1	4	27	104	50	$\sum\left(x\sum n_{xy}.y'\right) = 249$

Như vậy:

$$\overline{X'} = \frac{\sum n_x.x'}{n} = \frac{70}{60} = 1,17$$

$$\overline{X} = a_x + c_x.\overline{X'} = -5 + 10.1,17 = 6,7\mu m$$

$$\overline{Y'} = \frac{\sum m_y.y'}{n} = \frac{16}{60} = 0,266$$

$$\overline{Y} = a_y + c_y.\overline{Y'} = 12 + 8.0,266 = 14,1\mu m$$

$$\sigma'_x = \sqrt{\frac{\sum n_x.x'^2}{n} - \overline{X'}^2} = \sqrt{\frac{454}{60} - 1,17^2} = 2,5$$

$$\sigma_x = c_x.\sigma'_x = 10.2,5 = 25\mu m$$

$$\sigma'_y = \sqrt{\frac{\sum m_y.y'^2}{n} - \overline{Y'}^2} = \sqrt{\frac{186}{60} - 0,266^2} = 1,76$$

$$\sigma_y = c_y.\sigma'_y = 8.1,76 = 14\mu m$$

Để xác định hệ số quan hệ r_{yx} cần tính C'_{xy}:

$$C'_{xy} = \frac{\sum\left(x'\sum n_{xy}.y'\right)}{n} - \overline{X'}.\overline{Y'} = \frac{249}{60} - 1,17.0,266 = 3,84$$

Khi đó, hệ số quan hệ r_{yx} sẽ bằng:

$$r_{yx} = \frac{C'_{xy}}{\sigma'_x.\sigma'_y} = \frac{3,84}{2,5.1,76} = 0,88$$

Giá trị của hệ số quan hệ r_{yx} gần bằng 1, cho nên giữa x và y tồn tại quan hệ tuyến tính rất chặt chẽ.

Để lập phương trình quan hệ giữa x và y cần tính các hệ số a và b:

$$b = r_{xy}\frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0,88.\frac{14}{25} = 0,493$$

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} = 14,1 - 0,493.6,7 = 10,8$$

Vậy, phương trình quan hệ có dạng:

$$\overline{Y}_x = 0,495\overline{X} + 10,8$$

Theo phương trình này ta có sai số đầu ra gồm hai thành phần:

+ 0,493 là sai số đầu vào truyền sang sai số đầu ra.

+ Sai số do nguyên công đang được thực hiện gây ra là 10,8μm.

Bây giờ cần tính phương sai của các sai số có quan hệ với nhau σ_{yx}^2 và phần phương sai của sai số đầu vào $b^2\sigma_x^2$.

Theo công thức (9.4) ta có:

$$\sigma_{yx}^2 = 14^2\left(1-0,88^2\right) = 45\mu m^2$$

Thông số $b^2\sigma_x^2$ bằng:

$$b^2\sigma_x^2 = 0,493^2.25^2 = 153\mu m^2$$

Nếu kích thước đầu vào và đầu ra đều phân bố theo quy luật chuẩn thì giá trị σ_y ở đầu ra được xác định theo công thức:

$$2\delta_y = 6\gamma\sigma_y$$

Từ đó ta có:

$$\sigma_y = \frac{2\delta_y}{6\gamma} = \frac{75}{6.1,18} = 11,2\mu m$$

Ở đây:

γ là hệ số được tính theo công thức (khi xác suất tin cậy $\alpha = 0,95$):

$$\gamma = 1+\frac{t_\alpha}{\sqrt{2n}} = 1+\frac{1,96}{\sqrt{2.60}} = 1,18$$

Phương sai σ_x^2 ở đầu ra được xác định theo công thức:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_y^2-\sigma_{yx}^2}{b^2} = \frac{11,2^2-45}{0,493^2} = 326$$

Do đó:

$$\sigma_x = \sqrt{326} \approx 18\mu m$$

Dung sai của kích thước đầu vào bằng:

$$2\delta_x = 6\gamma\sigma_x = 6.1,18.18 = 128\mu m$$

Như vậy, để có dung sai của kích thước đầu ra nhỏ hơn hoặc bằng $75\mu m$ thì dung sai của kích thước đầu vào phải $<128\mu m$.

9.2. PHÂN TÍCH ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG CỦA DÂY CHUYỀN CÔNG NGHỆ

Trong thực tế, có thể xây dựng mô hình quan hệ của độ chính xác gia công giữa nhiều nguyên công hoặc trên dây chuyền tự động. Ví dụ, gia công lỗ có thể phải thực hiện qua nhiều nguyên công (hay nhiều bước) như khoan, khoét, doa thô, doa tinh. Ngoài ra mối quan hệ của độ chính xác gia công có thể xảy ra ở các bề mặt khác nhau. Ví dụ, độ chính xác của vành răng phụ thuộc vào độ chính xác của lỗ và độ chính xác của mặt đầu. Vì vậy, khi nghiên cứu độ chính xác gia công cần phải xác định mối quan hệ tổng hợp giữa các yếu tố.

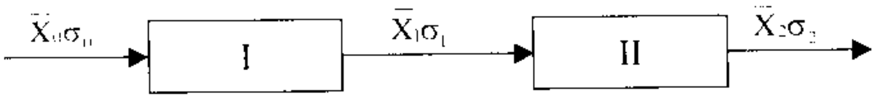
Dưới đây ta xét hai trường hợp:

- Độ chính xác gia công ở nguyên công thứ i nào đó chỉ phụ thuộc vào độ chính xác gia công ở nguyên công trước nó (i - 1) mà không phụ thuộc vào độ chính xác ở các nguyên công trước nữa.

- Độ chính xác gia công ở nguyên công thứ i nào đó phụ thuộc vào độ chính xác gia công ở tất cả các nguyên công trước đó.

1.Trường hợp thứ nhất. Để đơn giản hóa việc tính toán giả sử dây chuyền công nghệ chỉ gồm hai nguyên công và quan hệ phụ thuộc của độ chính xác ở hai nguyên công này là quan hệ phụ thuộc tuyến tính. Ta ký hiệu các thông số đầu vào ở nguyên công thứ nhất là $\overline{x}_0$ và σ_0, còn các thông số đầu ra là $\overline{x}_1$ và σ_1. Các thông số này đối với nguyên công thứ hai là các thông số đầu vào, còn các thông số đầu ra của nguyên công thứ hai là $\overline{x}_2$ và σ_2.

Hình 9.1 là sơ đồ biểu diễn dây chuyền công nghệ gồm 2 nguyên công.



Hình 9.1. Sơ đồ dây chuyền công nghệ gồm hai nguyên công

Nếu giữa các thông số ở đầu vào và đầu ra tồn tại quan hệ phụ thuộc tuyến tính thì đối với mỗi nguyên công, quan hệ phụ thuộc này có thể được viết bằng các phương trình:

$$\overline{x}_1 = a_1 + b_1\overline{x}_0 \tag{9.8}$$

$$\overline{x}_2 = a_2 + b_2\overline{x}_1 \tag{9.9}$$

$$\sigma_1^2 = \sigma_{1.0}^2 + b_1^2\sigma_0^2 \tag{9.10}$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_{2.1}^2 + b_2^2\sigma_1^2 \tag{9.11}$$

Nếu thay các giá trị $\overline{x}_1$ và σ_1^2 từ các phương trình (9.8) và (9.10) vào các phương trình (9.9) và (9.11) ta được:

$$\overline{x}_2 = a_2 + b_2.a_1 + b_2.b_1\overline{x}_0 \tag{9.12}$$

$$\sigma_2^2 = \sigma_{2.1}^2 + b_2^2\sigma_{1.0}^2 + b_1^2b_2^2\sigma_0^2 \tag{9.13}$$

Nói chung, đối với dây chuyền công nghệ gồm m nguyên công cùng gia công một bề mặt thì các phương trình tính toán các thông số của độ chính xác gia công có dạng:

$$\overline{X}_m = \prod_{i=1}^{m} b_i\overline{x}_0 + \prod_{i=2}^{m} b_i a_1 + \prod_{i=3}^{m} b_i a_2 + \ldots\ldots + b_m a_{m-1} + a_m \tag{9.14}$$

$$\sigma_m^2 = \prod_{i=1}^{m} b_i^2\sigma_0^2 + \prod_{i=2}^{m} b_i^2\sigma_{1.0}^2 + \prod_{i=3}^{m} b_i^2\sigma_{2.1}^2 + \ldots\ldots + b_m^2\sigma_{m-1}^2 + \sigma_{m.m-1}^2 \tag{9.15}$$

$\prod_{i=1}^{m} b_i$ có nghĩa là tích của các giá trị b_i ở nguyên công 1, 2, 3,....,m.

Ví dụ, $\prod_{i=1}^{4} b_i = b_1.b_2.b_3.b_4$; $\prod_{i=2}^{4} b_i = b_2b_3.b_4$.

Các giá trị a_i và b_i được xác định theo công thức:

$$a_i = \overline{x}_i - b_i\overline{x}_{i-1} \tag{9.16}$$

Ở đây: $\overline{x}_{i-1}$ - giá trị trung bình của nguyên công đứng trước nguyên công thứ i.

$$b_i = r_{i.i-1}\frac{\sigma_i}{\sigma_{i-1}} \tag{9.17}$$

Hệ số b_i được gọi là hệ số truyền tính chất của dây chuyền công nghệ vì nó đặc trưng cho mức độ truyền sai số từ nguyên công trước sang nguyên công sau.

2. Trường hợp thứ hai: khi độ chính xác gia công ở nguyên công thứ i nào đó phụ thuộc vào độ chính xác gia công ở tất cả các nguyên công trước đó. Hình 9.2 là sơ đồ dây chuyền công nghệ gồm 3 nguyên công.

Hình 9.2. Sơ đồ dây chuyền công nghệ gồm ba nguyên công

Các công thức tính toán có dạng:

$$\overline{x}_3 = c + b_2\overline{x}_2 + b_1\overline{x}_1 \tag{9.18}$$

$$b_2 = \frac{\sigma_3}{\sigma_2}.\frac{r_{3.2} - r_{3.1}.r_{2.1}}{1 - r_{2.1}^2} \tag{9.19}$$

$$b_1 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1}.\frac{r_{3.1} - r_{3.2}.r_{2.1}}{1 - r_{2.1}^2} \tag{9.20}$$

$$c = \overline{x}_3 - b_2\overline{x}_2 - b_1\overline{x}_1 \tag{9.21}$$

Phương sai của sai số đầu ra sẽ bằng:

$$\sigma_3^2 = \sigma_{3.1}^2 + b_2^2\sigma_2^2 + b_1^2\sigma_1^2 + 2b_1b_2r_{21}\sigma_2.\sigma_1 \tag{9.22}$$

Phương sai của sai số thành phần:

$$\sigma_{3.1}^2 = \sigma_3^2\left(1 - R_{3.21}^2\right) \tag{9.23}$$

Hệ số quan hệ giữa nhiều nguyên công:

$$R_{321} = \sqrt{\frac{r_{3.2}^2 + r_{3.1}^2 - 2r_{3.2}r_{3.1}r_{2.1}}{1 - r_{2.1}^2}} \tag{9.24}$$

Các hệ số quan hệ thành phần giữa các nguyên công: thứ 3 và thứ 1; thứ 3 và thứ 2 sẽ bằng:

$$r_{3.1(2)} = \frac{r_{3.1} - r_{2.1}r_{3.2}}{\sqrt{\left(1 - r_{2.1}^2\right)\left(1 - r_{3.2}^2\right)}} \tag{9.25}$$

$$r_{3.2(1)} = \frac{r_{3.2} - r_{2.1}r_{3.1}}{\sqrt{\left(1 - r_{2.1}^2\right)\left(1 - r_{3.1}^2\right)}} \qquad (9.26)$$

Các hệ số quan hệ thành phần đặc trưng cho ảnh hưởng của các nguyên công 1 và 2 tới nguyên công 3.

Ví dụ 9.2

Qui trình công nghệ gồm hai nguyên công để gia công trục có đường kính $D = 20_{-0,045}\,mm$. Nguyên công thứ nhất: tiện tự động; nguyên công thứ hai: mài vô tâm. Kết quả nghiên cứu đã xác định được:

Đối với phôi: $\overline{X}_0 = 22mm$; $\sigma_0 = 100\mu m$.

Sau nguyên công thứ nhất (tiện tự động): $\overline{X}_1 = 20,5mm$; $\sigma_1 = 20\mu m$.

Sau nguyên công thứ hai (mài vô tâm): $\overline{X}_2 = 19,98mm$; $\sigma_2 = 6\mu m$.

Ngoài ra, còn xác định được các hệ số quan hệ thành phần: $r_{1.0}$ (giữa nguyên công thứ nhất và phôi); $r_{2.1}$ (giữa nguyên công thứ hai và nguyên công thứ nhất). Các hệ số này bằng: $r_{1.0} = 0,5$ và $r_{2.1} = 0,3$.

Hãy xác định các hệ số truyền sai số và phương sai của các sai số có quan hệ với nhau.

Giải:

Theo công thức (9.17):

$$b_1 = 0,5.\frac{20}{100} = 0,1$$

$$b_2 = 0,3.\frac{6}{20} = 0,09$$

Theo công thức (9.16):

$$a_1 = 20,5 - 0,1.22 = 18,3$$

$$a_2 = 19,98 - 0,09.20,5 = 18,135$$

Theo công thức (9.4):

$$\sigma_{1.0}^2 = 20^2(1 - 0,5^2) = 300\mu m^2$$

$$\sigma_{2.1}^2 = 6^2(1 - 0,3^2) = 32,76\mu m^2$$

Để kiểm tra các phép tính cần dùng các công thức (9.12) và (9.13):

$$\overline{X} = 18,135 + 0,09.18,3 + 0,09.1,22 = 19,98\text{mm}$$

$$\sigma_2^2 = 32,76 + 0,09^2.300 + 0,09^2.0,1^2.100 = 36\mu\text{m}^2$$

Các giá trị này bằng các giá trị thực, do đó các phép tính đã thực hiện hoàn toàn chính xác.

Sau đây ta phân tích các kết quả nhận được.

Trong quá trình gia công, các kích thước trung bình của loạt chi tiết giảm:

- Sau khi tiện:

$$\overline{X}_0 - \overline{X}_1 = 22 - 20,5 = 1,5\text{mm}$$

- Sau khi mài:

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 20,5 - 19,98 = 0,52\text{mm}$$

- Sau cả 2 nguyên công:

$$\left(\overline{X}_0 - \overline{X}_1\right) + \left(\overline{X}_1 - \overline{X}_2\right) = 1,5 + 0,52 = 2,02\text{mm}$$

Sai lệch bình phương trung bình sau các nguyên công giảm:

- Sau khi tiện:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_1} = \frac{100}{20} = 5 \text{ lần}$$

- Sau khi mài:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{20}{6} = 3,3 \text{ lần}$$

- Sau cả 2 nguyên công:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_2} = \frac{100}{6} = 16,7 \text{ lần}$$

Ví dụ 9.3

Dây chuyền công nghệ gồm 3 nguyên công. Kết quả nghiên cứu đã xác định được:

$\sigma_1 = 40\mu m$	$\sigma_2 = 10\mu m$	$\sigma_3 = 4\mu m$
$r_{2.1} = 0,5$	$r_{3.2} = 0,4$	$r_{3.1} = 0,3$

Hãy xác định các hệ số truyền tính chất b_1 và b_2, phương sai của các sai số có quan hệ với nhau $\sigma_{3.1}^2$ và các hệ số quan hệ thành phần $r_{3.2(1)}$ và $r_{3.1(2)}$.

