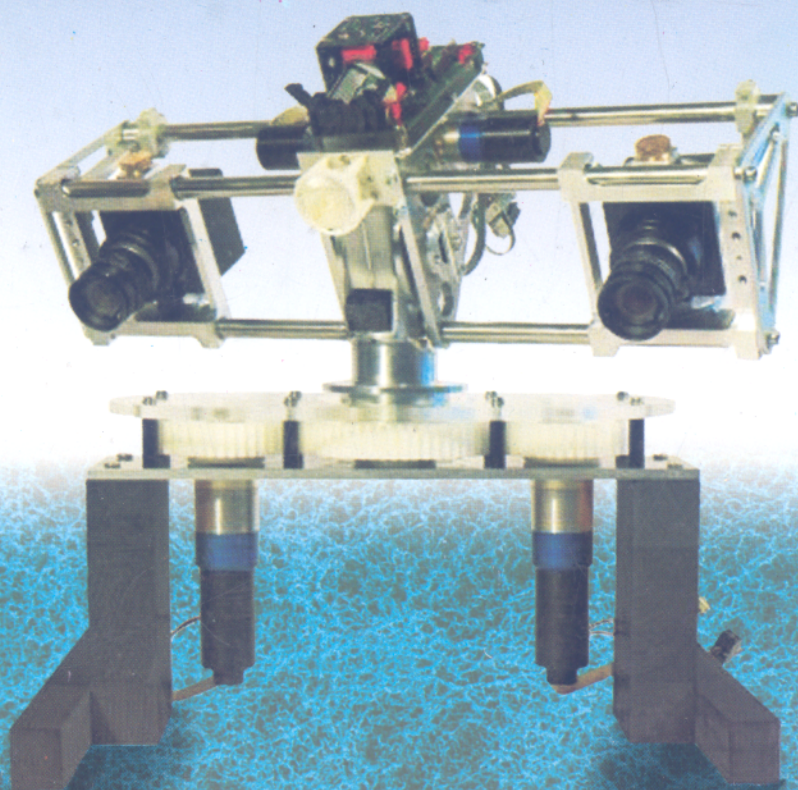


PHAN XUÂN MINH (CHỦ BIÊN)
HÀ THỊ KIM DUYÊN - PHẠM XUÂN KHÁNH

GIÁO TRÌNH LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

PHAN XUÂN MINH (Chủ biên)

HÀ THỊ KIM DUYÊN – PHẠM XUÂN KHÁNH

Lý thuyết
ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Bản quyền thuộc HEVOBCO – Nhà xuất bản Giáo dục.

10 – 2008/CXB/51 – 2061/GD

Mã số : 7B679Y8 – DAI

Lời nói đầu

Lý thuyết điều khiển tự động nghiên cứu các nguyên tắc chung để xây dựng hệ tự động, các phương pháp để khảo sát chúng mà không phụ thuộc vào bản chất vật lý của các quá trình. Lý thuyết điều khiển tự động là cơ sở lý thuyết để thiết kế các hệ tự động trong các lĩnh vực khác nhau của kỹ thuật, kinh tế cũng như nghiên cứu các hệ trong cơ thể sống hoặc trong mối quan hệ xã hội.

Nhiệm vụ cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động là khảo sát các đặc tính tĩnh (ở chế độ xác lập) và đặc tính động của các hệ tự động, nhằm thiết kế hệ thống thỏa mãn các yêu cầu cho trước.

Nội dung của lý thuyết điều khiển tự động bao gồm:

- Phân tích hệ thống điều khiển tự động;
- Tổng hợp hệ thống điều khiển tự động.

Giáo trình gồm 8 chương, trình bày những nội dung cốt lõi của Lý thuyết Điều khiển tự động từ kinh điển đến hiện đại. Bằng các mô hình điều khiển tiên tiến, giáo trình không chỉ đáp ứng tốt nhu cầu học tập của sinh viên các trường cao đẳng kỹ thuật, mà còn là tài liệu tham khảo hữu ích cho các kỹ sư trong công việc thực tế và tiếp tục nghiên cứu sâu hơn về Lý thuyết Điều khiển tự động.

Do vấn đề được đề cập trong giáo trình khá rộng, nên không tránh khỏi những khiếm khuyết. Các tác giả chân thành cảm ơn và trân trọng các ý kiến đóng góp của bạn đọc để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong lần tái bản sau. Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về: Khoa Điện tử, trường Đại học Công Nghiệp Hà Nội, hoặc Công ty cổ phần sách Đại học – Dạy nghề, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.

Hà Nội, ngày 29 tháng 9 năm 2008

CÁC TÁC GIẢ

Chương 1

TỔNG QUAN HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.1. GIỚI THIỆU

Công nghệ điều khiển tự động là một khoa học hiện đại, ta có thể gặp ứng dụng của điều khiển tự động trong hầu hết các lĩnh vực: Đời sống (các thiết bị gia dụng trong gia đình, hệ thống điều khiển, giám sát an ninh, cửa, cầu thang máy tự động...); Công nghiệp (các dây chuyền sản xuất, tay máy robot lắp ráp, máy gia công CNC...); Năng lượng (hệ thống điều khiển trong nhà máy thủy điện, nhà máy nhiệt điện, điện hạt nhân, truyền tải điện...); Nông nghiệp (các nhà nuôi cấy cây, rau, quả công nghệ cao; các hệ thống nuôi, ấp động vật, thủy sản...); Giao thông (máy bay, tàu điện, tàu thủy, ô tô, các hệ thống tín hiệu điều khiển giao thông...); An ninh Quân sự (điều khiển súng, pháo, máy bay chiến đấu, tên lửa...), Nghiên cứu khoa học (điều khiển quá trình phóng, giữ quỹ đạo bay của tàu vũ trụ, các thiết bị thí nghiệm khoa học...). Ngay cả trong quản lý xã hội, kinh tế, sản xuất, điều khiển tự động vẫn có những ứng dụng nhất định, ví dụ như quản lý chất lượng đào tạo kỹ sư trong trường đại học, điều tiết giá cả trên thị trường, số lượng, chất lượng của sản phẩm được sản xuất của nhà máy...

Không một ai là người phát minh ra công nghệ điều khiển tự động, nó tồn tại trong tự nhiên. Hoạt động của con người là một ví dụ điển hình, một hệ thống điều khiển tự động kỳ diệu trong tự nhiên, từ quá trình giữ lượng hồng cầu, đường... trong máu, rồi bơm máu cung cấp oxy nuôi các tế bào, đến việc điều khiển của cánh tay, chân khi hoạt động, tự động điều tiết mắt để nhìn rõ vật ở các khoảng cách nhìn khác nhau... Ta cũng có thể nhận thấy rất nhiều hệ thống điều khiển tự động tương tự như vậy trong tự nhiên. Những người nghiên cứu về lĩnh vực điều khiển tự động luôn coi đó là thước ngắm, mục đích để hướng các nghiên cứu của mình đạt tới.

Thiết kế, xây dựng hệ thống điều khiển tự động là một công việc rất hứng thú và hấp dẫn, thích hợp cho những người có tài năng và sáng tạo, đam mê và mong muốn khám phá những cái mới. Bởi vì đây là công việc đòi

hỏi sự học hỏi không ngừng, luôn luôn sáng tạo. Đa số kỹ sư các ngành khác thường chỉ cần nắm vững duy nhất các kiến thức ngành của mình, ví dụ như là thiết kế mạch phân cứng, thiết kế phần mềm, gia công cơ khí... Tuy nhiên, một kỹ sư thiết kế hệ thống điều khiển tự động luôn phải tự mình nghiên cứu, học hỏi và làm việc trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Ví dụ như, nếu bạn thiết kế một hệ thống điều khiển trong công nghệ hóa học (dầu khí, hóa chất, dược phẩm...) thì bạn cần phải trang bị thêm các kiến thức về lĩnh vực hóa học, y học, cơ khí, điện, điện tử, công nghệ thông tin, chưa kể đến toán học và vật lý học, điều khiển học mà bạn đã được học. Đặc biệt một số ngành đang phát triển ở Việt Nam, như điều khiển tàu biển, thiết bị bay (máy bay, tên lửa, đạn pháo...), vũ trụ thiên văn... thì các bạn cần phải có kiến thức về con quay định vị, các hệ tọa độ trong không gian, quỹ đạo, khí động lực học...

1.2. NHIỆM VỤ CƠ BẢN CỦA LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Lý thuyết điều khiển tự động nghiên cứu các nguyên tắc chung để xây dựng hệ tự động, các phương pháp để khảo sát chúng mà không phụ thuộc vào bản chất vật lý của các quá trình. Lý thuyết điều khiển tự động là cơ sở để thiết kế các hệ tự động trong các lĩnh vực khác nhau của kỹ thuật, kinh tế cũng như nghiên cứu các hệ trong cơ thể sống hoặc trong mối quan hệ xã hội.

Nhiệm vụ cơ bản của lý thuyết điều khiển tự động là khảo sát các đặc tính tĩnh (ở chế độ xác lập) và đặc tính động của các hệ tự động, nhằm thiết kế hệ thống thỏa mãn các yêu cầu cho trước.

Nội dung của lý thuyết điều khiển tự động bao gồm:

1.2.1. Phân tích hệ thống điều khiển tự động

Nhiệm vụ phân tích là khảo sát nguyên lý hoạt động của các phần tử và của hệ với cấu trúc và thông số đã cho cùng với các tác động khác nhau đối với hệ thống. Nhiệm vụ phân tích bao gồm khảo sát tính ổn định của hệ, đánh giá chất lượng tĩnh và động, nghĩa là khảo sát quá trình điều khiển.

1.2.2. Tổng hợp hệ thống điều khiển tự động

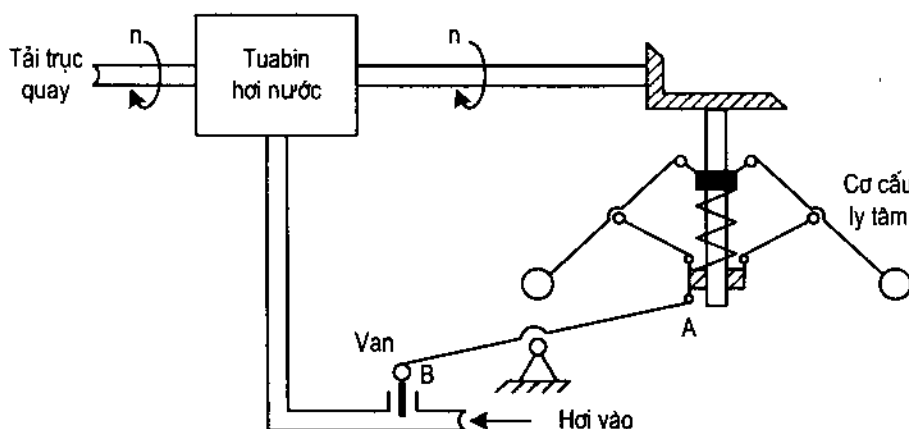
Nhiệm vụ tổng hợp là nhiệm vụ tương đối phức tạp hơn, bao gồm việc thiết kế hệ thống: chọn sơ đồ thực hiện cơ cấu điều khiển đối tượng, chọn các phần tử và xác định thông số của chúng để bảo đảm chất lượng và yêu

cầu đã được đặt ra đối với hệ tự động. Nhiệm vụ tổng hợp gắn liền với nhiệm vụ tối ưu hóa, nghĩa là nhiệm vụ tổng hợp tối ưu theo một nghĩa nào đó đối với hệ tự động.

Lý thuyết điều khiển tự động liên hệ chặt chẽ với các lĩnh vực khoa học kỹ thuật khác như lý thuyết dao động, lý thuyết mạch, lý thuyết về quá trình ngẫu nhiên cũng như những kiến thức về máy điện, thiết bị điện, khí nén, thủy lực, các thiết bị cảm biến và đo lường.

1.3. LỊCH SỬ PHÁT TRIỂN CÔNG NGHỆ ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Trải qua lịch sử, con người luôn cố gắng thích nghi với các điều kiện sống khác nhau, dùng trí khôn của mình điều khiển thế giới theo cách có lợi nhất cho mình. Từ xa xưa, con người đã biết huấn luyện, khai thác sức ngựa, trâu, voi để thực hiện nhiều công việc khác nhau, tiếp sau đó là phát minh ra những cỗ máy thô sơ để thay thế cho chúng, và quá trình phát triển cứ thế tiếp diễn. Nửa cuối thế kỷ VXII đã bắt đầu xuất hiện những phát minh ứng dụng đầu tiên của công nghệ điều khiển tự động như van an toàn cho các hệ thống khí hơi, điều khiển tốc độ cối xay gió... Tuy nhiên, phát minh quan trọng nhất cho đến nay, được coi là nền móng, động lực cho những nghiên cứu lý thuyết điều khiển sau này là phát minh của James Watt vào năm 1769 về điều khiển tốc độ tuabin hơi nước dựa trên lực quay ly tâm của quả nặng hay còn gọi là máy điều tốc ly tâm (hình 1.1).



Hình 1.1. Sơ đồ nguyên lý hệ điều tốc của James Watt

Nguyên lý hoạt động của hệ thống này là duy trì cho tốc quay của tuabin hơi nước giữ ổn định. Nếu tốc độ n tăng lên, thông qua cơ cấu ly tâm,

con trượt sẽ kéo lên trên (kéo cả đầu A của cánh tay đòn AB) và đầu B bị ấn xuống làm cho van đóng lại, làm giảm luồng hơi cấp vào tuabin, do đó tốc độ quay của tuabin giảm xuống. Tương tự khi tốc độ quay của tuabin vì một nguyên nhân nào đó bị giảm xuống thì cánh tay đòn AB thông qua cơ cấu ly tâm sẽ hạ đầu A xuống và nâng đầu B lên để mở cửa van cho luồng hơi vào máy nhiều hơn và làm tăng tốc độ quay của tuabin hơi nước.

Các thuật toán điều khiển ngày nay xuất hiện vào khoảng giữa thế kỷ XIX. Năm 1868, James Clerk Maxwell đưa ra "Tiêu chuẩn ổn định của hệ bậc ba dựa trên hệ số của phương trình vi phân". Năm 1874, Edward Jonh Routh, dựa trên đề xuất của William Kingdon Clifford đã đưa ra "Tiêu chuẩn ổn định của hệ bậc năm". Năm 1877, đề tài nghiên cứu của Adams Pride đưa ra "Tiêu chuẩn ổn định của hệ thống động". Phát triển đồng thuận với nghiên cứu này, Routh công bố bài viết với tiêu đề "Tham luận về ổn định trạng thái của chuyển động", nội dung của bài báo này ngày nay chính là tiêu chuẩn ổn định Routh – Hurwitz sẽ được đề cập đến trong Chương 4. Ngoài ra, Alexandr Lyapunov cũng góp công lớn cho phát triển toán học điều khiển trong ổn định của hệ thống điều khiển. Ngay khi còn là một sinh viên tại đại học St. Petersburg của Nga, Lyapunov đã mở rộng công việc của Routh cho hệ phi tuyến trong luận án tiến sỹ khoa học của mình vào năm 1892 với tựa đề "Vấn đề tổng quan về ổn định của chuyển động". Các biến đổi toán học cơ sở để phát triển lý thuyết điều khiển đã được Laplace (1749 – 1827) và Fourier (1758 – 1830) phát triển.

Cuối những năm 1920 đầu năm 1930, H. W. Bode và H. Nyquist làm việc tại phòng thí nghiệm điện thoại Bell đã nghiên cứu công trình về thiết kế bộ khuếch đại phản hồi dựa trên đáp ứng tần số và ngược lại bằng toán học biến số phức, công trình miêu tả cách xác định tính ổn định của hệ thống sử dụng phương pháp miền tần số. Phương pháp này sau được mở rộng để cho ra đời những phương pháp thiết kế hệ thống điều khiển mà ngày nay vẫn được sử dụng rộng rãi.

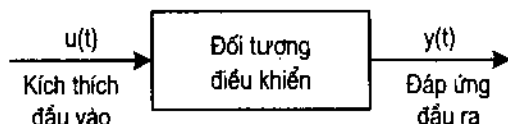
Năm 1948, Walter R. Evans một kỹ sư làm trong ngành hàng không, phát triển kỹ thuật đồ thị để vẽ quỹ đạo nghiệm của phương trình đặc trưng của hệ thống có phản hồi. Đây thực sự là đóng góp rất quan trọng trong quá trình phát triển của Lý thuyết Điều khiển tự động, phương pháp này ngày nay là phương pháp quỹ tích nghiệm số sẽ được đề cập đến trong chương 5.

Lý thuyết điều khiển kinh điển từ trước những năm 1950 chỉ đề cập đến hệ thống một đầu vào – một đầu ra SISO (Single Input – Single Output) bởi những giới hạn về công cụ tính toán. Với sự ra đời của máy tính trong thập niên 1950, biểu diễn, phân tích hệ thống trong không gian trạng thái và các phương pháp tổng hợp hệ thống nhiều đầu vào – nhiều đầu ra MIMO (Multi Input – Multi Output) xuất hiện và được ứng dụng thành công trong một số hệ thống phức tạp trong quân sự, vũ trụ, công nghiệp...

Khoảng thời gian từ 1960 đến nay là thời kỳ phát triển mạnh mẽ của lý thuyết điều khiển nâng cao: điều khiển tối ưu, bền vững, trí tuệ nhân tạo (mạng nơron), logic mờ (fuzzy logic) được ứng dụng vào các hệ thống điều khiển hiện đại và giúp cho các hệ thống điều khiển tự động ngày càng ổn định và thông minh hơn. Trên tất cả, lý thuyết điều khiển kinh điển chính là nền tảng cơ bản của điều khiển hiện đại. Việc kết hợp giữa lý thuyết điều khiển kinh điển với hiện đại luôn cho ta những hệ thống đơn giản nhưng rất hiệu quả.

1.4. CƠ SỞ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Trong hệ thống điều khiển tự động luôn tồn tại hai thành phần cơ bản đó là *Đối tượng điều khiển* (ĐTĐK) và *Bộ điều khiển* (BĐK). Đối tượng điều khiển (hệ thống máy móc) là kết hợp của những thành phần (có liên hệ và được liên kết với nhau) để cùng nhau thực hiện một nhiệm vụ nhất định nào đó, ĐTĐK có đầu vào là một tín hiệu kích thích $u(t)$ thích hợp và đáp ứng đầu ra $y(t)$ là thông số công nghệ nào đó, $y(t)$ được gọi là đại lượng cần điều khiển. Lấy ví dụ, lò điện trở là một đối tượng điều khiển và nhiệt độ của lò là đại lượng cần điều khiển $y(t)$. Để đảm bảo cho nhiệt độ của lò là cố định hay thay đổi theo một nhu cầu nào đó thì ta phải thay đổi được tín hiệu kích thích $u(t)$ là điện áp cấp cho lò.



Hình 1.2. Sơ đồ của đối tượng điều khiển với đầu vào và đầu ra

Các tác động thay đổi điện áp cấp cho lò để nhiệt độ của lò đạt được giá trị mong muốn được gọi là tác động điều khiển. Trong hệ thống điều khiển bằng tay, các tác động này đều do con người thực hiện, còn trong hệ thống điều khiển tự động thì do bộ điều khiển thực hiện. Như vậy, điều khiển một hệ thống là tìm cách can thiệp vào hệ thống để hiệu chỉnh, biến đổi sao cho nó có được những đặc điểm, tính chất mà người sử dụng mong muốn.

1.4.1. Hệ thống điều khiển vòng mở

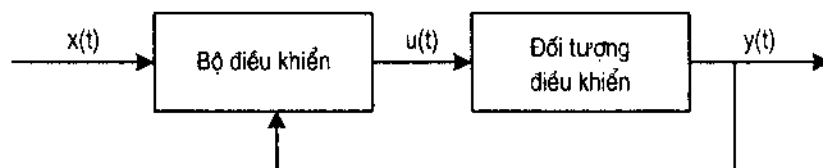
Hệ thống điều khiển vòng mở (hình 1.3) là hệ thống điều khiển mà tín hiệu điều khiển $u(t)$ không phụ thuộc vào tín hiệu đáp ứng đầu ra.



Hình 1.3. Hệ thống điều khiển vòng mở

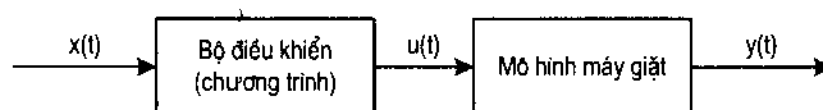
1.4.2. Hệ thống vòng kín hay điều khiển có phản hồi

Hệ thống vòng kín hay điều khiển có phản hồi (hình 1.4) là hệ thống điều khiển mà tín hiệu điều khiển $u(t)$ phụ thuộc vào tín hiệu đáp ứng đầu ra, ví dụ như $u(t)$ là một hàm của $y(t)$.



Hình 1.4. Hệ thống điều khiển vòng kín

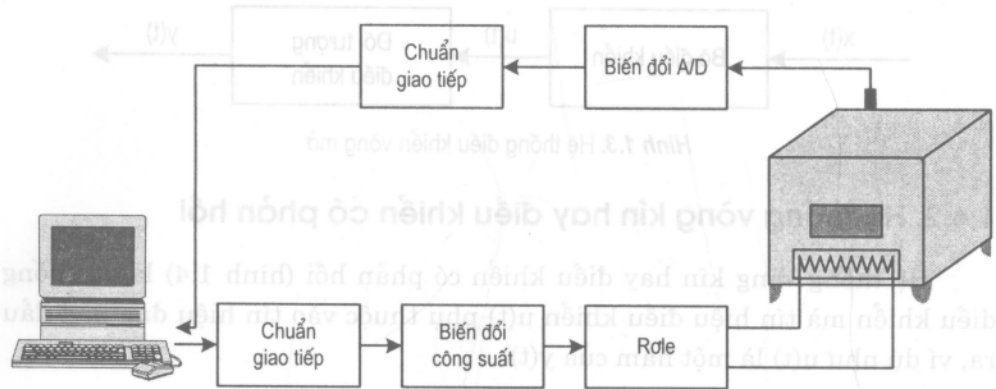
Trong các sơ đồ trên ngoài tín hiệu đáp ứng đầu ra $y(t)$, tín hiệu điều khiển $u(t)$, thì còn có tín hiệu đặt (giá trị mong muốn) là giá trị mà người điều khiển mong muốn ở đáp ứng đầu ra của hệ thống.



Hình 1.5. Ví dụ hệ thống điều khiển máy giặt

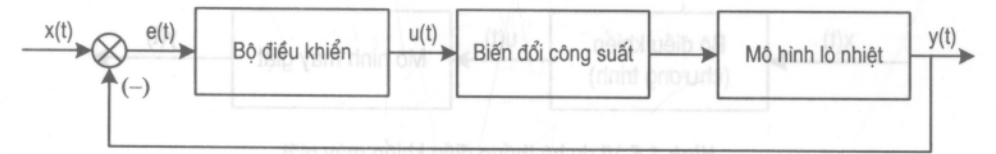
Một ví dụ đơn giản nhất về hệ điều khiển vòng mở là điều khiển máy giặt gia đình (hình 1.5). Với các tín hiệu đặt được lập trình sẵn trong bộ điều khiển như mức nước bơm vào, thời gian giặt, thời gian vắt, tốc độ của động cơ làm việc trong các quá trình..., tất cả được lựa chọn bằng thực nghiệm, sao cho chất lượng đầu ra là “độ sạch” của quần áo tốt nhất. Ở đây, tín hiệu đầu ra “độ sạch” của quần áo giặt là không đo được tự động trong quá trình làm việc, do đó chất lượng của hệ thống hoàn toàn phụ thuộc vào các thông số đặt sẵn của “bộ điều khiển” tức là phụ thuộc vào kinh nghiệm của người giặt.

Với hệ điều khiển vòng kín, ví dụ cụ thể là điều khiển nhiệt độ lò điện trở (hình 1.6). Lò điện trở cấu tạo gồm có vỏ bằng kim loại, lớp trong là gạch samốt chịu nhiệt, lòng lò được gia nhiệt bằng các thanh điện trở đốt, nhiệt độ lò được đo bằng một đầu đo nhiệt.



Hình 1.6. Ví dụ hệ thống điều khiển nhiệt độ lò điện trở

Trong hệ thống điều khiển nhiệt độ lò điện trở, tín hiệu đặt $x(t)$ là nhiệt độ mong muốn đạt được, đáp ứng đầu ra là nhiệt độ thực trong lò được đo bằng sensor nhiệt điện (hoặc nhiệt điện trở) được đưa về máy tính điều khiển qua bộ biến đổi A/D (Analog/Digital). Hiệu số giữa nhiệt độ đặt với nhiệt độ thực cho ta sai số nhiệt độ $e(t)$ của hệ thống. Từ sai số này máy tính điều khiển có nhiệm vụ tính toán đưa ra tín hiệu điều khiển rơle đóng hoặc ngắt nguồn cấp cho lò để giữ cho sai số nhiệt đạt được chỉ tiêu chất lượng đã đặt ra.



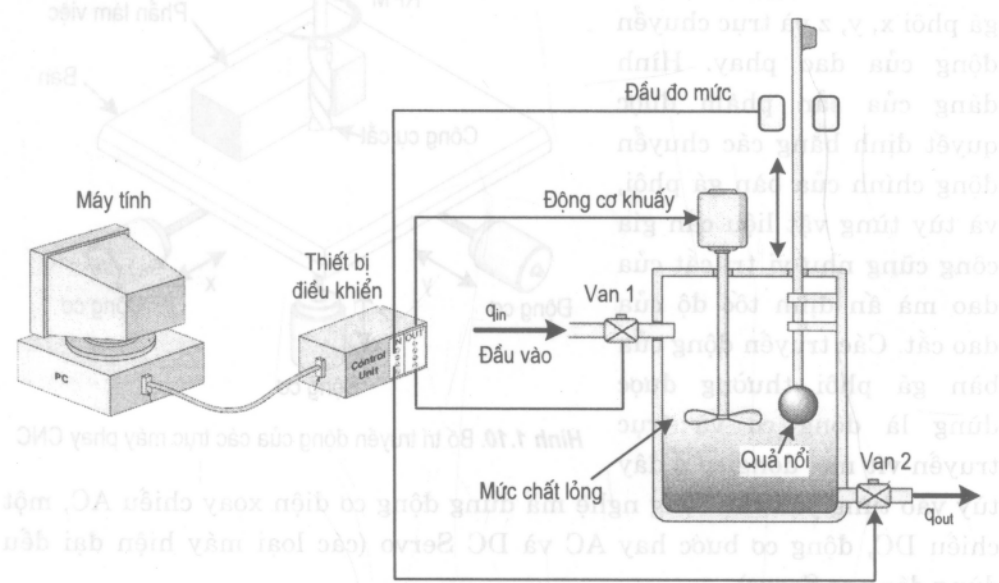
Hình 1.7. Sơ đồ hệ thống điều khiển lò nhiệt

1.5. VÍ DỤ MỘT SỐ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG TRONG THỰC TẾ

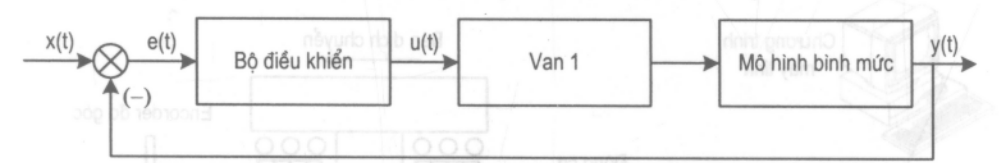
1.5.1. Hệ thống điều khiển mức chất lỏng

Đây là mô hình ta thường gặp trong các hệ thống công nghiệp như hóa chất, thực phẩm, các trạm trộn liệu... Nhiệm vụ của hệ thống là duy trì mức chất lỏng h trong bể chứa, mức chất lỏng này được đo và phản hồi về bộ

điều khiển thông qua bộ đo bằng quả nổi (hình 1.8). Van 2 luôn xả chất lỏng đầu ra với lưu lượng q_{out} , van 1 là van analog nhận tín hiệu điều khiển từ thiết bị điều khiển để bơm chất lỏng vào với lưu lượng q_{in} nhằm giữ mức chất lỏng h theo đúng mức đặt của người sử dụng.



Hình 1.8. Mô hình hệ thống điều khiển mức chất lỏng

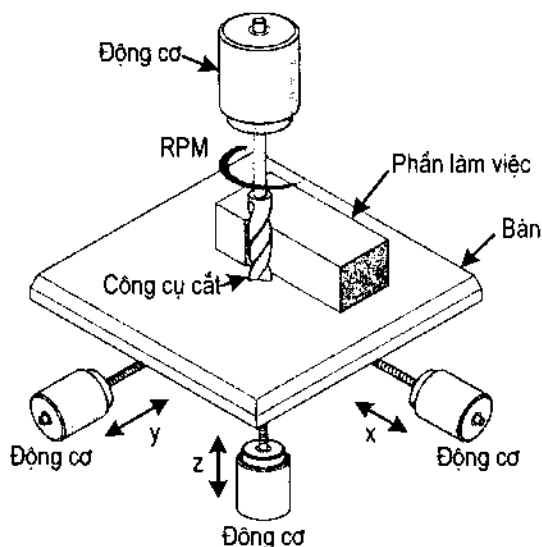


Hình 1.9. Sơ đồ hệ thống điều khiển mức chất lỏng

1.5.2. Hệ thống điều khiển máy công cụ CNC

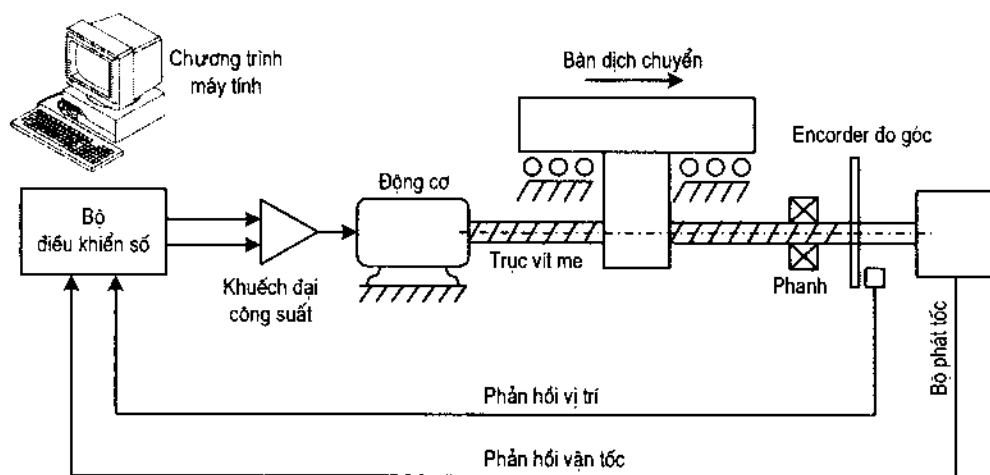
Hệ truyền động điều khiển chương trình số được ứng dụng rộng rãi trong sản xuất công nghiệp, nhất là các máy gia công cắt gọt kim loại tự động, các trung tâm gia công hoặc các dây chuyền sản xuất tự động có robot tham gia. Trong hệ CNC, máy công cụ và hệ điều khiển số hợp thành một thiết bị gia công có khả năng lập trình qua các thao tác trên panel hoặc qua máy vi tính. Việc lập trình trực tiếp trên máy nhờ đối thoại giữa người và hệ điều khiển số làm cho máy công cụ CNC trở nên hữu dụng và kinh tế ngay cả cho các xí nghiệp có quy mô nhỏ và trung bình. Trong ví dụ này, ta xét đến điều khiển truyền động của các trục chạy bàn máy của máy phay CNC, trường hợp tổng quát nhất của loại máy CNC.

Trên hình 1.10 là sơ đồ truyền động 4 trục của máy phay CNC, gồm 3 trục chuyển động chính của bàn gá phôi x, y, z và trục chuyển động của dao phay. Hình dáng của sản phẩm được quyết định bằng các chuyển động chính của bàn gá phôi, và tùy từng vật liệu cần gia công cũng như vị trí cắt của dao mà ấn định tốc độ của dao cắt. Các truyền động của bàn gá phôi thường được dùng là động cơ và trục truyền vít me, động cơ ở đây



Hình 1.10. Bố trí truyền động của các trục máy phay CNC

tùy vào từng yêu cầu công nghệ mà dùng động cơ điện xoay chiều AC, một chiều DC, động cơ bước hay AC và DC Servo (các loại máy hiện đại đều dùng động cơ Servo).