Giải:

Theo các công thức (9.19) và (9.20):

$$b_2 = \frac{4}{10} \cdot \frac{0,4 - 0,3.0,5}{1 - 0,5^2} = 0,133$$

$$b_1 = \frac{4}{40} \cdot \frac{0,3 - 0,4.0,5}{1 - 0,5^2} = 0,0133$$

Theo công thức (9.24):

$$R_{3.2.1} = \sqrt{\frac{0,4^2 + 0,3^2 - 2.0,4.0,3.0,5}{1 - 0,5^2}} \approx 0,42$$

Theo công thức (9.23):

$$\sigma_{3.1}^2 = 4^2(1 - 0,173) = 13,232\mu m^2$$

Theo các công thức (9.25) và (9.26):

$$r_{3.1(2)} = \frac{0,3 - 0,5.0,4}{\sqrt{(1 - 0,5^2)(1 - 0,4^2)}} \approx 0,13$$

$$r_{3.2(1)} = \frac{0,4 - 0,5.0,3}{\sqrt{(1 - 0,5^2)(1 - 0,3^2)}} \approx 0,32$$

Như vậy ảnh hưởng của nguyên công thứ 2 đến nguyên công thứ 3 lớn hơn ảnh hưởng của nguyên công thứ nhất (vì hệ số $r_{3.2(1)} > r_{3.1(2)}$).

Chương 10

ĐIỀU CHỈNH MÁY

Trong sản xuất hàng loạt lớn và hàng khối việc gia công chi tiết được thực hiện trên các máy điều chỉnh sẵn. Bằng phương pháp gia công đó có thể tự động đạt kích thước và kích thước phụ thuộc vào vị trí của dao (dụng cụ cắt) và cữ chặn. Nhiệm vụ của điều chỉnh và hiệu chỉnh máy là tạo cho dao và cữ chặn của máy có một vị trí xác định để đạt được kích thước chi tiết trong phạm vi dung sai. Có 3 phương pháp điều chỉnh máy:

1. Điều chỉnh máy theo chi tiết cắt thử.
2. Điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu.
3. Điều chỉnh máy bằng đồ gá dao.

10.1. ĐIỀU CHỈNH MÁY THEO CHI TIẾT CẮT THỬ

Bản chất của phương pháp điều chỉnh máy theo chi tiết cắt thử là vị trí của dụng cụ cắt và cữ chặn được xác định theo kết quả đo kích thước của các chi tiết gia công trên máy cần điều chỉnh. Khi điều chỉnh máy theo phương pháp này trước hết cần xác định kích thước điều chỉnh.

Kích thước điều chỉnh gọi là kích thước cần đạt được khi gia công các chi tiết cắt thử trên máy cần điều chỉnh. Vì khi gia công các chi tiết cắt thử, kích thước của chúng bị phân tán, cho nên kích thước cắt thử phải là giá trị kích thước trung bình của n chi tiết cắt thử. Số chi tiết n cắt thử phụ thuộc vào độ chính xác điều chỉnh yêu cầu, nhưng không được quá lớn để tránh ảnh hưởng của sai số hệ thống thay đổi (độ mòn dao) đến giá trị kích thước trung bình. Thông thường số chi tiết cắt thử n nằm trong khoảng từ 4 đến 9.

Giá trị kích thước trung bình của n chi tiết đặc trưng cho tâm phân bố tức thời ở giai đoạn làm việc đầu tiên của máy. Để điều chỉnh hợp lý thì tâm phân bố tức thời phải nằm trong phạm vi kích thước điều chỉnh cho phép. Vì vậy, đối với kích thước điều chỉnh phải qui định trường dung sai điều chỉnh $2\sigma_H$. Dung sai điều chỉnh $2\sigma_H$ phụ thuộc vào dung sai 2δ của kích thước gia công.

$$2\delta_H < 0{,}1.2\delta \qquad (10.1)$$

Kích thước điều chỉnh D_H được xác định theo các công thức sau đây:

- Khi gia công mặt trụ ngoài:

$$D_H = D_{min} + 3\delta_M + \delta_H \qquad (10.2)$$

- Khi gia công mặt trụ trong:

$$D_H = D_{max} - 3\delta_M - \delta_H \qquad (10.3)$$

Ở đây: D_{min}, D_{max} - kích thước gia công nhỏ nhất và lớn nhất;

σ_M - sai lệch bình phương trung bình của kích thước chi tiết được xác định khi phân tích qui luật phân bố.

δ_H - một nửa trường dung sai điều chỉnh.

Điều chỉnh máy theo chi tiết cắt thử là công việc rất phức tạp, đặc biệt khi gia công trên các máy tự động và bán tự động. Phương pháp này không thích hợp cho các máy điều khiển số và các máy trên dây chuyền tự động. Nhược điểm của phương pháp này là một phần chi tiết cắt thử có thể bị phế phẩm. Vì vậy, phương pháp này chỉ dùng cho các máy trong sản xuất nhỏ khi gia công các chi tiết đơn giản, ví dụ như các máy gia công định hình tự động, các máy tiện tự động rơvonve một trục và các máy rơvonve.

10.2. ĐIỀU CHỈNH MÁY THEO CHI TIẾT MẪU

Bản chất của phương pháp điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu là dụng cụ cắt (dao) và cữ chặn được gá đặt khi máy chưa làm việc theo một chi tiết mẫu được chế tạo trước. Điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu có ưu điểm chính là không phải chế tạo thử các chi tiết. Ngoài ra, điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu không yêu cầu thợ điều chỉnh có tay nghề cao. Phương pháp này rất thích hợp với gia công đồng thời bằng nhiều dao. Đối với nhóm máy tiện, chi tiết mẫu là một chi tiết được chế tạo từ thép nhiệt luyện với kích thước khác một chút so với kích thước ghi trên bản vẽ chi tiết cần gia công.

Đối với nhóm máy phay, không phải dùng chi tiết mẫu mà dùng cữ so dao để xác định vị trí của dao trước khi gia công.

Kích thước sơ bộ của chi tiết mẫu D'_m khi điều chỉnh máy tiện được xác định theo công thức:

$$D'_m = \frac{D_{max} + D_{min}}{2} \qquad (10.4)$$

Ở đây: D_{min}, D_{max} - kích thước giới hạn của chi tiết gia công.

Sau khi điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu có kích thước D_m cần gia công loạt nhỏ n chi tiết. Các kích thước của chi tiết được đo bằng dụng cụ đo vạn năng và tính giá trị trung bình của các kích thước $\bar{D} = \frac{\sum D_i}{n}$ và sai lệch bình phương trung bình s.

Dựa theo các giá trị s xác định kích thước điều chỉnh D_H theo các công thức sau:

- Khi gia công mặt trụ ngoài:

$$D_H = D_{min} + 3s \quad (10.5)$$

- Khi gia công mặt trụ trong:

$$D_H = D_{max} - 3s \quad (10.6)$$

Ở đây: s - sai lệch bình phương trung bình của kích thước của n chi tiết.

Sau khi có kích thước trung bình $\bar{D}$ và kích thước điều chỉnh D_H cần xác định lượng bổ sung Δ_{bs} cho chi tiết mẫu:

$$\Delta_{bs} = \bar{D} - D_H \quad (10.7)$$

Giảm kích thước của chi tiết mẫu một lượng Δ_{bs} bằng phương pháp mài. Như vậy, kích thước thực của chi tiết mẫu bằng:

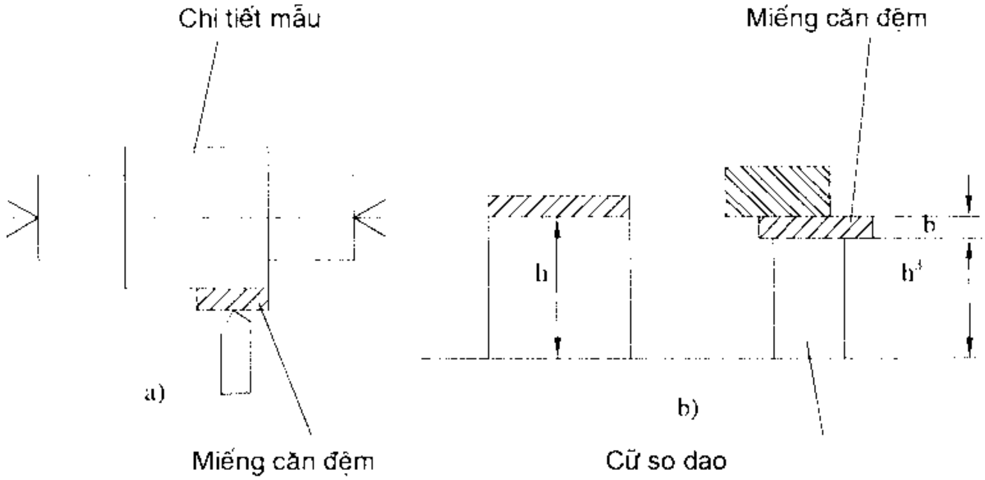
$$D_m = D'_m - \Delta_{bs} \quad (10.8)$$

Số lượng n chi tiết cần gia công để xác định kích thước trung bình $\bar{D}$ nằm trong khoảng 5 ÷ 10 chi tiết nhằm tránh ảnh hưởng của sai số hệ thống thay đổi.

Để cho kích thước trung bình $\bar{D}$ và sai lệch bình phương trung bình s gần với các giá trị thực của chúng nên chọn phôi khi gia công một cách ngẫu nhiên (lấy phôi ở các vị trí khác nhau của thùng chứa hay băng tải).

Điều chỉnh dụng cụ cắt (dao) trực tiếp theo chi tiết mẫu không đạt được độ chính xác cao (thường đạt độ chính xác cấp 4 trở xuống), nhưng để gia công sơ bộ trên máy bán tự động nhiều dao trước khi mài và đối với các nguyên công phay thì độ chính xác như vậy là đạt yêu cầu.

Những nguyên nhân chính làm giảm độ chính xác của phương pháp điều chỉnh máy theo chi tiết mẫu là sai số chuẩn và sai số kẹp chặt dao. Có thể giảm những sai số này nếu trong đồ gá dao dùng cơ cấu vít me để dịch dao hoặc dùng đồng hồ so để điều chỉnh. Độ chính xác điều chỉnh tăng nếu gá dao được thực hiện bằng chi tiết mẫu và miếng căn (hình 10.1)



Hình 10.1. Điều chỉnh dao nhờ chi tiết mẫu và miếng căn đệm
a - khi tiện; b - khi phay

Trong trường hợp này kích thước của chi tiết mẫu khi gia công một phía (gia công không đối xứng) phải nhỏ hơn chiều dày của miếng căn, còn khi gia công hai phía (mặt trụ tròn xoay hoặc các mặt phẳng đối xứng) thì kích thước của chi tiết mẫu phải nhỏ hơn 2 lần chiều dày của miếng căn.

Ví dụ 10.1

Xác định kích thước của chi tiết mẫu để gia công trục bậc có đường kính $D = 60_{-0,2}$ mm trên máy bán tự động nhiều dao.

Giải:

Kích thước sơ bộ D'_m của chi tiết mẫu được xác định theo công thức (10.4):

$$D'_m = \frac{60 + 59{,}8}{2} = 59{,}9\text{mm}\,.$$

Sau khi gia công xong loạt chi tiết đã xác định được rằng qui trình biến đổi theo sơ đồ dạng I (xem hình 8.3 ở chương 8) và các giá trị $D = 60{,}1$ mm, $s = 12\ \mu$m .

Theo công thức (10.5):

$$D_H = 59{,}8 + 3.0{,}012 = 59{,}84 \text{ mm}$$

Theo công thức (10.7):

$$\Delta_{bs} = 60{,}1 - 59{,}84 = 0{,}26 \text{ mm}$$

Kích thước thực (kích thước cuối cùng) của chi tiết mẫu được xác định theo công thức (10.8):

$$D_m = 59{,}9 - 0{,}26 = 59{,}64 \text{ mm.}$$

Dung sai chế tạo chi tiết mẫu $2\delta_m$ được chọn bằng $(0,1\div0,15)2\delta$, có nghĩa là $2\delta_m = 0,1.0,2 = 0,02$ mm.

Như vậy, kích thước cuối cùng của chi tiết mẫu D_m sẽ bằng:

$$D_m = 59,84 \pm 0,01 \text{ mm}.$$

10.3. ĐIỀU CHỈNH MÁY BẰNG ĐỒ GÁ DAO.

Trong sản xuất hàng loạt lớn và hàng khối người ta sử dụng rộng rãi phương pháp điều chỉnh này. Phương pháp này cho phép gá đặt dao mới thay cho dao đã mòn mà không cần kiểm tra hoặc hiệu chỉnh vị trí của nó.

Có nhiều loại kết cấu để gá dao trên máy tiện, tuy nhiên kết cấu trên hình 10.2 có nhiều ưu điểm hơn cả.

Nếu kích thước A là kích thước cố định để điều chỉnh máy thì kích thước của chi tiết gia công R chỉ phụ thuộc vào kích thước B. Kích thước B có thể điều chỉnh được nhờ vít 1 và được giữ cố định cho mỗi lần thay dao. Trong trường hợp này điều kiện cần thiết để đạt tính lắp lẫn là kích thước A và B phải cố định. Kích thước A xác định vị trí của tâm máy, còn kích thước B xác định vị trí của đỉnh dao.

Nhiệm vụ điều chỉnh máy bằng đồ gá dao (hay còn gọi là điều chỉnh lắp lẫn) là xác định kích thước B, kích thước này có giá trị không đổi với tất cả các điều chỉnh và hiệu chỉnh mới của máy.

Phương pháp xác định kích thước B được tiến hành như sau: trước hết kích thước B được xác định sơ bộ bằng phương pháp phân tích, sau đó điều chỉnh lại trên cơ sở các số liệu thực nghiệm thống kê được ghi trên bảng theo dõi quá trình điều chỉnh tại nguyên công thực hiện.

Để xác định sơ bộ kích thước B cần giải phương trình của chuỗi kích thước (xem hình 10.2):

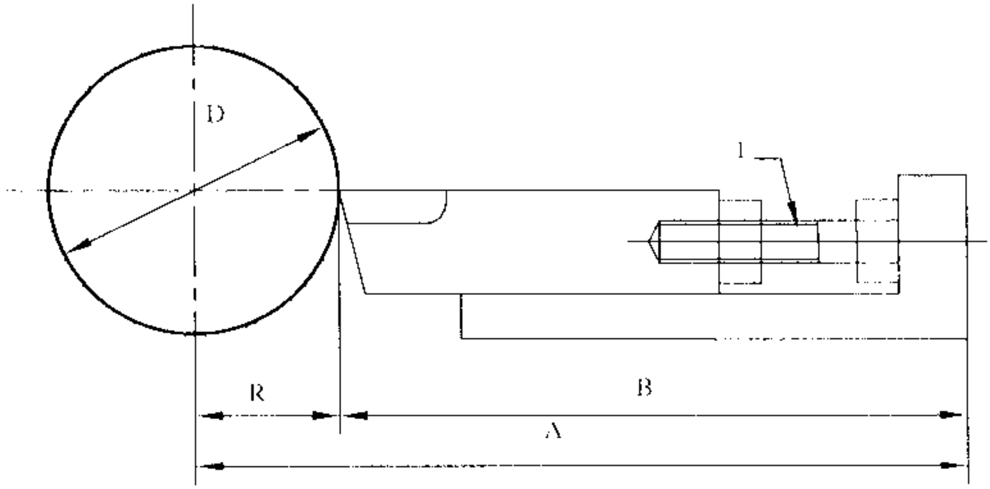
$$R = A - B \qquad (10.9)$$

Ở đây: R – kích thước danh nghĩa của bán kính chi tiết gia công;

A – kích thước danh nghĩa xác định vị trí của chuẩn đài dao tính từ tâm máy.

Kích thước A cần phải đo trực tiếp trên máy với độ chính xác nằm trong khoảng $\pm0,05.2\delta$ (ở đây: 2δ là dung sai của kích thước chi tiết gia công). Nói cách khác, cần xác định dung sai $2\delta_A$ và các giá trị giới hạn $\Delta_{o,A}$ cho kích thước A:

$$\left.\begin{aligned} 2\delta_A &= 0,1.2\delta \\ \Delta_{o,A} &= \pm 0,05.2\delta \end{aligned}\right\} \qquad (10.10)$$



Hình 10.2. Sơ đồ điều chỉnh máy bằng đồ gá dao

Kích thước danh nghĩa R cần được lấy bằng $\frac{1}{2}$ đường kính trung bình của chi tiết gia công, có nghĩa là:

$$R = \frac{D_{min} + D_{max}}{4} \qquad (10.11)$$

Ở đây: D_{min} , D_{max} - đường kính nhỏ nhất và lớn nhất của chi tiết gia công.

Dung sai $2\delta_R$ của kích thước R được chọn bằng 0,25.2δ và khi gia công mặt trụ ngoài cần đặt nó ($2\delta_R$) không đối xứng ở dưới 0 (mang dấu âm), có nghĩa là các sai lệch giới hạn BO_R và HO_R bằng:

$$\left.\begin{aligned} BO_R &= 0 \\ HO_R &= -\ 0,25.2\delta \end{aligned}\right\} \qquad (10.12)$$

Theo kích thước A và R từ phương trình (10.9) xác định kích thước B danh nghĩa:

$$B = A - R \qquad (10.13)$$

Vì R là khâu khép kín của chuỗi kích thước (10.9) nên $\frac{1}{2}$ dung sai của nó sẽ bằng:

$$\delta_R = \sqrt{\delta_A^2 + \delta_B^2} \qquad (10.14)$$

Từ đó, ta có:

$$\delta_B = \sqrt{\delta_R^2 - \delta_A^2} = \sqrt{(0,25\delta)^2 - (0,1\delta)^2} = 0,23\delta \qquad (10.15)$$

Để xác định các sai lệch giới hạn cho phép của kích thước B, có nghĩa là $\Lambda_{n.B}$ cần tính tọa độ tâm dung sai của kích thước B, tức là Λ_{OB} theo các giá trị Λ_{OA} và Δ_{OR} bằng phương trình:

$$\Lambda_{OR} = \Delta_{OA} - \Delta_{OB} \tag{10.16}$$

Hay

$$\Delta_{OB} = \Delta_{OA} - \Lambda_{OR} \tag{10.17}$$

Vì:

$$\Lambda_{OA} = 0 \quad \text{và} \quad \Delta_{OR} = \frac{0 - 0,50\delta}{2} = -0,25\delta$$

Nên:

$$\Lambda_{OB} = 0 - (-0,25\delta) = 0,25\delta \tag{10.18}$$

Như vậy, ta có:

$$\Lambda_{n.B} = \Lambda_{O.B} \pm \delta_B \tag{10.19}$$

Hoặc

$$\left.\begin{aligned} BO_B &= 0,48\delta \\ HO_B &= 0,02\delta \end{aligned}\right\} \tag{10.20}$$

Nếu kí hiệu kích thước B qua kích thước thực tế B_t thì B_t nằm trong khoảng:

$$B + 0,02\delta \leq B_t \leq B + 0,48\delta \tag{10.21}$$

Theo kích thước $B^{+0,48\delta}_{+0,02\delta}$ cần gá và kẹp chặt dao sao cho dao động của kích thước B_t không vượt ra ngoài dung sai cho phép (theo công thức (10.21). Vì dung sai của kích thước B phụ thuộc vào dung sai của kích thước chi tiết 2δ, chon nên kiểm tra kích thước B_t cần được thực hiện nhờ đồng hồ so có độ chính xác tương ứng.

Sau khi gá dao theo kích thước $B^{+0,48\delta}_{+0,02\delta}$ cần cắt thử loạt N chi tiết. Số chi tiết N được xác định theo công thức :

$$N = \frac{40}{t_0} \tag{10.22}$$

Ở đây: t_0 – thời gian gia công cơ bản của một chi tiết (phút).

Với số chi tiết này có thể xác định chính xác dạng sơ đồ biến đổi của độ chính xác gia công đặc trưng cho quy trình nghiên cứu và như vậy có thể xác định chính xác kích thước điều chỉnh. Loạt N chi tiết được chia ra m nhóm, mỗi nhóm có n = 5 chi tiết được xếp theo thứ tự gia công. Trên cơ sở số liệu đo kích thước của các nhóm ta xác định giá trị trung bình D_i và giá trị giới hạn R_i cho từng nhóm.

Nếu gia công trục bậc đồng thời bằng nhiều dao thì cần phải đo và tính cho từng cổ trục riêng biệt. Sau đó đối với mỗi cổ trục cần tính giá trị giới hạn trung bình $\overline{R}$ theo công thức:

$$\overline{R} = \frac{1}{m}\sum_{i}^{m} R_i \qquad (10.23)$$

Theo $\overline{R}$ xác định sai lệch bình phương trung bình $\overline{s}$ của các nhóm:

$$\overline{s} = \frac{\overline{R}}{d_n} \qquad (10.24)$$

Ở đây: d_n – hệ số phụ thuộc vào số lượng chi tiết n trong nhóm chọn và được xác định theo bảng 8.7 (chương 8).

Theo các giá trị trung bình $\overline{D}_i$ của các nhóm cần dựng đồ thị biến đổi của độ chính xác và nhìn bề ngoài để xác định dạng sơ đồ biến đổi của độ chính xác của quy trình, đồng thời xác định kích thước điều chỉnh.

Nếu qui trình thuộc dạng sơ đồ I, II và IV (xem hình 8.3) thì kích thước điều chỉnh D_H đối với kích thước đường kính được xác định theo các công thức (10.2) và (10.3), còn đối với qui trình thuộc sơ đồ dạng III thì D_H được xác định theo các công thức:

$$D_H = D_{min} + 3\sigma_M + \Delta f_1 + \delta_H \qquad (10.25)$$

$$D_H = D_{max} - 3\delta_M - \Delta f_1 - \delta_H \qquad (10.26)$$

Ở đây: Δf_1- sai số của nhóm chọn thứ nhất được xác định bằng phương pháp xác suất thống kê (xem hình 8.3 c). Trong trường hợp này δ_H được chọn < 0,2δ.

Theo giá trị trung bình của nhóm chi tiết thứ nhất $\overline{D}_1$ và kích thước điều chỉnh D_H ta xác định đại lượng bổ sung Δ_{bs} cho kích thước thực tế B_t :

$$\Delta_{bS} = \frac{\overline{D}_1 - D_H}{2} \qquad (10.27)$$

Kích thước cuối cùng B sẽ bằng:

$$B = B_t - \Delta_{bS} \qquad (10.28)$$

Theo giá trị Δ_{bS} ta điều chỉnh vị trí của dao trong đồ gá và kích thước cuối cùng B được ghi trên bảng theo dõi của quá trình điều chỉnh máy.

Ví dụ 10.2

Xác định kích thước B để điều chỉnh lắp lẫn (điều chỉnh máy bằng đồ gá dao) khi gia công trục bậc có đường kính $D = 60_{-0,2}$ mm trên máy bán tự động nhiều dao. Kích thước thực tế $A_t = 160,01$ mm;

Giải:

$2\delta_A = 0,02$ mm; $\Delta_{n.A} = \pm 0,01$; kích thước danh nghĩa A = 160 mm.

Kích thước danh nghĩa B được xác định theo công thức

$$B = 160 - \frac{60 + 59,8}{4} = 130,05 \text{ mm}$$

Sai lệch giới hạn của kích thước B được tính theo các công thức (10.20):

$$BO_B = 0,48\delta = 0,48.0,1 = 0,048 \text{ mm}$$
$$HO_B = 0,02\delta = 0,02.0,1 = 0,002 \text{ mm}$$

Chọn kích thước thực tế $B_t = 130,06$ mm.

Sau khi gia công thử loạt chi tiết và dựng đồ thị đã xác định được rằng qui trình biến đổi theo sơ đồ dạng II và kích thước trung bình $\overline{D}_t = 59,95$ mm, sai lệch bình phương trung bình s = 10 μm.

Kích thước điều chỉnh D_H được tính theo công thức (10.2):

$$D_H = D_{min} + 3\delta + \delta_H = 59,8 + 3.0,01 + 0,2.0,1 =$$
$$= 59,8 + 0,03 + 0,02 = 59,85$$

Giá trị bổ sung Δ_{bs} cho kích thước thực tế B_t được tính theo công thức (10.27):

$$\Delta_{bs} = \frac{59,95 - 59,85}{2} = 0,05 \text{ mm}$$

Kích thước cuối cùng B được tính theo công thức (10.28):

$$B = 130,06 - 0,05 = 130,01$$

Hoặc với dung sai:

$$B = 130,01^{+0,048}_{+0,002}$$

Trên bảng theo dõi quá trình điều chỉnh máy cần ghi:

$$B = 130^{-0,058}_{-0,002}$$

Chương 11

PHƯƠNG PHÁP QUI HOẠCH THỰC NGHIỆM

Nguyên tắc cơ bản của qui hoạch thực nghiệm là tốn ít thời gian nhất để nhận thông tin nhiều nhất. Đó cũng chính là mục đích của qui hoạch thực nghiệm.

Trước đây, để nghiên cứu ảnh hưởng của các yếu tố công nghệ đến độ chính xác gia công hoặc chất lượng bề mặt người ta thường cố định các yếu tố và chỉ thay đổi một yếu tố, sau đó lại lần lượt làm các thí nghiệm tương tự đối với các yếu tố khác. Với cách làm này người ta phải thực hiện một số lượng thí nghiệm rất lớn và trong trường hợp có nhiều yếu tố ảnh hưởng thì kết quả nghiên cứu có độ tin cậy thấp.

Để khắc phục nhược điểm này người ta dùng phương pháp qui hoạch thực nghiệm. Phương pháp qui hoạch thực nghiệm cho phép nghiên cứu ảnh hưởng đồng thời của nhiều yếu tố công nghệ tới một chỉ tiêu nào đó của độ chính xác gia công, của chất lượng bề mặt hay của bất kỳ một tính chất nào khác.

Mục đích của qui hoạch thực nghiệm là xây dựng mô hình toán học (phương trình hồi qui) biểu thị mối quan hệ giữa thông số đầu ra và các thông số đầu vào và từ mô hình toán học ấy có thể tối ưu hóa được thông số đầu ra , có nghĩa là tối ưu hóa được nguyên công hay qui trình.

Sau đây ta nghiên cứu các bước của qui hoạch thực nghiệm.

11.1. KIỂM TRA TÍNH ĐỒNG NHẤT CỦA CÁC THÍ NGHIỆM

Trước khi tiến hành qui hoạch thực nghiệm cần phải xác định xem các thực nghiệm có đồng nhất hay không. Để kiểm tra tính đồng nhất của các thực nghiệm ta thực hiện một số thí nghiệm song song trong phạm vi thay đổi của các thông số đầu vào. Tính đồng nhất được hiểu là tính ổn định của các thí nghiệm (các kết quả của chúng thay đổi không đột ngột). Khi thực hiện các thí nghiệm cần lập bảng 11.1.

Bảng 11.1. Các thí nghiệm để kiểm tra tính đồng nhất của các thí nghiệm

N⁰	**Kết quả các thí nghiệm song song**							**$\bar{Y}_i$**	**S_i^2**
1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	...	...	...	y_{1K}	$\bar{Y}_1$	S_1^2
2	y_{21}	y_{22}	y_{23}	...	...	...	y_{2K}	$\bar{Y}_2$	S_2^2
3	y_{31}	y_{32}	y_{33}	...	...	...	y_{3K}	$\bar{Y}_3$	S_3^2
4	y_{41}	y_{42}	y_{43}	...	...	...	y_{4K}	$\bar{Y}_4$	S_4^2
5	y_{51}	y_{52}	y_{53}	...	...	...	y_{5K}	Y_5	S_5^2
j	y_{j1}	y_{j2}	y_{j3}	...	...	...	y_{jK}	$\bar{Y}_j$	S_j^2
N	y_{N1}	y_{N2}	y_{N3}	...	...	...	y_{NK}	$\bar{Y}_N$	S_N^2

Ghi chú: 1, 2, 3, ..., j, N – các thí nghiệm có các thông số đầu vào khác nhau;

Y_j – giá trị trung bình;
S_j^2 - phương sai.

Đối với mỗi loạt thí nghiệm song song cần xác định giá trị trung bình:

$$\overline{Y_j} = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K} Y_{ji} \tag{11.1}$$

Ở đây: j = 1, 2, ..., N;

K - số thí nghiệm song song được thực hiện trong cùng một điều kiện như nhau.

Sau đó cần xác định phương sai của từng loạt thí nghiệm song song:

$$S_j^2 = \frac{1}{K-1}\sum_{i=1}^{K}\left(y_{ji} - \overline{Y_j}\right)^2 \tag{11.2}$$

Hiệu trong ngoặc bình phương của (11.2) được hiểu như sau:

$(y_{11} - \bar{Y}_j)^2 + (y_{12} - \bar{Y}_j)^2 + (y_{13} - \bar{Y}_j)^2$,v.v.

Để kiểm tra tính đồng nhất của các thí nghiệm cần xác định tỷ số giữa phương sai lớn nhất và tổng các phương sai:

$$G_P = \frac{\max S_j^2}{\sum S_i^2} \qquad (11.3)$$

G_P được gọi là chỉ tiêu Kokren. Theo phụ lục 22 ta xác định giá trị G_T bằng với xác suất tin cậy P = 0,95.

Cần nhớ rằng giá trị q = 1 – P = 1 – 0,95 = 0,05 là mức có nghĩa của thí nghiệm.

Để xác định G_T cần biết số lượng thí nghiệm N theo các điều kiện khác nhau và số bậc tự do m = K – 1 (K – số thí nghiệm song song).