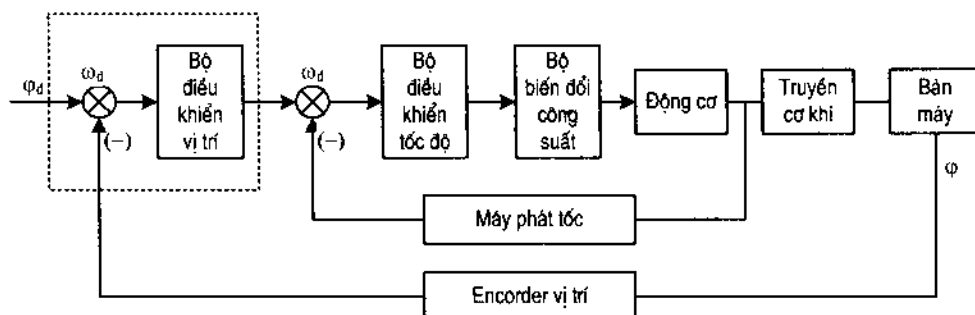


Hình 1.11. Sơ đồ điều khiển một trục của máy phay CNC

Từ các yêu cầu công nghệ, chương trình của người sử dụng được đưa vào CNC thông qua panel điều khiển, qua máy vi tính, hoặc đĩa chương trình. Từ đó, các vị trí cần thiết để thực hiện một biên dạng yêu cầu sẽ được các chức năng của CNC tính toán nội suy. Giá trị tính toán này sẽ là tín hiệu đặt đầu

vào cho từng trục chuyển động x, y, z. Trong trường hợp đơn giản nhất là ta coi các trục này độc lập với nhau (bỏ qua các tác động tương hỗ nhau của các trục) ta sẽ có sơ đồ điều khiển của từng trục như hình 1.11. Các giá trị đặt tính toán này sẽ được so sánh với giá trị thực của tín hiệu vị trí và vận tốc phản hồi thông qua đầu đo encoder và bộ phát tốc, từ giá trị sai lệch đó mà bộ điều khiển sẽ đưa ra tín hiệu điều khiển, tín hiệu điều khiển này sẽ được khuếch đại qua bộ biến đổi công suất tới động cơ chấp hành.

Từ đó, ta rút ra sơ đồ tổng hợp các vòng điều khiển của máy phay CNC.

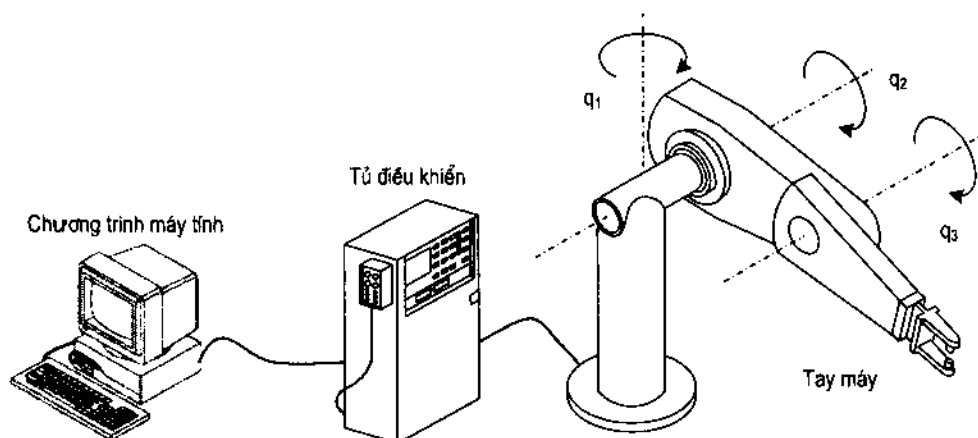


Hình 1.12. Sơ đồ tính toán điều khiển một trục của máy phay CNC

1.5.3. Hệ thống điều khiển robot

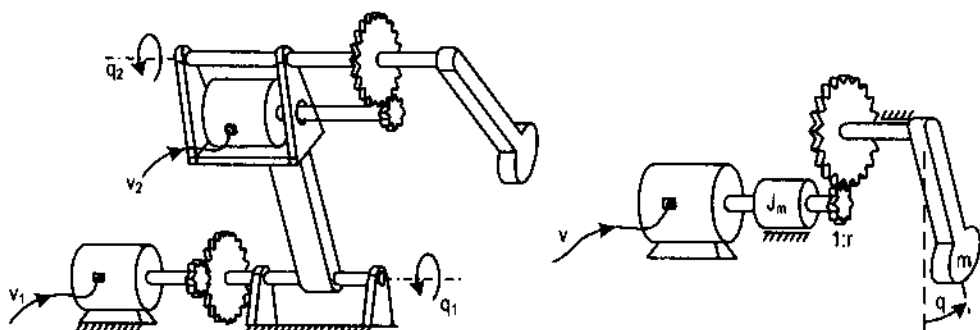
Robot là một lĩnh vực gắn liền với cơ điện tử, nói đến robot là ta có thể thấy ngay những ứng dụng to lớn của nó đến đời sống xã hội và công nghiệp sản xuất. Trước những năm 1990, ở nước ta hầu như chưa du nhập về kỹ thuật robot, thậm chí còn chưa nhận được nhiều thông tin về lĩnh vực này. Từ đó đến nay đã có khá nhiều cơ sở công nghiệp nhập robot từ nước ngoài về để phục vụ sản xuất, và cũng bắt đầu đã có những nơi bắt đầu thiết kế chế tạo robot. Trong lĩnh vực robot nói riêng và cơ điện tử nói chung, điều khiển tự động đóng một vai trò rất quan trọng, đó là bộ não của thiết bị.

Điều khiển chuyển động tay máy robot có thể chia ra 3 giai đoạn: lập phương án chuyển động (motion planning), thiết kế quỹ đạo (trajectory generation), và điều khiển bám quỹ đạo (trajectory tracking). Trong giai đoạn lập phương án chuyển động, bằng kinh nghiệm và hiểu biết của mình người thiết kế lập ra đường chuyển động cho tay máy chưa cần quan tâm đến thời gian chuyển động. Sang giai đoạn thiết kế quỹ đạo người thiết kế phải lập quỹ đạo chuyển động theo đường chuyển động mong muốn đã chọn ở giai đoạn trước, vận tốc, gia tốc chuyển động theo một hàm thời gian. Giai đoạn cuối là thiết kế điều khiển bám theo quỹ đạo chuyển động mong muốn.



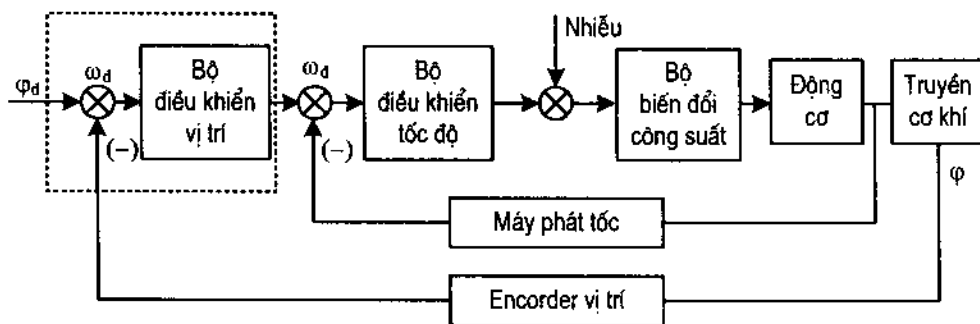
Hình 1.13. Hệ thống điều khiển tay máy robot

Vấn đề điều khiển robot nói chung rất phức tạp, vì ngoài việc đảm bảo thực hiện quỹ đạo một cách chính xác, còn phải giải quyết vấn đề tương tác với đối tượng công tác. Nhiệm vụ của robot (tức là của phần công tác) được thiết lập trong không gian công tác, trong khi các tác động điều khiển lại được đặt vào các khớp nên biến khớp là đối tượng điều khiển trực tiếp. Vì vậy, bài toán động học ngược bao giờ cũng phải được giải. Ngoài ra kỹ thuật điều khiển còn phụ thuộc kết cấu phần cơ khí của robot, ví dụ sử dụng hệ toạ độ Đề các hay hệ toạ độ khác, sử dụng cơ cấu chấp hành kiểu nào, có dùng truyền động cơ khí phụ hay không.



Hình 1.14. Truyền động các khớp và tách riêng khớp của tay máy robot

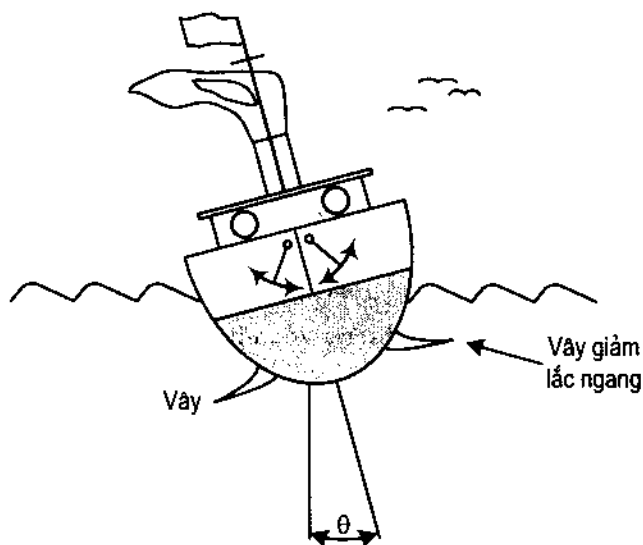
Trường hợp đơn giản nhất trong điều khiển robot là tách riêng mỗi khớp được điều khiển hoàn toàn độc lập với các khớp khác (hình 1.14), và hệ điều khiển chỉ có một đại lượng vào và một đại lượng ra – SISO (single input/single output system). Sự ảnh hưởng giữa các khớp với nhau trong quá trình làm việc được coi là nhiễu. Khi đó điều khiển tay máy cũng gần giống với điều khiển máy CNC. Sơ đồ điều khiển của hệ thống này mô tả trong hình 1.15.



Hình 1.15. Sơ đồ điều khiển một khớp của tay máy robot

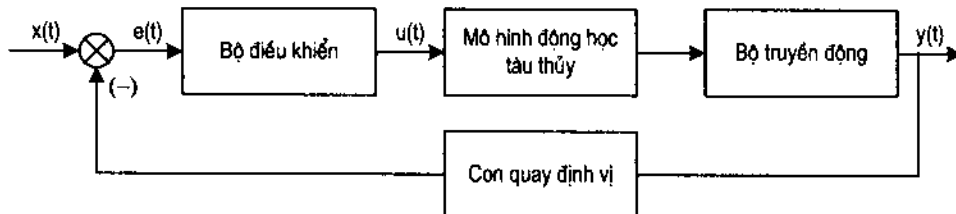
1.5.4. Hệ thống điều khiển ổn định lắc ngang tàu thủy

Ví dụ này trình bày hệ thống ổn định cho tàu biển khi gặp sóng to và gió lớn, khi tàu bị nghiêng một góc θ (góc Roll) có nghĩa là bị lệch một góc θ so với trục thẳng đứng như trong hình vẽ (thường hay gọi là hiện tượng lắc ngang). Chuyển động lắc ngang của tàu là chuyển động gây ra say sóng cho thuyền viên và hành khách, đồng thời có thể gây hư



Hình 1.16. Mô hình giảm lắc ngang tàu thủy dùng vây phụ

hỏng hàng hóa và thậm chí nếu lắc ngang quá mạnh hàng hóa sẽ bị xô lệch, nghiêm trọng có thể gây ra mất ổn định cho tàu và làm lật tàu.

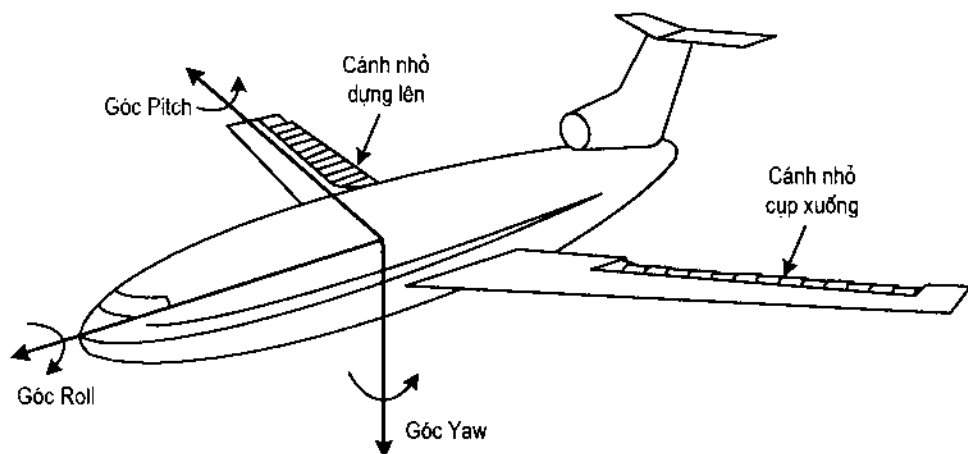


Hình 1.17. Sơ đồ hệ thống điều khiển ổn định góc Roll của tàu

Từ xa xưa, người ta đã nghĩ ra các phương pháp khác nhau làm giảm lắc ngang của tàu để tăng khả năng làm việc hiệu quả của thuyền viên, giảm tổn thất hàng hóa và quan trọng hơn cả làm cho tàu an toàn. Những phương pháp giảm lắc ngang thường dùng như: kết chống lắc ngang, biến đổi vỏ tàu, giảm lắc ngang bằng bánh lái, ổn định lắc ngang bằng vây (fin stabilizers), tuy nhiên, hiệu quả và hay được sử dụng nhất là ổn định bằng vây, nhằm phát sinh ra phản lực chống lại sự nghiêng này và khôi phục vị trí ổn định của tàu. Chiều dài của vây có thể điều chỉnh được thông qua một hệ truyền động (thường dùng hệ thủy lực) và có thể rút hết vào thân tàu khi không cần sử dụng, góc nghiêng của tàu có thể đo bằng con quay định vị.

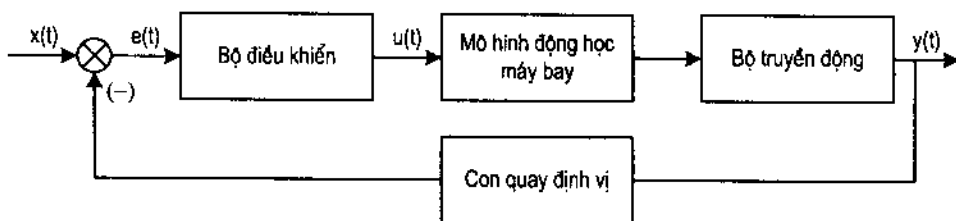
1.5.5. Hệ thống điều khiển chống lắc ngang của máy bay

Tương tự như trong tàu thủy, hiện tượng lắc ngang trong máy bay còn gây những tác hại nguy hiểm hơn nhiều. Để khắc phục hiện tượng này, máy bay sử dụng cả một hệ thống khá phức tạp, tuy nhiên phần chính trong nhiệm vụ này là hai cánh nhỏ phụ nằm ở phần sau của cánh chính của máy bay (hình 1.18). Hai bên cánh nhỏ này có thể dựng lên hoặc cụp xuống thông qua một hệ truyền động, và theo nguyên lý động lực học sẽ giúp máy bay chống lại sự nghiêng về một bên nào đó.



Hình 1.18. Mô hình ổn định lắc ngang của máy bay

Sơ đồ điều khiển tổng quan của hệ thống được cho như hình 1.19, trong đó góc lệch được đo bằng hệ con quay định vị.



Hình 1.19. Sơ đồ hệ thống điều khiển ổn định góc Roll của máy bay

1.6. TÓM TẮT

Chương 1 giới thiệu tổng quan về điều khiển tự động, lịch sử phát triển, khái niệm hệ thống điều khiển và một số ví dụ tổng quan về hệ thống điều khiển trong thực tế, qua đó rút ra những chú ý khi thiết kế và xây dựng hệ thống điều khiển:

- Xác định mục đích điều khiển là việc đầu tiên phải được xác định khi bắt đầu với một hệ thống bất kỳ, điều khiển cái gì, với độ chính xác như thế nào, và trong khoảng giá trị nào. Điều này cần phải được trình bày bằng những giá trị, thông số cụ thể.

- Nắm vững về thiết bị điều khiển, đo lường và thiết bị chấp hành: điều này sẽ giúp ta có những lựa chọn chính xác và hiệu quả nhất các thiết bị được dùng trong hệ thống nhằm đạt được mục đích điều khiển đã đề ra.

- Hiểu biết về quy trình công nghệ, môi trường làm việc, đặc trưng của từng hệ thống điều khiển mà ta xây dựng: ta không thể thiết kế, xây dựng được một hệ thống điều khiển tàu biển tốt nếu chưa một lần lái hay ít nhất là quan sát người ta lái tàu biển, sẽ không thể điều khiển máy bay nếu không trang bị kiến thức tốt về khí động lực học... đây là vấn đề khá quan trọng và các kỹ sư điều khiển tự động luôn phải trau dồi cho mình những kiến thức về lĩnh vực mà hệ thống điều khiển của mình sẽ hoạt động.

Chương 2

Khái niệm cơ bản và cơ sở toán học trong lý thuyết điều khiển tự động

2.1. KHÁI NIỆM VỀ TÍN HIỆU

Tín hiệu $x(t)$ được định nghĩa như là một hàm số phụ thuộc thời gian mang thông tin về các thông số kỹ thuật được quan tâm trong hệ thống và được truyền tải bởi những đại lượng vật lý, nói cách khác tín hiệu là một hình thức biểu diễn thông tin.

Ví dụ: Để điều khiển nhiệt độ thì nhiệt độ hiện thời là một thông số kỹ thuật của hệ thống cần được quan tâm. Giá trị nhiệt độ tại thời điểm t đo được dưới dạng giá trị của hàm số phụ thuộc thời gian $u(t)$ được đo bởi cảm biến và được biểu diễn thành một đại lượng điện áp có đơn vị là Volt. Như vậy, tín hiệu $u(t)$ là một hàm thời gian mang thông tin về nhiệt độ trong phòng tại thời điểm t và được truyền tải bởi những đại lượng vật lý là điện áp...

Trong một hệ thống có nhiều tín hiệu $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ được quan tâm cùng một lúc. Tất cả các tín hiệu được quan tâm đó sẽ được ghép chung lại thành một vector tín hiệu ký hiệu bởi:

$$\underline{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Tức là vector sẽ được ký hiệu bằng cách thêm dấu gạch chân.

2.1.1. Phân loại tín hiệu

Do tín hiệu trong $x(t)$ có mô hình là hàm thời gian như đã định nghĩa vừa nêu trên nên phụ thuộc vào miền xác định cũng như miền giá trị của hàm số $x(t)$ là liên tục hay rời rạc mà tín hiệu $x(t)$ có thể phân thành bốn loại sau:

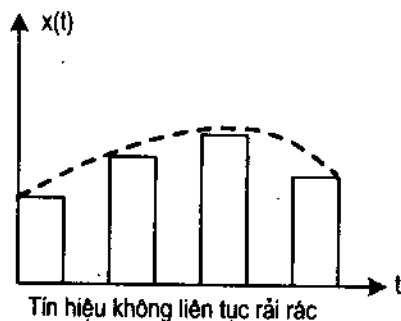
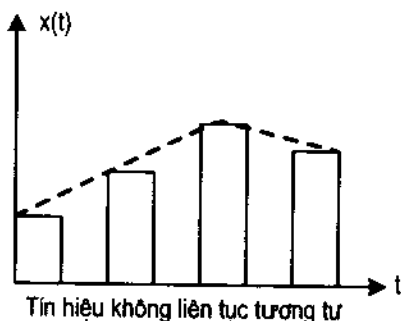
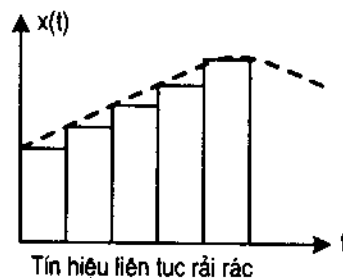
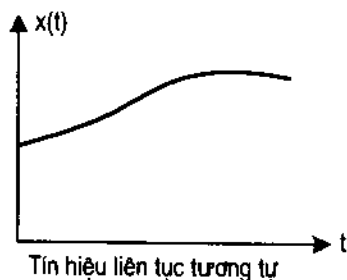
– Tín hiệu liên tục, nếu $x(t)$ có miền xác định liên thông.

– Tín hiệu không liên tục, nếu miền giá trị của $x(t)$ là các điểm rời nhau, tức là đường nối hai điểm bất kỳ của miền xác định sẽ không nằm hoàn toàn trong miền xác định.

– Tín hiệu tương tự, nếu $x(t)$ có miền giá trị liên thông.

– Tín hiệu rời rạc, nếu miền giá trị của $x(t)$ là các điểm rời nhau trong R .

Bốn loại tín hiệu trên chỉ là sự phân loại cơ bản theo miền xác định hoặc theo miền giá trị của $x(t)$. Trên cơ sở bốn loại tín hiệu cơ bản đó mà một tín hiệu $x(t)$ khi được để ý chung đồng thời tới cả miền xác định và miền giá trị ta có bốn dạng tín hiệu sau:



Hình 2.1. Các dạng tín hiệu khác nhau

2.1.2. Một số tín hiệu điển hình

Trong vô số các tín hiệu với nhiều dạng khác nhau, điều khiển tuyến tính có sự quan tâm đặc biệt đến một số tín hiệu điển hình thường gặp trong các ứng dụng, đó là các tín hiệu bậc thang (heaviside), tín hiệu tăng dần đều, tín hiệu xung vuông và tín hiệu dirac. Tất cả các loại tín hiệu này đều có một điểm chung đó là có tính nhân quả (causal) tức là:

$$x(t) = 0 \text{ khi } t < 0$$

1. *Tín hiệu bậc thang* (còn gọi là heaviside) là một tín hiệu được định nghĩa bởi:

$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t \geq 0 \\ 0 & \text{khi } t < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Cho một tín hiệu $x(t)$ bất kỳ. Nếu $x(t)$ liên tục, khả vi từng khúc và có giới hạn:

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} x(t) < \infty \text{ khi } x \rightarrow -\infty \text{ (tức là bị chặn)}$$

thì nó có thể biểu diễn thông qua hàm $1(t)$ như sau:

$$x(t) = x(-\infty) + \int_{-\infty}^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} 1(t - \tau) d\tau \quad (2.3)$$

2. *Tín hiệu tăng đều* được xác định qua công thức sau:

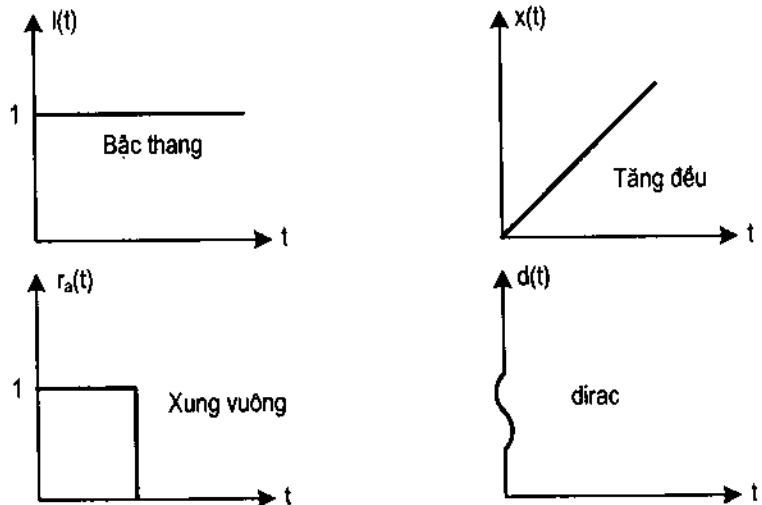
$$x(t) = t \cdot 1(t) = \begin{cases} t & \text{khi } t \geq 0 \\ 0 & \text{khi } t < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

3. *Tín hiệu xung vuông*:

$$r_a(t) = \frac{1}{T_a} [1(t) - 1(t - T_a)] \quad (2.5)$$

4. *Tín hiệu dirac*:

$$\delta(t) = \frac{d}{dt} 1(t) = \lim_{T_a \rightarrow 0} \frac{1}{T_a} [1(t) - 1(t - T_a)] \quad (2.6)$$



Hình 2.2. Các tín hiệu bậc thang, tăng đều, xung vuông

2.2. PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

Có nhiều phép biến đổi tín hiệu sang các dạng khác nhau nhằm mục đích thuận tiện cho việc phân tích, tính toán và mô phỏng hệ thống, tuy nhiên trong Lý thuyết Điều khiển tự động, phép biến đổi Laplace được ứng dụng rất có hiệu quả. Minh họa cụ thể nhất là để tính toán đáp ứng thời gian của hệ thống động cần thiết giải các phương trình vi phân (mô hình toán học hệ thống) cho những tín hiệu vào đã cho. Có nhiều kỹ thuật giải tích và bằng số sẵn có để giải phương trình vi phân, nhưng phương pháp dùng thuận tiện nhất trong kỹ thuật điều khiển là biến đổi Laplace. Kỹ thuật này biến đổi bài toán từ miền thời gian (hoặc t) thành miền Laplace (hoặc s). Ưu điểm của kỹ thuật này là những phương trình vi phân trong miền thời gian phức tạp trở thành phương trình đại số trong miền s tương đối đơn giản. Khi giải được nghiệm thích hợp thì biến đổi ngược trở lại miền thời gian.

2.2.1. Phép biến đổi Laplace thuận

Nếu có một hàm $f(t)$ có đối số theo thời gian thì ảnh Laplace của hàm số ký hiệu là $F(s)$ được tính theo công thức:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} \cdot dt \quad (2.7)$$

Trong đó: s là biến toán tử Laplace; $F(s)$ là ảnh; $f(t)$ là gốc.

Quan hệ giữa gốc $f(t)$ và ảnh $F(s)$ còn viết theo ký hiệu sau:

$$f(t) \rightarrow F(s) = L\{f(t)\}$$

Các tính chất của phép biến đổi Laplace.

1. *Tính đơn ánh*: Phép biến đổi Laplace ánh xạ một – một, tức là nếu $x(t) \neq y(t)$ thì cũng có $X(s) \neq Y(s)$.

2. *Phép biến đổi Laplace là toán tử tuyến tính*: Nếu $x(t)$ có ảnh $X(s)$ và $y(t)$ có ảnh $Y(s)$ thì tổng tuyến tính $z(t) = a.x(t) + b.y(t)$ của chúng sẽ có ảnh $Z(s)$ là:

$$Z(s) = a.X(s) + b.Y(s) \quad (2.8)$$

3. *Phép dịch trục*: Nếu $X(s)$ là ảnh của $x(t)$ thì ảnh của $y(t) = x(t - T)$ sẽ là:

$$Y(s) = X(s) \cdot e^{-sT} \quad (2.9)$$

4. *Phép nén*: Nếu $X(s)$ là ảnh của $x(t)$ thì ảnh của $y(t) = x(t).e^{-\alpha t}$ sẽ là:

$$Y(s) = X(s + \alpha) \quad (2.10)$$

5. *Ảnh của tích chập*: Nếu $X(s), Y(s)$ là ảnh của $x(t), y(t)$ thì tích chập:

$$z(t) = x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t - \tau)d\tau$$

có ảnh là: $Z(s) = X(s).Y(s) \quad (2.11)$

6. *Ảnh của đạo hàm*: Nếu $X(s)$ là ảnh của $x(t)$ thì tích phân $y(t) = \int_0^t x(\tau)d\tau$ có ảnh là:

$$Y(s) = \frac{X(s)}{s} \quad (2.12)$$

7. *Ảnh của đạo hàm*: Nếu $X(s)$ là ảnh của $x(t)$ thì tích phân $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ có ảnh là:

$$Y(s) = s.X(s) - x(+0) \quad (2.13)$$

Ví dụ 2.1. Tín hiệu hằng $x(t) = k$ có ảnh Laplace là:

$$X(s) = k \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{k}{s} \quad (2.14)$$

Ví dụ 2.2. Tín hiệu $x(t) = e^{-\alpha t}.1(t)$ ta có ảnh Laplace $X(s)$ là:

$$X(s) = \frac{k}{s + \alpha} \quad (2.15)$$

Ví dụ 2.3. Tín hiệu tăng đều $x(t) = t.1(t)$ có ảnh Laplace là:

$$X(s) = \int_0^{\infty} t.e^{-st} dt = \frac{t.e^{-st}}{s} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{e^{-st}}{s} dt = \frac{1}{s^2} \quad (2.16)$$

Xem bảng 2.1 tham khảo một số biến đổi Laplace của các hàm số phổ biến (được gọi là *các cặp biến đổi Laplace*).

2.2.2. Biến đổi Laplace ngược

Nếu biết ảnh $F(s)$ của một hàm gốc $f(t)$ thì ta tính được $f(t)$ theo $F(s)$ qua công thức:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s).e^{st}.ds = L^{-1}\{F(s)\} \quad (2.17)$$

Thông thường, tính hàm $f(t)$ theo công thức biến đổi ngược (2.18) có nhiều khó khăn. Do đó, nếu biết hàm $F(s)$, ta thường phân tích thành các phân thức đơn giản và sử dụng các cặp biến đổi cơ bản tra trong bảng 2.1.

2.2.3. Một số phương pháp khai triển phân thức ngược

– Nghiệm thừa số:

$$\frac{K}{s(s+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+a)} \quad (2.18)$$

– Nghiệm lặp:

$$\frac{K}{s^2(s+a)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s^2} + \frac{C}{(s+a)} \quad (2.19)$$

– Nghiệm thực bậc hai ($b^2 > 4ac$):

$$\frac{K}{s(as^2+bs+c)} = \frac{K}{s(a+d)(s+e)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+d)} + \frac{C}{(s+e)} \quad (2.20)$$

– Nghiệm phức bậc hai ($b^2 < 4ac$):

$$\frac{K}{s(as^2+bs+c)} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{(as^2+bs+c)} \quad (2.21)$$

Hoàn thành bình phương thu được:

$$\frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{(s+\alpha)^2+\omega^2} \quad (2.22)$$

2.2.4. Ứng dụng biến đổi Laplace để giải phương trình vi phân

Cho phương trình vi phân tuyến tính.

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m} \quad (2.23)$$

Với các hệ số $a_0, a_1, \dots, a_n$ và $b_0, b_1, \dots, b_m$ là những hằng số.