Nếu $G_P < G_T$ thì các thí nghiệm ổn định, còn nếu $G_P > G_T$ thì các thí nghiệm không ổn định. Trong trường hợp thứ 2 cần dùng các thiết bị kiểm tra chính xác hơn để xác định lại một lần nữa, nếu kết quả vẫn như cũ thì phương pháp qui hoạch thực nghiệm không thể áp dụng cho trường hợp này.

Ví dụ 11.1

Cần kiểm tra tính đồng nhất của thí nghiệm sau đây: thông số đầu ra là sự tạo thành sản phẩm của phản ứng hóa học được tính theo % (y), các thông số đầu vào là nồng độ chất xúc tác được tính theo % (x_1) và nhiệt độ của phản ứng °C (x_2).

Điều kiện thí nghiệm và các kết quả đo sản phẩm đầu ra được ghi trong bảng 11.2.

Bảng 11.2. Các thí nghiệm để kiểm tra tính đồng nhất của thí nghiệm

Số thứ tự thí nghiệm	**Thông số đầu vào**		**Kết quả đo**		**$\bar{Y}_j$ (%)**	**S_i^2**
	X_1 (%)	**X_2 (°C)**	**Y_{j1} (%)**	**Y_{j2} (%)**		
1	45	24	35	36	35,5	0,50
2	55	24	39,3	38,1	38,7	0,72
3	45	26	31,8	33,4	32,6	1,28

Chỉ tiêu G_P được xác định theo công thức (11.3):

$$G_P = \frac{1,28}{0,50 + 0,72 + 1,28} = \frac{1,28}{2,50} = 0,51$$

Giá trị G_T theo phụ lục 22: $G_T = 0,798$ khi $n = 3$ và $m = K - 1 = 2 - 1 = 1$.

Như vậy, ta có: $G_p < G_T$, cho nên các thí nghiệm trên đây được xem là đồng nhất.

11.2. QUI HOẠCH THỰC NGHIỆM TRỰC GIAO

Qui hoạch thực nghiệm trực giao cho phép xây dựng mô hình toán học biểu thị quan hệ phụ thuộc giữa thông số đầu ra và các thông số đầu vào. Mô hình toán học này có thể được viết dưới dạng:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \ldots + b_nX_n + b_{12}X_1X_2 + \ldots + b_{(n-1)n}X_{n-1}X_n \quad (11.4)$$

Phương trình (11.4) được gọi là phương trình hồi qui. Để thuận lợi cho việc tính toán các hệ số b_i trong phương trình trên, tất cả các yếu tố (các thông số đầu vào) trong quá trình thí nghiệm thay đổi ở 2 mức dưới và trên (-1 và +1).

Số thí nghiệm N cần thực hiện khi qui hoạch thực nghiệm được tính theo công thức sau:

$$N = 2^k \quad (11.5)$$

Ở đây: k – số yếu tố ảnh hưởng (số thông số đầu vào).

Như vậy, nếu k = 2 thì số thí nghiệm cần thực hiện $N = 2^2 = 4$, còn nếu k = 3 thì $N = 2^3 = 8$, v.v.

Điều kiện để thực hiện các thí nghiệm được trình bày theo nguyên tắc trong các bảng 11.3 và 11.4.

Bảng 11.3. Điều kiện qui hoạch thực nghiệm hai yếu tố ($N = 2^2 = 4$)

Số thứ tự thí nghiệm	**Các yếu tố ảnh hưởng**		**Hàm số đầu ra**
	x_1	x_2	
1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	y_2
3	-1	+1	y_3
4	+1	+1	y_4

Bảng 11.4. Điều kiện qui hoạch thực nghiệm ba yếu tố ($N = 2^3 = 8$)

Số thứ tự thí nghiệm	Các yếu tố ảnh hưởng			Hàm số đầu ra
	x_1	x_2	x_3	
1	-1	-1	-1	y_1
2	+1	-1	-1	y_2
3	-1	+1	-1	y_3
4	+1	+1	-1	y_4
5	-1	-1	+1	y_5
6	+1	-1	+1	y_6
7	-1	+1	+1	y_7
8	+1	+1	+1	y_8

Các bảng 11.3 và 11.4 cho biết nguyên tắc xây dựng ma trận qui hoạch thực nghiệm như sau:

- Yếu tố thứ nhất (X_1) thay đổi lần lượt từ -1 sang +1.
- Các yếu tố tiếp theo như X_2 và X_3 thay đổi với tần số hai lần nhỏ hơn yếu tố trước đó (-1, -1, +1, +1, v...v.).

Ma trận qui hoạch thực nghiệm có những tính chất sau đây:

$$\sum_{1}^{N} X_{ji} = 0 \tag{11.6}$$

$$\sum_{1}^{N} X_{ji}^{2} = N \tag{11.7}$$

$$\sum_{j=1}^{N} X_{jl}X_{jm} = 0 \ (l \neq m) \tag{11.8}$$

Ở đây: N – số lượng thí nghiệm;

j – số thứ tự thí nghiệm;

i – số thứ tự yếu tố ảnh hưởng.

Ví dụ, Giữa X_1 và X_2 (theo công thức 11.6) ta có:

(-1)(-1) + (+1)(-1) + (-1)(+1) + (+1)(+1) + (-1)(-1) + (+1)(-1) + (-1)(+1) + (+1)(+1) = 0

Đối với X_1 và X_3 cũng có tính chất tương tự.

Trên cơ sở đó có thể xác định được các hệ số của phương trình hồi qui (11.4):

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} y_j \qquad (11.9)$$

$$b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} X_{ji} y_j \qquad (11.10)$$

$$b_{lm} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} X_{jl} X_{jm} y_j \qquad (l \neq m) \qquad (11.11)$$

Trong phương trình hồi qui có thể tồn tại một số hệ số không có nghĩa (có giá trị quá nhỏ). Vì vậy, để xác định xem hệ số có nghĩa hay không ta cần tính phương sai S_b^2 theo công thức:

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{N} \qquad (11.12)$$

Hệ số b (b_0, b_1, b_2, b_3...) có nghĩa khi $|b| \geq S_b.t$.

Ở đây: t - chỉ tiêu student được xác định theo phụ lục 15 tùy thuộc vào số lượng thí nghiệm N (trong phụ lục 15 là m) khi xác suất tin cậy P = 0,95.

Sau khi xác định được phương trình hồi qui cần kiểm tra xem nó có nghĩa hay không. Phương pháp kiểm tra được thực hiện nhờ chỉ tiêu Fisher F_b:

$$F_b = \frac{\max(S_{ag}^2; S_y^2)}{\min(S_{ag}^2; S_y^2)} \qquad (11.13)$$

Ở đây: S_{ag}^2 - phương sai có nghĩa của phương trình hồi qui. Phương sai có nghĩa S_{ag}^2 được tính theo công thức:

$$S_{ag}^2 = \frac{1}{N-B}\sum_{j=1}^{N}(y_j^{tn} - y_j^{tt})^2 \qquad (11.14)$$

Ở đây: y_j^{tn}, y_j^{tt} - giá trị thực nghiệm và giá trị tính toán của phương trình hồi qui ở thí nghiệm thứ j;

N – số lượng thí nghiệm.

B – số hệ số của phương trình hồi qui.

Phương trình hồi qui có nghĩa khi $F_b \leq F_T$ (F_T là giá trị của chỉ tiêu Fisher theo bảng phụ lục 21).

Ví dụ 11.2.

Xét phản ứng hóa học mà trong đó sản phẩm đầu ra là sản phẩm được tính theo % (y) phụ thuộc vào nhiệt độ của phản ứng °C (x_1) và nồng độ chất xúc tác % (x_2).

Yêu cầu: cần xác định mô hình toán học (phương trình hồi qui) của quá trình với hai thông số cơ sở: x_{01} = 50°C và x_{02} = 25%.

Cách Giải:

Phương trình hồi qui được viết dưới dạng:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2$$

X_1 và X_2 có quan hệ với x_{01} và x_{02} theo các tỷ lệ sau đây:

$$X_1 = \frac{x_1 - x_{01}}{\Delta x_1} \quad \text{và} \quad X_2 = \frac{x_2 - x_{02}}{\Delta x_2}$$

Ở đây: Δx_1 và Δx_2 là các khoảng biến động của x_1 và x_2 .

Ta chọn Δx_1 = 5°C và Δx_2 = 1%.

Qui hoạch thí nghiệm được tiến hành theo các điều kiện ở bảng 11.5.

Bảng 11.5. Điều kiện của qui hoạch thực nghiệm

Đặc tính	**x_1(°C)**	**x_2(%)**
Giá trị cơ sở	50	25
Khoảng biến động	5	1
Giá trị trên	55	26
Giá trị dưới	45	24

Ghi chú: $X_1 = \frac{55 - 50}{5} = +1$ hoặc $X_1 = \frac{45 - 50}{5} = -1$

$$X_2 = \frac{26 - 25}{1} = +1 \quad \text{hoặc} \quad X_2 = \frac{24 - 25}{1} = -1$$

Khi nghiên cứu ảnh hưởng của chế độ cắt S, V, t đến độ chính xác gia công thì các thông số S, V, t cũng được chọn theo các giá trị max, min tương tự.

Trên cơ sở của số liệu trong bảng 11.5 ta lập ma trận qui hoạch thực nghiệm (bảng 11.6).

Bảng 11.6. Ma trận qui hoạch thực nghiệm hai yếu tố ($N = 2^2 = 4$)

Số thứ tự thí nghiệm	x_1	x_2	$x_1(°C)$	$x_2(\%)$	$y(\%)$
1	-1	-1	45	24	35,5
2	+1	-1	55	24	38,7
3	-1	+1	45	26	32,6
4	+1	+1	55	26	36,2

Dựa vào số liệu thí nghiệm trong bảng 11.6 có thể tính các hệ số b_0, b_1 và b_2 theo công thức (11.9) và (11.10):

$$b_0 = \frac{1}{4}(35{,}5 + 38{,}7 + 32{,}6 + 36{,}2) = 35.6$$

$$b_1 = \frac{1}{4}(-35{,}5 + 38{,}7 - 32{,}6 + 36{,}2) = 1{,}95$$

$$b_2 = \frac{1}{4}(-35{,}5 - 38{,}7 + 32{,}6 + 36{,}2) = -1{,}35$$

Các hệ số này được kiểm tra theo công thức (11.12):

$$S_b^2 = \frac{S_y^2}{N} \quad \text{hay} \quad S_b = \sqrt{\frac{S_y^2}{N}}$$

Phương sai S_y^2 được tính theo công thức:

$$S_y^2 = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N} S_j^2 = \frac{1}{3}(0{,}5 + 0{,}72 + 1{,}28) = 0{,}83$$

(các giá trị S_j^2 được lấy từ bảng 11.2).

Do đó: $$S_b = \sqrt{\frac{0{,}83}{4}} = 0{,}46$$

Theo phụ lục 15 ta có t = 3,18 khi m = N = 4 với xác suất tin cậy P = 0,95. Như vậy:

$$S_b.t = 0{,}46.3{,}18 = 1{,}44.$$

So sánh $S_b.t$ với các hệ số ta thấy:

$$|b_0| = 35,6 > S_b.t\ ;\ |b_1| = 1,95 > S_b.t \text{ và } |b_1| = 1,35 \approx S_b.t.$$

Các kết quả này chứng tỏ rằng các hệ số b_0, b_1 và b_2 đều có nghĩa và phương trình hồi qui có dạng:

$$y = 35,6 + 1,95X_1 - 1,35X_2$$

Để xác định xem phương trình hồi qui vừa nhận được có nghĩa hay không cần tính các giá trị của hàm y":

$$y_1'' = 35,6 + 1,95(-1) - 1,35(-1) = 35$$
$$y_2'' = 35,6 + 1,95(+1) - 1,35(-1) = 38,9$$
$$y_3'' = 35,6 + 1,95(-1) - 1,35(+1) = 32,3$$
$$y_4'' = 35,6 + 1,95(+1) - 1,35(+1) = 36,2$$

Theo công thức (11.14) ta tính S^2_{ag} :

$$S^2_{ag} = \frac{1}{N-B}\sum_{j=1}^{N}(y_j^{tn} - y_j^{tt})^2 =$$

$$= \frac{1}{4-3}\left[(35,5-35)^2 + (38,7-38,9)^2 + (32,6-32,3)^2 + (36,2-36,2)^2\right]$$

$$= 0,38$$

Chỉ tiêu Fisher F_b được xác định theo công thức (11.13):

$$F_b = \frac{0,83}{0,38} = 2,18$$

(trong hai giá trị S^2_{ag} và S^2_y cần chọn giá trị nào max đặt ở tử số, còn giá trị nào min đặt ở mẫu số).

Theo phụ lục 21 ta có $F_T = 5,39$ khi $m_1 = N = 4$ và $m_2 = B = 3$ (N là số lượng thí nghiệm, còn B là số hệ số trong phương trình hồi qui).

Như vậy, $F_b = 2,18 < F_T = 5,39$ cho nên phương trình hồi qui nhận được trên đây hoàn toàn có nghĩa.

11.3. PHƯƠNG PHÁP TỐI ƯU HÓA

Phương trình hồi qui (mô hình toán học) nhận được bằng phương pháp qui hoạch thực nghiệm có thể dùng để xác định các thông số đầu vào tối ưu khi muốn đạt thông số đầu ra cực trị (lớn nhất hoặc nhỏ nhất).

Các bước tối ưu hóa được tiến hành như sau:

Trước hết ta chọn bước thay đổi Δx_1^* để làm thí nghiệm tìm điểm cực trị (cũng có thể chọn Δx_2^*). Để tăng độ chính xác của thực nghiệm nên chọn $\Delta x_1^* < \Delta x_1$ (Δx_1 là khoảng cách biến động của yếu tố x_1).

Sau đó cần xác định hệ số γ:

$$\gamma = \frac{\Delta x_1^*}{b_1 \Delta x_1} \qquad (11.15)$$

Ở đây: $\Delta x_1 = 5$ (theo ví dụ 11.2); b_1 – hệ số của x_1 trong phương trình hồi qui.

Từ công thức (11.15) ta có :

$$\Delta x_1^* = \gamma.b_1.\Delta x_1 \qquad (11.16)$$

Quá trình tìm điểm cực trị (điểm tối ưu) được thực hiện bằng cách thêm giá trị Δx_1^* vào giá trị trước đó và làm thí nghiệm để lấy kết quả. Quá trình này được kết thúc khi:

- Một hoặc một số yếu tố nào đó vượt ra khỏi giới hạn cho phép.
- Đạt được giá trị tối ưu (điểm cực trị). Ví dụ, độ chính xác (ký hiệu là y) phụ thuộc vào lượng chạy dao (ký hiệu là x) và tốc độ cắt (ký hiệu là z) theo hàm y = f(x, z). Trong quá trình tối ưu hóa thông số y nếu gặp độ nhám R_Z vượt quá giới hạn cho phép thì phải dừng quá trình lại và lấy giá trị y đó làm giá trị tối ưu. Chẳng hạn, y = 1, 2, 3, 5, còn R_Z = 7, 8, 5, 9 với điều kiện $R_Z \le 5$. Như vậy phải dừng ở thí nghiệm thứ 3, có nghĩa là giá trị tối ưu y = 3 mặc dù độ chính xác y = 1, 2 < y = 3.

Ví dụ 11.3.

Có phương trình hồi qui đã nhận được ở ví dụ 11.2 như sau:

$$y = 35{,}6 + 1{,}95X_1 - 1{,}35X_2$$

Ở đây: y - % tạo thành sản phẩm:

X_1 – nhiệt độ của phản ứng (°C)

X_2 – nồng độ của chất xúc tác (%).

Cần xác định y tối ưu trong phạm vi: $30° < x_1 < 120°$ và $0 \le x_2 \le 70\%$.

Giải:

Chọn $\Delta x_1^* = 4°C$. Ta có:

$$\gamma = \frac{\Delta x_1^*}{b_1 \Delta x_1} = \frac{4}{1{,}95.5} = 0{,}41$$

Xác định Δx_2^* theo công thức tương tự như công thức (11.16):

$$\Delta x_2^* = \gamma.b_2.\Delta x_2 = 0{,}41.(-1{,}35).1 = -0{,}55\%$$

(ở đây $\Delta x_2 = 1$ theo ví dụ 11.2).

Để tiện cho việc tính toán có thể làm tròn $\Delta x_2^* = -0{,}5\%$. Kết quả tính toán và thực nghiệm được ghi trong bảng 11.7. Trong bảng 11.7 ta có :

$$0{,}8 = \frac{54-50}{5} \quad \text{và} \quad -0{,}5 = \frac{24{,}5-25}{1}$$

Bảng 11.7. Bảng số liệu thí nghiệm để tối ưu hóa thông số y

Đặc tính của thí nghiệm	**X_1(°C)**	**X_2(%)**	**x_1**	**x_2**	**y^{tt}**	**y^{tn}**
Giá trị cơ sở	50	25	0	0	-	-
Khoảng biến động	5	1	1	1	-	-
Bước biến đổi	4	-0,5	0,8	-0,5	-	-
Số thứ tự thí nghiệm	Kết quả tính toán và thí nghiệm					
1	54	24,5	0,8	-0,5	36,5	36,9
2	58	24	1,6	-1,0	37,4	37,2
3	62	23,5	2,4	-1,5	38,2	38,5
4	66	23	3,2	-2,0	39,1	38
5	70	22,5	4	-2,5	40	38,1
6	74	22	4,8	-3,0	40,9	37,2

Như vậy, thí nghiệm thứ 3 có giá trị y^{tn} = 38,5 đạt giá trị tối ưu (giá trị lớn nhất).

PHỤ LỤC

Phụ lục 1

Giá trị của hàm Laplac $2\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt$ và $\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

t	2Φ (t)	Φ (t)	t	2Φ (t)	Φ(t)	t	2Φ (t)	Φ (t)
0,00	0,0000	0,000	0,50	0,3829	0,1915	1,00	0,6827	0,3415
0,01	0,0080	0,004	0,51	0,3899	0,1950	1,01	0,6875	0,3440
0,02	0,0160	0,008	0,52	0,3969	0,1985	1,02	0,6923	0,3460
0,03	0,0239	0,012	0,53	0,4039	0,2020	1,03	0,6970	0,3485
0,04	0,0319	0,016	0,54	0,4108	0,2055	1,04	0,7017	0,3510
0,05	0,0399	0,020	0,55	0,4177	0,2090	1,05	0,7063	0,3530
0,06	0,0478	0,024	0,56	0,4245	0,2125	1,06	0,7109	0,3555
0,07	0,0558	0,028	0,57	0,4313	0,2155	1,07	0,7154	0,3575
0,08	0,0638	0,032	0,58	0,4381	0,2190	1,08	0,7199	0,3600
0,09	0,0717	0,036	0,59	0,4448	0,2225	1,09	0,7243	0,3620
0,10	0,0797	0,040	0,60	0,4515	0,2255	1,10	0,7287	0,3645
0,11	0,0876	0,044	0,61	0,4581	0,2290	1,11	0,7330	0,3665
0,12	0,0955	0,048	0,62	0,4647	0,2325	1,12	0,7373	0,3685
0,13	0,1034	0,0515	0,63	0,4713	0,2355	1,13	0,7415	0,3710
0,14	0,1113	0,0555	0,64	0,4778	0,2390	1,14	0,7457	0,3730
0,15	0,1192	0,0595	0,65	0,4843	0,2420	1,15	0,7499	0,3740
0,16	0,1271	0,0635	0,66	0,4907	0,2455	1,16	0,7540	0,3770
0,17	0,1350	0,0675	0,67	0,4971	0,2485	1,17	0,7580	0,3790
0,18	0,1428	0,0715	0,68	0,5035	0,2520	1,18	0,7620	0,3810
0,19	0,1507	0,0755	0,69	0,5098	0,2550	1,19	0,7660	0,3830
0,20	0,1585	0,0795	0,70	0,5161	0,2580	1,20	0,7699	0,3850
0,21	0,1663	0,0830	0,71	0,5223	0,2610	1,21	0,7737	0,3870

Tiếp phụ lục 1

t	2Φ (t)	Φ (t)	t	2Φ (t)	Φ(t)	t	2Φ (t)	Φ (t)
0,22	0,1741	0,0870	0,72	0,5285	0,2640	1,22	0,7775	0,3890
0,23	0,1810	0,0910	0,73	0,5346	0,2675	1,23	0,7813	0,3905
0,24	0,1897	0,0950	0,74	0,5407	0,2705	1,24	0,7850	0,3925
0,25	0,1974	0,0985	0,75	0,5467	0,2735	1,25	0,7887	0,3945
0,26	0,2051	0,1025	0,76	0,5527	0,2765	1,26	0,7923	0,3960
0,27	0,2128	0,1065	0,77	0,5587	0,2795	1,27	0,7959	0,3980
0,28	0,2205	0,1105	0,78	0,5646	0,2825	1,28	0,7995	0,4000
0,29	0,2282	0,1140	0,79	0,5705	0,2850	1,29	0,8030	0,4015
0,30	0,2358	0,1180	0,80	0,5763	0,2880	1,30	0,8064	0,4030
0,31	0,2434	0,1215	0,81	0,5821	0,2910	1,31	0,8098	0,4050
0,32	0,2510	0,1255	0,82	0,5878	0,2940	1,32	0,8132	0,4065
0,33	0,2586	0,1295	0,83	0,5935	0,2965	1,33	0,8165	0,4080
0,34	0,2661	0,1330	0,84	0,5991	0,2995	1,34	0,8197	0,4100
0,35	0,2737	0,1370	0,85	0,6047	0,3025	1,35	0,8230	0,4115
0,36	0,2812	0,1405	0,86	0,6102	0,3050	1,36	0,8262	0,4130
0,37	0,2886	0,1445	0,87	0,6157	0,3080	1,37	0,8293	0,4145
0,38	0,2961	0,1480	0,88	0,6211	0,3105	1,38	0,8324	0,4160
0,39	0,3035	0,1515	0,89	0,6265	0,3135	1,39	0,8355	0,4175
0,40	0,3108	0,1555	0,90	0,6319	0,3160	1,40	0,8385	0,4190
0,41	0,3182	0,1590	0,91	0,6372	0,3180	1,41	0,8415	0,4205
0,42	0,3255	0,1630	0,92	0,6424	0,3210	1,42	0,8444	0,4220
0,43	0,3328	0,1665	0,93	0,6476	0,3240	1,43	0,8473	0,4235
0,44	0,3401	0,1700	0,94	0,6528	0,3265	1,44	0,8501	0,4250
0,45	0,3473	0,1735	0,95	0,6579	0,3290	1,45	0,8529	0,4265
0,46	0,3545	0,1770	0,96	0,6629	0,3315	1,46	0,8557	0,4280
0,47	0,3616	0,1810	0,97	0,6680	0,3340	1,47	0,8584	0,4290
0,48	0,3688	0,1845	0,98	0,6729	0,3365	1,48	0,8611	0,4305
0,49	0,3759	0,1880	0,99	0,6778	0,3390	1,49	0,8638	0,4320

Tiếp phụ lục 1

t	2Φ (t)	Φ (t)	t	2Φ (t)	Φ(t)	t	2Φ (t)	Φ (t)
1,50	0,8664	0,4330	2,04	0,9587	0,4795	2,58	0,9901	0,4950
1,51	0,8690	0,4335	2,05	0,9600	0,4800	2,59	0,9901	0,4950
1,52	0,8715	0,4355	2,06	0,9606	0,4805	2,60	0,9907	0,4955
1,53	0,8740	0,4370	2,07	0,9620	0,4810	2,61	0,9907	0,4955
1,54	0,8764	0,4390	2,08	0,9625	0,4810	2,62	0,9912	0,4955
1,55	0,8789	0,4395	2,09	0,9630	0,4815	2,63	0,9912	0,4955
1,56	0,8812	0,4405	2,10	0,9643	0,4820	2,64	0,9917	0,4960
1,57	0,8836	0,4420	2,11	0,9650	0,4825	2,65	0,9917	0,4960
1,58	0,8859	0,4430	2,12	0,9660	0,4830	2,66	0,9922	0,4960
1,59	0,8882	0,4440	2,13	0,9670	0,4835	2,67	0,9922	0,4960
1,60	0,8904	0,4450	2,14	0,9676	0,4840	2,68	0,9926	0,4965
1,61	0,8926	0,4465	2,15	0,9680	0,4840	2,69	0,9926	0,4965
1,62	0,8948	0,4475	2,16	0,9692	0,4845	2,70	0,9931	0,4965
1,63	0,8969	0,4485	2,17	0,9700	0,4850	2,71	0,9931	0,4965
1,64	0,8990	0,4495	2,18	0,9707	0,4855	2,72	0,9935	0,4965
1,65	0,9011	0,4505	2,19	0,9710	0,4855	2,73	0,9935	0,4965
1,66	0,9031	0,4515	2,20	0,9722	0,4860	2,74	0,9939	0,4970
1,67	0,9041	0,4526	2,21	0,9730	0,4865	2,75	0,9939	0,4970
1,68	0,9070	0,4535	2,22	0,9736	0,4870	2,76	0,9942	0,4970
1,69	0,9090	0,4545	2,23	0,9740	0,4870	2,77	0,9942	0,4970
1,70	0,9109	0,4555	2,24	0,9749	0,4875	2,78	0,9946	0,4975
1,71	0,9127	0,4565	2,25	0,9760	0,4880	2,79	0,9946	0,4975
1,72	0,9146	0,4575	2,26	0,9762	0,4880	2,80	0,9949	0,4975
1,73	0,9164	0,4580	2,27	0,9770	0,4885	2,81	0,9949	0,4975
1,74	0,9181	0,4590	2,28	0,9774	0,4885	2,82	0,9952	0,4975
1,75	0,9199	0,4600	2,29	0,9780	0,4890	2,83	0,9952	0,4975
1,76	0,9216	0,4610	2,30	0,9786	0,4895	2,84	0,9955	0,4975
1,77	0,9233	0,4615	2,31	0,9790	0,4895	2,85	0,9955	0,4975
1,88	0,9249	0,4625	2,32	0,9797	0,4900	2,86	0,9958	0,4980
1,89	0,9265	0,4635	2,33	0,9800	0,4900	2,87	0,9958	0,4980
1,80	0,9281	0,4640	2,34	0,9807	0,4905	2,88	0,9960	0,4980
1,81	0,9297	0,4650	2,35	0,9810	0,4905	2,89	0,9960	0,4980
1,82	0,9312	0,4655	2,36	0,9817	0,4910	2,90	0,9962	0,4980
1,83	0,9328	0,4665	2,37	0,9820	0,4910	2,91	0,9962	0,4980

Tiếp phụ lục 1

t	2Φ (t)	Φ (t)	t	2Φ (t)	Φ(t)	t	2Φ (t)	Φ (t)
1,84	0,9342	0,4670	2,38	0,9827	0,4915	2,92	0,9965	0,4980
1,85	0,9357	0,4680	2,39	0,9830	0,4915	2,93	0,9965	0,4980
1,86	0,9371	0,4685	2,40	0,9836	0,4920	2,94	0,9967	0,4985
1,87	0,9385	0,4695	2,41	0,9840	0,4920	2,90	0,9967	0,4985
1,88	0,9399	0,4700	2,42	0,9845	0,4920	2,96	0,9969	0,4985
1,89	0,9412	0,4705	2,43	0,9850	0,4925	2,97	0,9969	0,4985
1,90	0,9426	0,4715	2,44	0,9853	0,4925	2,98	0,9971	0,4985
1,91	0,9439	0,4720	2,45	0,9860	0,4930	2,99	0,9971	0,4985
1,92	0,9451	0,4725	2,46	0,9861	0,4930	3,00	0,9973	0,4986
1,93	0,9464	0,4730	2,47	0,9861	0,4930	3,10	0,9973	0,4986
1,94	0,9476	0,4740	2,48	0,9869	0,4935	3,20	0,9986	0,4993
1,95	0,9498	0,4745	2,49	0,9870	0,4935	3,20	0,9986	0,4993
1,96	0,9500	0,4750	2,50	0,9876	0,4940	3,30	0,9990	0,4995
1,97	0,9512	0,4755	2,51	0,9880	0,4940	3,40	0,9993	0,4996
1,98	0,9523	0,4760	2,52	0,9883	0,4940	3,50	0,9995	0,4997
1,99	0,9534	0,4765	2,53	0,9889	0,4945	3,60	0,9997	0,4998
2,00	0,9545	0,4775	2,54	0,9889	0,4945	3,70	0,9998	0,4999
2,01	0,9560	0,4780	2,55	0,9889	0,4945	3,80	0,9999	0,4999
2,02	0,9566	0,4785	2,56	0,9895	0,4950	4,00	0,99995	0,4999
2,03	0,9580	0,4790	2,57	0,9895	0,4950	5,00	0,99999	0,49999

Phụ lục 2

Giá trị t_α với xác suất P ($-t_\alpha < t < t_\alpha = \alpha$)

k	Xác suất α				
	0,9	0,95	0,98	0,99	0,999
1	6,31	12,71	31,82	63,66	636,2
2	2,02	4,30	6,97	9,93	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,70	5,96
7	1,90	2,37	3,00	3,50	5,40
8	1,86	2,30	2,90	3,36	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,49
12	1,78	2,18	2,68	3,06	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,75	2,12	2,58	3,92	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,72	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,45	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	6,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
	1,65	1,96	2,33	2,58	3,29