Bài toán đặt ra là tìm nghiệm $y(t)$ khi biết trước $u(t)$ cũng như các sơ kiện ban đầu:

$$y(+0), \frac{dy(+0)}{dt}, \dots, \frac{d^n y(+0)}{dt^n} \quad (2.24)$$

Trước hết giả sử $u(t)$ và $y(t)$ là hai tín hiệu *causal*. Vậy lấy ảnh Laplace cả hai vế của phương trình (2.23) đã cho:

$$L\{a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n}\} = L\{b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m}\}$$

Rồi áp dụng tính chất tuyến tính của toán tử Laplace ta được:

$$a_0 L\{y\} + a_1 L\{\frac{dy}{dt}\} + \dots + a_n L\{\frac{d^n y}{dt^n}\} = b_0 L\{u\} + b_1 L\{\frac{du}{dt}\} + \dots + b_m L\{\frac{d^m u}{dt^m}\}$$

Gọi $Y(s)$ là ảnh Laplace của $y(t)$ thì từ công thức ảnh của đạo hàm ta có:

$$L\{\frac{dy}{dt}\} = s.Y(s) - y(+0)$$

$$L\{\frac{d^2 y}{dt^2}\} = s.L\{\frac{dy}{dt}\} - \frac{dy(+0)}{dt} = s^2 Y(s) - sy(+0) - \frac{dy(+0)}{dt}$$

⋮

$$L\{\frac{d^n y}{dt^n}\} = s^n Y(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} \frac{d^k y(+0)}{dt^k}$$

Cũng tương tự, nếu gọi $U(s)$ là ảnh Laplace của tín hiệu $u(t)$ thì:

$$L\{\frac{d^n u}{dt^n}\} = s^n U(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} \frac{d^k u(+0)}{dt^k}, \quad k = 1, 2, \dots, m$$

Thay tất cả các công thức tính đạo hàm vào (2.25) ta sẽ được:

$$Y(s)[a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n] - A = U(s)[b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m] - B$$

trong đó A là hàm xác định từ a_k và $\frac{d^{k-1} y(+0)}{dt^{k-1}}$ $k = 1, 2, \dots, n$ theo :

$$A = \sum_{k=1}^n a_k \sum_{i=0}^{k-1} s^{k-1-i} \frac{d^i y(+0)}{dt^i} \quad (2.25)$$

và B là hàm xác định từ b_k và $\frac{d^{k-1} u(+0)}{dt^{k-1}}$, $k = 1, 2, \dots, m$ theo:

$$B = \sum_{k=1}^n b_k \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} \frac{d^k u(+0)}{dt^k} \quad (2.26)$$

Như vậy ảnh Laplace của nghiệm $y(t)$ sẽ là:

$$Y(s) = \frac{(b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m) \cdot U(s) + (A - B)}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} \quad (2.27)$$

Ví dụ 2.4. Tìm nghiệm của phương trình vi phân sau:

$$2y + 3 \frac{dy}{dt} + \frac{d^2 y}{dt^2} = 0, \text{ với } y(+0) = a \text{ và } \frac{dy(+0)}{dt} = b$$

Chuyển cả hai vế của phương trình sang miền phức nhờ toán tử Laplace ta được:

$$\begin{aligned} 2L\{y\} + 3L\left\{\frac{dy}{dt}\right\} + L\left\{\frac{d^2 y}{dt^2}\right\} &= 0 \\ \Leftrightarrow \left(s^2 Y(s) - s \cdot y(+0) - \frac{dy(0)}{dt}\right) + 3(sY(s) - y(+0)) + 2 \cdot Y(s) &= 0 \\ \Leftrightarrow (s^2 + 3s + 2)Y(s) &= as + (3a + b) \\ \Leftrightarrow Y(s) = \frac{as + (3a + b)}{s^2 + 3s + 2} &= \frac{as + (3a + b)}{(s+1)(s+2)} = \frac{2a+b}{s+1} - \frac{a+b}{s+2} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm $y(t) = (2a + b)e^{-t} - (a + b)e^{-2t}$ với $t \geq 0$.

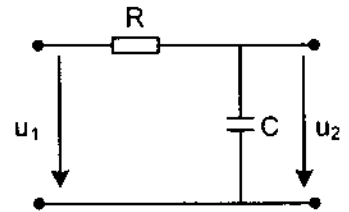
Ví dụ 2.5. Cho mạch điện R – C (hình 2.3):

Phương trình vi phân mô tả như sau:

$$\begin{aligned} u_1 &= iR + u_2 \\ u_2 = u_c &= \frac{1}{C} \int i dt \Rightarrow i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{du_2}{dt} \end{aligned}$$

Thay i vào phương trình (2.36) ta có:

$$u_1 = RC \frac{du_2}{dt} + u_2$$



Hình 2.3. Mạch R – C

Lấy Laplace hai vế của phương trình (2.38) ta có:

$$\begin{aligned} L\{u_1(t)\} &= RC \cdot L\left\{\frac{du_2}{dt}\right\} + L\{u_2(t)\} \\ \Leftrightarrow U_1(s) &= RC \cdot s \cdot U_2(s) + U_2(s) \\ \Leftrightarrow U_2(s) &= \frac{U_1(s)}{RC \cdot s + 1} \end{aligned}$$

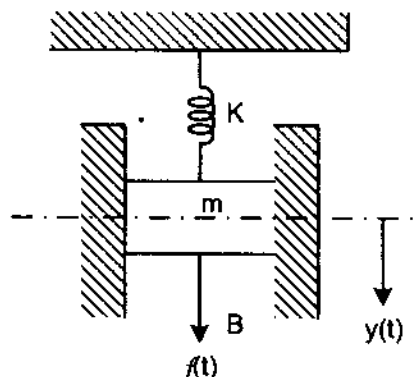
Giả sử: $u_1(t) = k = \text{const} \Rightarrow U_1(s) = \frac{k}{s}$

$$U_2(s) = \frac{k}{s} \cdot \frac{1}{RCs+1} = \frac{k}{s} - \frac{RC.k}{RCs+1} = k \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{RC}} \right)$$

Suy ra:

$$u_2(t) = k \left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t} \right)$$

Ví dụ 2.6. Cho hệ thống cơ khí như (hình 2.4), với y , K , m và B lần lượt là vị trí của quả nặng, hằng số của lò xo, khối lượng của quả nặng và hệ số ma sát. Giả sử $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$, tác động một lực $f = u(t)$ với $u(t)$ là hàm bậc thang đơn vị (*unit step function* $1(t)$) xác định đáp ứng $y(t)$ của hệ cơ khí. Cụ thể $m = 1$, $B = 3$ và $K = 2$.



Hình 2.4. Hệ thống cơ khí lò xo + quả nặng

Áp dụng định luật hai của Newton cho tổng hợp lực ta có phương trình vi phân viết cho hệ:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky = F(t)$$

Thay m , B , K vào:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 3 \frac{dy}{dt} + 2y = u(t)$$

Áp dụng biến đổi Laplace cho cả hai vế của phương trình ta được phương trình đại số:

$$s^2 \cdot Y(s) - s \cdot y(0) - y^{(1)}(0) + 3[s \cdot Y(s) - y(0)] + 2 \cdot Y(s) = \frac{1}{s}$$

Rút $Y(s)$ ra ta có:

$$Y(s) = \frac{s \cdot y(0) + 3 \cdot y(0) + y^{(1)}(0)}{s^2 + 3s + 2} + \frac{1}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{2}{(s^2 + 3s + 2)} + \frac{1}{s(s^2 + 3s + 2)}$$

Tách ra các phân số đơn giản:

$$Y(s) = \frac{2}{(s^2 + 3s + 2)} + \frac{1}{s(s^2 + 3s + 2)} = \frac{2}{(s+1)(s+2)} + \frac{1}{s(s+1)(s+2)}$$

$$Y(s) = \left[\frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2} \right] + \left[\frac{1/2}{s} - \frac{1}{s+1} + \frac{1/2}{s+2} \right]$$

Biến đổi Laplace ngược ta có được đáp ứng $y(t)$ của hệ cần tìm:

$$y(t) = \left[2.e^{-t} - 2.e^{-2t} \right] + \left[\frac{1}{2} - e^{-t} + 0.5e^{-2t} \right] = \frac{1}{2} - e^{-t} + \frac{3}{2}e^{-2t}$$

2.3. BIẾN ĐỔI FOURIER

Trong nhiều trường hợp tùy vào đặc trưng của hệ thống, cũng như yêu cầu thì việc biến đổi hệ thống sang miền tần số cho ta những thuận lợi trong việc phân tích, tổng hợp hệ thống. Công cụ hữu hiệu giúp ta khảo sát đặc tính tần số của $x(t)$ là biến đổi Fourier. Nó giúp ta có thể biểu diễn tín hiệu $x(t)$ thông qua tập các dao động của nó, trong mỗi dao động lại là một tín hiệu điều hoà đặc trưng cho tính chất của $x(t)$ tại điểm tần số nhất định.

2.3.1. Ảnh Fourier của tín hiệu tuần hoàn

Trước hết ta xét tín hiệu:

$$x(t) = A.\cos(\omega_0 t - \varphi) \quad (2.28)$$

Đây là tín hiệu dạng dao động điều hoà với tần số dao động là ω_0 . Áp dụng công thức Cauchy:

$$e^{ja} = \cos a + j.\sin a \quad (2.29)$$

Tín hiệu $x(t)$ sẽ biểu diễn được bởi:

$$x(t) = c.e^{j\omega_0 t} + \bar{c}.e^{-j\omega_0 t},$$

Trong đó $c = \frac{A}{2}e^{-j\varphi}$ và $\bar{c}$ là ký hiệu chỉ số phức liên hợp của c .

Mở rộng cách biểu diễn trên cho một tín hiệu tuần hoàn $x(t)$ bất kỳ, ta được: nếu tín hiệu $x(t)$ thoả mãn:

$$a) \quad x(t) = x(t + T) \text{ với mọi } t.$$

b) $x(t)$ liên thông từng khúc trong khoảng $0 \leq t \leq T$.

c) Tại điểm không liên tục $t_0 \in [0, T]$ thoả mãn:

$$x(t_0) = \frac{1}{2} [x(t_0 - 0) + x(t_0 + 0)].$$

d) $x(t)$ trong khoảng $[0, T]$ chỉ có hữu hạn các điểm cực trị thì tín hiệu $x(t)$ biểu diễn dưới dạng một chuỗi Fourier như sau:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \phi_k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (2.30)$$

Với:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt, \quad n = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.31)$$

Trong đó $\bar{c}_n = c_n$, nếu $x(t)$ là tín hiệu thực và $\bar{c}_n$ là giá trị phức liên hợp của c_n .

Phép biến đổi $x(t) \mapsto \{c_n\}$ theo (2.30) là một đơn ánh.

2.3.2. Ảnh Fourier của tín hiệu không tuần hoàn

Nếu một tín hiệu $x(t)$ thoả mãn:

a) $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty$, tức là tích phân $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt$ hội tụ.

b) $x(t)$ trong khoảng hữu hạn bất kỳ liên tục từng khúc.

c) Tại điểm không liên tục t_0 thoả mãn $x(t_0) = \frac{1}{2} [x(t_0 - 0) + x(t_0 + 0)]$.

d) $x(t)$ trong khoảng hữu hạn bất kỳ chỉ có hữu hạn các điểm cực trị thì $x(t)$ biểu diễn dưới dạng tích phân Fourier như sau:

$$X(j\omega) = F\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (2.32)$$

và:
$$x(t) = F^{-1}\{X(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.33)$$

Hàm phức $X(j\omega)$ được gọi là *ảnh Fourier* (hay *phổ*) của $x(t)$. Khi $x(t)$ là tín hiệu thực (có miền giá trị thuộc $\mathbb{R}$) hoặc phức nhưng $x(t) = \bar{x}(t)$ thì $X(j\omega)$ sẽ còn thoả mãn:

$$X(-j\omega) = \bar{X}(j\omega) \quad (2.34)$$

Toán tử Fourier $F: x(t) \mapsto X(j\omega)$ có những tính chất quan trọng sau:

1. *Toán tử Fourier là một ánh xạ một – một*, tức là nếu $x(t) \neq y(t)$ thì cũng có $X(j\omega) \neq Y(j\omega)$ trong đó $X(j\omega)$ là ảnh Fourier của $x(t)$ và $Y(j\omega)$ là ảnh Fourier của $y(t)$.

2. *Phép biến đổi Fourier là toán tử tuyến tính*: Nếu $x(t)$ có ảnh Fourier $X(j\omega)$ và $y(t)$ có ảnh Fourier $Y(j\omega)$ thì tổng tuyến tính $z(t) = a.x(t) + b.y(t)$ của chúng sẽ có ảnh $Z(j\omega)$ là:

$$Z(j\omega) = F\{a.x(t) + b.y(t)\} = a.X(j\omega) + b.Y(j\omega) \quad (2.35)$$

3. Nếu $x(t)$ là hàm chẵn, tức là $x(t) = x(-t)$ thì ảnh Fourier $X(j\omega)$ là hàm thực (phần ảo của nó bằng 0).

4. Nếu $x(t)$ là hàm lẻ, tức là $x(t) = -x(-t)$ thì ảnh Fourier $X(j\omega)$ là hàm thuần ảo (phần thực của nó bằng 0).

5. Nếu $X(j\omega)$ là ảnh Fourier của $x(t)$ thì ảnh của $y(t) = x(t - T)$ sẽ là:

$$Y(j\omega) = F\{x(t - T)\} = X(j\omega)e^{-j\omega T} \quad (2.36)$$

6. Nếu $X(j\omega)$, $Y(j\omega)$ là ảnh Fourier của $x(t)$, $y(t)$ và tích chập:

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t - \tau)d\tau. \quad (2.37)$$

có ảnh Fourier là:

$$F\{x(t) * y(t)\} = X(j\omega).Y(j\omega) \quad (2.38)$$

7. Tích $z(t) = x(t) + y(t)$ của $x(t)$ có ảnh Fourier $X(j\omega)$ và $y(t)$ có ảnh Fourier $Y(j\omega)$ sẽ có ảnh $Z(j\omega)$ là:

$$Z(j\omega) = X(j\omega) * Y(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\xi)Y[j(\omega - \xi)]d\xi \quad (2.39)$$

8. Gọi $X(j\omega)$ là ảnh Fourier của $x(t)$, $Y(j\omega)$ là ảnh Fourier của $y(t) = (-jt)^n x(t)$. Vậy thì: $Y(j\omega) = \frac{d^n X(j\omega)}{d\omega^n}$ (2.40)

Phép biến đổi Fourier có tính chất rất quan trọng trong việc loại bỏ những nhiễu có tần số cao.

2.4. TÍN HIỆU XUNG SỐ VÀ BIẾN ĐỔI Z

Ngày nay, đa số các hệ thống điều khiển trong thực tế là điều khiển số, do đó tín hiệu xung số và phép biến đổi Z giữ vai trò quan trọng cho việc phân tích và tổng hợp các hệ thống điều khiển hiện đại. Trong hệ tuyến tính liên tục, phép biến đổi Laplace giữ vai trò quan trọng thì trong hệ xung số (hệ rời rạc) phép biến đổi z cũng có chức năng tương tự.

2.4.1. Tín hiệu xung số

Cho một tín hiệu $x(t)$ liên tục (hàm thời gian $x(t)$ liên tục từng đoạn). Nếu $x(t)$ liên tục tại T_s thì giá trị $x(T_s)$ của tín hiệu $x(t)$ tại thời điểm T_s được xác định theo công thức trích mẫu như sau:

$$x(T_s) = x(t)\delta(t - T_s) = x(T_s)\delta(t) \quad (2.41)$$

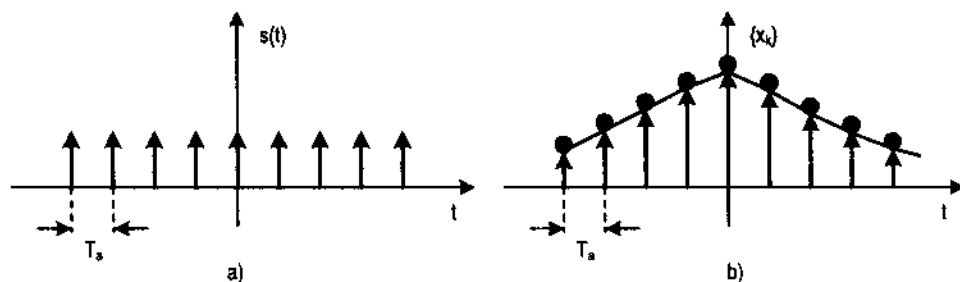
trong đó tích vế trái được hiểu theo công thức định nghĩa:

$$x(t)\delta(t - T_s) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - T_s)x(t)dt \quad (2.42)$$

Tín hiệu không liên tục mà ta quan tâm ở đây là dãy các giá trị $\{x_k\}$ cách đều nhau với $\{x_k\} = x(k.T_s)$, trong đó T_s được gọi là *chu kỳ lượng tử hoá*, hay *chu kỳ trích mẫu tín hiệu*. Đây là loại tín hiệu chỉ có giá trị tại những điểm $\{t = k.T_s \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $\mathbb{Z}$ là ký hiệu chỉ tập các số nguyên và ngoài những điểm này thì không được định nghĩa. Nếu mỗi giá trị x_k được xem như tích $x(t)\delta(t - T_s)$ thì toàn bộ dãy $\{x_k\}$ sẽ là:

$$\{x_k\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t - k.T_s) = x(t) \underbrace{\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k.T_s)}_{s(t)} = x(t).s(t) \quad (2.43)$$

Và hàm $s(t)$ có tên là hàm trích mẫu (sample) hay hàm răng lược bởi nó có dạng giống như những chiếc răng của một cái lược (hình 2.5).



Hình 2.5. Đồ thị hàm trích mẫu (a), và quá trình trích mẫu tín hiệu (b)

Hình dạng răng lược của $s(t)$ làm cho $\{x_k\}$ có dạng cũng gần giống như một chiếc lược với những chiếc răng không đều nhau. Độ cao của từng chiếc răng biểu diễn giá trị của $x(t)$ tại thời điểm có chiếc răng đó. Do $\{x_k\}$ có dạng là dãy các răng lược hình xung dirac như vậy mà người ta còn gọi $\{x_k\}$ là tín hiệu xung.

Công thức (2.43) biểu diễn tín hiệu xung $\{x_k\}$ thông qua hàm dirac là một cầu nối giữa tín hiệu liên tục và tín hiệu xung. Nó có ý nghĩa đặc biệt quan trọng, giúp cho việc nghiên cứu tín hiệu xung có thể được tiến hành hoàn toàn giống như một tín hiệu liên tục mà ta quen. Ngược lại, các kết quả từ việc khảo sát tín hiệu liên tục cũng thông qua (2.43) mà chuyển được cho tín hiệu xung.

2.4.2. Biến đổi Z thuận

Xét tín hiệu causal, dạng xung $\{x_k\}$, tức là $x_k = 0$ khi $k < 0$. Gọi $X^*(s)$ là ảnh Laplace của $\{x_k\}$, thì theo (2.43) ta có:

$$\begin{aligned} X^*(s) &= \int_0^{\infty} x(t)s(t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} x_k \delta(t - kT_s) e^{-st} dt \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(x_k \int_0^{\infty} \delta(t - kT_s) e^{-st} dt \right) = \sum_{k=0}^{\infty} x_k e^{-skT_s} \end{aligned} \quad (2.44)$$

Nếu ký hiệu $z = e^{sT_s}$ công thức trên sẽ trở thành:

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x_k z^{-k} = X(z) \quad (2.45)$$

Và $X(z)$ được gọi là ảnh toán tử Z của $\{x_k\}$. Công thức trên cũng nói rằng tín hiệu $\{x_k\}$ là các hệ số của ảnh $X(z)$ khi được phân tích thành chuỗi Taylor tại z^{-1} . Do đó, theo tiêu chuẩn hội tụ của chuỗi Taylor thì chuỗi (2.45) sẽ hội tụ khi z nằm ngoài đường tròn bán kính z_0 thoả mãn:

$$|z| > z_0 = \lim_{k \rightarrow \infty} \sqrt[k]{|x_k|} \text{ nếu như tồn tại giới hạn này.}$$

Toán tử $Z: \{x_k\} \mapsto X(z)$ có những tính chất sau:

1. *Tính đơn ánh*: Nếu $\{x_k\} \neq \{y_k\}$ thì cũng có $X(z) \neq Y(z)$ trong đó $X(z)$ là ảnh Z của $\{x_k\}$ và $Y(z)$ là ảnh Z của $\{y_k\}$.

2. *Tính tuyến tính*: Nếu $\{x_k\}$ có ảnh $X(z)$ và $\{y_k\}$ có ảnh $Y(z)$ thì tín hiệu xung $\{z_k\}$ với $z_k = a \cdot x_k + b \cdot y_k$ sẽ có ảnh là $X(z) = a \cdot X(z) + b \cdot Y(z)$.

3. *Phép dịch trái*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì ảnh $Y(z)$ của $\{y_k\}$ với $y_k = x_{k-m}$ sẽ là:

$$Y(z) = z^{-m} \cdot X(z) \quad (2.46)$$

4. *Phép dịch phải*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì ảnh $Y(z)$ của $\{y_k\}$ với $y_k = x_{k+m}$ sẽ là:

$$Y(z) = z^m \left[X(z) - \sum_{i=0}^m x_i z^{-i} \right] \quad (2.47)$$

5. *Ảnh của tích chập*: Nếu $X(z), Y(z)$ là ảnh của $\{x_k\}, \{y_k\}$ thì dãy các giá trị tích chập $\{z_k\}$ với $z_k = \sum_{i=0}^k x_{k-i} y_i$ sẽ có ảnh là:

$$X(z) = X(z) \cdot Y(z) \quad (2.48)$$

6. *Định lý đồng dạng*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu xung $\{y_k\}$ với $y_k = a^k \cdot x_k$ sẽ có ảnh là:

$$Y(z) = X\left(\frac{z}{a}\right) \quad (2.49)$$

7. *Định lý tỷ lệ*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu xung $\{y_k\}$ với $y_k = \frac{x_k}{k.T_s}$, trong đó T_s là chu kỳ trích mẫu, sẽ có ảnh là:

$$Y(z) = \frac{1}{T_s} \int_z^{\infty} \frac{X(\tau)}{\tau} d\tau \quad (2.50)$$

8. *Ảnh của tín hiệu lùi*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu $\{y_k\}$ với $y_k = x_k - x_{k-1}$ sẽ có ảnh là:

$$Y(z) = \frac{z-1}{z} X(z) \quad (2.51)$$

9. *Ảnh của tín hiệu tiến*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu $\{y_k\}$ với $y_k = x_{k+1} - x_k$ sẽ có ảnh là:

$$Y(z) = (z-1)X(z) - z.x_0 \quad (2.52)$$

10. *Ảnh của dãy tổng*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu $\{y_k\}$ với $y_k = \sum_{i=0}^k x_i$ sẽ có ảnh:

$$Y(z) = \frac{z}{z-1} X(z) \quad (2.53)$$

11. *Ảnh của tích*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì tín hiệu $\{y_k\}$ với $y_k = K.T_s.x_k$ sẽ có ảnh là:

$$Y(z) = z.T_s \frac{dX(z)}{dz} \quad (2.54)$$

12. *Định lý về giới hạn thứ nhất*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì:

$$x_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$$

13. *Định lý về giới hạn thứ hai*: Nếu $X(z)$ là ảnh của $\{x_k\}$ thì:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z) \quad (2.55)$$

Bảng 2.1. Một số biến đổi Laplace và biến đổi Z của các hàm số phổ biến

$f(t)$	$F(s)$	$F(z)$
$\delta(t)$	1	1
1	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{s^3}$	$\frac{T^2z(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z-A} ; A = e^{-aT}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{TzB}{(z-B)^2}$
$\frac{1}{2}te^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^3}$	$\frac{1}{2}T^2(z+B)\frac{zB^2}{(z-B)^3}$
$1-e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{(1-B)z}{(z-1)(z-B)}$
$\frac{1}{a}(at-1+e^{-at})$	$\frac{a}{s^2(s+a)}$	$-\frac{(1-B)z}{a(z-1)(z-B)} + \frac{zT}{(z-1)^2}$
$e^{-at}(1-at)$	$\frac{s}{(s+a)^2}$	$\frac{z^2-zB(1+aT)}{(z-B)^2}$
$\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	$\frac{z \sin(aT)}{z^2-2z \cos(aT)+1}$
$\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$	$\frac{z(z-\cos(aT))}{z^2-2z \cos(aT)+1}$
$e^{-at} \sin \beta t$	$\frac{\beta}{(s-a)^2+\beta^2}$	$\frac{ze^{aT} \sin(\beta T)}{z^2-2ze^{aT} \cos(\beta T)+e^{2aT}}$
$e^{-at} \cos \beta t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+\beta^2}$	$\frac{z(z-e^{aT} \cos(\beta T))}{z^2-2ze^{aT} \cos(\beta T)+e^{2aT}}$

2.5. CÁC PHÉP TOÁN MA TRẬN

Trong các hệ thống điều khiển kinh điển từ trước những năm 1950 chỉ đề cập đến hệ thống một đầu vào – một đầu ra SISO (Single Input – Single Output) bởi những giới hạn về công cụ tính toán, và khi ấy các phép biến đổi Laplace và Fourier đóng vai trò chủ yếu. Với sự ra đời của máy tính trong thập niên 1950, việc biểu diễn, phân tích hệ thống trong không gian trạng thái và các phương pháp tổng hợp hệ thống nhiều đầu vào – nhiều đầu ra

MIMO (Multi Input – Multi Output) xuất hiện, và đặc trưng của tính toán, phân tích hệ thống trong không gian trạng thái là các phép tính ma trận.

Ma trận là một bảng lập thành từ m hàng và n cột. Ký hiệu A là ma trận, ví dụ gồm 2 hàng và 2 cột sau:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \{a_{ij}\} \quad (2.56)$$

Trong đó: a_{ij} là các phần tử của ma trận A ($m \times n$).

Hai ma trận A và B bằng nhau nếu các phần tử tương ứng bằng nhau:

$$a_{ij} = b_{ij} \quad (2.57)$$

2.5.1. Một số phép toán ma trận

1. *Ma trận chuyển vị*: Ma trận chuyển vị của ma trận A là A' (hay A) nếu hoán vị cột của ma trận A thành hàng của ma trận A' .

$$A = \{a_{ij}\} \text{ thì } A' = \{a_{ji}\} \quad (2.58)$$

2. *Ma trận đối xứng*: Là ma trận mà $A = A'$ hay (A^T) , và là ma trận vuông khi:

$$a_{ij} = a_{ji}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.59)$$

3. *Cộng hai ma trận*: $C = A + B$

$$C_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad (2.60)$$

Ví dụ 2.7:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. *Tích hai ma trận*: $C = A.B$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} \cdot b_{kj} \quad (2.61)$$

Ví dụ 2.8:

$$\begin{aligned} A.B &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \\ B.A &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \neq A.B \end{aligned}$$

– Nếu có:

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Qua ví dụ này ta thấy $A \neq 0$ và $B \neq 0$ nhưng tích số $A.B = \{0\}$

– Một ma trận nhân với một đại lượng vô hướng thì mỗi một phần tử của ma trận đều nhân với lượng vô hướng đó.

$$k.A = \{k.a_{ij}\}$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -10 \\ 8 & 14 \end{bmatrix}$$

– Chuyển vị của tích hai ma trận bằng chuyển vị của ma trận sau nhân với chuyển vị của ma trận trước:

$$(A.B)' = B'.A' \quad (2.62)$$

– Tích ma trận A với ma trận đường chéo D (ma trận đường chéo là ma trận mà các phần tử nằm trên đường chéo chính khác không còn tất cả các phần tử ngoài đường chéo đều bằng không).

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Nếu ma trận đường chéo ở bên phải thì kết quả phép nhân sẽ là tích của một phần tử trên ma trận đường chéo với một cột tương ứng của ma trận A:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}d_{11} & a_{12}d_{22} \\ a_{21}d_{11} & a_{22}d_{22} \end{bmatrix}$$

Còn ma trận đường chéo ở bên trái ma trận A thì kết quả của phép nhân sẽ là tích của một phần tử trên ma trận đường chéo với hàng tương ứng của ma trận A.

$$\begin{bmatrix} d_{11} & 0 \\ 0 & d_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}d_{11} & a_{12}d_{11} \\ a_{21}d_{22} & a_{22}d_{22} \end{bmatrix}$$

5. Ma trận không: Là ma trận mà tất các phần tử của nó đều bằng không.

– Ma trận đơn vị là ma trận mà tất cả các phần tử nằm trên đường chéo chính đều bằng 1 còn tất cả các phần tử khác đều bằng 0. Ký hiệu ma trận đơn vị là I. Ví dụ, ma trận đơn vị cấp 3×3 là:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad A.I = I.A = A \quad (2.64)$$

– Ma trận hàng: Là ma trận mà các phần tử nằm trên một hàng: $A(m \times n)$ với $m = 1, n \geq 2$.

Ví dụ 2.9. $A(1 \times 4) = [5 \quad 3 \quad 1 \quad 4]$

– Ma trận cột: Là ma trận mà các phần tử nằm trên một cột:

$$A(m \times n) \text{ với } m \geq 2, n = 1$$

Ví dụ 2.10. $A(3 \times 1) = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

Nếu viết dạng ma trận chuyển vị ta có: $A' = [2 \quad 3 \quad 1]$ thì ma trận cột chuyển thành ma trận hàng. Hoặc chuyển vị của ma trận hàng sẽ thành ma trận cột.

6. *Vết của ma trận (Trace)*: là tổng tất cả các phần tử trên đường chéo chính của ma trận vuông:

$$\text{Tr } A = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (2.65)$$

7. *Định thức của ma trận vuông $A(n \times n)$* là tổng đại số của $n!$ số hạng lập nên các phần tử của ma trận.

Ví dụ 2.10. Ma trận $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$, định thức của nó là $\det(A)$, hay $\|A\|$, (*det*: viết tắt từ *determinant*).

$$\det(A) = \|A\| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

8. *Phần phụ đại số*: Nếu định thức A ta bỏ đi hàng thứ i và bỏ đi cột thứ j và giữ lại $(n-1)$ hàng và $(n-1)$ cột và lấy dấu bằng $(-1)^{i+j}$, đó là phần phụ đại số của phần tử a_{ij} của ma trận A ký hiệu là A_{ij} .

Ví dụ 2.11. Tính các phần phụ đại số cho các phần tử ma trận A

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{22} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23}$$

$$A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{21} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{23}$$

$$A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} = a_{21} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{22}$$

$$A_{21} = (-1)^{1+2} \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{13}$$

$$A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{23}$$

$$A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{32} - a_{31} \cdot a_{23}$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = a_{12} \cdot a_{23} - a_{22} \cdot a_{13}$$

$$A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{23} - a_{21} \cdot a_{13}$$

$$A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$$

9. Ma trận phụ hợp: Ma trận phụ hợp của ma trận A là ma trận được lập thành bởi các phần phụ đại số và sau đó lấy chuyển vị. Ký hiệu ma trận phụ hợp là: $\text{adj}A$.

$$\text{adj}A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Ví dụ 2.12. Cho ma trận: $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

$$\text{adj}A = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -8 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \\ -3 & 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & 1 & -3 \\ -8 & 4 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

10. Ma trận nghịch đảo

Có ma trận vuông $A(n \times n)$. Nghịch đảo của ma trận A ký hiệu là $\text{inv}(A)$ hay A^{-1} . Tích của A và A^{-1} là ma trận đơn vị:

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I \quad (2.67)$$

Công thức tính ma trận nghịch đảo:

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A)}{\det(A)} \quad (2.68)$$

Ví dụ 2.13. Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Khi ta tính được phần phụ đại số A_{ij} ta có thể tính được định thức nhờ công thức Laplace, khai triển theo hàng:

$$\begin{aligned} \|A\| &= a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} \\ &= a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} \\ &= a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} \end{aligned}$$

Khi khai triển theo cột ta có:

$$\begin{aligned} \|A\| &= a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31} \\ &= a_{12}A_{12} + a_{22}A_{22} + a_{32}A_{32} \\ &= a_{13}A_{13} + a_{23}A_{23} + a_{33}A_{33} \end{aligned}$$

Theo số liệu ma trận A đã cho ta tính được:

$$\det(A) = \|A\| = 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 0 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + 0 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 6 \\ -1 & 2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 2 \\ -1 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

Vậy
$$\text{inv}(A) = A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(A)} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & -6 & 4 \end{bmatrix}$$

– Tích hai ma trận nghịch đảo: $C = A.B$ thì:

$$C^{-1} = .B^{-1}.A^{-1} \quad (2.69)$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$(A.B)^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(AB)} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}}{6}$$

Còn:
$$A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{2}; \quad B^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}{3}$$

$$B^{-1}.A^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}}{3} \cdot \frac{\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}{2} = \frac{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}}{3}$$

Rõ ràng: $(A.B)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$

– Chuyển vị của ma trận nghịch đảo và nghịch đảo của nghịch đảo:

$$\begin{aligned} [A^{-1}]' &= [A']^{-1} \\ [A^{-1}]^{-1} &= [A] \end{aligned} \quad (2.70)$$

11. Trị riêng và vector riêng

Ta xét phương trình vector: $y = A.x$ (2.71)

Với x và y là các vector cột, còn A là ma trận vuông. Ý nghĩa của phương trình này là có một vector x , qua phép biến đổi ma trận A nó sẽ thành vector y có cùng một hướng với vector x . Nếu tồn tại một vector x như vậy thì ta nói y tỷ lệ với x hay quan hệ của y và x là một phép tỷ lệ tuyến tính với hệ số λ . Lúc đó ta có thể viết:

$$y = A.x = \lambda.x \quad (2.72)$$

Với λ là một đại lượng vô hướng, là hệ số tỷ lệ.

Đây chính là bài toán về trị riêng hay là số đặc trưng của ma trận A với giá trị của λ , ví dụ λ_1 để cho phương trình (2.72) có nghiệm $x_1 \neq 0$ được gọi là vector riêng hay là vector đặc trưng.

Ta có: $y = A.x = \lambda.x$ hay là: $A.x = \lambda.x$

$$(A - \lambda.I)x = 0 \quad (2.73)$$

Phương trình này có nghiệm khi:

$$\det(A - \lambda.I) = 0 \quad (2.74)$$

Phương trình (2.74) được gọi là phương trình đặc trưng.

Ví dụ 2.14. Cho ma trận:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{hãy tìm trị riêng của } A.$$

Ta giải phương trình dạng (2.72):

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Theo dạng (2.73) ta có:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

hoặc:

$$\begin{bmatrix} 3-\lambda & 4 \\ 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Phương trình đặc trưng (2.74) sẽ là:

$$\det(A - \lambda I) = \det \begin{bmatrix} 3-\lambda & 4 \\ 1 & 3-\lambda \end{bmatrix} = 0$$

Rút ra:

$$(3-\lambda).(3-\lambda) - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda^2 - 6\lambda + 5 = 0$$

Vậy:

$$\lambda_1 = 1 \text{ và } \lambda_2 = 5$$

Tương ứng mỗi giá trị riêng λ_i của ma trận $A(n \times n)$ là một nghiệm vector x_i của phương trình trị riêng:

$$A.x_i = \lambda_i . x_i$$

Vector nghiệm này được gọi là vector riêng.

Ứng với ma trận A đã cho ta tìm được $\lambda_1 = 1$ và $\lambda_2 = 5$

Giả sử xét với trị riêng $\lambda_1 = 1$ ta sẽ tìm được vector riêng như sau:

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = [1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

hay là:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2x_1 + 4x_2 \\ x_1 + 2x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Từ đây ta rút ra $x_1 = -2x_2$. Do đó vector riêng x_1 là $x_1 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} x_2$, với x_2

là một số bất kỳ.

BÀI TẬP CHƯƠNG 2

1. Tìm tín hiệu $x(t)$ có ảnh Laplace

a) $X(s) = \frac{2s^2 + 13s + 17}{s^2 + 4s + 3}$; b) $X(s) = \frac{s^3 + 5s^2 + 9s + 7}{(s+1)(s+3)}$

c) $X(s) = \frac{7s^2 - 15s - 20}{s^3 + 5s^2 + 10s}$; d) $X(s) = \frac{1}{s(1+sT)^3}$

e) $X(s) = \frac{5s^3 + 11s^2 - s + 2}{s^4 + 5s^3 + 3s^2 - 3s - 1}$; f) $X(s) = \frac{5s^2 + 19s + 20}{s^4 + 7s^3 + 17s^2 + 17s + 6}$

2. Tìm nghiệm kép của các phương trình vi phân sau:

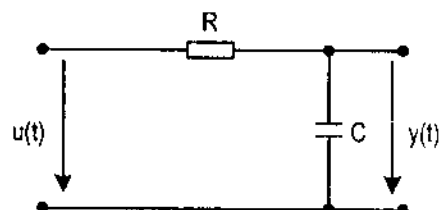
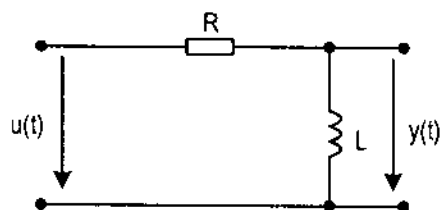
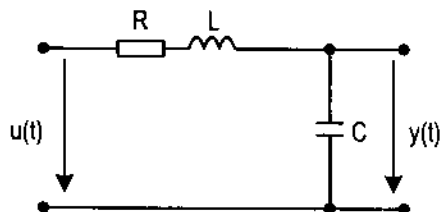
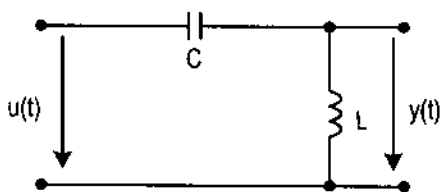
a) $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 20\cos 2t$; với $y(0) = 1, \frac{dy(0)}{dt} = 5$.

b) $\frac{d^2y}{dt^2} + 3\frac{dy}{dt} + 2y = 0$; với $y(0) = a, \frac{dy(0)}{dt} = b$.

c) $\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 3$; với $y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 0$.

d) $\frac{d^3y}{dt^3} + 5\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} = 0$; với $y(0) = 5, \frac{dy(0)}{dt} = -8, \frac{d^2y}{dt^2} = 28$.

3. Viết phương trình vi phân mô tả mạch điện và tìm nghiệm của phương trình vi phân.



Chương 3

MÔ TẢ TOÁN HỌC

HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Thiết kế bộ điều khiển cho một hệ thống điều khiển tự động là tìm cách tác động vào hệ thống để hệ thống làm việc theo mong muốn. Ta không thể can thiệp vào hệ thống hay cụ thể hơn là tác động để điều khiển một hệ thống nào mà trong khi ta không có những hiểu biết cần thiết về hệ thống đó. Do vậy, công việc đầu tiên khi thiết kế hệ thống là phải tìm cách mô tả hệ thống hay là xây dựng mô hình hệ thống.

Mô tả hệ thống là tìm cách biểu diễn lại những hiểu biết của mình về hệ thống một cách khoa học nhằm phục vụ cho mục đích mô phỏng, phân tích và tổng hợp bộ điều khiển cho hệ thống. Việc xây dựng mô hình cho hệ thống được gọi là mô hình hoá. Người ta thường phân chia các phương pháp mô hình hoá ra hai loại:

- Phương pháp lý thuyết.
- Phương pháp thực nghiệm.

** Phương pháp lý thuyết:*

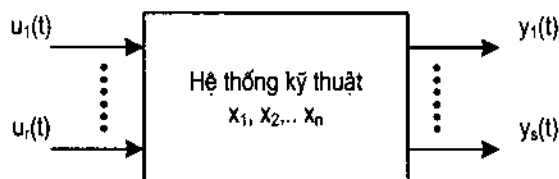
Là phương pháp xây dựng mô hình dựa trên các định luật có sẵn về quan hệ vật lý bên trong và quan hệ giao tiếp với môi trường bên ngoài của hệ thống. Có ba phương pháp cơ bản thường dùng để mô tả một hệ thống điều khiển:

- Phương trình vi phân mô tả hệ thống.
- Hàm truyền.
- Mô hình không gian trạng thái.

** Phương pháp thực nghiệm:*

Là phương pháp được sử dụng trong trường hợp những hiểu biết về hệ thống không đầy đủ để có thể xây dựng mô hình cho hệ thống đó một cách hoàn chỉnh. Nhưng ít nhất thì những hiểu biết đó phải cung cấp đủ thông

tin ban đầu về dạng mô hình, rồi từ đó khoanh vùng lớp các mô hình thích hợp cho hệ thống, tiếp theo người ta phải áp dụng các phương pháp thực nghiệm để hoàn tất công việc. Việc xây dựng mô hình hệ thống bằng cách tìm một mô hình trong lớp mô hình thích hợp, trên cơ sở quan sát các tín hiệu vào ra sao cho sai lệch giữa mô hình và hệ thống là bé nhất.



Hình 3.1. Mô tả hệ thống kỹ thuật tuyến tính

Xem một hệ thống kỹ thuật cần xây dựng mô hình như một khối kín với các tín hiệu đầu vào là $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ và tín hiệu ra là $y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)$ tức là hệ thống có r tín hiệu vào và s tín hiệu ra (hình 3.1). Mô hình mô tả hệ thống mà ta quan tâm là mô hình toán học biểu diễn sự phụ thuộc của s tín hiệu ra $y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)$ theo r tín hiệu vào $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ sao cho biết trước các tín hiệu đầu vào cũng như các sơ kiện ban đầu của hệ thống $x_1, x_2, \dots, x_n$ thì với mô hình đó ta có thể tính ra được các tín hiệu đầu ra $y(t)$.

Một điểm đáng lưu ý khi xây dựng mô hình cho một đối tượng điều khiển nào đó là chúng ta cần xác định rõ mục đích của việc phân tích hay điều khiển hệ thống mà đối tượng đó tham gia. Cần phải xác định rõ đầu ra và đầu vào đối tượng đó bởi không có một mô hình cụ thể cho một đối tượng cụ thể nào đó mà nó hoàn toàn phụ thuộc vào việc xác định các biến đầu ra, đầu vào hay cách chọn biến trạng thái của hệ thống.

3.1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN MÔ TẢ HỆ THỐNG

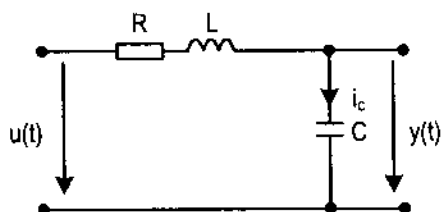
Mô tả mối quan hệ giữa tín hiệu vào $u(t)$ và tín hiệu ra $y(t)$ của hệ thống bằng phương trình vi phân, mô hình này được xây dựng theo phương pháp lý thuyết, có nghĩa là mô hình được thiết lập dựa trên các định luật có sẵn về quan hệ vật lý bên trong và quan hệ giao tiếp với môi trường bên ngoài của hệ thống và được mô tả bằng phương trình vi phân sau:

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m} \quad (3.1)$$

Trong đó các hệ số a_i và b_i có thể là hằng số, có thể là tham số phụ thuộc thời gian t hoặc những tham số khác. Ví dụ như điện trở của một đường dây dẫn điện sẽ là tham số phụ thuộc vào độ dài đoạn dây.

Mô hình (3.1) có tên gọi là phương trình vi phân, vì khi biết trước kích thích $u(t)$ thì với nó ta sẽ tìm được nghiệm $y(t)$ là đáp ứng của hệ thống. Dưới đây ta sẽ xét một ví dụ minh họa.

Ví dụ 3.1. Cho một mạch điện trên hình 3.2. Biết trước giá trị C của tụ điện, L của cuộn dây và R của điện trở là những phần tử trong mạch điện. Hãy xác định mô hình mạch điện dưới dạng phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa tín hiệu vào là điện áp $u(t)$ và tín hiệu ra $y(t)$ là điện áp trên tụ điện.



Hình 3.2. Mạch điện R - C - L minh họa cho ví dụ 3.1.

1) Theo Kirchoff ta có:

$$\begin{aligned} u_R(t) + u_L(t) + y(t) &= u(t) \\ i_{RL}(t) &= i_C(t) \\ u_C(t) &= y(t) \end{aligned} \quad (3.2)$$

2) Theo linh kiện:

$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di_L(t)}{dt} \\ i_C(t) &= C \frac{du_C}{dt} \\ u_R(t) &= R \cdot i_R(t) \end{aligned}$$

Từ những công thức trên, bước tiếp theo ta sẽ tìm cách loại các biến đã được định nghĩa thêm để cuối cùng phải đến được phương trình chỉ còn chứa biến là $u(t)$ và $y(t)$. Thay các giá trị của $u_L(t)$, $u_R(t)$, $i_C(t)$ vào phương trình đầu, ta có:

$$u(t) = i_{RL}(t) \cdot R + L \frac{di_{RL}}{dt} + y(t). \quad (3.3)$$

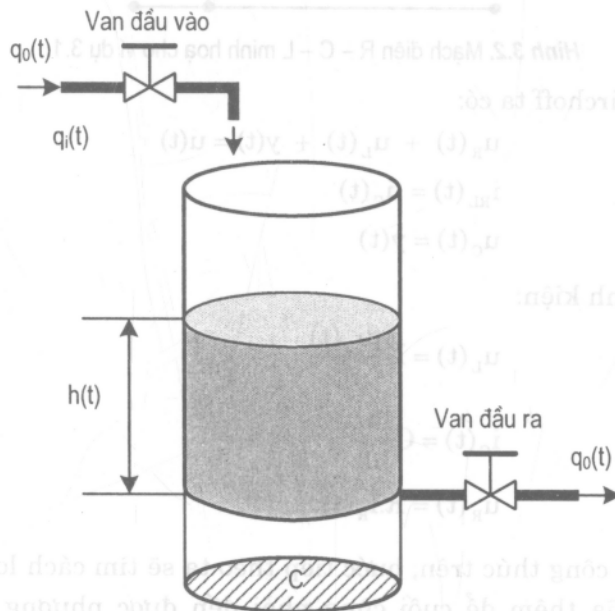
Đạo hàm 2 vế của (3.2)

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = \frac{du_c}{dt} = \frac{i_c(t)}{C} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{1}{C} \frac{di_c}{dt} \Leftrightarrow \frac{di_c}{dt} = C \frac{d^2y}{dt^2} \end{cases}$$

Thay vào (3.3) và kết hợp với $i_c(t)$ ta có phương trình vi phân có dạng như sau:

$$LC \frac{d^2y}{dt^2} + RC \frac{dy}{dt} + y(t) = u(t)$$

Ví dụ 3.2. Cho một bình đựng chất lỏng mô tả ở hình 3.3. Với $q_i(t)$, $q_o(t)$ là lưu lượng chảy qua van đầu vào và van đầu ra, $h(t)$ là mức chất lỏng trong bình. Biết trước thông số về bình như diện tích đáy C của bình, và hệ số chuyển đổi R của van đầu ra (được định nghĩa là tỷ lệ giữa mức chất lỏng trong bình và lưu lượng ra của van). Hãy xây dựng phương trình vi phân mô tả hệ thống với đầu vào là $q_i(t)$ và đầu ra cần điều khiển là $h(t)$.



Hình 3.3. Mô hình điều khiển mức chất lỏng

Theo định nghĩa hệ số chuyển đổi R của van đầu ra ta có:

$$R = \frac{h}{q_o} \Rightarrow q_o = \frac{h}{R}$$

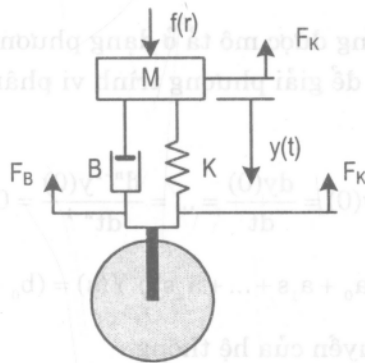
Phương trình liên quan giữa lưu lượng vào và lưu lượng ra với thể tích của chất lỏng trong bình trong một khoảng thời gian dt :

$$Cd\dot{h} = (q_i - q_o)dt$$

Thay $q_o(t)$ đã tính ở trên vào ta được phương trình vi phân cần tìm:

$$RC \frac{dh}{dt} + h = Rq_i$$

Ví dụ 3.3. Để nghiên cứu thiết bị giảm chấn ở ô tô, thiết bị máy móc, người ta cần phải mô hình hoá chúng. Sơ đồ nguyên lý bộ giảm chấn được cho trong hình 3.4.



Hình 3.4. Mô hình bộ giảm chấn minh hoạ cho ví dụ 3.3

Trong đó:

M : khối lượng tác động lên bánh xe.

B : hệ số ma sát, K độ cứng lò xo.

$f(t)$: lực do xóc: tín hiệu vào.

$y(t)$: dịch chuyển của thân xe: tín hiệu ra.

Xây dựng phương trình vi phân mô tả quan hệ giữa tín hiệu đầu vào là lực $f(t)$ ép lên bộ giảm chấn và tín hiệu ra $y(t)$ là độ lún của nó.

Trên cơ sở sơ đồ nguyên lý ta có các lực cản độ lún $y(t)$ của bộ giảm chấn.

* $F_m = M \frac{d^2 y}{dt^2}$ (tiên đề về lực của Newton).

* $F_K = Ky(t)$ (lực cản của lò xo).

* $F_B = B \frac{dy}{dt}$ (lực cản của bộ giảm tốc).

* $F_M + F_K + F_B = f(t)$ (định luật hai của Newton).

Vậy ta có phương trình vi phân mô tả bộ giảm chấn là:

$$f(t) = M \frac{d^2 y}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky(t)$$

3.2. MÔ TẢ HỆ THỐNG DƯỚI DẠNG HÀM TRUYỀN ĐẠT

Một hệ thống có tín hiệu vào là $u(t)$ tín hiệu ra là $y(t)$. Hàm truyền đạt $W(s)$ được định nghĩa như tỷ số ảnh Laplace $Y(s)$ của đáp ứng đầu ra $y(t)$ và ảnh Laplace $U(s)$ của tín hiệu kích thích $u(t)$ khi hệ được kích ở trạng thái 0.

Tức là các điều kiện đầu $y(0), \frac{dy(0)}{dt}, \dots, \frac{d^{n-1}y(0)}{dt^{n-1}}$ đồng nhất bằng 0.

Khi mô hình hệ thống được mô tả ở dạng phương trình vi phân (3.1), ta áp dụng toán tử Laplace để giải phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng với các điều kiện đầu:

$$y(0) = \frac{dy(0)}{dt} = \dots = \frac{d^{n-1}y(0)}{dt^{n-1}} = 0$$

Ta được: $(a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n).Y(s) = (b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m)U(s)$

Do đó, ta có hàm truyền của hệ thống

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} \quad (3.4)$$

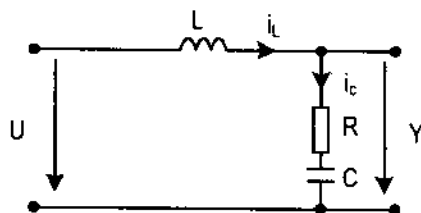
Vậy ta có định nghĩa: *"Hàm truyền đạt của hệ thống là tỷ số của tín hiệu ra với tín hiệu vào của hệ thống đó biểu diễn theo biến đổi Laplace với điều kiện đầu bị triệt tiêu"*.

So với (3.1) thì việc sử dụng hàm truyền đạt làm mô hình có ưu điểm hơn hẳn là quan hệ giữa tín hiệu vào nay được mô tả bằng một phương trình đại số tuyến tính. Điều đó giúp cho công việc xác định đáp ứng $y(t)$ của hệ thống ứng với một kích thích $u(t)$ cho trước được đơn giản hơn nhiều. Với hàm truyền đạt (3.4), việc khảo sát đặc tính động học của hệ thống cũng đơn giản và nhanh chóng như sẽ trình bày ở chương 4.

Tuy rằng hàm truyền đạt được dẫn từ phương trình vi phân mô tả quan hệ vào ra của hệ thống, song điều đó không nhất thiết là hàm truyền đạt phải có mô hình dạng phương trình vi phân, mà ví dụ 3.4 mô tả rõ điều đó.

Một số ví dụ xác định hàm truyền đạt.

Ví dụ 3.4. Cho mạch điện cho dưới đây.



Hình 3.5. Mạch R – L – C minh hoạ cho ví dụ 3.4

Gọi $U_C(s)$ là ảnh của u_C , $U_L(s)$ là ảnh của u_L , $U_R(s)$ là ảnh của u_R , và lần lượt $I_C(s)$, $I_L(s)$, $I_R(s)$ là ảnh của i_C , i_L , i_R . Ta có:

Theo Kirchoff:

$$U_L(s) + Y(s) = U(s) \quad (3.5a)$$

$$I_L(s) = I_{RC}(s) \quad (3.5b)$$

$$U_{RC}(s) = Y(s) \quad (3.5c)$$

Theo linh kiện:

$$\begin{aligned} U_L(s) &= LsI_L(s) \\ U_C(s) &= \frac{1}{Cs}I_C(s) \\ U_R(s) &= R.I_R(s) \end{aligned} \quad (3.5d)$$

Theo (3.5c) ta có

$$U_{RC}(s) = Y(s) = \left(R + \frac{1}{Cs}\right).I_{RC}(s) = \frac{RC.s + 1}{Cs}.I_{RC}(s) \Rightarrow I_{RC}(s) = \frac{Cs.Y(s)}{RC.s + 1}$$

Theo (3.5a) ta có: $L.s.I_L(s) + Y(s) = U(s)$

Theo (3.5b) ta có: $I_L(s) = I_{RC}(s)$ thay vào ta được:

$$L.s.\frac{Cs.Y(s)}{RC.s + 1} + Y(s) = U(s)$$

Giải ra ta được hàm truyền của mạch điện trên (hình 3.5) là:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{RC.s + 1}{LC.s^2 + RC.s + 1}$$

Ví dụ 3.5. Xét lại hệ mô hình điều khiển mức chất lỏng trong bình tại ví dụ 3.2. Ta có phương trình vi phân quan hệ giữa mức chất lỏng với lưu lượng vào $q_i(t)$:

$$RC \frac{dh}{dt} + h = Rq_i(t)$$

Laplace hóa hai vế của phương trình trên ta được:

$$(RCs + 1).H(s) = RQ_i(s)$$

Nếu $q_i(t)$ là đầu vào hệ thống và đầu ra là $h(t)$ thì hàm truyền của hệ thống là:

$$W(s) = \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RCs + 1}$$

Tuy nhiên nếu ta chọn đầu ra cần điều khiển là $q_o(t)$ và đầu vào hệ thống là $q_i(t)$ thì hàm truyền của hệ thống khi đó là:

$$G(s) = \frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1}$$

Ví dụ 3.6. Xét lại hệ giảm chấn như trong ví dụ 3.3, ta hãy xác định hàm truyền cho hệ.

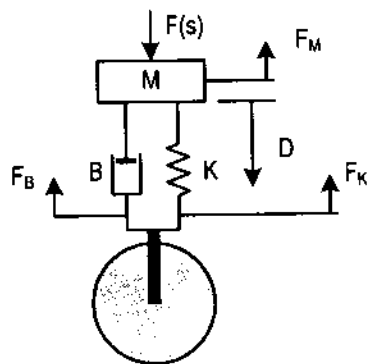
Hình 3.4 được biểu diễn lại như trong hình 3.6, với K , M và B lần lượt là hằng số của lò xo, khối lượng tác động lên bánh xe và hệ số ma sát. $Y(s)$, $F(s)$ dịch chuyển của thân xe và lực do xóc tác động, ta cần xác định hàm truyền $W(s) = \frac{Y(s)}{F(s)}$.

Áp dụng định luật hai của Newton tổng hợp lực ta có phương trình viết cho hệ:

$$Ms^2 Y(s) + BsY(s) + KY(s) = F(s)$$

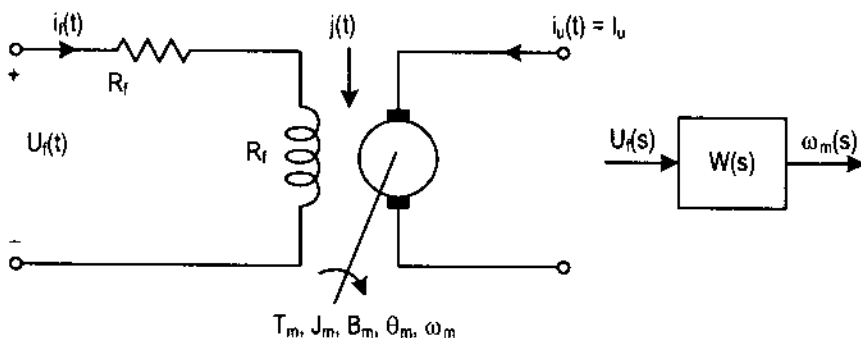
Do đó:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}$$



Hình 3.6. Mô hình hệ giảm xóc minh họa cho ví dụ 3.6

Ví dụ 3.7. Hàm truyền của động cơ DC điều khiển bằng điện áp phản cảm:



Hình 3.7. Mạch điện phản cảm của động cơ một chiều

Trong đó:

- ω : tốc độ động cơ.
- θ : vị trí roto của động cơ.
- B : hệ số ma sát.
- J : moment quán tính.
- R_f : điện trở phần cảm.
- L_f : điện cảm phần cảm.
- T_m : moment tải.
- $U_f(t)$: điện áp đặt vào cuộn cảm.
- $\phi(t)$: từ thông giữa hai cuộn dây.
- $i_f(t)$: dòng điện phần cảm.
- $i_u(t) = I_u$: dòng điện phản ứng.

Với phương pháp điều khiển bằng điện áp phản cảm ta giữ dòng phản ứng I_u là không đổi, khi đó từ thông sinh ra giữa roto và stato là:

$$\phi(t) = K_f i_f(t) \quad (3.6a)$$

Trong đó: K_f là hằng số.

Moment sinh ra ở trục roto phụ thuộc vào dòng phản ứng theo công thức:

$$T_m(t) = K_m I_u \phi(t) \quad (3.6b)$$

Trong đó: K_m là hằng số.

Áp dụng định luật Kirchoff cho mạch điện phần cảm:

$$i_f(t).R_f + L_f \frac{di_f(t)}{dt} = U_f(t) \quad (3.6c)$$

Chuyển động của roto được tính theo công thức:

$$T_m(t) = B\omega_m(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (3.6d)$$

Từ 3.6a, 3.6b ta có:

$$T_m(t) = K_m K_f I_u i_f(t) \quad (3.6e)$$

Kết hợp với 3.6c:

$$B\omega_m(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} = K_m K_f I_u i_f(t) \quad (3.6g)$$

Laplace hóa 3.6c và 3.6g:

$$\begin{aligned} R_f i_f(s) + L_f s i_f(s) &= U_f(s) \\ B\omega_m(s) + Js\omega_m(s) &= K_m K_f I_u i_f(s) \\ \Rightarrow (R_f + L_f s) i_f(s) &= U_f(s) \\ \Rightarrow \frac{(B + Js)\omega_m(s)}{K_m K_f I_u} &= i_f(s) \end{aligned}$$

Thay vào trên ta có:

$$\frac{(B + Js)(R_f + L_f s)\omega_m(s)}{K_m K_f I_u} = U_f(s)$$

$\Rightarrow$ Ta có hàm truyền của hệ:

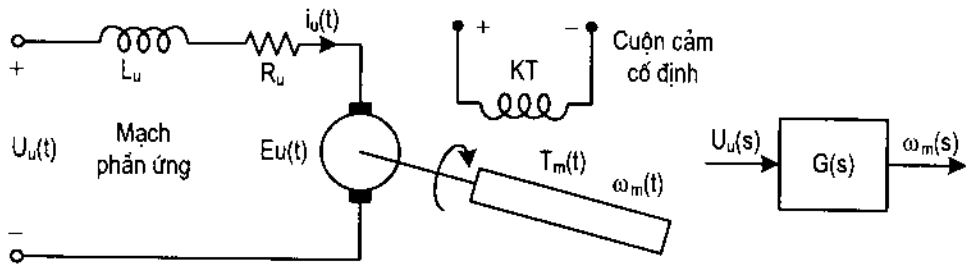
$$W(s) = \frac{\omega_m(s)}{U_f(s)} = \frac{K_m K_f I_u}{(B + Js)(R_f + L_f s)}$$

Đặt: $T_m = \frac{J}{B}$ – Hằng số thời gian điện cơ;

$T_f = \frac{L_f}{R_f}$ – Hằng số thời gian điện từ.

$$W(s) = \frac{\omega_m(s)}{U_f(s)} = \frac{B^{-1} R_f^{-1} K_m K_f I_u}{(T_m s + 1)(T_f s + 1)}$$

Ví dụ 3.8. Hàm truyền của động cơ điện một chiều kích từ độc lập điều khiển bằng điện áp phản ứng.



Hình 3.8. Sơ đồ mạch điện phản ứng động cơ điện một chiều kích từ độc lập

Trong đó:

- L_u : điện cảm phản ứng.
- R_u : điện trở phản ứng.
- U_u : điện áp phản ứng.
- E_u : sức phản điện động.

Trong động cơ một chiều kích từ độc lập, dòng kích từ và từ thông sinh ra là không đổi.

Áp dụng định luật Kirchhoff cho mạch điện phản ứng:

$$U_u(t) = i_u(t).R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt} + E_u(t) \quad (3.7a)$$

Biến đổi Laplace cả hai vế của phương trình ta có:

$$U_u(s) = i_u(s).R_u + L_u s i_u(s) + E_u(s) \quad (3.7b)$$

Trong đó: $E_u(s) = K_b \omega_m(s)$

K_b : hằng số phản điện động

$$T_m(s) = K_t I_u(s)$$

Trong đó: K_t : hằng số

$$\Rightarrow I_u(s) = \frac{1}{K_t} T_m(s)$$

Thay $I_u(s)$, $E_u(s)$ vào 3.7b ta có:

$$\frac{(R_u + L_u s)T_m(s)}{K_t} + K_b \omega_m(s) = U_u(s) \quad (3.7c)$$

Áp dụng định luật Newton cho chuyển động quay của trục động cơ:

$$T_m(t) = B\omega_m(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} \quad (3.7d)$$

Biến đổi Laplace 3.7d:

$$T_m(s) = (Js + B)\omega_m(s)$$

Thay vào 3.7c:

$$\frac{(R_u + L_u s)(Js + B)\omega_m(s)}{K_t} + K_b \omega_m(s) = U_u(s)$$

$$\left[\frac{(R_u + L_u s)(Js + B)}{K_t} + K_b \right] \omega_m(s) = U_u(s)$$

⇒ Hàm truyền của động cơ DC:

$$G(s) = \frac{\omega_m(s)}{U_u(s)} = \frac{K_t}{((R_u + L_u s)(Js + B) + K_t K_b)}$$

Ghi chú: Trong thực tế khi mô hình hóa động cơ DC thường ta thấy $L_u \ll R_u$ do đó bỏ qua L_u :

⇒ Hàm truyền của động cơ DC kích từ độc lập là một khâu quán tính bậc nhất:

$$G(s) = \frac{\omega_m(s)}{U_u(s)} = \frac{K_t (R_u J)}{\left[s + \frac{1}{J} \left(B + \frac{K_t K_b}{R_u} \right) \right]}$$

Ví dụ 3.9. Trong 2 ví dụ 3.7 và 3.8 ta chọn đầu ra cần điều khiển là tốc độ động cơ, bây giờ ta sẽ tìm hàm truyền của động cơ khi đầu ra ta chọn là vị trí động cơ thay vì tốc độ.

Nếu trong trường hợp là điều khiển vị trí của động cơ thì thay vì đại lượng ra là tốc độ ta cần lấy đại lượng đầu ra cần điều khiển là vị trí của

roto động cơ. Vị trí thu được bằng cách lấy tích phân vận tốc, bởi vậy chúng ta chỉ cần chia hàm truyền đã có được trong ví dụ 3.7 và 3.8 cho s :

$$\theta(s) = \frac{1}{s} \omega(s).$$

Từ đó, ta có hàm truyền của động cơ điện một chiều khi điều khiển vị trí:

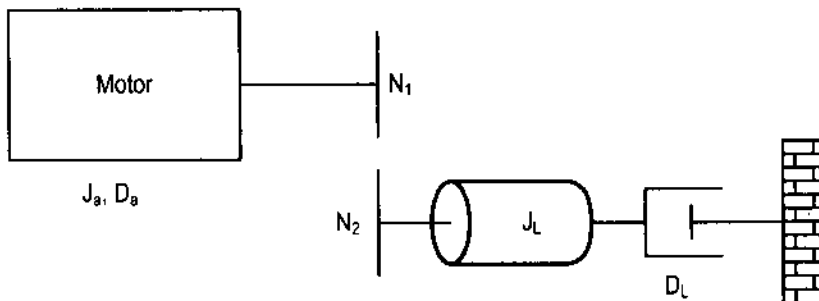
– Với trường hợp điều khiển bằng điện áp phản cảm:

$$W(s) = \frac{\theta_m(s)}{U_f(s)} = \frac{B^{-1}R_f^{-1}K_m K_f I_u}{s(T_m s + 1)(T_f s + 1)}$$

– Với trường hợp điều khiển bằng điện áp phản ứng:

$$G(s) = \frac{\theta_m(s)}{U_u(s)} = \frac{K_t}{s((R_u + L_u s)(J_s + B) + K_t K_b)}$$

Nếu động cơ nối thêm với hệ bánh răng truyền chuyển động:



Hình 3.9. Sơ đồ động cơ điện một chiều kích từ độc lập nối thêm tải qua hệ bánh răng truyền

Khi đó hàm truyền của hệ là:

$$G(s) = \frac{\theta_m(s)}{U_u(s)} = \frac{K_t}{s((R_u + L_u s)(J_m s + B_m) + K_t K_b)}$$

Với:

$$J_m = J_a + J_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$$B_m = B_a + B_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

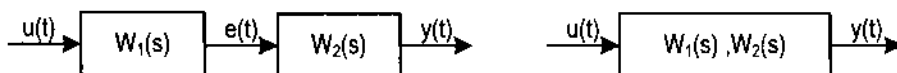
3.3. ĐẠI SỐ SƠ ĐỒ KHỐI

3.3.1. Xác định hàm truyền tương đương của một hệ

Khi hệ thống lớn, có rất nhiều khâu, nhiều công đoạn. Việc xây dựng mô hình cho một hệ thống như vậy là khó khăn và tốn nhiều thời gian và sai số của mô hình với hệ thống thực lớn. Để đơn giản cho công việc mô hình hoá, người ta chia nhỏ hệ thống thành các hệ thống con là những khâu và công đoạn đó. Tiếp theo, người ta xây dựng mô hình cho từng hệ thống con, từ đó tổng hợp thành một hàm truyền cho toàn bộ hệ thống.