Phụ lục 3

Xác suất $L(q, k) = P(s - \varepsilon < \sigma < s + \varepsilon)$ $L(q, K) = P(0 < \sigma < s + \varepsilon)$

k	$q = \frac{\varepsilon}{s}$																	
	0,10	**0,15**	**0,20**	**0,25**	**0,30**	**0,40**	**0,50**	**0,60**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**1,00**	**1,25**	**1,50**	**1,75**	**2,00**	**2,50**	**3,00**
6	0,264	0,388	0,501	0,599	0,681	0,791	0,849	0,886	0,913	0,933	0,948	0,959	0,978	0,987	0,992	0,995	0,998	0,999
8	305	444	567	669	748	845	895	926	948	963	974	981	991	996	998	999	1,000	1,000
10	340	491	620	722	797	882	925	961	968	979	986	991	997	999	999	1,000	-	-
12	371	532	664	764	833	900	946	968	980	988	993	996	999	1,000	1,000	-	-	-
14	399	567	701	798	862	929	960	978	988	993	996	998	999	-	-	-	-	-
16	425	599	733	826	885	944	971	985	992	996	998	999	1,000	-	-	-	-	-
18	448	627	760	849	903	955	980	990	996	998	999	999	-	-	-	-	-	-
20	470	652	784	868	918	964	984	993	997	999	999	1,000	-	-	-	-	-	-
25	518	706	832	905	944	979	992	997	999	1,000	1,000	-	-	-	-	-	-	-
30	559	749	867	930	962	988	996	999	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
35	597	787	893	944	969	990	997	999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
40	628	815	913	957	978	994	999	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
45	657	840	929	967	984	996	999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
50	682	860	942	974	993	998	999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
60	726	893	960	984	996	999	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
70	762	917	972	990	998	1,00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
80	792	935	980	994	999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
90	818	949	986	996	999	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
100	840	959	990	997	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
150	914	986	998	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
200	951	995	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
250	972	998	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
500	998	1,000	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1000	1,000	1,000	1,000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Phụ lục 4

Giá trị $z_t = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3980	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3867	3857	3856	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3696
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3589	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3189	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2755	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2395	2372	2342	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1624	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0569	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0,440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0289	0277	0270	0264	0268	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0070	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Phụ lục 5

Xác suất $P(|t| \geq t_1)$ theo phân bố Studen

t_1	k																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	∞
0,0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,1	0,937	0,929	0,927	0,925	0,924	0,924	0,923	0,923	0,923	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,922	0,921	0,921	0,921	0,9203
0,2	874	860	854	851	849	848	847	846	846	845	845	845	845	844	844	844	844	844	844	844	8415
0,3	814	792	784	779	776	774	773	772	771	770	770	759	769	769	768	768	768	767	767	767	7642
0,4	758	782	716	710	706	703	701	700	698	698	697	696	696	695	695	694	694	694	694	693	6892
0,5	705	667	651	643	638	635	632	631	629	628	627	626	625	625	624	624	623	623	623	623	6171
0,6	656	609	591	581	575	570	567	565	563	562	561	560	559	558	557	557	556	556	556	555	5485
0,7	611	556	534	523	515	510	507	504	502	500	498	497	496	495	494	493	493	492	492	492	4830
0,8	570	508	482	469	460	454	450	447	444	442	441	439	438	437	436	435	435	434	434	433	4237
0,9	533	463	434	419	409	403	398	394	392	389	387	384	384	383	382	381	331	380	379	379	3681
1,0	500	423	391	374	363	356	351	347	343	341	339	337	336	334	333	332	381	331	330	329	3173
1,1	470	385	352	333	321	313	308	303	300	297	295	293	291	290	289	288	287	286	285	284	2713
1,2	442	353	316	296	284	275	269	264	261	258	255	253	252	250	249	248	247	246	245	244	2301
1,3	417	323	284	263	250	241	235	230	226	223	220	218	216	215	213	212	211	210	209	208	1936
1,4	395	296	256	234	220	211	204	199	195	192	189	187	185	183	182	181	179	179	178	177	1615
1,5	374	272	231	208	194	184	177	172	166	165	162	159	158	156	154	153	152	151	150	149	1336
1,6	356	251	208	185	170	161	154	148	144	141	138	136	134	132	130	129	128	127	126	125	1096
1,7	339	231	188	164	150	140	133	128	123	120	117	115	113	111	110	108	107	106	105	105	0891
1,8	323	214	170	146	132	122	115	110	105	102	099	097	095	093	092	091	090	089	088	087	0710

Tiếp phụ lục 5

f_1	k																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	∞
1,9	308	198	154	130	116	106	099	094	090	087	084	082	080	078	077	076	075	074	073	072	0574
2,0	295	184	139	116	102	092	086	081	077	073	071	069	067	065	063	062	061	060	060	059	0455
2,1	283	171	127	104	090	080	074	069	065	062	060	058	056	054	053	052	051	050	049	049	0357
2,2	272	159	115	093	079	070	064	059	055	052	050	048	046	045	044	043	042	041	040	040	0278
2,3	261	148	105	083	070	061	055	050	047	044	042	040	039	037	036	035	034	034	033	032	0214
2,4	251	138	096	074	062	053	047	043	0,40	037	035	034	032	031	030	029	028	027	027	026	0164
2,5	242	130	088	067	054	047	041	037	034	031	030	028	027	025	024	024	023	022	022	021	0124
2,6	234	122	080	060	048	041	035	032	029	026	025	023	022	021	020	019	019	018	018	017	0093
2,7	226	114	074	054	043	036	031	027	024	022	021	019	018	017	016	016	015	015	014	014	0060
2,8	218	107	068	049	038	031	027	023	021	019	017	016	015	014	013	013	012	012	011	022	0051
2,9	281	101	063	044	034	027	023	020	018	016	014	013	012	012	011	010	010	010	009	009	0037
3,0	205	095	058	040	030	024	020	017	015	013	012	011	010	010	009	008	008	008	007	007	0027
3,1	199	090	053	035	027	021	017	015	013	011	010	009	008	008	007	007	006	006	006	005	0019
3,2	193	085	048	036	024	019	015	013	011	009	008	008	007	006	006	006	005	005	005	004	0014
3,3	187	081	045	030	021	016	013	011	009	008	007	006	006	005	005	005	004	004	004	004	0010
3,4	182	077	042	027	019	014	011	009	008	007	006	005	005	004	004	004	003	003	003	003	0007
3,5	177	073	039	025	017	013	010	008	007	006	005	004	004	004	003	003	003	003	002	002	0004
3,6	172	069	037	023	016	011	009	007	006	005	004	004	003	003	003	002	002	002	002	002	0003
3,7	168	066	034	021	014	010	008	006	005	004	004	003	003	002	002	002	002	002	002	001	0002

Tiếp phụ lục 5

f_1	k																				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	∞
3,8	164	063	032	019	013	009	007	005	004	003	003	003	002	002	002	002	001	001	001	001	0001
3,9	160	060	030	018	011	008	006	005	004	003	002	002	002	001	001	001	001	001	001	001	0001
4,0	156	057	028	016	010	007	005	004	003	003	002	002	002	001	001	001	001	001	001	001	0001
4,1	152	055	026	015	009	006	005	003	003	002	002	001	001	001	001	001	001	001	001	001	0000
4,2	149	052	025	014	008	006	004	003	002	001	001	001	001	001	001	001	001	000	000	-	
4,3	145	050	023	013	008	005	004	003	002	002	001	001	001	001	001	001	000	000	-	-	-
4,4	142	048	022	012	007	005	003	002	002	001	001	001	001	001	001	000	000	-	-	-	-
4,5	139	046	020	011	006	004	003	002	001	001	001	001	001	000	000	-	-	-	-	-	-
4,6	136	044	019	010	006	004	002	002	001	001	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-
4,7	133	042	018	009	005	003	002	002	001	001	001	001	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4,8	131	041	017	009	005	003	002	001	001	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4,9	128	039	016	008	004	003	002	001	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5,0	126	038	015	007	004	002	002	001	001	001	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5,2	121	035	014	007	003	002	001	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5,4	117	033	012	006	003	002	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5,6	112	030	011	005	003	001	001	001	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5,8	109	028	010	004	002	001	001	000	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6,0	105	027	009	004	002	001	001	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-				

Phụ lục 6

Giá trị T ứng với xác suất tin cậy P = 0,95 (mức có nghĩa 0,05)

k_2	k_1 cho phương sai lớn									
	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	1999,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,70	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,52
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,60	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,61	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,12	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	∞

Phụ lục 7

Giá trị ρ_0 ứng với các giá trị λ_0

λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0
1,3236	0,00	1,360	0,65	1,59	1,28	1,90	1,76	2,43	2,39
1,324	0,19	1,370	0,70	1,61	1,32	1,93	1,80	2,47	2,44
1,325	0,27	1,380	0,75	1,63	1,35	1,96	1,84	2,51	2,48
1,326	0,31	1,390	0,79	1,65	1,39	1,99	1,88	2,55	2,52
1,327	0,34	1,400	0,82	1,67	1,42	2,03	1,93	2,59	2,56
1,329	0,38	1,410	0,86	1,69	1,45	2,07	1,98	2,63	2,61
1,331	0,41	1,430	0,92	1,71	1,48	2,11	2,02	2,67	2,65
1,333	0,44	1,450	0,97	1,73	1,51	2,15	2,07	2,71	2,69
1,335	0,47	1,470	1,03	0,75	1,54	2,19	2,12	2,76	2,74
1,337	0,49	1,490	1,07	1,77	1,57	2,23	2,17	2,81	2,80
1,339	0,51	1,510	1,12	1,79	1,60	2,27	2,21	2,86	2,85
1,342	0,53	1,530	1,16	1,81	1,63	2,31	2,26	2,91	2,90
1,346	0,57	1,550	1,20	1,84	1,68	2,35	2,30	2,96	2,95
1,350	0,59	1,570	1,24	1,87	1,72	2,39	2,35	3,00	2,99

Phụ lục 8

Giá trị σ_0 ứng với ρ_0

λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0	λ_0	ρ_0
0,0	0,603	0,7	0,720	1,3	0,869	1,9	0,957	2,5	0,990
0,1	0,607	0,8	0,747	1,4	0,888	2,0	0,966	2,6	0,992
0,2	0,615	0,9	0.772	1,5	0,906	2,1	0,972	2,7	0,994
0,3	0,629	1,0	0,799	1,6	0,921	2,2	0,978	2,8	0,996
0,4	0,647	1,1	0,824	1,7	0,935	2,3	0,983	2,9	0,997
0,5	0,669	1,2	0,847	1,8	0,947	2,4	0,987	3,0	0,998
0,6	0,694								

Phụ lục 9

Giá trị χ^2 phụ thuộc vào xác suất P và số bậc tự do K

k	Xác suất P							
	0,99	**0,98**	**0,95**	**0,90**	**0,01**	**0,02**	**0,05**	**0,1**
4	0,30	0,43	0,71	1,06	13,3	11,7	9,5	7,8
6	0,87	1,13	1,63	2,20	16,8	15,0	12,6	10,6
9	2,09	2,53	3,32	4,14	21,7	19,7	16,9	14,7
14	4,70	5,40	6,60	7,80	29,1	26,9	23,7	21,1
19	7,60	8,60	10,10	11,70	36,2	33,7	30,1	27,2
24	10,90	12,00	13,80	15,70	43,0	40,3	36,4	33,2
29	14,30	15,60	17,7	19,80	49,6	46,7	42,6	39,1

Phụ lục 10

Giá trị của các hệ số Z_1 và Z_2 ứng với xác suất tin cậy $\alpha = 0,95$

n	z_1	z_2	n	z_1	z_2	n	z_1	z_2
5	0,599	2,875	30	0,796	1,344	80	0,865	1,184
10	0,688	1,826	40	0,819	1,284	90	0,872	1,172
15	0,732	1,577	50	0,835	1,246	100	0,878	1,162
20	0,760	1,46	60	0,848	1,220	200	0,911	1,109
25	0,781	1,391	70	0,875	1,200	-	-	-

Phụ lục 11

Giá trị F(R)

$\frac{R}{\sigma}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,00006	0,0002	0,0005	0,0008	0,0013	0,0018	0,0024	0,0032	0,0040
0,1	0,0050	0,0060	0,0072	0,0084	0,0098	0,0112	0,0127	0,0143	0,0160	0,0179
0,2	0,0198	0,0218	0,0239	0,0261	0,0283	0,0307	0,0332	0,0358	0,0384	0,0412
0,3	0,0440	0,0469	0,0499	0,0533	0,0561	0,0594	0,0627	0,0661	0,0696	0,0732
0,4	0,0769	0,0806	0,0844	0,0883	0,0922	0,0962	0,1004	0,1046	0,1088	0,1131
0,5	0,1175	0,1219	0,1265	0,1310	0,1356	0,1403	0,1451	0,1499	0,1548	0,1597
0,6	0,1647	0,1698	0,1749	0,1800	0,1852	0,1904	0,1957	0,2010	0,2064	0,2188
0,7	0,2173	0,2228	0,2283	0,2339	0,2395	0,2451	0,2508	0,2565	0,2623	0,2680
0,8	0,2738	0,2797	0,2855	0,2855	0,2914	0,2973	0,3032	0,3091	0,3150	0,3270
0,9	0,3330	0,3390	0,3450	0,3510	0,3571	0,3632	0,3692	0,3752	0,3813	0,3874
1,0	0,3935	0,3995	0,4056	0,4117	0,4177	0,4223	0,4298	0,4358	0,4419	0,4479
1,1	0,4539	0,4599	0,4659	0,4719	0,4778	0,4837	0,4898	0,4956	0,5015	0,5074
1,2	0,5132	0,5190	0,5249	0,5307	0,5364	0,5421	0,5479	0,5536	0,5592	0,5648
1,3	0,5704	0,5760	0,5815	0,5870	0,5925	0,5980	0,6034	0,6088	0,6141	0,6194
1,4	0,6246	0,6299	0,6351	0,6403	0,6454	0,6505	0,6555	0,6605	0,6655	0,6704
1,5	0,6753	0,6802	0,6850	0,6898	0,6945	0,6991	0,7038	0,7084	0,7130	0,7175
1,6	0,7219	0,7264	0,7307	0,7351	0,7394	0,7437	0,7478	0,7520	0,7561	0,7602
1,7	0,7642	0,7682	0,7721	0,7760	0,7799	0,7837	0,7875	0,7912	0,7949	0,7985
1,8	0,8021	0,8056	0,8091	0,8126	0,8160	0,8194	0,8227	0,8260	0,8292	0,8324
1,9	0,8355	0,8386	0,8416	0,8447	0,8477	0,8506	0,8535	0,8564	0,8591	0,8619
2,0	0,8646	0,8673	0,8700	0,8726	0,8752	0,8777	0,8801	0,8826	0,8850	0,8874
2,1	0,8897	0,8920	0,8943	0,8965	0,8987	0,9008	0,9030	0,9050	0,9071	0,9091
2,2	0,9110	0,9130	0,9150	0,9168	0,9186	0,9204	0,9222	0,9239	0,9256	0,9273
2,3	0,9290	0,9306	0,9322	0,9937	0,9353	0,9368	0,9383	0,9397	0,9411	0,9425
2,4	0,9439	0,9452	0,9465	0,9477	0,9490	0,9502	0,9515	0,9527	0,9538	0,9549
2,5	0,9560	0,9571	0,9582	0,9592	0,9603	0,9612	0,9622	0,9632	0,9641	0,9650
2,6	0,9660	0,9668	0,9677	0,9685	0,9693	0,9701	0,9709	0,9717	0,9724	0,9731
2,7	0,9739	0,9745	0,9753	0,9759	0,9766	0,9772	0,9778	0,9784	0,9790	0,9796
2,8	0,9801	0,9807	0,9812	0,9818	0,9823	0,9828	0,9833	0,9337	0,9841	0,9846
2,9	0,9850	0,9855	0,9859	0,9863	0,9867	0,9871	0,9875	0,9878	0,9882	0,9885
3,0	0,9889	0,9892	0,9895	0,9398	0,9901	0,9904	0,9907	0,9910	0,9912	0,9915
3,1	0,9918	0,9920	0,9923	0,9925	0,9928	0,9930	0,9932	0,9934	0,9936	0,9938
3,2	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947	0,9949	0,9951	0,9952	0,9954	0,9955
3,3	0,0057	0,9958	0,9960	0,9960	0,9662	0,9963	0,9965	0,9965	0,9967	0,9968
3,4	0,9970	0,9970	0,9970	0,9972	0,9973	0,9974	0,9975	0,9975	0,9976	0,9977
3,5	0,9978	0,9979	0,9980	0,9980	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984
3,6	0,9985	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	0,9987	0,9988	0,9988	0,9988	0,9989
3,7	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9993
3,8	0,9992	0,9993	0,9993	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995
3,9	0,9995	0,9952	0,0054	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
4,0	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Phụ lục 12