Trong phần này sẽ giới thiệu các phương pháp đại số sơ đồ khối phục vụ việc xác định hàm truyền đạt cho hệ lớn từ những hàm truyền đạt của các hệ thành phần trong nó.

– Hàm truyền của khâu mắc nối tiếp:



Hình 3.10. Hệ gồm hai khối hàm truyền mắc nối tiếp

Hệ thống gồm hai khối con $W_1(s)$, $W_2(s)$ mắc nối tiếp. Tín hiệu đầu vào $u(t)$ của cả hệ cũng là tín hiệu vào của khối thứ nhất $W_1(s)$. Tín hiệu ra $e(t)$ của $W_1(s)$ là tín hiệu vào của khối thứ hai $W_2(s)$. Tín hiệu ra $y(t)$ của $W_2(s)$ là tín hiệu ra của hệ thống.

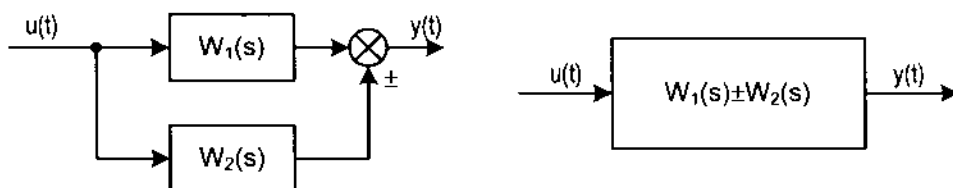
Ta có:
$$\begin{cases} Y(s) = W_2(s) \cdot E(s) \\ E(s) = W_1(s) \cdot U(s) \end{cases} \Rightarrow Y(s) = W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot U(s)$$

Hàm truyền đạt của hệ thống:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = W_1(s) \cdot W_2(s)$$

Vậy hàm truyền đạt của hệ thống gồm hai khối mắc nối tiếp là tích của hai hàm truyền đạt của hai khối đó.

– Hàm truyền của khâu mắc song song:

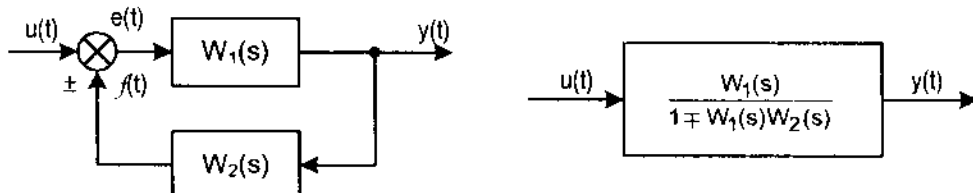


Hình 3.11. Hệ thống có hai khối nối song song

Hai hàm truyền $W_1(s)$ và $W_2(s)$ được mắc song song, có cùng một tín hiệu đầu vào là $u(t)$. Tín hiệu ra của từng khối là $y_1(t)$, $y_2(t)$. Tín hiệu ra của hệ là $y(t)$. Ta có $y(t) = y_1(t) \pm y_2(t)$, khi đó hàm truyền đạt của hệ thống $W(s)$ tính như sau:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Y_1(s) \pm Y_2(s)}{U(s)} = \frac{Y_1(s)}{U(s)} \pm \frac{Y_2(s)}{U(s)} = W(s) = W_1(s) \pm W_2(s)$$

– Mắc hồi tiếp:



Hình 3.12. Hệ thống có hai khối ghép hồi tiếp

Đáp ứng $y(t)$ của hệ thống khi kích thích đầu vào là $u(t)$

Khối $W_1(s)$ có tín hiệu vào $e(t)$, tín hiệu ra $y(t)$.

Khối $W_2(s)$ tín hiệu vào $y(t)$, tín hiệu ra $f(t)$.

Ta có: $e(t) = u(t) \pm f(t)$

$$Y(s) = W_1(s).E(s)$$

$$E(s) = U(s) \pm W_2(s).Y(s)$$

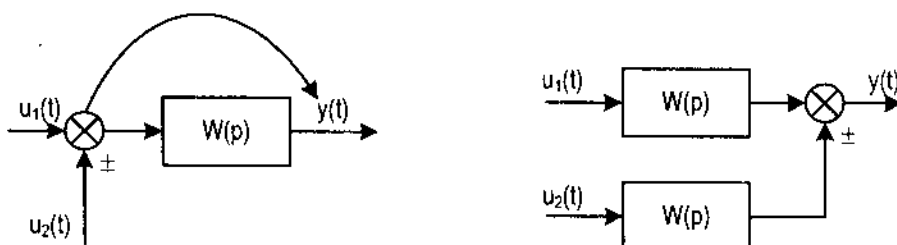
$$Y(s) = W_1(s).U(s) \pm W_1(s).W_2(s).Y(s)$$

Hàm truyền của hệ thống

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s).W_2(s)}$$

-- Chuyển tín hiệu vào ra

1. Chuyển một nút nối tín hiệu từ trước ra sau một khối



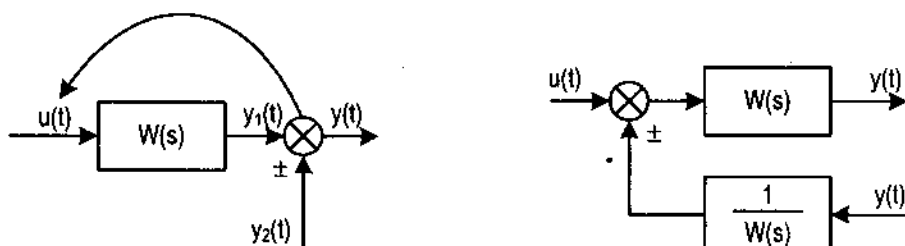
Hình 3.13. Chuyển một nút nối tín hiệu từ trước ra sau một khối

Hình 3.13 mô tả một khối $W(s)$ có tín hiệu đầu vào là tổng hiệu của hai tín hiệu thành phần $u_1(t), u_2(t)$, đã được chuyển ra sau khối $W(s)$.

Ta có
$$Y(s) = W(s)[U_1(s) \pm U_2(s)]$$

$$Y(s) = W(s).U_1(s) \pm W(s).U_2(s)$$

2. Chuyển một nút nối tín hiệu từ sau ra trước một khối

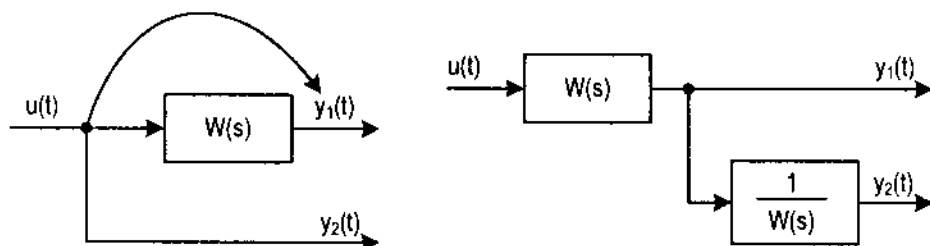


Hình 3.14. Chuyển một nút nối tín hiệu từ sau ra trước một khối

Cho hệ có hàm truyền đạt $W(s)$ có tín hiệu ra $y(t)$ là tổng hiệu của tín hiệu ra $y_1(t)$ của $W(s)$ và một tín hiệu $y_2(t)$ khác ta có:

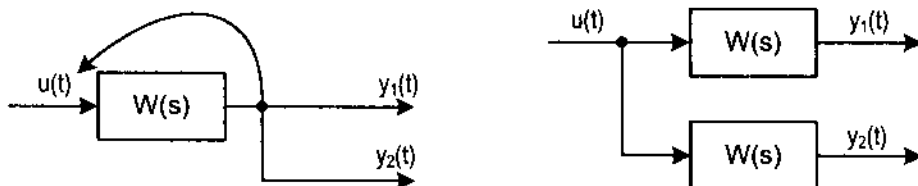
$$Y(s) = Y_1(s) \pm Y_2(s) = W(s) \left[U(s) \pm \frac{1}{W(s)} Y_2(s) \right]$$

3. Chuyển một nút rẽ nhánh tín hiệu từ trước ra sau một khối



Hình 3.15. Chuyển một nút rẽ nhánh tín hiệu từ trước ra sau một khối

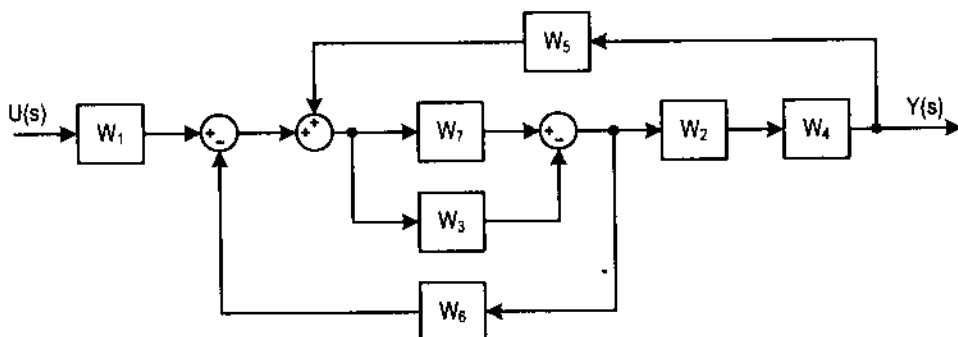
4. Chuyển một nút rẽ nhánh tín hiệu từ sau ra trước một khối



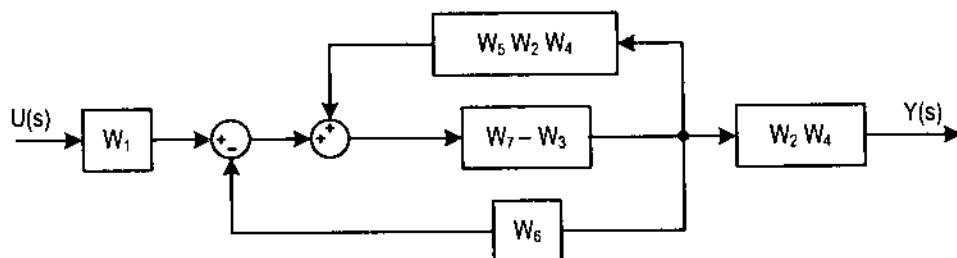
Hình 3.16. Chuyển một nút rẽ nhánh tín hiệu từ sau ra trước một khối

Một số ví dụ minh hoạ:

Ví dụ 3.10. Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau:



+ Chuyển nút rẽ nhánh tín hiệu từ sau khối W_4 ra trước khối W_2 ta có sơ đồ tương đương.



Tiếp sau đó áp dụng nguyên lý ghép 2 khối mắc song song, mắc nối tiếp, mắc nối tiếp ta thu được những kết quả sau:

$$W_{T1} = W_7 - W_3$$

$$W_{T2} = \frac{W_{T1}}{1 - W_{T1} \cdot W_2 \cdot W_4 \cdot W_5}$$

$$W_{T3} = \frac{W_{T2}}{1 + W_{T2} \cdot W_6}$$

Cuối cùng ta có hàm truyền đạt của hệ thống có dạng sau:

$$W(p) = W_1 \cdot W_{T3} \cdot W_2 \cdot W_4 = \frac{W_1 (W_7 - W_3) \cdot W_2 \cdot W_4}{1 - (W_7 - W_3) \cdot W_2 \cdot W_4 \cdot W_5}$$

3.3.2. Công thức Mason

Việc biểu diễn một hệ thống lớn thông qua các hệ con nhờ sơ đồ khối cho ta cái nhìn trực quan về cấu trúc bên trong của một hệ thống, song để

sử dụng nó nhằm xác định hàm truyền đạt lại có nhược điểm như ở ví dụ 3.10 chỉ rõ là phải biến đổi sơ đồ khối ban đầu về những dạng quen thuộc. Điều này gây không ít khó khăn cho người sử dụng và đòi hỏi người sử dụng phải có ít nhiều kinh nghiệm trong việc biến đổi sơ đồ khối. Nhằm khắc phục nhược điểm này, người ta đã thay thế sơ đồ khối bằng sơ đồ tín hiệu với mục đích trợ giúp cho công việc xác định hàm truyền đạt cũng như phân tích hệ thống được thuận lợi hơn.

Một sơ đồ tín hiệu được cấu tạo bởi:

+ Các điểm nút (node). Nếu so sánh với sơ đồ khối thì các điểm nút chính là những đường tín hiệu, điểm rẽ nhánh và điểm nối tín hiệu.

+ Đường nối các điểm nút (branch). Trong sơ đồ khối thì những đường nối này có vai trò giống như các khối. Mỗi đường nối có giá trị đúng bằng hàm truyền đạt của khối tương ứng. Đường nối không có khối được thể hiện trong sơ đồ có giá trị bằng 1. Các đường nối phải có hướng chỉ chiều tín hiệu. Theo quy ước, chiều các đường nối luôn được chỉ từ trái sang phải trong sơ đồ trừ đường phản hồi (hồi tiếp).

Với cấu trúc như vậy, một sơ đồ tín hiệu bao gồm:

1. Tín hiệu đầu vào $u(t)$ hay còn gọi là nút nguồn (source): là điểm nút chỉ đường nối từ đó đi và không có đường nối dẫn đến nó nếu không phải là đường phản hồi.

2. Tín hiệu đầu ra $y(t)$ hay nút đích (sink): là điểm nút chỉ có đường nối dẫn đến nó, không có đường nối từ nó đi nếu không phải là đường phản hồi.

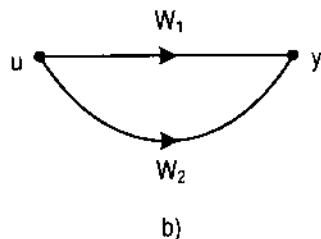
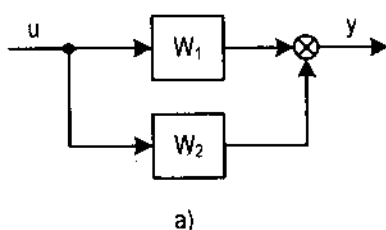
3. Truyền thẳng (forward): là những đường nối liền nhau đi từ điểm nút nguồn đến điểm nút đích. Và chỉ đi qua các điểm nút một lần (không chứa đường hồi tiếp).

4. Các vòng lặp (loops): là tập những điểm nút có các đường nối với nhau tạo thành một vòng kín.

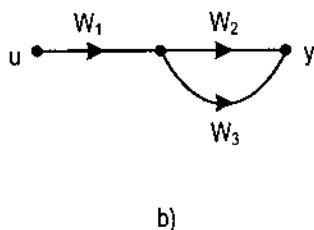
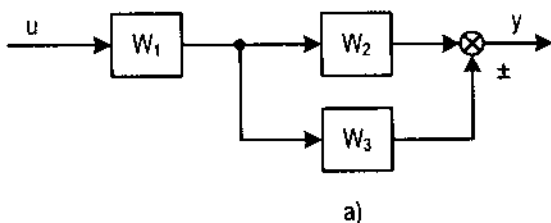
5. Những vòng lặp không dính nhau (nontouching loops): là những vòng lặp không có chung một điểm nút nào.

6. Tất cả các điểm nút của sơ đồ tín hiệu đều là điểm cộng tín hiệu. Những điểm nối tín hiệu là hiệu của hai tín hiệu trong sơ đồ khối phải được thể hiện thành các nút cộng tín hiệu với giá trị đường nối tương ứng.

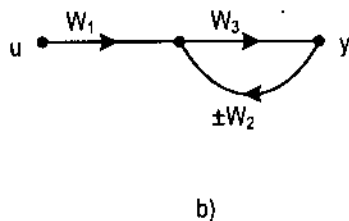
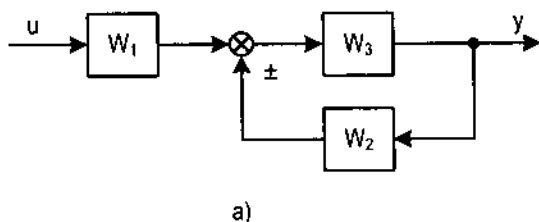
Ví dụ 3.11. Sơ đồ tín hiệu tương ứng cho hai khâu mắc song song với nhau.



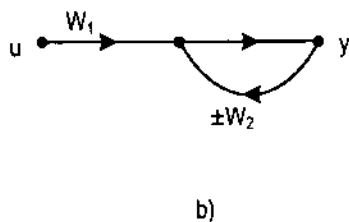
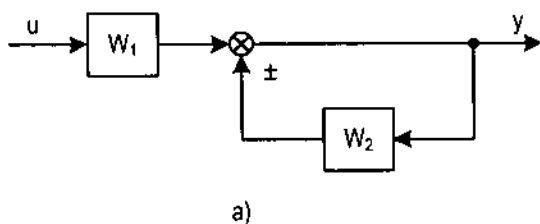
Ví dụ 3.12. Sơ đồ tín hiệu tương ứng cho khâu W_1 mắc nối tiếp với khâu W_3 mắc song song với khâu W_2 .



Ví dụ 3.13. Sơ đồ tín hiệu tương ứng cho khâu W_1 mắc nối tiếp với khâu W_3 mắc hồi tiếp với khâu W_2 .



Ví dụ 3.14. Sơ đồ tín hiệu tương ứng cho khâu W_1 mắc nối tiếp với khâu W_2 mắc hồi tiếp.



Để đơn giản cho việc xác định hàm truyền cho một hệ thống biểu diễn dưới dạng sơ đồ tín hiệu ta sẽ đi vào nội dung công thức Mason.

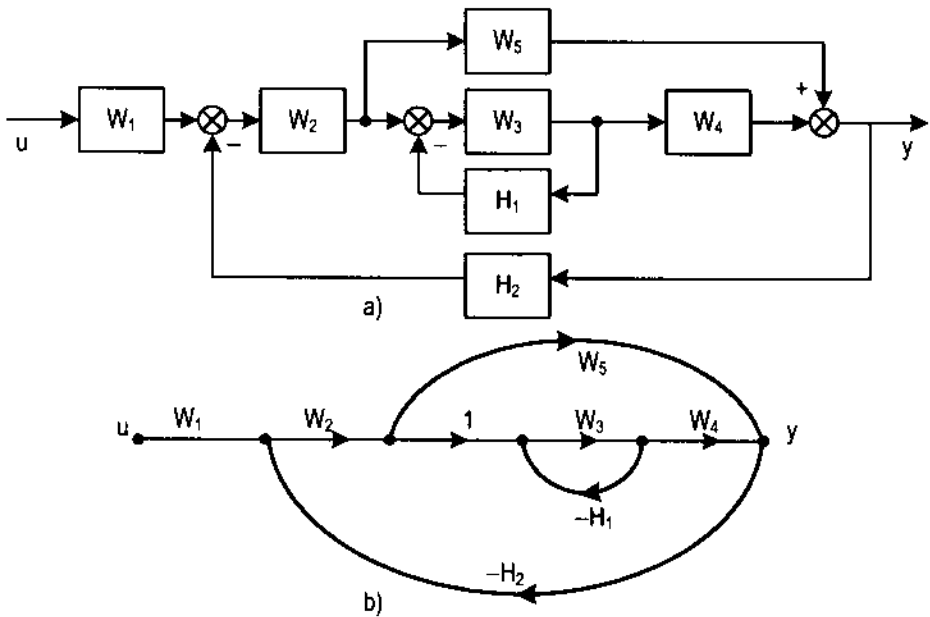
– Mason đề ra một công thức tổng quát để xác định toán tử hay hàm truyền đạt của graph tín hiệu.

$$W(p) = \frac{1}{\Delta} \sum_k (P_k \Delta_k) \quad (3.8)$$

Trong đó:

- P_k tất cả các tuyến thẳng có trong hệ thống.
- $\Delta = 1 - \sum_k L_k + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{l,m,n} L_l L_m L_n + \dots$
- $\sum L_k$ là tổng số các vòng lặp có trong hệ thống.
- L_i, L_j là những bộ hai vòng lặp không dính nhau; L_m, L_n, L_l là những bộ ba vòng lặp không dính nhau.
- Δ_k là định thức con của graph suy ra từ Δ bằng cách bỏ đi tất cả các vòng kín L_i có dính tới P_k .

Ví dụ 3.15. Cho hệ thống có sơ đồ sau:



Hình 3.17. Sử dụng công thức Mason xác định hàm truyền đạt ở ví dụ 3.14

– Sử dụng công thức Mason để xác định hàm truyền đạt của hệ thống:

Bước 1: Xác định các tuyến thẳng P_k :

$$P_1 = W_1 W_2 W_3 W_4 1$$

$$P_2 = W_1 W_2 W_5$$

Bước 2: Xác định các vòng lặp L_k

$$L_1 = -W_2 W_3 W_4 H_2 1$$

$$L_2 = -W_2 W_5 H_2$$

$$L_3 = -W_3 H_1$$

Bước 3: Tính:

$$\Delta = 1 - \sum_k L_k + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{l,m,n} L_l L_m L_n + \dots$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_2 L_3 \\ &= 1 + W_2 W_3 W_4 H_2 + W_2 W_5 H_2 + W_3 H_1 + W_2 W_5 H_2 W_3 H_1 \end{aligned}$$

Bước 4: Xác định Δ_k :

$$\Delta_1 = 1 \text{ (do tất cả các vòng lặp đều dính tới } P_1 \text{)}$$

$$\Delta_2 = 1 - L_3 = 1 + W_3 H_1 \text{ (vòng lặp } L_3 \text{ không dính vào } P_2 \text{)}$$

Bước 5: Tính $W(s) = \frac{1}{\Delta} (P_1 \Delta_1)$

Vậy ta có hàm truyền đạt của hệ thống xác định theo công thức Mason là:

$$W(p) = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{W_1 W_2 W_3 W_4 + W_1 W_2 W_5 (1 + W_3 H_1)}{1 + W_2 W_3 W_4 H_2 + W_2 W_5 H_2 + W_3 H_1 + W_2 W_5 H_2 W_3 H_1}$$

3.4. MÔ HÌNH TRẠNG THÁI

Khi mô tả hệ thống bằng hàm truyền đạt người ta chỉ quan tâm đến mối quan hệ giữa các tín hiệu vào và ra. Ví dụ, đối với điều khiển động cơ thì có thể hiểu đơn giản tín hiệu vào là điện áp điều khiển, tín hiệu ra là tốc độ của động cơ. Tuy nhiên, bên cạnh các tín hiệu vào và ra đó, người ta còn quan tâm đến những thông số khác như: điện áp, dòng điện đầu ra, moment, từ thông... Tất cả các thông số này được gọi là *trạng thái* của hệ. Một số trạng thái có thể đo được một cách trực tiếp và được gọi là tín hiệu ra. Một số khác không đo được nhưng có thể được xác định (hay quan sát) thông qua mô hình của đối tượng và các tín hiệu đo được khác.

Như vậy, đối với các hệ thống điều khiển hiện đại, người ta cần một hệ phương trình phản ánh không những mối quan hệ giữa các tín hiệu vào và

ra mà còn cả các quan hệ ràng buộc giữa các trạng thái bên trong của đối tượng nữa. Phương trình như vậy được gọi là *phương trình trạng thái*.

Cách biểu diễn trong không gian trạng thái rất thích hợp cho việc thiết kế trên máy tính nên cách biểu diễn này được các nhà thiết kế điều khiển sử dụng ngày càng nhiều. Các phương pháp thiết kế trên không gian trạng thái có ưu điểm đặc biệt khi hệ thống là hệ nhiều đầu vào – nhiều đầu ra MIMO.

3.4.1. Khái niệm về phương trình trạng thái

Xét một hệ thống nhiều đầu ra – nhiều đầu vào MIMO, với tín hiệu vào $u_1(t), u_2(t), \dots, u_r(t)$ và tín hiệu ra là $y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)$. Các biến trạng thái của hệ thống sẽ được ký hiệu thống nhất là $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ hay dưới dạng vector.

$$\underline{u}(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_r(t) \end{pmatrix}; \quad \underline{y}(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_s(t) \end{pmatrix}; \quad \underline{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \quad (3.9a)$$

Trong đó r là số lượng đầu vào, s là số lượng đầu ra, n là số biến trạng thái.

Khi đó, phương trình trạng thái là tập hợp của n phương trình vi phân bậc nhất theo $\underline{u}(t)$ và $\underline{x}(t)$

$$\dot{\underline{x}}(t) = f[\underline{x}(t), \underline{u}(t)] \quad (3.9b)$$

Trong đó f là một cột gồm n hàng, phương trình trên được rút ra từ hệ phương trình động học của hệ. Vector đầu ra $\underline{y}(t)$ quan hệ với vector đầu vào $\underline{u}(t)$ và vector trạng thái $\underline{x}(t)$ theo phương trình sau:

$$\underline{y}(t) = g[\underline{x}(t), \underline{u}(t)] \quad (3.10)$$

g là một cột với s hàng.

Đối với hệ thống tuyến tính liên tục, từ hai phương trình trên ta có thể viết như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B\underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) = C\underline{x}(t) + D\underline{u}(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

Hệ phương trình trên gọi là hệ phương trình trạng thái của hệ thống. Trong đó ma trận A là ma trận $n \times n$ và được gọi là ma trận hệ thống:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Ma trận B là ma trận $n \times r$ và được gọi là ma trận đầu vào:

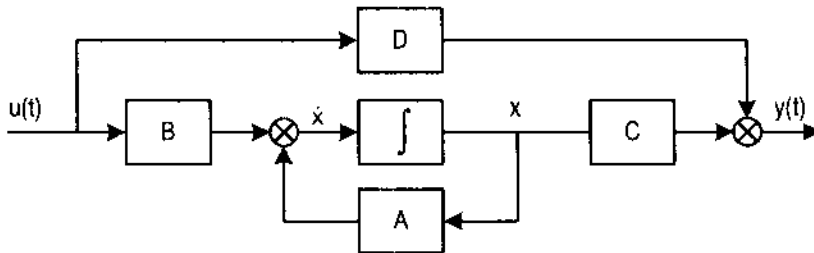
$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1r} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nr} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Ma trận C là ma trận $s \times n$ và được gọi là ma trận đầu ra:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{s1} & c_{s2} & \cdots & c_{sn} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

Ma trận D là ma trận $s \times r$ và được gọi là ma trận truyền thẳng:

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1r} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ d_{s1} & d_{s2} & \cdots & d_{sr} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$



Hình 3.18. Sơ đồ cấu trúc trạng thái của hệ thống

Một số ví dụ mô hình hóa hệ thống trong không gian trạng thái:

Ví dụ 3.16. Xét lại mạch điện R – L – C trong ví dụ 3.1, ta có phương trình vi phân viết cho hệ:

$$u(t) = i(t).R + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

Chọn $x_1(t)$ và $x_2(t)$ là các biến trạng thái, theo như trên sơ đồ mạch trong đó:

– $x_1(t) = i_L(t)$: dòng điện qua cuộn cảm

– $x_2(t) = \int_0^t i dt$: độ trữ điện của tụ

$$\Rightarrow \dot{x}_2(t) = i(t) = i_L(t) = x_1(t)$$

$$\dot{x}_1(t) = -\frac{R}{L}x_1(t) - \frac{1}{LC}x_2(t) + \frac{1}{L}u(t)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{LC} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

Với đầu ra là điện áp trên tụ điện, theo mạch ta sẽ có:

$$y(t) = u_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{1}{C} x_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Vậy hệ phương trình trạng thái mô tả của hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$

Trong đó:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{LC} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \end{bmatrix}; D = 0$$

Cần lưu ý rằng: trong phương pháp mô tả không gian trạng thái ta có thể chọn các biến trạng thái khác nhau tùy theo yêu cầu của việc khảo sát hay phương pháp điều khiển hệ thống. Chính vì vậy, với cùng một hệ, các ma trận A và C có thể khác nhau. Ví dụ, cũng là mạch R – L – C như trên nhưng ta chọn các biến trạng thái là $x_1(t)$ và $x_2(t)$ như sau:

– $x_1(t) = i_L(t)$: dòng điện qua cuộn cảm

– $x_2(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt = u_c(t)$: điện áp trên tụ

$$\text{Khi đó } \dot{x}_2(t) = \frac{1}{C} i(t) = \frac{1}{C} i_L(t) = \frac{1}{C} x_1(t)$$

$$\text{Và: } \dot{x}_1(t) = -\frac{R}{L}x_1(t) - \frac{1}{L}x_2(t) + \frac{1}{L}u(t)$$

Đầu ra là điện áp trên tụ điện khi đó là:

$$y(t) = u_C(t) = x_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

Vậy hệ phương trình trạng thái của hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$

Khi đó:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad D = 0$$

Ví dụ 3.17. Xem thiết bị giảm chấn ở ô tô trong ví dụ 3.3, ta có phương trình vi phân:

$$M \frac{dy^2}{dt^2} + B \frac{dy}{dt} + Ky = f(t)$$

Chọn $x_1(t)$ và $x_2(t)$ là các biến trạng thái như sau:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \\ x_2(t) &= \frac{dy(t)}{dt} \end{aligned}$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{dx_2}{dt} = \frac{1}{M}(-Ky - B \frac{dy}{dt}) + \frac{1}{M}f \end{aligned}$$

hoặc:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{K}{M}x_1 - \frac{B}{M}x_2 + \frac{1}{M}f \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \cdot f \end{aligned}$$

Với tín hiệu ra là: $y = x_1$

$$\Rightarrow y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Vậy hệ phương trình trạng thái của hệ thống là:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$

Với:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}; D = 0$$

Ví dụ 3.18. Xét mô hình động cơ điện một chiều điều khiển bằng điện áp phản ứng ở ví dụ 3.8.

Chọn các biến trạng thái: $x_1 = \theta, x_2 = \omega$ và $x_3 = i_r$, thì từ phương trình vi phân 3.7c, 3.7g với chú ý $\dot{x}_1 = x_2 = \omega$ ta có hệ phương trình mô tả đối tượng trong không gian trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$

$$\text{Với: } \underline{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_r \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -T_m^{-1} & J_r^{-1}K_mK_rI_u \\ 0 & 0 & -T_r^{-1} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_r^{-1} \end{bmatrix}; c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.4.2. Quan hệ giữa mô hình trạng thái và phương trình vi phân

– Xét hệ thống tuyến tính có một tín hiệu vào $u(t)$ và một tín hiệu ra là $y(t)$. Giả sử hệ thống được mô tả bởi phương trình vi phân giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra như sau:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = K.u(t) \quad (3.16)$$

Giải phương trình vi phân (3.16) ta sẽ tìm được hàm $y(t)$, nghĩa là biết được sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động đầu vào.

Cũng có thể chuyển phương trình vi phân bậc n (3.16) thành dạng hệ n phương trình vi phân bậc nhất bằng cách thay đổi biến số.

Đặt: $y(t) = x_1(t), \quad x_2(t) = \frac{dy(t)}{dt}, \dots, \quad x_n(t) = \frac{dy_{n-1}(t)}{dt}$; thì

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \frac{dx_2}{dt} = x_3, \dots, \frac{dx_{n-1}}{dt} = x_n$$

Phương trình vi phân (3.16) sẽ được thay bằng hệ phương trình bậc nhất dạng:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \frac{dx_1}{dt} = 0x_1 + x_2 + 0x_3 + \dots + 0x_n \\ \dot{x}_2 = \frac{dx_2}{dt} = 0x_1 + 0x_2 + 1x_3 + \dots + 0x_n \\ \dot{x}_n = \frac{dx_n}{dt} = K_0 u(t) - A_0 x_1 - A_1 x_2 - \dots - A_{n-1} x_n \end{cases}$$

Với: $A_1 = \frac{a_0}{a_n}, A_2 = \frac{a_1}{a_n}, \dots, A_n = \frac{a_{n-1}}{a_n}; K_0 = \frac{K}{a_n}$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & -A_2 & \dots & \dots & \dots & -A_n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

Tín hiệu ra của hệ thống được xác định theo công thức:

$$y(t) = x_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$$

Hệ phương trình trạng thái khi đó là:

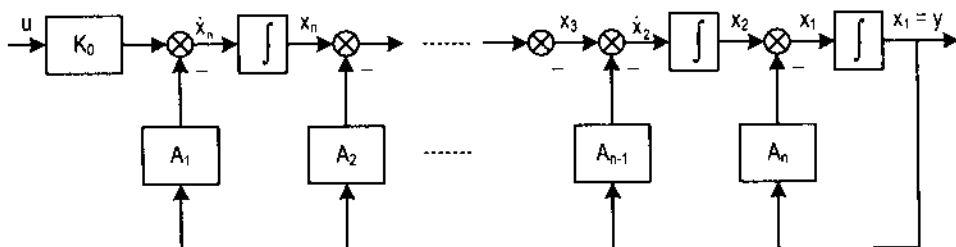
$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B u(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) \end{cases} \quad (3.17a)$$

$$\text{Với: } A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & -A_2 & \dots & \dots & \dots & -A_n \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (3.17b)$$

– Các biến trạng thái của hệ thống không nhất thiết phải chọn như đã nêu trên mà có thể chọn theo cách khác. Ví dụ, có thể chuyển phương trình vi phân (3.16) sang dạng :

$$\frac{d^n y}{dt^n} + A_n \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + A_2 \frac{dy}{dt} + A_1 y = K_0 u(t) \quad (3.18)$$

Từ phương trình vi phân (3.18) có thể xây dựng hệ thống dưới dạng sơ đồ cấu trúc bằng cách sử dụng phần tử tín hiệu vào trước khâu tích phân là đạo hàm tín hiệu của nó. Mô hình này được mô tả trên hình 3.19.



Hình 3.19. Mô hình hệ thống

Từ mô hình hệ thống trên hình 3.18 có thể xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống như sau:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 - A_n x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 - A_{n-1} x_1 \\ \dots \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} = x_n - A_2 x_1 \\ \frac{dx_n}{dt} = K_0 u(t) - A_1 x_1 \end{cases}$$

Hệ phương trình trạng thái khi đó là:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A \underline{x}(t) + B u(t) \\ y(t) = C \underline{x}(t) \end{cases} \quad (3.19a)$$

$$\text{Với: } A = \begin{bmatrix} -A_n & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A_{n-1} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ K_0 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (3.19b)$$

– Khi hệ thống điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình vi phân dạng tổng quát như sau:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m u}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du}{dt} + b_0 u \quad (3.20)$$

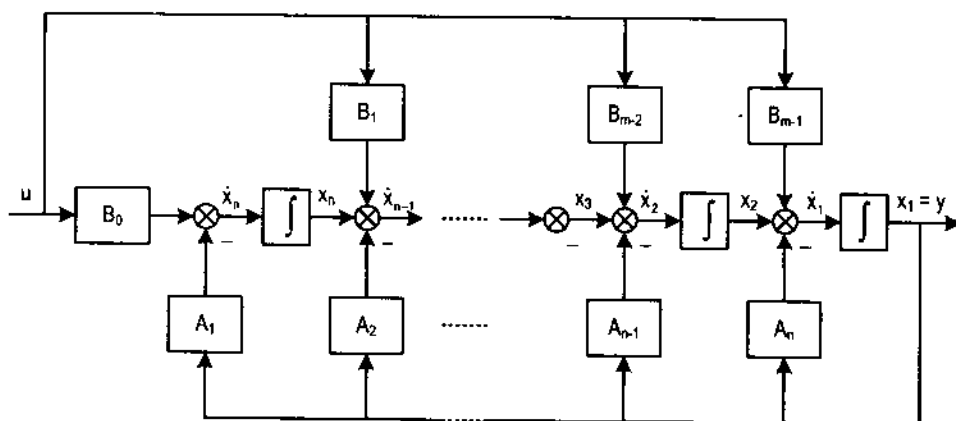
Từ phương trình trên ta có thể chuyển sang dạng sau:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + A_n \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + A_2 \frac{dy}{dt} + A_1 y = B_m \frac{d^m u}{dt^m} + B_{m-1} \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + B_1 \frac{du}{dt} + B_0 u$$

$$\text{Với } A_1 = \frac{a_0}{a_n}, A_2 = \frac{a_1}{a_n}, \dots, A_n = \frac{a_{n-1}}{a_n}, B_0 = \frac{b_0}{a_n}, B_1 = \frac{b_1}{a_n}, \dots, B_m = \frac{b_m}{a_n}$$

Từ đây có thể xây dựng mô hình của hệ thống được mô tả trên hình 3.20 (cho trường hợp $m = n - 1$) có dạng phương trình vi phân như sau:

$$\frac{d^n y}{dt^n} + A_n \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + A_1 y = B_m \frac{d^{m-1} u}{dt^{m-1}} + \dots + B_0 u$$



Hình 3.20. Mô hình hệ thống dạng tổng quát

Từ mô hình này dễ dàng xây dựng hệ phương trình trạng thái của hệ thống:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 - A_n x_1 + B_{m-1} u \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3 - A_{n-1} x_1 + B_{m-2} u \\ \dots \dots \dots \\ \frac{dx_{n-1}}{dt} = x_n - A_2 x_1 + B_1 u \\ \frac{dx_n}{dt} = B_0 u(t) - A_1 x_1 \end{cases}$$

Hệ phương trình trạng thái khi đó là:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + B u(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) \end{cases} \quad (3.21a)$$

Với:

$$A = \begin{bmatrix} -A_n & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -A_{n-1} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -A_1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} B_m \\ B_{m-1} \\ \dots \\ B_0 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (3.21b)$$

Trường hợp phương trình vi phân (3.20) có bậc $m = n$ thì để xây dựng mô hình tương tự như trong hình 3.20 thì ta phải chia tử số cho mẫu số sẽ nhận được hệ số tự do B_m . Như vậy, sơ đồ cấu trúc của hệ thống có thành phần tín hiệu được truyền trực tiếp từ đầu vào đến đầu ra. Từ kết quả tích phân này sẽ được dạng tổng quát của phương trình trạng thái mô tả đặc tính của hệ thống điều khiển tự động như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B u(t) \\ y(t) = C\underline{x} + D u(t) \end{cases}$$

Trong đó, D là ma trận biểu diễn sự truyền trực tiếp tín hiệu từ đầu vào đến đầu ra.

3.4.3. Quan hệ giữa mô hình trạng thái và hàm truyền đạt

– Xét hệ thống tuyến tính có tín hiệu vào $u(t)$ và tín hiệu ra là $y(t)$ được mô tả dưới dạng hàm truyền đạt sau:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{a_0 + a_1 s + \dots + s^n} + b_n \quad (3.22)$$

Với $U(s)$ là ảnh Laplace của tín hiệu vào $u(t)$ và $Y(s)$ là ảnh Laplace của tín hiệu ra $y(t)$. Ký hiệu: $A(s) = a_0 + a_1 s + a_2 s^2 \dots + s^n$ là đa thức mẫu số thì hàm truyền đạt được viết lại thành:

$$Y(s) = b_{n-1} \frac{s^{n-1}}{A(s)} U(s) + \dots + b_1 \frac{s}{A(s)} U(s) + b_0 \frac{1}{A(s)} U(s) + b_n \cdot U(s)$$

Đặt các biến trạng thái:

$$X_1(s) = \frac{1}{A(s)} \cdot U(s), \quad X_2(s) = \frac{s}{A(s)} \cdot U(s), \quad \dots, \quad X_n(s) = \frac{s^{n-1}}{A(s)} \cdot U(s)$$

Sẽ có:

$$\begin{aligned} s.X_1(s) &= X_2(s) &\Rightarrow \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ s.X_2(s) &= X_3(s) &\Rightarrow \frac{dx_2}{dt} &= x_3 \\ &\dots \\ s.X_{n-1}(s) &= X_n(s) &\Rightarrow \frac{dx_{n-1}}{dt} &= x_n \end{aligned}$$

Và:

$$\begin{aligned} \frac{dx_x}{dt} + a_{n-1}.x_x + \dots + a_1.x_2 + a_0.x_1 &= u \\ \Rightarrow \frac{dx_x}{dt} &= -a_n.x_1 - a_1.x_2 + \dots - a_1.x_2 + u \end{aligned}$$

Viết chung lại dưới dạng ma trận ta được phương trình trạng thái của hệ:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.23a)$$

Với:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \\ C &= [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_n]; D = b_n \end{aligned} \quad (3.23b)$$

– Xét hệ thống tuyến tính có tín hiệu vào $u(t)$ và tín hiệu ra là $y(t)$ được mô tả dưới dạng hàm truyền đạt sau.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ns^n}{a_0 + a_1s + \dots + s^n} \quad (3.24)$$

Cũng tương tự như trên ta sẽ thu được phương trình trạng thái của hệ dạng chuẩn điều khiển như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases} \quad (3.25a)$$

Với:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix};$$

$$C = [b_0 - a_0 b_n \quad b_1 - a_1 b_n \quad \dots \quad b_{n-1} - a_{n-1} b_n]; D = b_n \quad (3.25b)$$

– Hệ thống tuyến tính có tín hiệu đầu vào $u(t)$ và tín hiệu đầu ra là $y(t)$ được mô tả dưới dạng hàm truyền đạt sau:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{a_0 + a_1 s + \dots + a_{n-1} s^{n-1} + s^n} \quad (3.26)$$

Cũng được mô tả bởi phương trình trạng thái dạng chuẩn điều khiển như sau:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A \underline{x}(t) + B u(t) \\ y(t) = C \underline{x}(t) \end{cases} \quad (3.27a)$$

Với:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-2} & -a_{n-1} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$C = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n-1}]; D = 0 \quad (3.27b)$$

– Xét hệ thống có hệ phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B u(t) \\ y(t) = C \underline{x} + D u(t) \end{cases}$$

Chuyển hai vế của phương trình thứ nhất sang miền phức nhờ toán tử Laplace và với các giá trị ban đầu $x_i(0)$, $i = 1, 2, \dots, n$ đều bằng 0 ta sẽ có:

$$\begin{aligned} s \underline{X}(s) &= A \underline{X}(s) + B U(s) \Leftrightarrow (sI - A) \underline{X}(s) = B U(s) \\ \Leftrightarrow \underline{X}(s) &= (sI - A)^{-1} B U(s) \end{aligned}$$

Tương tự ta có ảnh Laplace của phương trình thứ hai là:

$$Y(s) = C^T \underline{X}(s) + D U(s)$$

Thay $\underline{X}(s)$ vào phương trình trên ta có:

$$Y(s) = [\underline{C}^T (sI - A)^{-1} B + D] U(s)$$

Ta có hàm truyền đạt là:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \underline{C}^T (sI - A)^{-1} \underline{B} + D \quad (3.28)$$

(3.28) chính là công thức quan hệ giữa hệ phương trình trạng thái với hàm truyền của hệ thống

Ví dụ 3.19. Xem thiết bị giảm chấn ở ô tô trong ví dụ 3.17, ta có hệ phương trình trạng thái mô tả hệ thống:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A\underline{x}(t) + Bu(t) \\ y(t) = C\underline{x}(t) + Du(t) \end{cases}$$

với:
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad D = 0$$

Áp dụng công thức 3.28 ta chuyển hệ phương trình trạng thái của hệ sang hàm truyền đạt:

$$\begin{aligned} W(s) &= C(sI - A)^{-1} B + D \\ &= [1 \quad 0] \left\{ \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K}{M} & -\frac{B}{M} \end{bmatrix} \right\}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} + 0 \\ &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} s & -1 \\ -\frac{K}{M} & s + \frac{B}{M} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

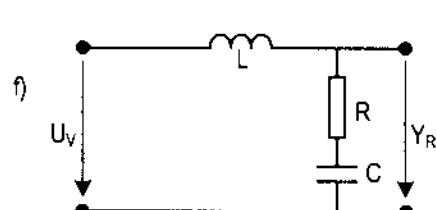
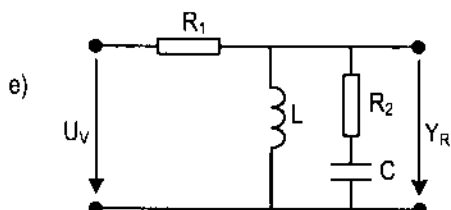
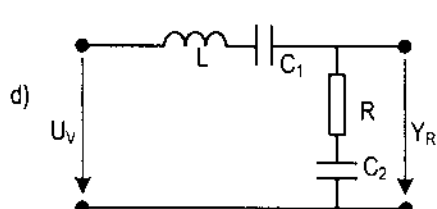
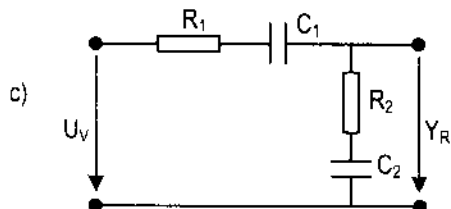
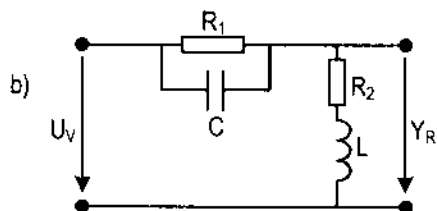
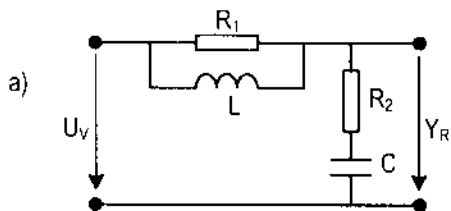
Khi:
$$\begin{bmatrix} s & -1 \\ -\frac{K}{M} & s + \frac{B}{M} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}} \begin{bmatrix} s + \frac{B}{M} & -1 \\ -\frac{K}{M} & s \end{bmatrix}$$

Ta có:
$$W(s) = [1 \quad 0] \frac{1}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}} \begin{bmatrix} s + \frac{B}{M} & -1 \\ -\frac{K}{M} & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M} \end{bmatrix}$$

$$W(s) = \frac{1}{Ms^2 + Bs + K}$$

BÀI TẬP CHƯƠNG 3

1. Cho sơ đồ mạch điện:



a) Viết phương trình vi phân mô tả mạch điện.

b) Viết hàm truyền mô tả mạch điện.

c) Viết phương trình trạng thái mô tả mạch điện.

2. Cho hệ thống có phương trình vi phân sau:

a)
$$\frac{d^4 y}{dt^4} + 3 \frac{d^3 y}{dt^3} + 2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 11 \frac{dy}{dt} + 3y = 2 \frac{d^3 u}{dt^3} + 5 \frac{d^2 u}{dt^2} + 7 \frac{du}{dt} + 3u$$

b)
$$\frac{d^4 y}{dt^4} + \frac{d^3 y}{dt^3} + 7 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 3 \frac{d^2 u}{dt^2} + 2 \frac{du}{dt} + 4u$$

c)
$$3 \frac{d^4 y}{dt^4} + 5 \frac{d^3 y}{dt^3} + 4 \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 6y = 3u$$

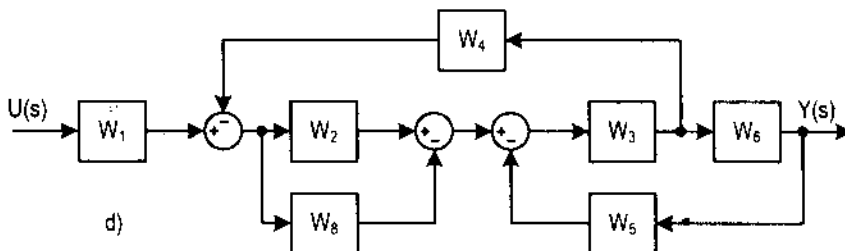
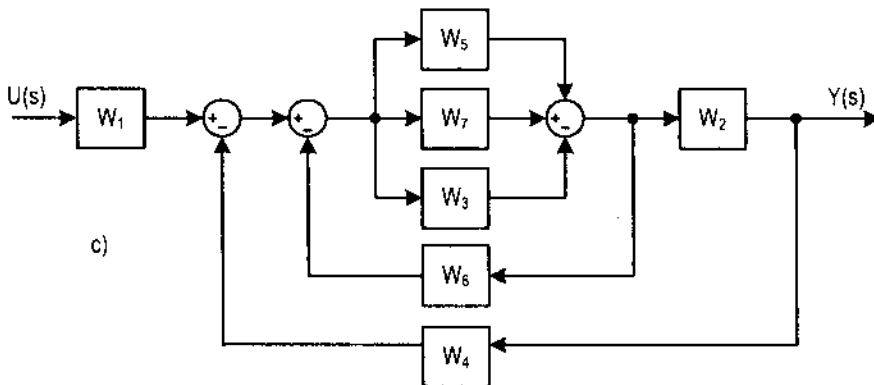
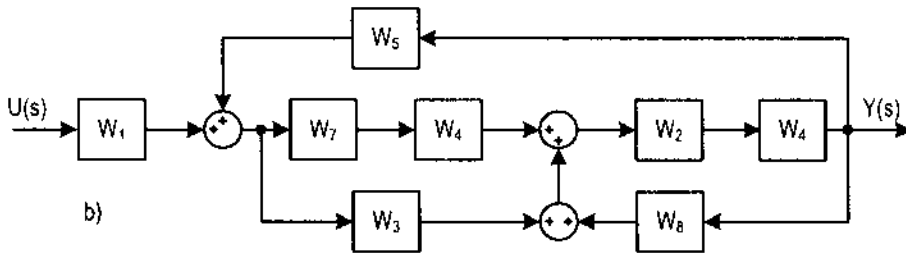
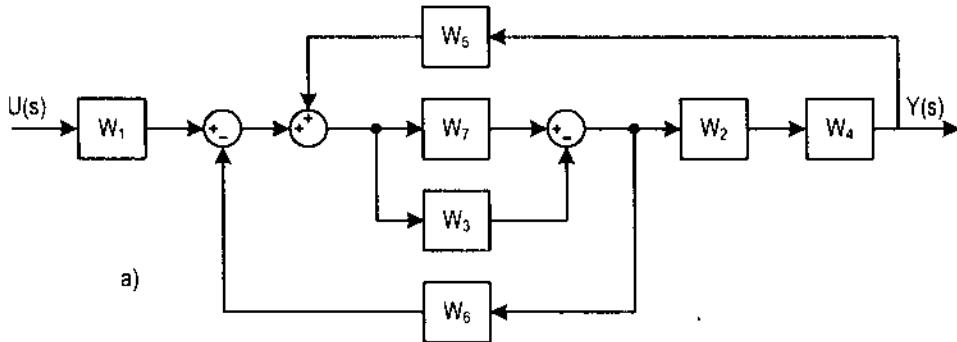
d)
$$6 \frac{d^4 y}{dt^4} + 9 \frac{d^3 y}{dt^3} + \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} + 3y = 12u$$

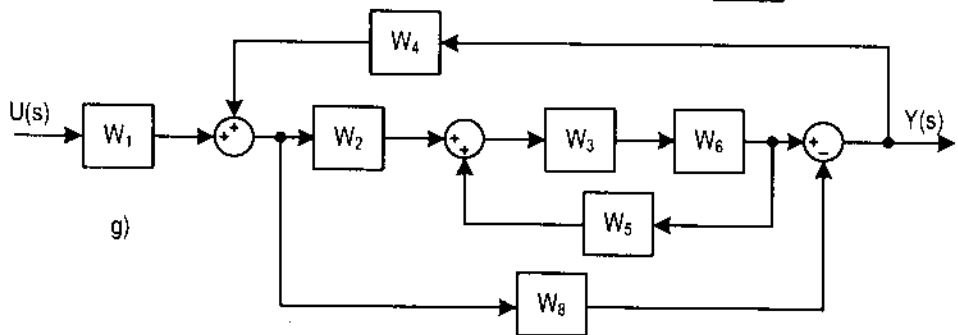
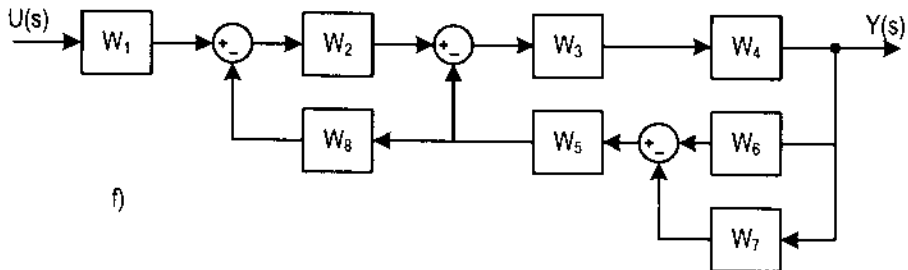
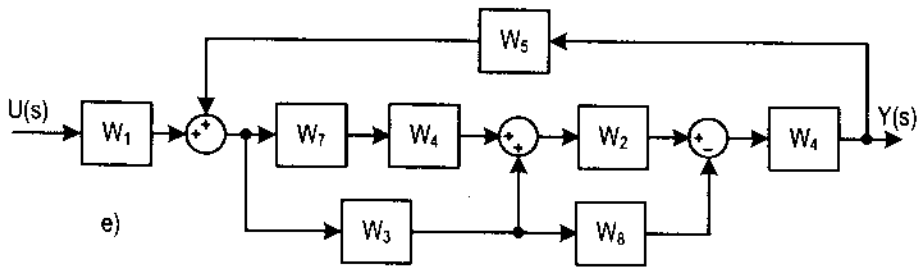
e)
$$4 \frac{d^4 y}{dt^4} + 3 \frac{d^3 y}{dt^3} + \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 3y = 2 \frac{du}{dt} + u$$

* Viết phương trình trạng thái mô tả hệ thống

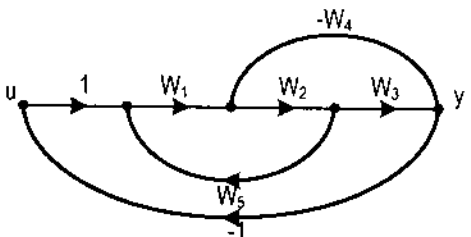
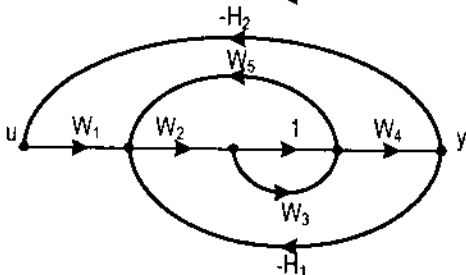
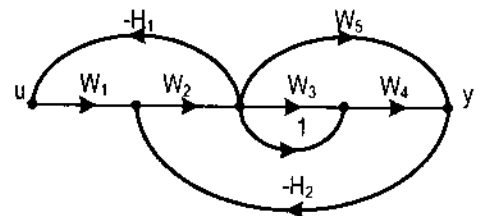
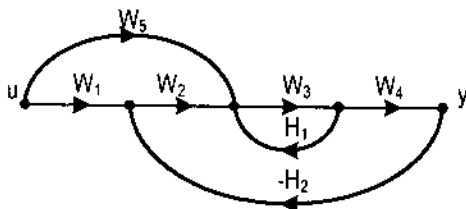
* Vẽ sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống.

3. Đơn giản và viết hàm truyền của hệ thống sau:





4. Sử dụng công thức Mason viết hàm truyền cho các hệ thống sau:



Chương 4

Khảo sát động học hệ tuyến tính liên tục

Đặc tính động học của một đối tượng điều khiển (ĐTĐK) hay một hệ thống điều khiển mô tả quá trình vận động của ĐTĐK hay hệ thống đó khi có tác động của đầu vào. Quá trình vận động này được biểu hiện thông qua sự thay đổi của tín hiệu ra theo thời gian. Như vậy, đặc tính động học của một ĐTĐK hay một hệ thống là sự thay đổi tín hiệu ra theo thời gian khi có tác động đầu vào. Người ta thường dùng đáp ứng của hệ trên miền thời gian và gọi là đặc tính thời gian (đặc tính quá độ, đặc tính trọng lượng) và đáp ứng của hệ thống trên miền tần số thường gọi là đặc tính tần số (đặc tính tần biên pha).

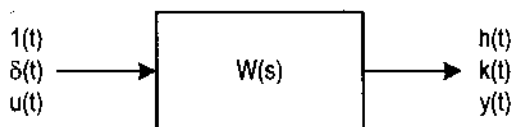
Trong chương 3, ta đã xác định được hàm truyền đạt của một đối tượng bất kỳ, và có thể thấy rõ tính ưu việt của nó so với mô tả đối tượng bằng phương trình vi phân bởi quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra được mô tả bằng một phương trình đại số tuyến tính. Điều đó giúp cho việc xác định đáp ứng đầu ra $y(t)$ của hệ thống ứng với một kích thích đầu vào $u(t)$ cho trước được đơn giản hơn nhiều. Với hàm truyền đạt việc khảo sát đặc tính động học của hệ thống cũng đơn giản và nhanh chóng như ta sẽ thấy trong chương này.

Việc xác định đặc tính động học của một đối tượng điều khiển hay một hệ thống điều khiển cho phép đánh giá chất lượng, ổn định hay tổng hợp bộ điều khiển cho một hệ thống. Và trong một số trường hợp, bằng thực nghiệm, ta thu được đặc tính động học của một đối tượng điều khiển khi chưa có mô hình toán học của đối tượng đó, bằng kinh nghiệm và cơ sở toán học về đặc tính động học của một số khâu cơ bản sẽ được trình bày trong phần này ta có thể xây dựng lại được mô hình toán học của đối tượng đó (phương pháp nhận dạng bằng thực nghiệm).

4.1. CÁC ĐẶC TÍNH THỜI GIAN

Các đặc tính thời gian của phần tử là sự thay đổi tín hiệu ra của phần tử theo thời gian khi tác động ở đầu vào là những tín hiệu chuẩn. Các đặc tính đó bao gồm: hàm quá độ $h(t)$, hàm quá độ xung (hàm trọng lượng) $k(t)$.

Các hàm thời gian này đều mô tả sự biến thiên của tín hiệu ra khi phần tử chuyển từ trạng thái cân bằng này sang trạng thái cân bằng khác do sự tác động của một trong các tín hiệu vào chuẩn. Để đơn giản khảo sát ta nhận trạng thái cân bằng ban đầu của phần tử là không ($y(0) = 0$).



Hình 4.1. Đáp ứng trên miền thời gian của một hệ thống

4.1.1. Hàm quá độ

Chương 2 đã có định nghĩa của hàm bước nhảy đơn vị:

$$1(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t \geq 0 \\ 0 & \text{khi } t < 0 \end{cases}$$

Và nó có thể biểu diễn thông qua hàm $1(t)$ như sau:

$$x(t) = x(-\infty) + \int_{-\infty}^t \frac{dx(\tau)}{d\tau} 1(t - \tau) d\tau \quad (4.1)$$

Khi tín hiệu bậc thang đơn vị tác động vào một khâu hay một hệ, đáp ứng của khâu ấy hay hệ ấy là *hàm quá độ* $h(t)$. Vậy hàm quá độ là đáp ứng của một khâu hay một hệ thống mà tín hiệu đầu vào là hàm bậc thang đơn vị:

$$x(t) \equiv 1(t)$$

$$y(t) \equiv h(t)$$

Ảnh theo Laplace của tín hiệu vào $x(t) = 1(t)$ và ảnh của nó là $X(s) = \frac{1}{s}$ nên ảnh của tín hiệu ra hay hàm quá độ là:

$$Y(s) = H(s) = \frac{W(s)}{s}$$

Trở lại với hàm gốc từ ảnh, ta có hàm quá độ:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}$$

Mối liên hệ giữa hàm truyền đạt của phần tử và hàm quá độ của nó được mô tả như sau:

$$W(s) = \frac{L[h(t)]}{L[1(t)]} = s.L[h(t)]$$

Như vậy:
$$L[h(t)] = \frac{W(s)}{s} \quad (4.2)$$

4.1.2. Hàm trọng lượng

Chương 2 cũng đã có định nghĩa của hàm xung đơn vị (hàm dirac hay hàm $\delta(t)$):

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t \neq 0 \\ \infty & \text{khi } t = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Xét tính chất của hàm $1(t)$ và hàm $\delta(t)$ dễ dàng chứng minh được:

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} \text{ như vậy } k(t) = h'(t)$$

Tín hiệu nhận được ở đầu ra của một khâu hay một hệ thống khi đầu vào là một xung đơn vị $\delta(t)$ gọi là *hàm trọng lượng hay hàm quá độ xung* $k(t)$. Vì biến đổi Laplace của $\delta(t)$ là $L\{\delta(t)\} = 1$ nên $Y(s) = W(s)$ Và từ đó:

$$y(t) \equiv k(t) = L\{W(s)\}$$

$$k(t) = \left[\sum_{i=1}^n \frac{B(s_i)}{A(s_i)} e^{s_i t} \right]$$

và
$$L[k(t)] = L[h'(t)] = s.L[h(t)] = W(s) \quad (4.3)$$

Chuyển đổi Laplace của hàm trọng lượng $k(t)$ là hàm truyền đạt $W(s)$.

Khi biết được hàm trọng lượng hay hàm quá độ thì dễ dàng xác định phản ứng ở đầu ra của phần tử nếu cho tác động lên đầu vào của nó một hàm $x(t)$ bất kỳ. Hàm $x(t)$ có thể biểu diễn thông qua hàm xung đơn vị theo công thức:

$$x(t) = \int_0^t x(\tau) \delta(t - \tau) d\tau \quad (4.4)$$

$x(t)$ là tích phân của các hàm $\delta(t)$ nhân với x tại thời điểm τ .

4.2. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ

Đặc tính tần số là hình thức biểu diễn tính chất của các phần tử trong miền tần số. Nó mô tả mối liên hệ giữa dao động điều hoà nhận được trên đầu ra trạng thái xác lập khi cho tác động ở đầu vào một dao động điều hoà. Các đặc tính tần số có thể minh hoạ như sau:

Khi ở đầu vào của phần tử cho tác động dao động điều hoà dạng:

$$u(\omega t) = U_m \sin(\omega t)$$

thì sau thời kỳ quá độ trên đầu ra của các phần tử sẽ nhận được một dao động điều hoà có cùng tần số, khác biên độ và lệch pha so với tín hiệu đầu vào một góc bằng φ có dạng như sau:

$$y(\omega t) = Y_m \sin(\omega t + \varphi)$$

Nếu giữ biên độ của dao động là cố định $A_0 = \text{const}$ và thay đổi tần số ω của nó thì biên độ A của dao động đầu ra và góc lệch pha φ cũng đồng thời thay đổi.

Mối liên hệ giữa góc lệch pha φ và tần số đầu vào ω được gọi là đặc tính pha tần số (PT) và được ký hiệu là $\varphi(\omega)$, còn mối liên hệ giữa tỷ số $\frac{A}{A_0}$ và tần số ω được gọi là đặc tính biên độ tần số và ký hiệu là $A(\omega)$.

Giả sử ta xét hệ thống có phương trình vi phân sau:

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m}$$

Đối với đầu vào $u(t)$ và các đạo hàm của nó:

$$\begin{cases} u(j\omega t) = U_m e^{j\omega t} \\ \frac{du}{dt} = U_m \omega \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) \rightarrow j\omega \cdot U_m \cdot e^{j\omega t} \\ \frac{d^2 u}{dt^2} = U_m \omega^2 \sin(\omega t + 2 \cdot \frac{\pi}{2}) \rightarrow (j\omega)^2 \cdot U_m \cdot e^{j\omega t} \\ \vdots \\ \frac{d^n u}{dt^n} = (j\omega)^n \cdot U_m \cdot e^{j\omega t} \end{cases}$$

Đối với đầu ra $y(t)$:

$$\begin{cases} y(j\omega t) = Y_m e^{j(\omega t + \varphi(\omega))} \\ \frac{dy}{dt} = Y_m \omega \sin(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) \rightarrow j\omega \cdot Y_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = Y_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi + 2 \cdot \frac{\pi}{2}) \rightarrow (j\omega)^2 \cdot Y_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \\ \vdots \\ \frac{d^n y}{dt^n} = (j\omega)^n \cdot Y_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \end{cases}$$

Thay các giá trị đạo hàm của $u(j\omega t)$, $y(j\omega t)$ từ bậc 0 đến bậc n vào phương trình (3.13) ta thu được:

$$\begin{aligned} [a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n] Y_m e^{j(\omega t + \varphi)} \\ = [b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + b_n(j\omega)^n] U_m e^{j\omega t} \end{aligned}$$

Hàm truyền đạt tần số (hay là hàm truyền đạt phức) là:

$$W(j\omega) = \frac{Y_m}{U_m} e^{j\varphi} = \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + b_n(j\omega)^n}{a_0 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n} \quad (4.5)$$

Và tương đương ta có hàm truyền đạt là:

$$W(s) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n} \quad (4.6)$$

So sánh (4.5) và (4.6) có thể rút ra kết luận: *Hàm truyền đạt tần số có thể nhận được từ hàm truyền đạt bằng cách thay $s = j\omega$ vào trong hàm truyền đạt.*

Nếu biểu diễn hàm truyền đạt phức dưới dạng modul – pha thì:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

trong đó $A(\omega)$ là biên độ, còn $\varphi(\omega)$ là pha của $W(j\omega)$.