Giá trị xác suất (P(λ) ứng với λ

λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)	λ	P(λ)
0,30	1,000	0,70	0,7112	1,20	0,1122	1,90	0,0015
0,35	0,9997	0,75	0,6272	1,30	0,0681	2,00	0,0007
0,40	0,9972	0,80	0,5441	1,40	0,0397	2,10	0,0003
0,45	0,9874	0,85	0,4653	1,50	0,0222	2,20	0,0001
0,50	0,9639	0,90	0,3927	1,60	0,0120	2,30	0,0001
0,55	0,9228	0,95	0,3275	1,70	0,0062	2,40	0,0000
0,60	0,8643	1,00	0,2700	1,80	0,0032	2,50	0,0000
0,65	0,7920	1,10	0,1777				

Phụ lục 13

Xác suất P ứng với chỉ tiêu χ^2

χ^2	k							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,3173	0,6055	0,8013	0,9098	0,9626	0,9856	0,9948	0,9982
2	1574	3679	5724	7358	8491	9197	9598	9810
3	0833	2231	3916	5578	7000	8088	8850	9344
4	0455	1353	2615	4060	5194	6767	7798	8571
5	0254	0821	1718	2873	4159	5438	6600	7576
6	0143	0498	1116	1991	3062	4232	5398	6472
7	0081	0302	0719	1359	2206	3208	4289	5366
8	0047	0183	0460	0916	1562	2381	3326	4335
9	0027	0111	0293	0611	1091	1736	2527	3423
10	0016	0067	0186	0404	0752	1247	1886	2650
11	0009	0041	0117	0266	0514	0884	1386	2017
12	0005	0025	0074	0174	0348	0620	1006	1512
13	0003	0015	0046	0113	0234	0430	0721	1119
14	0002	0009	0029	0073	0156	0296	0512	0818
15	0001	0006	0018	0047	0104	0203	0360	0591
16	0001	0003	0011	0030	0068	0138	0251	0424
17	0000	0002	0007	0019	0045	0093	0174	0301
18		0001	0004	0012	0029	0062	0120	0212
19		0001	0003	0008	0019	0042	0082	0149
20		0000	0002	0005	0013	0028	0056	0103
21		0000	0001	0003	0008	0018	0038	0071
22		0000	0001	0002	0005	0012	0025	0049
23		0000	0000	0001	0003	0008	0017	0034
24		0000	0000	0001	0002	0005	0011	0023
25		0000	0000	0001	0001	0003	0008	0016
26		0000	0000	0000	0001	0002	0005	0010
27		0000	0000	0000	0001	0001	0003	0007
28		0000	0000	0000	0000	0001	0002	0005
29		0000	0000	0000	0000	0001	0001	0003
30		0000	0000	0000	0000	0000	0001	0002

Tiếp phụ lục 13

χ^2	k						
	9	10	11	12	13	14	15
1	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2	9915	9963	9985	0,9994	0,9998	0,9999	1,0000
3	9643	9814	9907	9955	9979	9991	0,9996
4	9114	9473	9699	9834	9912	9955	9977
5	8343	8912	9312	9580	9752	9858	9921
6	7399	8153	8734	9161	9462	9665	9797
7	6371	7254	7991	8576	9022	9347	9576
8	5341	6288	7133	7851	8436	8893	9238
9	4373	5321	6219	7029	7729	8311	8775
10	3505	4405	5304	6160	6939	7622	8197
11	2757	3575	4433	5289	6108	6860	7526
12	2133	2851	3626	4457	5276	6063	6790
13	1626	2237	2933	3690	4478	5265	6023
14	1223	1730	2330	3007	3738	4497	5255
15	0909	1321	1825	2414	3074	3782	4514
16	0669	0996	1411	1912	2491	3134	3821
17	0487	0744	1079	1496	19993	2592	3189
18	0352	0550	0816	1157	1575	2068	2627
19	0252	0403	0611	0885	1231	1649	2137
20	0179	0293	0453	0671	0952	1301	1719
21	0126	0211	0334	0504	0729	1016	1368
22	0089	0151	0244	0375	0554	0786	1078
23	0062	0107	0177	0277	0417	0603	0841
24	0043	0076	0127	0203	0311	0458	0651
25	0030	0053	0091	0148	0231	0346	0499
26	0020	0037	0065	0107	0170	0259	0380
27	0014	0026	0046	0077	0124	0193	0287
28	0010	0018	0032	0055	0090	0142	0216
29	0006	0012	0023	0039	0065	0104	0161
30	0004	0009	0016	0028	0047	0076	0119

Tiếp phụ lục 13

χ^2	k						
	16	17	18	19	20	21	22
1	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000
2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000
3	0,9998	1,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,000
4	9989	9995	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
5	9958	9978	9989	9994	0,9997	0,9999	0,9999
6	9881	9932	9962	9979	9989	9994	9997
7	9733	9835	9901	9942	9967	9981	9990
8	9489	9665	9786	9867	9919	9951	9972
9	9134	9403	9597	9735	9829	9892	9933
10	8666	9036	9319	9539	9682	9789	9863
11	8095	8566	8944	9238	9462	9628	9747
12	7440	8001	8472	8856	9161	9396	9574
13	6728	7362	7916	8386	8774	9086	9332
14	5987	6671	7291	7837	8305	8696	9015
15	5246	5955	6620	7226	7764	8230	8622
16	4530	5238	5925	6573	7166	7696	8159
17	3856	4544	5231	5899	6530	7111	7634
18	3239	3888	4557	5224	5874	6490	7060
19	2687	3285	3918	4568	5218	5851	6453
20	2202	2742	3328	3946	4579	5213	5830
21	1785	2263	2794	3368	3971	4589	5207
22	1432	1847	2320	2843	3405	3995	4599
23	1137	1493	1906	2373	2888	3440	4017
24	0895	1194	1550	1962	2424	2931	3472
25	0698	0947	1249	1605	2014	2472	2971
26	0540	0745	0998	1302	1658	2064	2517
27	0415	0581	0790	1047	1353	1709	2112
28	0316	0449	0621	0834	1094	1402	1757
29	0239	0345	0464	0660	0878	1140	1449
30	0180	0263	0374	0518	0699	0920	1185

Phụ lục 14

Giá trị G ứng với mức có nghĩa 5% (0,05)

m - số nhóm chọn	n - 1 (n - số chi tiết trong nhóm chọn)							
	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0,9975	0,9393	0,9056	0,8772	0,8534	0,8332	0,8139	0,8010
3	0,8709	0,7977	0,7457	0,7071	0,6771	0,6530	0,6333	0,6167
4	0,7679	0,6841	0,6278	0,5895	0,5598	0,5365	0,5175	0,5017
5	0,6838	0,5981	0,5441	0,5065	0,4763	0,4564	0,4387	0,4241
6	0,6161	0,5321	0,4803	0,4447	0,4184	0,3980	0,3817	0,3682
7	0,5612	0,4800	0,4307	0,3974	0,3726	0,3535	0,3384	0,3259
8	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926
9	0,4775	0,4027	0,3584	0,3286	0,3067	0,2901	0,2768	0,2659
10	0,4450	0,3733	0,3311	0,3029	0,2823	0,2660	0,2541	0,2439
12	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098
15	0,3346	0,2759	0,2419	0,2195	0,2034	0,1911	0,1815	0,1736
20	0,2705	0,2205	0,1921	0,1735	0,1602	0,1501	0,1422	0,1357

Phụ lục 15

Giá trị giới hạn của chỉ tiêu Studen t ($P_y m$)

m	Xác suất tin cậy P			
	0,90	0,95	0,975	0,99
3	2,920	4,303	6,205	9,925
4	2,353	3,183	4,177	5,841
5	2,132	2,776	3,495	4,604
6	2,015	2,571	3,163	4,032
7	1,943	2,447	2,969	3,707
8	1,895	2,365	2,841	3,500
9	1,859	2,306	2,752	3,355
10	1,833	2,262	2,685	3,250
11	1,813	2,228	2,634	3,169
12	1,796	2,201	2,593	3,106
13	1,782	2,179	2,560	3,055
14	1,771	2,160	2,533	3,012
15	1,761	2,145	2,510	2,977
16	1,753	2,132	2,490	2,947
18	1,739	2,110	2,458	2,898
20	1,729	2,093	2,433	2,861
22	1,721	2,080	2,414	2,831
24	1,714	2,069	2,398	2,807
25	1,711	2,064	2,391	2,797
30	1,699	2,045	2,364	2,756
40	1,684	2,021	2,329	2,705
60	1,671	2,000	2,299	2,660
120	1,658	1,980	2,270	2,617
∞	1,645	1,960	2,241	2,576

Phụ lục 16

Giá trị giới hạn của chỉ tiêu Pirson $\chi^2(P,f)$

f	Xác suất tin cậy P			
	0,9	0,95	0,975	0,99
1	2	3	4	5
1	2,706	3,841	5,024	6,635
2	4,605	5,991	7,378	9,210
3	6,251	7,815	9,348	11,345
4	7,779	9,488	11,143	13,277
5	9,236	11,070	12,833	15,086
6	10.645	12.594	14,449	16,812
7	12,017	14,067	16,013	18,475
8	13,362	15,507	17,535	20,090
9	14,684	16,919	19,023	21,666
10	15,987	18,307	20,483	23,209
11	17,275	19,675	21,920	24,725
12	18,549	21026	23,337	26,217
13	19812	22,362	24,736	27,688
14	21,064	23,685	26,119	29,141
15	22,307	24,996	27,488	30,578
16	23,542	26,296	28,845	32,000
17	24,769	27,587	30,191	33,409
18	25,989	28,869	31,526	34,805
19	27	204	30,144	32,852
20	28,412	31,410	34,170	37,566
22	30,813	33,924	36,781	40,289
24	33,196	36,415	39,364	42,980
26	35,563	38,885	41,923	45,642
28	37,916	41,337	44,461	48,278
30	40,256	43,773	46,979	50,892

Phụ lục 17

Giá trị giới hạn chỉ tiêu ν (P,m)

m	Xác suất tin cậy P			
	0,9	0,95	0,975	0,99
3	1,406	1,412	1,414	1,414
4	1,645	1,689	1,710	1,723
5	1,791	1,869	1,917	1,955
6	1,894	1,996	2,067	2,130
7	1,947	2,093	2,182	2,265
8	2,041	2,172	2,273	2,374
9	2,097	2,238	2,349	2,464
10	2,146	2,294	2,414	2,540
11	2.190	2,343	2,470	2,606
12	2,229	2,387	2,519	2,663
13	2,264	2,426	2,563	2,713
14	2,297	2,461	2,602	2,759
16	2,354	2,523	2,670	2,837
18	2,404	2,577	2,728	2,903
20	2,447	2,623	2,779	2,959
22	2,486	2,664	2,823	3,008
24	2,521	2,701	2,862	3,051
26	2,553	2,734	2,897	3,089
28	2,582	2,764	2,929	3,124
30	2,609	2,792	2,958	3,156
35	2,668	2,853	3,022	3,224
40	2,718	2,904	3,075	3,281
45	2,762	2,948	3,120	3,329
50	2,800	2,987	3,160	3,370

Phụ lục 18

Giá trị $\chi^2/(m - 1)$ ứng với khoảng đánh giá của phương sai

m	Xác suất tin cậy P							
	0,9		0,95		0,98		0,99	
	$\frac{\chi_1^2}{m-1}$	$\frac{\chi_2^2}{m-1}$	$\frac{\chi_1^2}{m-1}$	$\frac{\chi_2^2}{m-1}$	$\frac{\chi_1^2}{m-1}$	$\frac{\chi_2^2}{m-1}$	$\frac{\chi_1^2}{m-1}$	$\frac{\chi_2^2}{m-1}$
3	2,996	0,052	3,689	0,025	4,605	0,010	5,299	0,005
4	2,605	0,117	3,116	0,072	3,782	0,038	4,279	0,024
5	2,372	0,178	2,786	0,121	3,319	0,074	3,715	0,052
6	2,214	0,229	2,556	0,166	3,017	0,111	3,350	0,082
7	2,099	0,273	2,408	0,206	2,802	0,145	3,091	0,113
8	2,010	0,310	2,288	0,241	2,639	0,177	2,897	0,141
9	1,938	0,341	2,192	0,273	2,511	0,206	2,744	0,168
10	1,880	0,369	2,114	0,300	2,407	0,232	2,621	0,193
12	1,790	0,416	1,993	0,347	2,248	0,278	2,433	0,237
14	1,720	0,453	1,903	0,385	2,130	0,316	2,294	0,274
16	1,666	0,484	1,883	0,418	2,039	0,349	2,187	0,307
18	1,623	0,510	1,776	0,445	1,965	0,377	2,101	0,335
20	1,587	0,532	1,729	0,469	1,905	0,402	2,031	0,360
22	1,556	0,552	1,690	0,490	1,854	0,424	1,972	0,383
24	1,529	0,569	1,656	0,508	1,810	0,443	1,921	0,403
26	1,506	0,584	1,626	0,525	1,773	0,461	1,877	0,421
28	1,486	0,598	1,600	0,540	1,739	0,477	1,839	0,437
30	1,468	0,610	1,577	0,553	1,710	0,492	1,805	0,452
35	1,430	0,637	1,523	0,583	1,649	0,523	1,734	0,485
40	1,399	0,659	1,490	0,606	1,601	0,549	1,679	0,513
45	1,375	0,677	1,459	0,627	1,562	0,572	1,634	0,536
50	1,354	0,692	1,433	0,644	1,529	0,591	1,597	0,556
55	1,336	0,706	1,411	0,659	1,501	0,607	1,565	0,574

Phụ lục 19

Giá trị d_m để đánh giá σ theo giới hạn

m	d_m	Xác suất tin cậy P					
		0,90		0,95		0,98	
		d_{m1}	d_{m2}	d_{m1}	d_{m2}	d_{m1}	d_{m2}
2	1,128	2,77	0,09	3,17	0,04	3,64	0,02
3	1,643	3,31	0,43	3,68	0,30	4,12	0,19
4	2,059	3,63	0,76	3,98	0,59	4,40	0,43
5	2,326	3,86	1,03	4,20	0,85	4,60	0,66
6	2,534	4,03	1,25	4,36	1,06	4,76	0,87
7	2,704	4,17	1,44	4,49	1,25	4,88	1,05
8	2,847	4,29	1,60	4,61	1,41	4,99	1,70
9	2,970	4,39	1,74	4,70	1,55	5,08	1,34
10	3,078	4,47	1,86	4,79	1,67	5,16	1,47
11	3,173	4,55	1,97	4,86	1,78	5,23	1,58
12	3,258	4,62	2,07	4,92	1,88	5,29	1,68
13	3,336	4,68	2,16	4,99	1,97	5,35	1,77
14	3,407	4,74	2,24	5,04	2,06	5,40	1,86
15	3,472	4,80	2,32	5,09	2,14	5,45	1,93
16	3,532	4,85	2,39	5,14	2,21	5,49	2,01
17	3,588	4,89	2,45	5,18	2,27	5,54	2,07
18	3,640	4,93	2,51	5,22	2,34	5,57	2,14
19	3,689	4,97	2,57	5,26	2,39	5,61	2,20
20	3,735	5,01	2,62	5,30	2,45	5,65	2,25

Phụ lục 20

Hệ số q để đánh giá σ

m	P		m	P	
	0,95	0,99		0,95	0,99
11	0,59	0,98	40	0,24	0,35
12	0,55	0,90	45	0,22	0,32
13	0,52	0,83	50	0,21	0,30
14	0,48	0,78	60	0,188	0,269
15	0,46	0,73	70	0,174	0,245
16	0,44	0,70	80	0,161	0,226
17	0,42	0,66	90	0,151	0,211
18	0,40	0,63	100	0,143	0,198
19	0,39	0,60	150	0,115	0,160
20	0,37	0,58	200	0,099	0,136
25	0,32	0,49	250	0,089	0,120
30	0,28	0,43	300	0,081	0,109
35	0,26	0,38	350	0,075	0,101

Phụ lục 21

Giá trị giới hạn của chỉ tiêu Fisher F

P	m_2	m_1								
		4	6	8	10	15	20	30	40	60
0,90	4	5,39	5,31	5,27	5,24	5,20	5,18	5,17	5,16	5,15
0,95		9,28	9,10	8,89	8,81	8,70	8,66	8,62	8,59	8,57
0,99		29,5	28,2	27,7	27,3	26,9	26,7	26,5	26,4	26,3
0,90	6	3,62	3,45	3,37	3,32	3,24	3,21	3,17	3,16	3,14
0,95		5,41	5,05	4,88	4,77	4,62	4,56	4,50	4,46	4,43
0,99		12,1	11,0	10,5	10,2	9,72	9,55	9,38	9,29	9,20
0,90	8	3,07	2,83	2,78	2,70	2,63	2,59	2,56	2,54	2,52
0,95		4,35	3,87	3,79	3,64	3,51	3,44	3,38	3,34	3,32
0,99		8,45	7,19	6,99	6,62	6,31	6,16	5,99	5,91	5,86
0,90	10	2,81	2,61	2,51	2,44	2,34	2,30	2,25	2,23	2,21
0,95		3,86	3,48	3,29	3,18	3,01	2,94	2,86	2,83	2,79
0,99		6,99	6,06	5,61	5,35	4,96	4,81	4,65	4,57	4,48
0,90	15	2,52	2,24	2,19	2,12	2,01	1,96	1,91	1,89	1,86
0,95		3,34	2,85	2,76	2,65	2,46	2,39	2,31	2,27	2,22
0,99		5,56	4,46	4,28	4,03	3,66	3,51	3,35	3,27	3,18
0,90	20	2,40	2,18	2,06	1,98	1,86	1,81	1,76	1,73	1,70
0,95		3,13	2,74	2,54	2,42	2,23	2,16	2,07	2,03	1,98
0,99		5,01	4,17	3,77	3,52	3,15	3,00	2,84	2,76	2,67
0,90	30	2,28	2,05	1,93	1,85	1,72	1,67	1,61	1,57	1,54
0,95		2,92	2,53	2,33	2,21	2,01	1,93	1,84	1,79	1,74
0,99		4,51	3,70	3,30	3,07	2,70	2,55	2,39	2,30	2,21
0,90	40	2,23	2,00	1,87	1,79	1,66	1,61	1,54	1,51	1,47
0,95		2,84	2,45	2,25	2,12	1,92	1,84	1,74	1,69	1,64
0,99		4,31	3,51	3,12	2,82	2,52	2,37	2,20	2,11	2,02
0,90	60	2,18	1,95	1,82	1,74	1,60	1,54	1,48	1,44	1,40
0,95		2,76	2,37	2,17	2,04	1,84	1,75	1,65	1,59	1,53
0,99		4,13	3,34	2,95	2,72	2,35	2,20	2,03	1,94	1,84
0,90	120	2,13	1,90	1,77	1,68	1,55	1,48	1,41	1,37	1,32
0,95		2,68	2,29	2,09	1,96	1,75	1,66	1,55	1,50	1,43
0,99		3,95	3,17	2,79	2,56	2,19	2,03	1,86	1,76	1,66

Phụ lục 22

Giá trị giới hạn của chỉ tiêu Kokrena GTn\m

n	m							
	4	5	6	7	8	9	10	17
				P = 0,95				
3	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,547
4	0,684	0,629	0,589	0,560	0,537	0,518	0,502	0,437
5	0,589	0,544	0,507	0,478	0,456	0,430	0,424	0,365
6	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,314
7	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338	0,326	0,276
8	0,438	0,391	0,359	0,336	0,319	0,304	0,293	0,246
10	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,203
12	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,174
15	0,276	0,242	0,219	0,203	0,191	0,182	0,144	0,143
20	0,220	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	5,136	0,111
				P = 0,99				
3	0,883	0,834	0,793	0,761	0,734	0,711	0,691	0,606
4	0,781	0,721	0,676	0,641	0,613	0,590	0,570	0,488
5	0,696	0,633	0,588	0,553	0,526	0,504	0,485	0,409
6	0,626	0,564	0,520	0,487	0,461	0,440	0,423	0,353
7	0,569	0,508	0,466	0,435	0,411	0,391	0,375	0,310
8	0,521	0,463	0,423	0,393	0,370	0,352	0,337	0,278
10	0,447	0,393	0,357	0,331	0,311	0,295	0,281	0,230
12	0,392	0,343	0,310	0,286	0,268	0,254	0,242	0,196
15	0,332	0,288	0,259	0,239	0,223	0,210	0,200	0,161
20	0,265	0,229	0,205	0,188	0,175	0,165	0,157	0,125

Phụ lục 23

Giá trị của chỉ tiêu τ_K

m	P		m	P	
	0,95	0,99		0,95	0,99
1	2	3	4	5	6
4	0,390	0,256	19	0,642	0,510
5	0,410	0,269	20	0,650	0,520
6	0,445	0,281	25	0,676	0,542

Tiếp phụ lục 23

1	2	3	4	5	6
7	0,468	0,307	30	0,704	0,508
8	0,491	0,331	35	0,725	0,611
9	0,514	0,354	40	0,742	0,636
10	0,531	0,376	45	0,757	0,658
11	0,548	0,397	50	0,769	0,674
12	0,564	0,414	60	0,789	0,702
13	0,578	0,431	70	0,804	0,724
14	0,591	0,447	80	0,817	0,741
15	0,603	0,461	90	0,827	0,756
16	0,614	0,475	100	0,836	0,767
17	0,624	0,487	110	0,843	0,778
18	0,633	0,499	120	0,850	0,788

Phụ lục 24

Giá trị giới hạn của chỉ tiêu Linka-Uronsa

K_K khi P = 0,95

m	v							
	2	3	4	5	6	7	9	12	15
3	1,90	1,44	1,14 4						
4	1,62	1,25	1,01						
6	1,50	1,17	0,95	0,80	0,69				
8	1,49	1,18	0,96	0,81	0,70	0,62			
10	1,52	1,20	0,98	0,83	0,72	0,63	0,52		
12	1,56	1,23	1,01	0,85	0,74	0,65	0,53	0,42	
14	1,60	1,26	1,03	0,87	0,76	0,67	0,55	0,43	
16	1,64	1,30	1,06	0,90	0,78	0,69	0,56	0,44	0,37
18	1,68	1,33	1,09	0,92	0,80	0,71	0,58	0,46	0,38
20	1,72	1,36	1,12	0,95	0,82	0,73	0,59	0,47	0,39
30	1,92	1,52	1,24	1,05	0,91	0,81	0,66	0,52	0,43
40	2,08	1,66	1,35	1,14	0,99	0,88	0,72	0,57	0,47
50	2,23	1,77	1,45	1,22	1,06	0,94	0,77	0,61	0,50

Phụ lục 25

Giá trị U (P) của phân bố chuẩn

P	U (P)	P	U (P)	P	U (P)
0,55	0,12566	0,87	1,12639	0,95	1,64485
0,60	0,25335	0,88	1,17499	0,96	1,75069
0,65	0,3853	0,89	1,22653	0,970	1,88079
0,70	0,52440	0,90	1,28155	0,975	1,95996
0,75	0,67449	0,91	1,34076	0,980	2,05375
0,80	0,84162	0,92	1,40507	0,985	2,17009
0,85	1,03643	0,93	1,47579	0,990	2,32635
0,86	1,08032	0,94	1,55477	0,995	2,57583

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1.GS.TS Trần Văn Địch, PGS.TS Nguyễn Trọng Bình, PGS.TS Nguyễn Thế Đạt, PGS.TS Nguyễn Viết Tiếp, PGS.TS Trần Xuân Việt.
Công nghệ chế tạo máy.
Nhà xuất bản khoa học và kỹ thuật. Hà nội, 2006.

2. И. С. Солонин. т
Математическая статистика в машиностроении.
"Машиностроение", М. 1972.

3. В. В. Шакалис.
Моделирование технологических процессов.
"Машиностроение", М. 1973.

4. П. И. Ящерицын, Е. И. Махаринский.
Планирование эксперимента в Машиностроении.
"Вышэйшая школа", Минск 1985.

5. М. М. Кане.
Основы научных исследований в техологии машиностроения.
"Вышэйшая школа", Минск 1987.

6. E. Paul Decarmo, J.I. Black, Ronal A. Koser.
Materials and Processes in Manufacturing.
Eighth edition, Prentice-Hall Iternational, 1997.

7. Steve F. Krar, Albert F.Check.
Technology of Machine Tool.
International Edition 1998.

8. John A. Schey.
Introduction to Manufacturing Processes.
Third Edition, New York-London, 2000.

MỤC LỤC

Trang

Chương 8. **PHÂN TÍCH VÀ ĐIỀU CHỈNH ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG**

Chương 9. **MÔ HÌNH HÓA QUÁ TRÌNH CÔNG NGHỆ**

Chương 10. **ĐIỀU CHỈNH MÁY**

Chương 11. **PHƯƠNG PHÁP QUY HOẠCH THỰC NGHIỆM**

CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH ĐỘ CHÍNH XÁC GIA CÔNG

Tác giả: GS. TS. TRẦN VĂN ĐỊCH

Chịu trách nhiệm xuất bản: Ts. **Phạm Văn Diễn**
Biên tập và sửa chế bản: **Thanh Nga, Diệu Thúy**
Trình bày bìa: **Hương Lan**
Chế bản: **Phòng máy tính và tác giả**

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI 2008

In 400 cuốn khổ 16 x 24 cm tại Công ty Cổ phần In Hàng không.
Số đăng ký kế hoạch xuất bản: 82-2008/CXB/428.02/KHKT, cấp ngày 14/1/2008
Quyết định xuất bản số: 197/QĐXB-NXBKHKT cấp ngày 18/8/2008
In xong và nộp lưu chiểu 9/2008.

THAM KHẢO SÁCH CÙNG CHUYÊN MỤC

TẬP THỂ TÁC GIẢ

1) GS.TS Trần Văn Địch, PGS.Nguyễn Trọng Bình, PGS Nguyễn Thế Đạt, PGS Nguyễn Viết Tiếp, PSG Trần Xuân Việt.
   Công nghệ chế tạo máy. Nhà xuất bản KH & KT 2003-2005.
2) GS.TS Trần Văn Địch, PGS Lê Văn Tiến, PGS Trần Xuân Việt.
   Đồ gá Cơ khí hoá và Tự động hoá. Nhà xuất bản KH & KT 2003-2007.
3) GS.TS Trần Văn Địch, GVC Đinh Đắc Hiến.
   Kỹ thuật an toàn và môi trường. Nhà xuất bản KH & KT 2004.
4) GS.TS Trần Văn Địch, PGS.TS. Ngô Trí Phúc
   Sổ tay thép thế giới. Nhà xuất bản KH & KT 2003-2006.
5) GS.TS Trần Văn Địch, PGS Trần Xuân Việt, TS. Nguyễn Trọng Doanh, ThS. Lưu Văn Nhang.
   Tự động hóa quá trình sản xuất. Nhà xuất bản KH & KT 2001.
6) Ph.A. Barbasop.
   Công nghệ phay. Người dịch: Trần Văn Địch. Nhà xuất bản KH & KT 2001.
7) GS.TS Trần Văn Địch, ThS. Lưu Văn Nhang, ThS. Nguyễn Thanh Mai.
   Sổ tay gia công cơ. Nhà xuất bản KH & KT 2002.
8) GS.TS Nguyễn Đắc Lộc, GS.TS Trần Văn Địch, PGS Lê Văn Tiến và các tác giả khác.
   Cơ sở công nghệ chế tạo máy. Nhà xuất bản KH & KT 2004-2006.
9) GS.TSKH Bành Tiến Long, PGS Trần Thế Lục, PGS Trần Sỹ Tuý.
   Nguyên lý gia công vật liệu. Nhà xuất bản KH & KT 2002.

CÙNG MỘT TÁC GIẢ: GS.TS TRẦN VĂN ĐỊCH

10) **Kỹ thuật tiện**. Nhà xuất bản KH & KT 2002-2007.
11) **Đồ gá.** Nhà xuất bản KH & KT 2004-2007.
12) **Atlas Đồ gá**. Nhà xuất bản KH & KT 2000-2006.
13) **Thiết kế đồ án công nghệ chế tạo máy**. Nhà xuất bản KH & KT 2000-2007.
14) **Công nghệ chế tạo bánh răng.** Nhà xuất bản KH & KT 2003-2006.
15) **Nghiên cứu độ chính xác gia công bằng thực nghiệm.** Nhà xuất bản KH & KT 2003.
16) **Sản xuất linh hoạt FMS & tích hợp CIM**. Nhà xuất bản KH & KT 2001-2006.
17) **Sổ tay dụng cụ cắt và dụng cụ phụ**. Nhà xuất bản KH & KT 2004-2006.
18) **Các phương pháp gia công tinh**. Nhà xuất bản KH & KT 2004.
19) **Công nghệ CNC**. Nhà xuất bản KH & KT 2000-2006.
20) **Tổ chức sản xuất cơ khí**. Nhà xuất bản KH & KT 2005.
21) **Tự động hóa sản xuất**. Nhà xuất bản KH & KT 2005.

2 0 8 2 0 9

8 935048 982099

Giá: 49.000đ