Do $j^2 = -1$ nên có thể tách tử số và mẫu số ra phần thực và phần ảo thu được:

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{R_1 \cdot \varphi(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2 \cdot \varphi(\omega) + jI_2(\omega)} = R(\omega) + jI(\omega)$$

Với $R(\omega)$ là đặc tính tần số phần thực:

$$R(\omega) = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

Và $I(\omega)$ là đặc tính tần số phần ảo:

$$I(\omega) = \frac{I_1(\omega) \cdot R_2(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

Đặc tính phần thực là hàm số chẵn $R(\omega) = R(-\omega)$, còn đặc tính phần ảo là hàm số lẻ $I(\omega) = -I(-\omega)$.

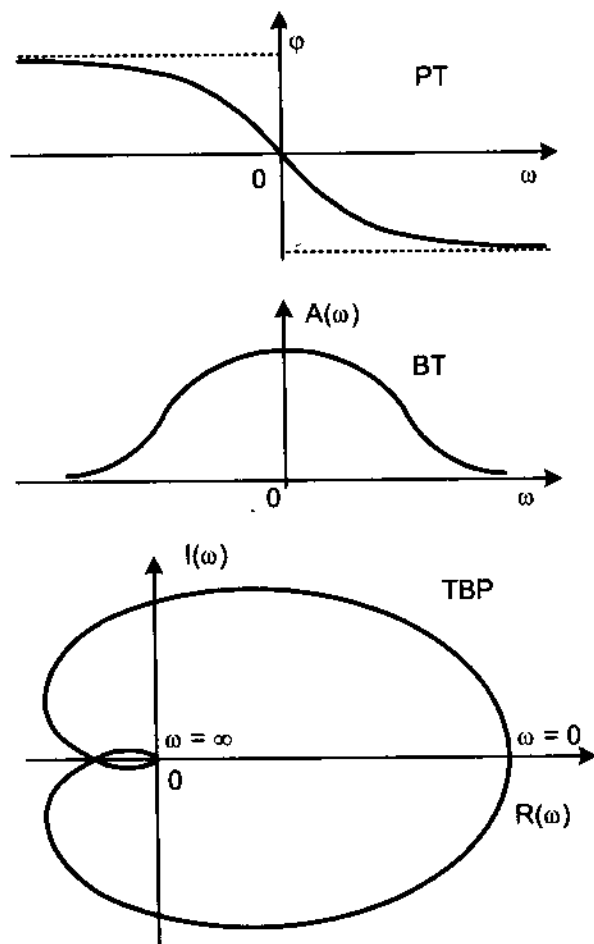
Đặc tính BT (biên độ – tần số) và PT (pha tần số) được xác định theo các công thức:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$$

$$\text{và: } \varphi(\omega) = \arctan \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

Khi cho ω thay đổi từ $-\infty$ đến ∞ sẽ xây dựng được đặc tính biên độ tần số (BT) và pha tần số (PT) trong hệ tọa độ ω . Trong hệ tọa độ $R(\omega)$ và $I(\omega)$ sẽ xây dựng được đường đặc tính có tên gọi là đường đặc tính tần số biên độ pha (TBP). Hình 4.2 là ví dụ về đồ thị các đường đặc tính tần số.

Các đặc tính đều mang tính đối xứng, đặc tính BT đối xứng qua trục tung, đặc tính PT đối xứng qua tâm tọa độ, đặc tính TBP đối xứng qua trục thực. Vì vậy, để xây dựng các đặc tính tần số thường chỉ cần xây dựng cho dải tần số thay đổi từ $\omega = 0$ đến $\omega = \infty$.



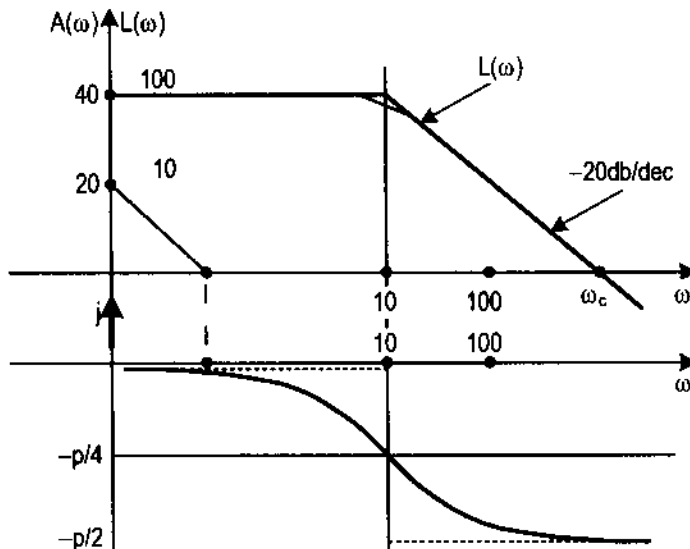
Hình 4.2. Các đặc tính của các phần tử

Đặc tính tần biên pha có thể vẽ được theo thực nghiệm: Lấy các trị số U_m , Y_m và φ từ tín hiệu đầu vào và ra của mô hình khi tần số thay đổi từ trị số nhỏ nhất đến lớn nhất có thể:

$$A(\omega_i) = \frac{Y_m}{U_m} \Big|_{\omega_i}, \text{ và } \varphi(\omega_i)$$

Đặc tính biên độ, pha tần số logarit

Vì phạm vi biến đổi của tần số cũng như biên độ rất lớn, nên để thuận tiện cho việc khảo sát còn dùng đến đặc tính *tần số biên độ logarit* và *đặc tính tần số pha logarit*, còn gọi là *đường cong Bode*.



Hình 4.3. Đồ thị Bode $L(\omega)$ và $\varphi(\omega)$ của một hệ thống

Theo đặc tính logarit, tần số được tính theo decade (dec) tương ứng với sự biến đổi 10 lần tần số biên độ được tính theo dB (dexiben¹):

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$

Như vậy:

$$L(\omega) < 0 \quad \text{khi} \quad A(\omega) < 1$$

$$L(\omega) = 0 \quad \text{khi} \quad A(\omega) = 1$$

$$L(\omega) > 0 \quad \text{khi} \quad A(\omega) > 1$$

vì khi $\omega \rightarrow \infty$, ở các hệ thực $A(\omega) = |W(j\omega)| \rightarrow 0$ nên $L(\omega) \rightarrow -\infty$.

¹ ben là đơn vị đo logarit thập phân của hệ số khuếch đại công suất của tín hiệu, tức là 1 ben ứng với hệ số khuếch đại 10 lần; 2 ben ứng với hệ số khuếch đại 100 lần...

Vì công suất của tín hiệu tỷ lệ với bình phương biên độ nên: 1 ben $\lg A^2 = 2 \lg A$.

Do vậy, nếu biết biên độ $A(\omega)$, ta sẽ xây dựng được đặc tính tần số logarit $L(\omega)$.

Ở hình 4.3 có đường cong Bode $L(\omega)$ và $\phi(\omega)$. Độ nghiêng của đường cong $L(\omega)$ được đánh giá theo đơn vị $\pm \text{db/dec}$. Độ nghiêng $\pm 20 \text{db/dec}$ còn được xem là độ nghiêng đơn vị ± 1 , đường cong liên tục khi thay thế bằng đường xấp xỉ bởi hai đoạn thẳng thì giao điểm của chúng ứng với tần số gãy. Tần số ω_c khi $L(\omega)$ cắt trục hoành (hay $L(\omega) = 0$) gọi là tần số cắt.

4.3. KHẢO SÁT ĐỘNG HỌC CỦA MỘT SỐ KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

Các khâu động học cơ bản là thành phần tối giản nhất của hệ thống điều khiển tự động. Một phần tử được gọi là khâu động học cơ bản nếu có đầy đủ các tính chất sau:

- Chỉ có một tín hiệu vào và một tín hiệu ra.
- Thông tin trong phần tử chỉ truyền đi một chiều từ đầu vào đến đầu ra. Nghĩa là có tác động ở đầu vào thì hình thành tín hiệu ở đầu ra, tín hiệu ra không ảnh hưởng trở lại tín hiệu vào.
- Quá trình động học ở trong phần tử được mô tả bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

4.3.1. Khâu khuếch đại

Trong hệ thống điều khiển tự động, khâu khuếch đại thường là các cảm biến đo, các bộ chuyển đổi đo hay các bộ khuếch đại.

Quá trình động học của khâu khâu khuếch đại được mô tả bởi phương trình vi phân:

$$y = Ku$$

với K là hệ số chuyển đổi.

Chuyển phương trình vi phân viết trong miền toán tử s:

$$U(s) = K.Y(s)$$

Vậy ta có hàm truyền đạt của khâu khuếch đại:

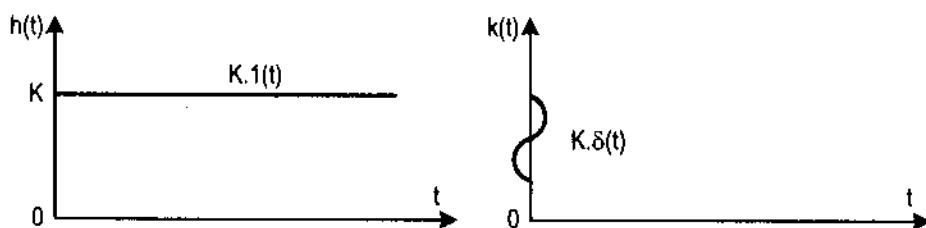
$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K$$

1. Các đặc tính thời gian:

- Hàm quá độ $h(t) = K.1(t)$

– Hàm trọng lượng $k(t) = K.\delta(t)$

Đồ thị các đặc tính thời gian được mô tả trong hình 4.4.

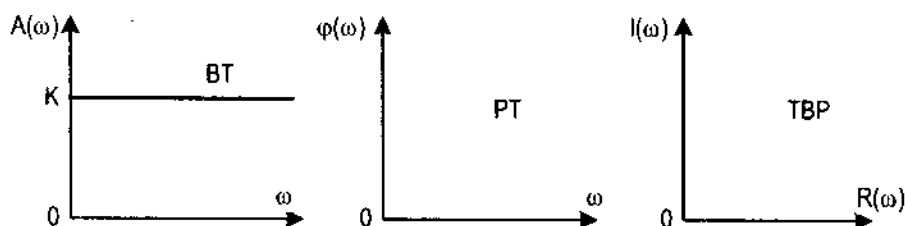


Hình 4.4. Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại

2. Các đặc tính tần số:

Hàm truyền đặc tính tần số: $W(j\omega) = K$

Hàm truyền tần số chỉ có phần thực $R(\omega) = K$ và $I(\omega) = 0$. Điều này khẳng định rằng trong khâu khuếch đại không có quá trình quá độ.



Hình 4.5. Các đặc tính tần số biên độ pha của khâu khuếch đại

– Đặc tính biên độ tần số:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = K$$

– Đặc tính pha tần số:

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = 0$$

Đặc tính tần số biên độ pha là một điểm trên phần trục thực cách tâm toạ độ một khoảng bằng K .

4.3.2. Khâu quán tính bậc nhất

Khâu quán tính bậc nhất tồn tại khá phổ biến trong hệ thống điều khiển tự động. Nó tồn tại trong cấu trúc của thiết bị điều khiển và cả trong

cấu trúc của đối tượng điều khiển. Mô hình bình mức ở ví dụ 3.5 trong chương 3 là một ví dụ về khâu quán tính bậc nhất

Quá trình động học xảy ra trong khâu quán tính bậc nhất được mô tả bằng phương trình vi phân:

$$T \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot u$$

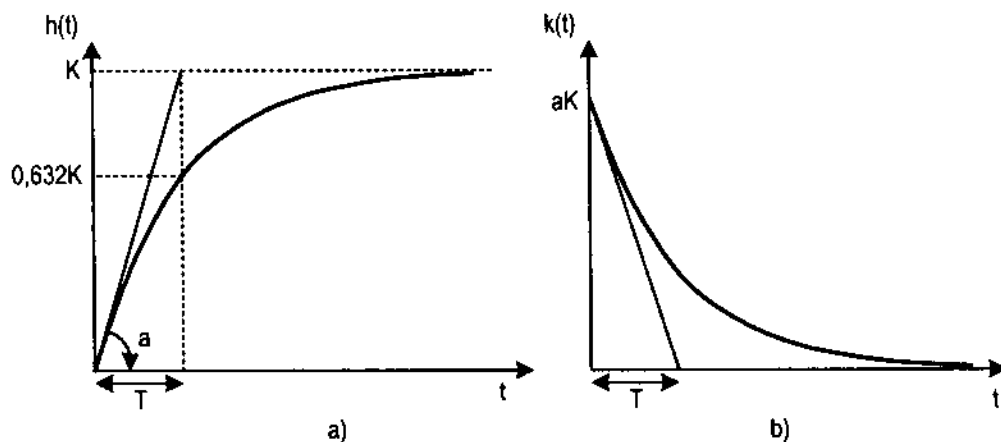
Trong đó: T là hằng số thời gian, K là hệ số khuếch đại.

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử s ta có:

$$(Ts + 1) \cdot Y(s) = K \cdot X(s)$$

* Hàm truyền đạt của khâu:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K}{Ts + 1}$$



Hình 4.6. Các đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất

1. Các đặc tính thời gian:

– Hàm $h(t)$ nhận được do giải phương trình vi phân:

$$T \cdot \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K$$

Với các điều kiện $h(0) = 0$ và $h(\infty) = K$ ta được:

$$h(t) = K \cdot (1 - e^{-\alpha t}) \text{ với } \alpha = \frac{1}{T}$$

Hình 4.6a là đồ thị biểu diễn $h(t)$. Nếu kẻ tiếp tuyến với $h(t)$ tại điểm 0 và gọi góc của đường tiếp tuyến đó là α thì:

$$\tan \alpha = \frac{dh(+0)}{dt} = \frac{K}{T} \quad (4.7a)$$

Ngoài ra khi $t \rightarrow \infty$ thì theo hình 4.6a:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K(1 - e^{-\frac{t}{T}}) = K \quad (4.7b)$$

Bởi vậy ta xác định tham số T cho hàm truyền đạt $W(s)$ của khâu quán tính bậc nhất từ đồ thị hàm quá độ $h(t)$ của nó như sau:

a) Kẻ đường tiếp tuyến với $h(t)$ tại $t = 0$.

b) Hoành độ của điểm A trên đường tiếp tuyến mà tại đó nó có tung độ bằng K sẽ chính là tham số T cần tìm.

Chú ý rằng kết quả của hai công thức (4.7a); (4.7b) cũng có thể được tính trực tiếp từ hàm truyền đạt $W(s)$ như sau:

$$\tan \alpha = \frac{dh(+0)}{dt} = \lim_{s \rightarrow \infty} s[sH(s) - h(+0)] = \lim_{s \rightarrow \infty} sW(s) = \frac{K}{T}$$

$$\text{và } \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{1 + Ts} = K$$

Ngoài ra tại thời điểm T ta còn có:

$$h(T) = K(1 - e^{-1}) \approx 0,632K$$

– Hàm trọng lượng (hình 4.6b) nhận được từ tính chất xếp chồng của phần tử tuyến tính $k(t) = h'(t) \Rightarrow k(t) = \alpha K \cdot e^{-\alpha t}$

2. Các đặc tính tần số:

– Hàm truyền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega + 1}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được:

$$W(j\omega) = \frac{K}{(T\omega)^2 + 1} - j \frac{K \cdot T \cdot \omega}{(T\omega)^2 + 1} = R(\omega) + jI(\omega)$$

$$\text{-- Đặc tính BT: } A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(T\omega)^2 + 1}}$$

$$\text{-- Đặc tính PT: } \varphi(\omega) = \arctan \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctan(T\omega)$$

– Đặc tính TBP: Để xây dựng đặc tính TBP chúng ta thực hiện các phép biến đổi sau. Theo mối liên hệ giữa đặc tính BT và các đặc tính phần thực và phần ảo ta có:

$$A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$$

$$\text{Như vậy: } \frac{K^2}{(T\omega)^2 + 1} = R^2(\omega) + I^2(\omega)$$

$$K^2 = R^2(\omega) + I^2(\omega) + (T\omega)^2 \cdot [R^2(\omega) + I^2(\omega)] \text{ mà } -T\omega = \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$$

$$\text{Suy ra: } K^2 \cdot R^2(\omega) = [R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2 \text{ vậy } K \cdot R(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega)$$

$$\text{Hay: } R^2(\omega) - K \cdot R(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = \frac{K^2}{4}$$

$$\text{Như vậy: } (R(\omega) - \frac{K}{2})^2 + I^2(\omega) = (\frac{K}{2})^2$$

Đây chính là phương trình của đường tròn bán kính bằng $\frac{K}{2}$ và tâm có toạ độ $(\frac{K}{2}, 0)$. Thực tế, nếu ta cho ω thay đổi từ 0 đến ∞ thì nó chỉ là nửa đường tròn nằm ở cung phần tư thứ tư.

– Đặc tính BTL được xác định bằng biểu thức:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg A(\omega) = 20 \cdot \lg K - 20 \lg \sqrt{(T\omega)^2 + 1}$$

Nếu vẽ chính xác thì $L(\omega)$ sẽ là một đường cong. Tuy nhiên, ta có thể thay thế nó gần đúng bằng những đường tiệm cận.

Thực vậy: khi $\omega \ll \frac{1}{T}$ thì có thể lấy gần đúng $L(\omega) \approx 20 \lg K$.

Còn khi $\omega \gg \frac{1}{T}$ thì $L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg T - 20 \lg \omega$.

Như vậy đặc tính BTL có thể thay bằng hai đoạn tiệm cận. Ở dải tần số thấp nó là một đường nằm ngang có tung độ bằng $20 \lg K$. Còn ở dải tần số

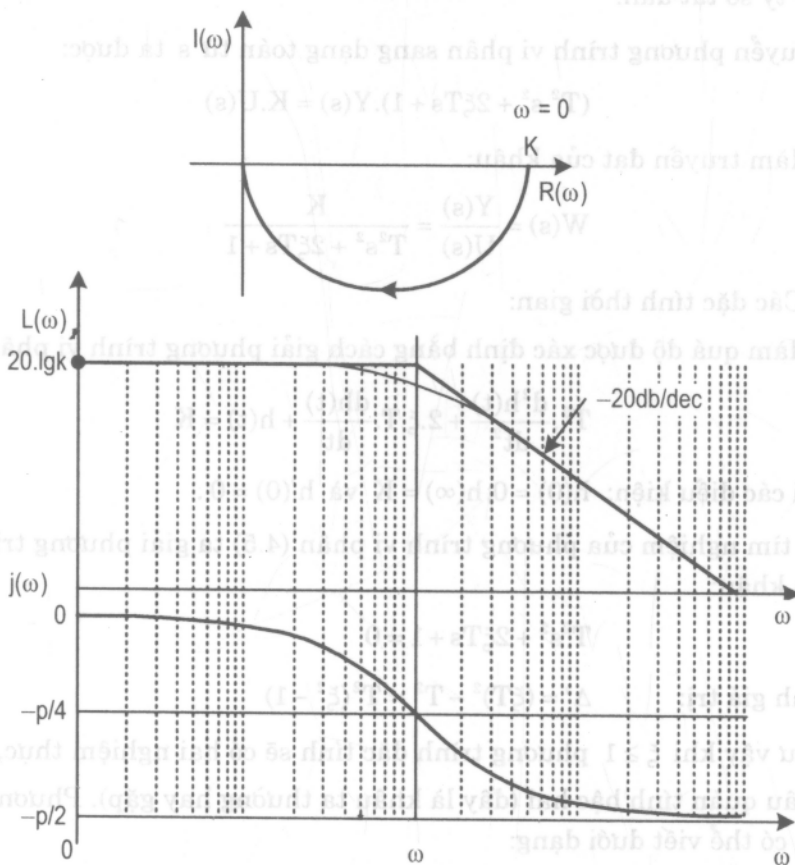
cao nó được thay bằng đường xiên có độ nghiêng bằng -20db/dec và cắt trục tung tại điểm $20\lg K - 20\lg T$. Sai số lớn nhất của tiệm cận là tại điểm cắt của hai đường với $\omega_c = \frac{1}{T}$. Như vậy sai số cực đại sẽ là:

$$\Delta L(\omega) = 20\lg\sqrt{2} < 3(\text{db})$$

Để xây dựng các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất ta lập bảng giá trị sau:

ω	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
$\frac{1}{T}$	$\frac{K}{2}$	$-\frac{K}{2}$	$\frac{K}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\pi}{4}$
∞	0	0	0	$-\frac{\pi}{2}$

Các đặc tính này được mô tả trên (hình 4.7).



Hình 4.7. Các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất

4.3.3. Khâu dao động bậc hai

Khâu dao động bậc hai là những phần tử của hệ thống điều khiển mà quá trình động học của nó được mô tả bằng phương trình vi phân bậc hai. Ví dụ về khâu dao động bậc hai là mạch điện R – L – C như trong ví dụ 3.4, hay hệ giảm chấn trong ví dụ 3.5 ở chương 3.

Quá trình động học xảy ra trong các khâu bậc hai được mô tả bằng phương trình vi phân sau:

$$T^2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot \frac{dy}{dt} + y = K \cdot u$$

Trong đó:

T – hằng số;

K – hệ số truyền;

ξ – tỷ số tắt dần.

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử s ta được:

$$(T^2 \cdot s^2 + 2\xi Ts + 1) \cdot Y(s) = K \cdot U(s)$$

* Hàm truyền đạt của khâu:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}$$

1. Các đặc tính thời gian:

– Hàm quá độ được xác định bằng cách giải phương trình vi phân:

$$T^2 \cdot \frac{d^2 h(t)}{dt^2} + 2 \cdot \xi \cdot T \cdot \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K \quad (4.8)$$

Với các điều kiện: $h(0) = 0$; $h(\infty) = K$ và $h'(0) = 0$.

Để tìm nghiệm của phương trình vi phân (4.5) ta giải phương trình đặc tính của khâu:

$$T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1 = 0$$

Tính giá trị: $\Delta' = (\xi T)^2 - T^2 = T^2 (\xi^2 - 1)$

Như vậy khi $\xi \geq 1$ phương trình đặc tính sẽ có hai nghiệm thực, khi đó ta có khâu quán tính bậc hai (đây là khâu ta thường hay gặp). Phương trình đặc tính có thể viết dưới dạng:

$$T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1 = (T_1 s + 1)(T_2 s + 1) = 0$$

Trong đó: $T_1 T_2 = T^2$ và $T_1 + T_2 = 2\xi T$

Giả sử $T_1 > T_2$ thì hàm quá độ sẽ là:

$$h(t) = K \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right) = K \left[1 - \frac{T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2}}{T_1 - T_2} \right]$$

Và hàm trọng lượng:

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} (e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2})$$

Khi $T_1 = T_2 = T$ ($\xi = 1$) phương trình đặc tính có một nghiệm kép thì hàm quá độ có dạng: $h(t) = K[1 - (1 + \frac{t}{T})e^{-t/T}]$

Và hàm trọng lượng:

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T^2} t e^{-t/T}$$

Khi $\xi < 1$ phương trình đặc tính có hai nghiệm phức:

$$P_{1,2} = \frac{-\xi \pm j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha \pm j\beta$$

Trong đó: $\alpha = \frac{\xi}{T}$ và $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$

Ta nhận được khâu bậc hai dao động

Hàm quá độ của nó có dạng:

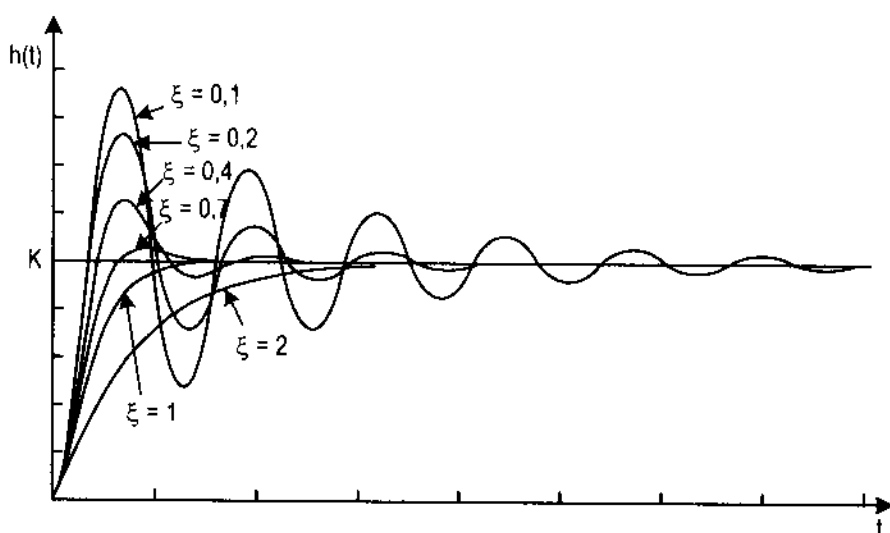
$$h(t) = K \left\{ 1 - e^{-\alpha t} \left[\cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta t) \right] \right\}$$

Và hàm trọng lượng:

$$k(t) = h'(t) = K \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} \cdot \left[\cos(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta t) \right] - K \cdot e^{-\alpha t} \cdot \left[-\beta \sin(\beta t) + \frac{\alpha}{\beta} \beta \cdot \cos(\beta t) \right]$$

$$k(t) = K \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(\beta t) \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} = \frac{K \cdot e}{T^2 \cdot \beta} \sin(\beta t)$$

Hình 4.8 mô tả các đặc tính quá độ của khâu bậc hai với các hệ số khác nhau.



Hình 4.8. Đặc tính quá độ của khâu dao động bậc hai với $\xi = 0,1; 0,2; 0,4; 0,7; 1; 2$

2. Các đặc tính tần số

Hàm truyền tần số của khâu có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{K}{T^2 \cdot (j\omega)^2 + 2\xi T \cdot j\omega + 1}$$

Tách phần thực và phần ảo ta được:

$$W(j\omega) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2} - j$$

$$\text{Với } R(\omega) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2} \text{ và } I(\omega) = \frac{-2K\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}$$

Từ đây ta có :

- Đặc tính BT:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}}$$

Khảo sát đặc tính của đồ thị BT cho ta thấy nó có thể có ba điểm cực trị ở các tần số:

$$\omega_1 = 0; \omega_c = \frac{1}{T\sqrt{1 - 2\xi^2}} \text{ và } \omega_2 = \infty$$

Tần số ω_c chỉ tồn tại khi $\xi < \sqrt{0,5} \approx 0,707$ và được gọi là tần số cộng hưởng.

- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = \arctan \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctan \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}$

- Đặc tính BTL:

Khi $\xi > 1$: là khâu bậc hai quán tính:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(T_1\omega)^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(T_2\omega)^2 + 1}$$

và có thể thay thế bằng ba đoạn tiệm cận (với điều kiện $T_1 > T_2$):

Khi $\omega < \omega_1 = 1/T_1$: $L(\omega) \approx 20 \lg K$

Khi $\omega_1 < \omega < \omega_2 = 1/T_2$: $L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_1 - 20 \lg \omega$

Khi $\omega > \omega_2$: $L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg T_1 - 20 \lg T_2 - 40 \lg \omega$

Khi $\xi < 1$: là khâu dao động bậc hai:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}$$

Nếu thay bằng các đường tiệm cận ta có:

Khi $\omega \ll 1/T$: $L(\omega) \approx 20 \lg K$

Khi $\omega \gg 1/T$: $L(\omega) \approx 20 \lg K - 40 \lg T - 40 \lg \omega$

Như vậy có thể xây dựng gần đúng đặc tính BTL của khâu dao động bằng hai đường thẳng tiệm cận. Sai số lớn nhất của sự thay thế là ở tần số cộng hưởng. Tuy nhiên, để đơn giản, ta có thể lấy gần đúng giá trị. Sai số đó sẽ được tính theo biểu thức:

$$\Delta L(\omega) = \pm 20 \lg(2\xi)$$

Để cho sai số này nhỏ hơn 3db thì giá trị ξ phải nằm trong giới hạn

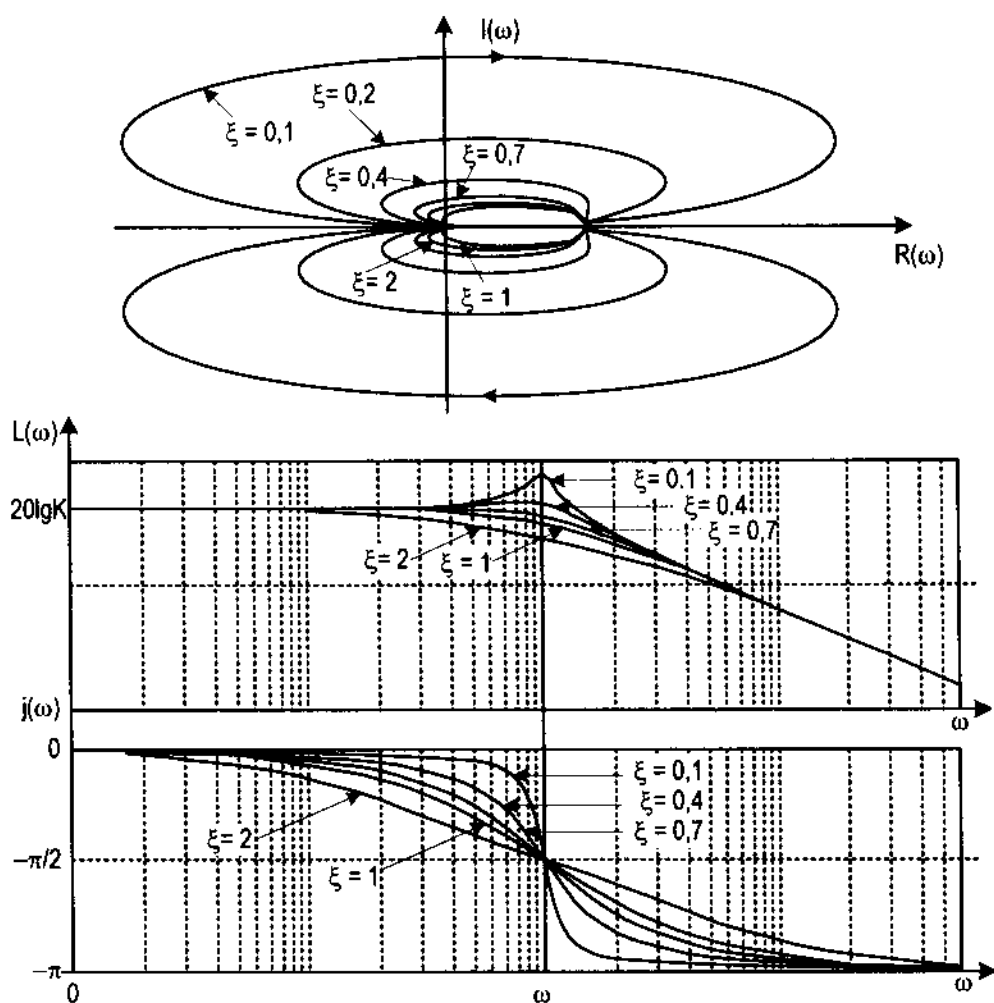
$$0,38 < \xi < 0,71$$

Khi nằm ngoài giới hạn này thì đặc tính BTL không được thay thế bằng đường tiệm cận do độ chính xác kém.

Để xây dựng các đặc tính tần số ta lập bảng sau:

ω	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
$\frac{1}{T}$	0	$-\frac{K}{2\xi}$	$\frac{K}{2\xi}$	$\frac{\pi}{2}$
∞	0	0	0	$-\pi$

Các đặc tính tần số của khâu dao động bậc hai được biểu diễn trên hình 4.9.



Hình 4.9. Đặc tính tần số của khâu dao động bậc hai với $\xi = 0,1; 0,2; 0,4; 0,7; 1; 2$

4.3.4. Khâu quán tính bậc hai

Khâu quán tính bậc hai là trường hợp khi $\xi < 1$ của khâu dao động bậc hai đã trình bày ở trên, đây là khâu mà ta rất hay gặp trong các hệ thống điều khiển. Ví dụ điển hình là mô hình điều khiển tốc độ động cơ điện một chiều như trong ví dụ 3.7. Khâu quán tính bậc hai được định nghĩa là khâu cơ bản có hàm truyền đạt:

$$W(s) = \frac{K}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}, \quad T_1 > T_2$$

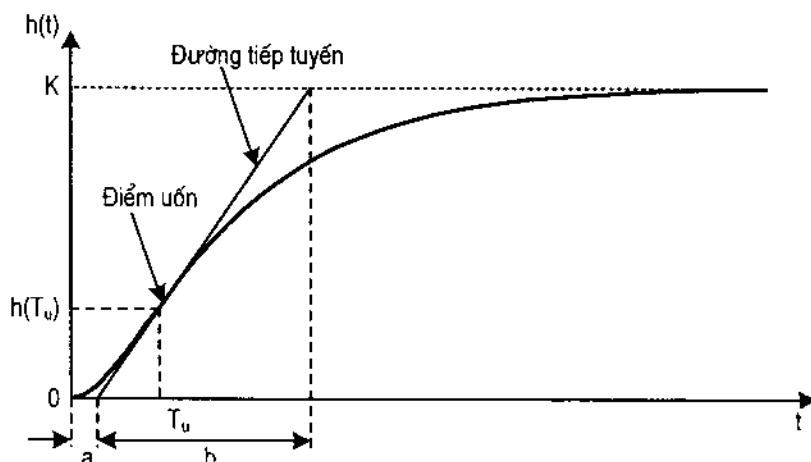
1. Các đặc tính thời gian:

Như tính toán ở trên ta đã có:

$$h(t) = K \left[1 - \frac{T_1 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2} \right]$$

Và hàm trọng lượng:

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} (e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2})$$



Hình 4.10. Đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc hai

Đồ thị của hàm $h(t)$ cho trong hình 4.10. So sánh với $h(t)$ của khâu quán tính bậc nhất thì đồ thị $h(t)$ của khâu quán tính bậc hai có điểm khác là tại $t = 0$ nó có đạo hàm cũng bằng 0.

Khi $t \rightarrow \infty$ thì $h(t)$ tiến tới K tức là $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = K$. Điều này ta có thể suy ra ngay từ hàm truyền đạt, vì:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{K}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = K$$

Như vậy khi $t \rightarrow \infty$ thì $h(t)$ cũng có đạo hàm bằng 0. Do tại $t = 0$ và $t \rightarrow \infty$ đồ thị $h(t)$ cùng có đạo hàm bằng 0 nên nó phải có một điểm uốn. Ký hiệu U là điểm uốn, ta kẻ tiếp tuyến $h_u(t)$ của $h(t)$ tại U . Gọi a là hoành độ giao điểm của $h_u(t)$ với trục thời gian (hình 4.10) và b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi được từ 0 tới K thì:

$$\frac{a}{b} = x^{\frac{x}{1-x}} \frac{x \ln x + x^2 - 1}{x - 1} - 1 \text{ với } x = \frac{T_2}{T_1}$$

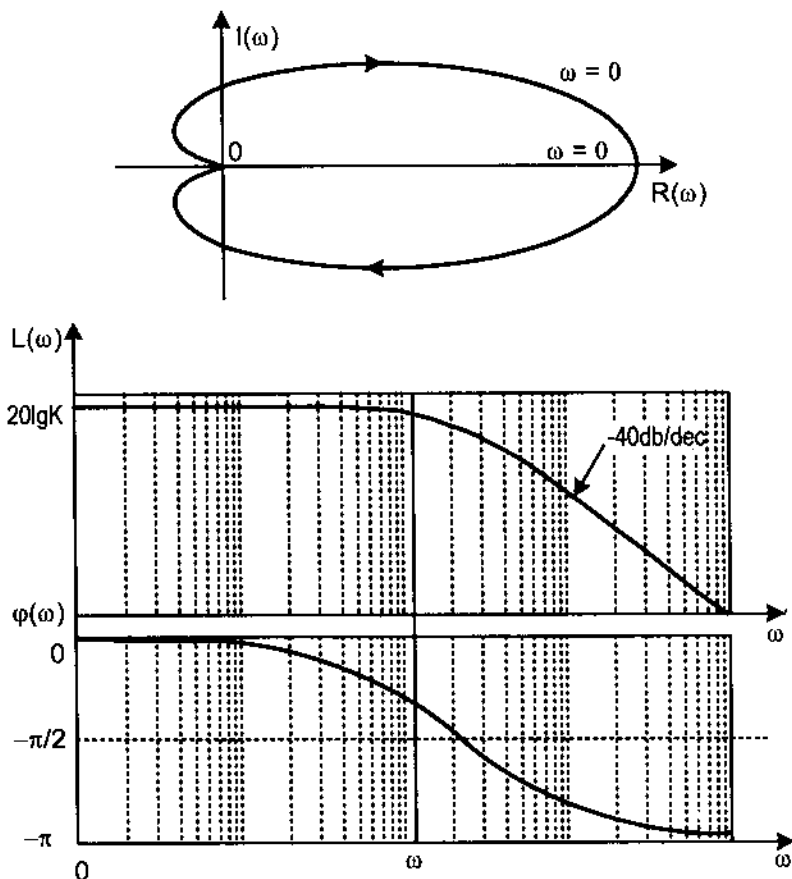
Từ đây ta suy ra được:

$$\frac{a}{b} \leq \sup_x \left[x^{\frac{x}{1-x}} \frac{x \ln x + x^2 - 1}{x - 1} - 1 \right] \approx 0,103$$

Bất đẳng thức trên là điều kiện để thử đường đồ thị $h(t)$ xác định được đó có phải đồ thị đáp ứng quá độ của khâu quán tính bậc hai hay không.

2. Các đặc tính tần số

Tính toán khâu dao động bậc hai khi $\xi < 1$, ta sẽ vẽ được các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc hai như trong hình 4.11. Chỉ với một chú ý là độ nghiêng của đặc tính tần số – logarit là -40db/dec (gấp 2 so với của khâu quán tính bậc nhất).



Hình 4.11. Các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc hai

4.3.5. Khâu quán tính bậc n

Khâu quán tính bậc n có hàm truyền đạt:

$$W(s) = \frac{K}{(1 + Ts)^n}$$

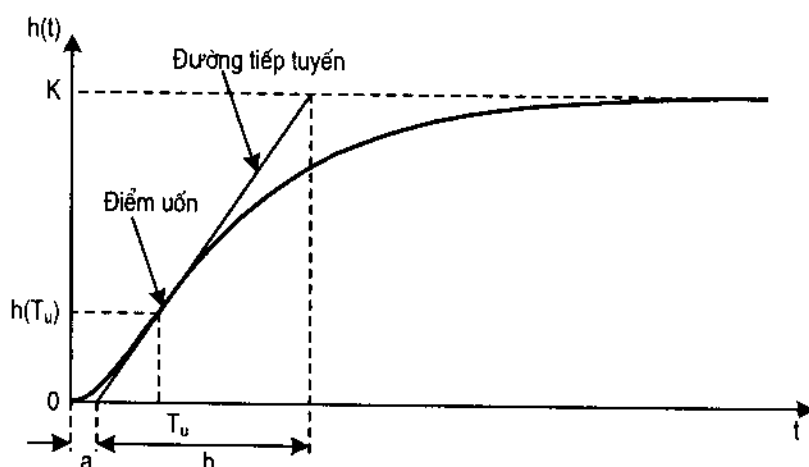
Như vậy thì hàm quá độ $h(t)$ của khâu quán tính bậc n có ảnh Laplace:

$$H(s) = \frac{W(s)}{s} = \frac{K}{s(1 + Ts)^n}$$

Và hàm quá độ có dạng như sau:

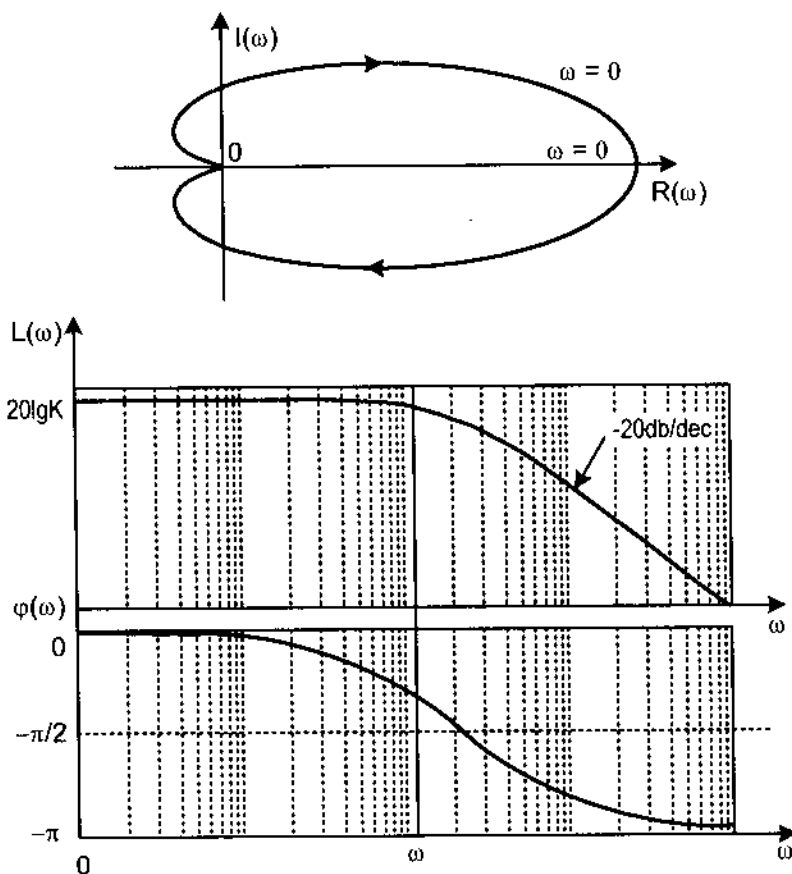
$$h(t) = \left[K - e^{-\frac{t}{T}} \sum_{i=1}^n \frac{A_i t^{i-1}}{(i-1)!} \right] \cdot 1(t) \text{ với } A_i = \frac{K}{T^n - 1}$$

Hình 4.12 là đồ thị biểu diễn hàm quá độ của khâu quán tính bậc n. Thoạt mới nhìn, dạng đồ thị $h(t)$ của khâu quán tính bậc n cũng giống như của khâu bậc hai, song ở đây có một sự khác biệt là tỷ số $\frac{a}{b}$ của khâu quán tính bậc n phải là một số lớn hơn 0,103 trong khi ở khâu quán tính bậc hai là điều ngược lại $\frac{a}{b} \leq 0,103$, với a là hoành độ giao điểm của tiếp tuyến $h(t)$ tại điểm uốn và trục thời gian t, b là khoảng thời gian để đường tiếp tuyến đó đi được từ 0 tới K. Đây cũng là điều kiện để nhận biết được từ dạng đường đồ thị của $h(t)$ xem nó là hàm quá độ của khâu quán tính bậc n hay của khâu quán tính bậc hai.



Hình 4.12. Đặc tính quá độ của khâu quán tính bậc n

Đồ thị Bode của khâu quán tính bậc n được mô tả trong hình 4.13. Nó có điểm tần số gãy ω_g , $L(\omega)$ có dạng song song với trục hoành ứng với thành phần khuếch đại K . Sau tần số ω_g thì $L(\omega)$ giảm về 0 với vận tốc khá nhanh là -20ndb/dec . Điều đó chỉ rằng khâu quán tính bậc n sẽ hầu như không có phản ứng gì với những tín hiệu đầu vào $u(t)$ có tần số rất cao (cao nhiều hơn so với ω_g). Nói cách khác nó chính là bộ lọc tần số cao.



Hình 4.13. Các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc n

4.3.6. Khâu tích phân

Quá trình động học xảy ra trong các khâu tích phân được mô tả bằng phương trình vi phân sau: $y = K \cdot \int u \cdot dt$ hoặc $\frac{dy}{dt} = K \cdot u = \frac{u}{T}$.

Trong đó: $T = \frac{1}{K}$ được gọi là hằng số thời gian tích phân.

Hàm truyền của khâu:

Viết phương trình vi phân dưới dạng toán tử s

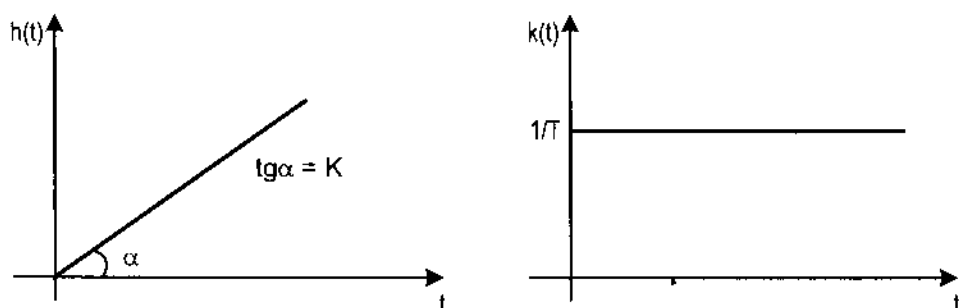
$$s.Y(s) = \frac{U(s)}{T}$$

$$\Rightarrow W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{T.s}$$

1. Các đặc tính thời gian:

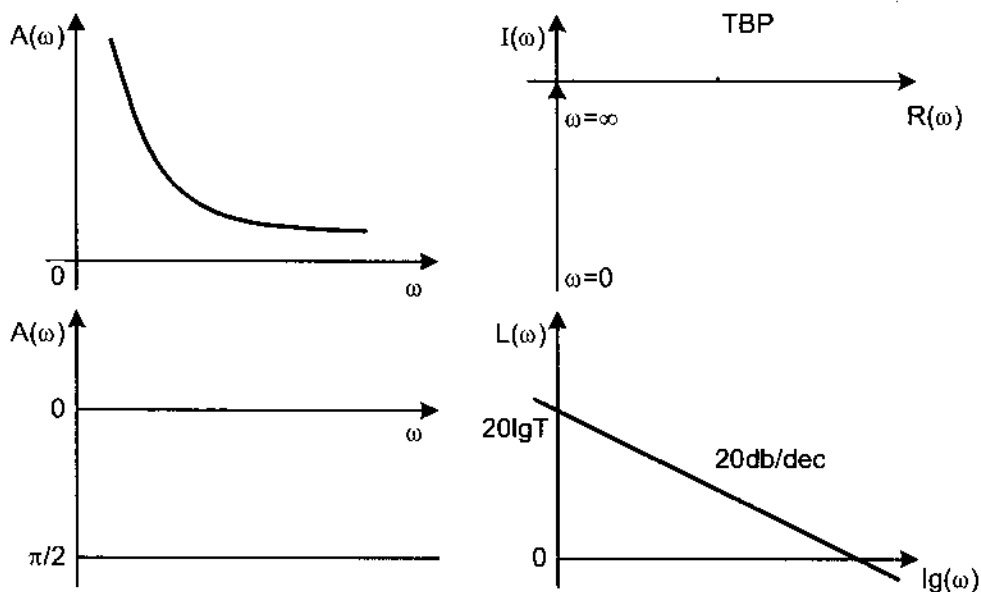
– Hàm quá độ $h(t) = K \int 1(t).dt = K.t$

– Hàm trọng lượng $k(t) = h'(t) = K$



Hình 4.14. Các đặc tính thời gian của khâu tích phân

2. Các đặc tính tần số:



Hình 4.15. Các đặc tính tần số của khâu tích phân

– Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = \frac{1}{Tj\omega} = -j \cdot \frac{1}{T\omega} = jI(\omega)$

Như vậy hàm truyền tần số của khâu tích phân chỉ có phần ảo âm khi thay đổi từ 0 đến ∞ mà không có phần thực.

– Đặc tính BT: $A(\omega) = \frac{1}{T\omega}$

– Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\pi/2$

– Đặc tính BTL được xác định theo biểu thức:

$$L(\omega) = \lg A(\omega) = -20 \lg T - 20 \lg \omega$$

Đây là phương trình của một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $-20 \lg T$ và có độ nghiêng bằng 20db/dec .

Các đặc tính tần số của khâu tích phân được mô tả trên hình 4.15. Tín hiệu ra của khâu tích phân luôn luôn chậm pha so với tín hiệu vào một góc bằng $\pi/2$.

4.3.7. Khâu vi phân

Quá trình động học trong khâu vi phân được mô tả bằng phương trình vi phân có dạng:

$$y = T \cdot \frac{dx}{dt}$$

Trong đó: T được gọi là hằng số thời gian vi phân.

Hàm truyền đạt:

Dạng toán tử Laplace của phương trình vi phân $Y(s) = Ts \cdot U(s)$

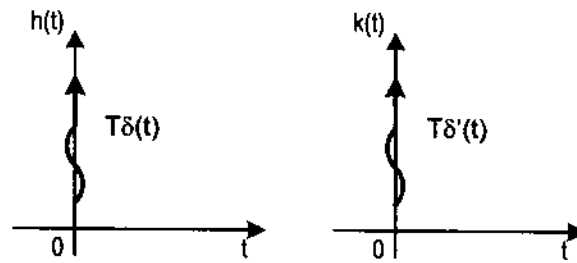
Từ đó ta có hàm truyền đạt: $W(s) = T \cdot s$

1. Các đặc tính thời gian:

– Hàm quá độ: $h(t) = T \cdot 1'(t) = T \cdot \delta(t)$

– Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = T \cdot \delta'(t)$

Các đặc tính thời gian của khâu vi phân được mô tả trên hình 4.16.



Hình 4.16. Các đặc tính thời gian của khâu vi phân

2. Các đặc tính tần số:

– Hàm truyền tần số: $W(j\omega) = T \cdot j\omega = jI(\omega)$

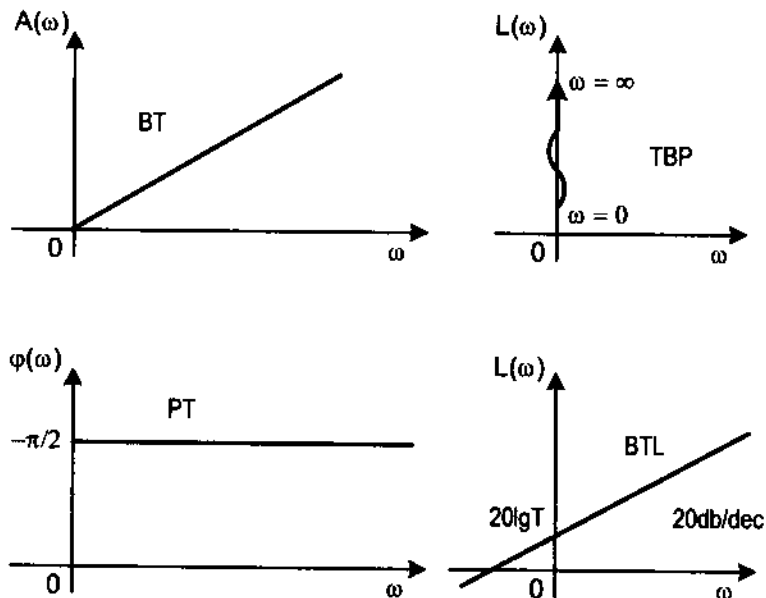
Hàm truyền tần số của phân tử vi phân chỉ có phần ảo dương khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ còn phần thực bằng không.

– Đặc tính BT: $A(\omega) = T \cdot \omega$

– Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = \pi/2$

– Đặc tính BTL: $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg T + 20 \lg \omega$

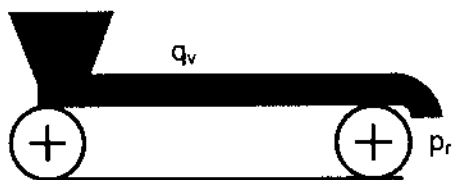
Đặc tính BTL của khâu vi phân là một đường thẳng cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $20 \lg T$ và nghiêng một góc bằng 20 db/dec .



Hình 4.17. Các đặc tính tần số của khâu vi phân

4.3.8. Khâu trễ

Khâu trễ là phần tử có tín hiệu ra lặp lại hoàn toàn tín hiệu vào sau một khoảng thời gian τ được gọi là thời gian trễ. Ví dụ khâu trễ là sự vận chuyển vật liệu trên băng tải (hình 4.18). Tín hiệu vào là lượng liệu đổ lên đầu băng tải q_v , còn tín hiệu ra là lượng liệu được vận chuyển đến đầu ra của băng tải p_r . Như vậy khi lượng liệu đổ lên đầu vào thay đổi thì sau khoảng thời gian vận chuyển cần thiết ở đầu ra mới nhận biết được sự thay đổi này. Thời gian trễ sẽ bằng chiều dài băng tải chia cho tốc độ chuyển dịch của băng tải.



Hình 4.18. Ví dụ về khâu trễ.

q_v – Lượng liệu đổ lên đầu băng tải.

p_r – Lượng liệu xuất ở đầu ra băng tải.

Khâu trễ tồn tại trong hầu hết các đối tượng điều chỉnh, nó là sự chậm trễ truyền tín hiệu từ đầu vào cho đến đầu ra do quá trình động học trong đối tượng gây nên. Lấy ví dụ lò điện trở với tín hiệu vào điện áp cấp cho lò còn tín hiệu ra là nhiệt độ được đo bằng cảm biến đo nhiệt độ. Khi điện áp cấp cho lò thay đổi nhưng nhiệt độ mà cảm biến nhận biết được không thay đổi ngay. Nó đòi hỏi cần phải mất một khoảng thời gian nhất định để lò tích lũy năng lượng và truyền nhiệt đến cảm biến đo, thời gian đó gọi là thời gian trễ và tạo nên khâu trễ trong thành phần của lò. Như vậy, trong lò, ngoài quá trình chuyển đổi năng lượng điện sang năng lượng nhiệt để đốt nóng lò còn có quá trình truyền nhiệt từ sợi đốt đến cảm biến đo. Hai quá trình vật lý này hình thành đồng thời với nhau, nhưng khi mô tả đặc tính động học thì được tách làm hai thành phần: Thành phần thứ nhất là quá trình chuyển đổi và tích lũy năng lượng, thành phần thứ hai là sự chậm trễ truyền nhiệt từ sợi đốt đến cảm biến đo.

Quá trình động học xảy ra trong khâu chậm trễ được mô tả bằng phương trình vi phân: $y(t) = x(t - \tau)$

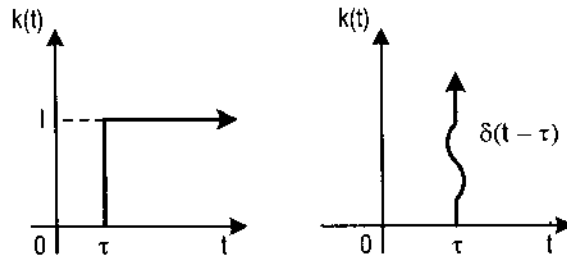
Trong đó τ là thời gian trễ.

1. Các đặc tính thời gian:

– Hàm quá độ: $h(t) = x(t - \tau)$

– Hàm trọng lượng: $k(t) = h'(t) = 1'(t - \tau) = \delta(t - \tau)$

Các đường đặc tính thời gian của khâu trễ được mô tả trên hình 4.19.



Hình 4.19. Các đặc tính thời gian của khâu trễ

2. Các đặc tính tần số

Nếu đầu vào của khâu cho tác động nhiễu dạng: $u(t) = \Lambda \cdot e^{j\omega \cdot t}$

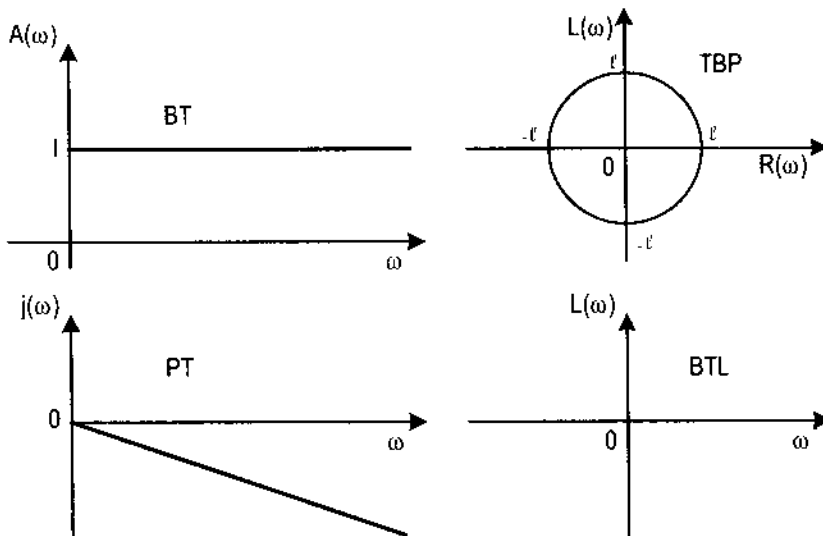
Thì đầu ra ta sẽ nhận được tín hiệu có dạng: $y(t) = \Lambda \cdot e^{j\omega(t - \tau)}$

– Như vậy hàm truyền tần số của khâu được mô tả bằng phương trình

$$W(j\omega) = \frac{Y(j)}{U(j)} = e^{-j \cdot \tau \cdot \omega}$$

- Đặc tính BT: $A(\omega) = 1$
- Đặc tính PT: $\varphi(\omega) = -\tau\omega$
- Đặc tính BTL: $L(\omega) = \lg A(\omega) = 0$

* Từ hàm truyền tần số ta có thể xác định hàm truyền đạt bằng cách thay $j\omega = s$ và được: $W(s) = e^{-\tau \cdot s}$. Hình 4.20 mô tả các đặc tính tần số của khâu trễ.



Hình 4.20. Các đặc tính tần số của khâu trễ

4.3.9. Khâu quán tính – tích phân bậc nhất

Hàm truyền đạt: $W(s) = \frac{k}{s(1 + Ts)}$

1. Các đặc tính thời gian:

Hàm quá độ: Ảnh Laplace của hàm quá độ: $H(s) = \frac{k}{s^2(1 + Ts)}$

Chuyển đổi Laplace ngược ta có hàm trọng lượng

$$h(t) = k \left[t - (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \right]$$

$$\tan \alpha = \frac{dh(+0)}{dt} = k$$

Khi $t \rightarrow \infty$ thì $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\frac{t}{T}} = 0$ nên đồ thị tiến đến một đường tiệm cận xiên

$$y_{tc} = k(t - T)$$

2. Các đặc tính tần số:

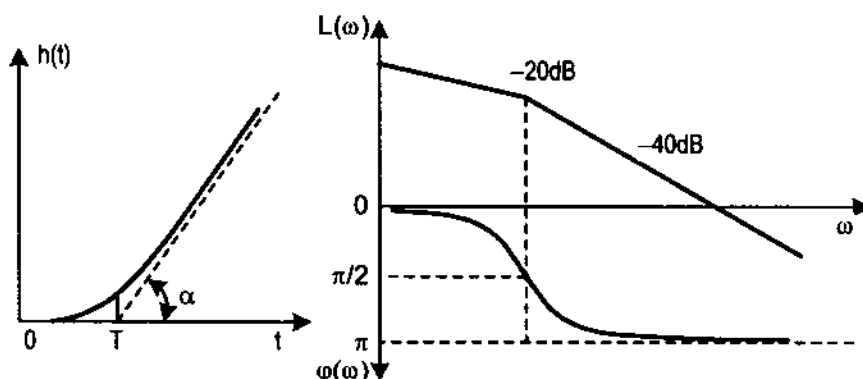
Xây dựng đồ thị Bode:

Ảnh Fourier của hàm: $W(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1 + Tj\omega)} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$

$$W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega \sqrt{1 + (T\omega)^2}} \Rightarrow L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{1}{T\omega}$$



Hình 4.21. Các đặc tính thời gian và tần số của khâu quán tính – tích phân bậc nhất

4.3.10. Khâu quán tính – tích phân bậc n

Hàm truyền đạt:

$$W(s) = \frac{k}{s(1+Ts)^n}$$

1. Các đặc tính thời gian:

Hàm quá độ: Ảnh Laplace của hàm quá độ:

$$H(s) = \frac{k}{s^2(1+Ts)^n}$$

Chuyển ngược ảnh Laplace ta có hàm quá độ:

$$h(t) = k \left[t - nT + \sum_{i=1}^n \frac{(n+1-i)t^{i-1}e^{-\frac{t}{T}}}{T^{i-2}(i-1)!} \right]$$

Khi $t \rightarrow \infty \Leftrightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} t^i e^{-\frac{t}{T}} = 0$ với $i = 0, 1, \dots, n$.

Nên đồ thị có tiệm cận $h_u(t) = k(t - nT)$

2. Các đặc tính tần số:

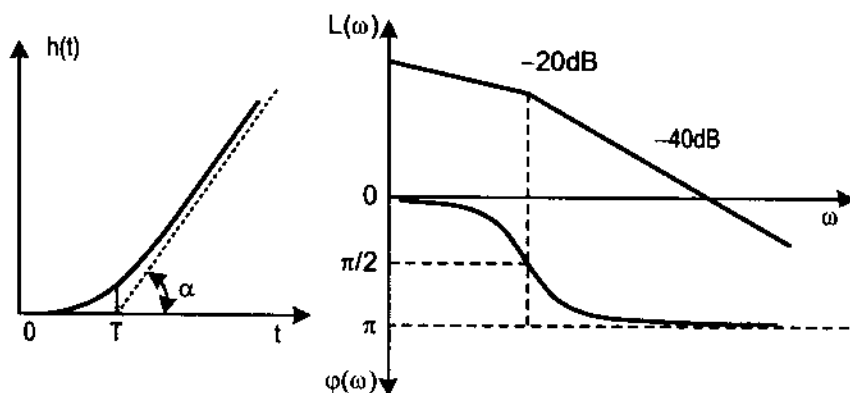
Xây dựng đồ thị logarit:

Ta có: $W(s) = \frac{k}{s(1+Ts)^n} = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$

$$A(\omega) = \frac{k}{\omega \left(\sqrt{1 + (T\omega)^2} \right)^n} \Rightarrow L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \omega - n \cdot \lg \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

Trong đó:

$$\varphi(\omega) = n \cdot \arctan \frac{1}{T\omega}$$



Hình 4.22. Các đặc tính thời gian và tần số của khâu quán tính – tích phân bậc n $1/T^n$

4.4. KHẢO SÁT ĐỘNG HỌC CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Sau khi đã xây dựng được đặc tính động học của các khâu điển hình, người ta tiến hành xây dựng đặc tính tần số của cả hệ thống ĐKTD.

Dạng tổng quát hàm truyền đạt của hệ thống hở:

$$W_h(s) = \frac{\prod_{i=1}^{m_1} k_i \prod_{j=1}^{m_2} (T_{1j}s + 1)}{s^v \prod_{i=1}^{n_1} (T_{2i}s + 1) \prod_{i=1}^{n_2} (T_{3i}^2 s^2 + 2\xi_i T_{3i}s + 1)} \quad (4.9)$$

Đó là một tích số của nhiều thừa số động học.

Nếu thay thế $s = j\omega$ vào (4.9) ta sẽ có đặc tính tần số biên – pha của hệ hở.

Khi đó (4.9) được viết thành:

$$W_h(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) e^{j \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)} \quad (4.10)$$

Trong đó:

$$\text{Biên độ: } A_h(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

$$\text{Pha: } \varphi_h(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

Hoặc (4.9) có thể viết dưới dạng khác:

$$W_h(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) \quad (4.11)$$

Với các giá trị ω khác nhau có thể tìm ra $A_h(\omega)$ và $\varphi_h(\omega)$ (hoặc $R(\omega)$ và $I(\omega)$) để xây dựng nên đặc tính tần số biên – pha.

Từ (4.11) ta có thể tìm ra đặc tính tần số biên độ logarit của hệ thống hở.

$$L_h(\omega) = 20 \lg A_h(\omega) = \sum_{i=1}^n 20 \lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega) \quad (4.12)$$

Như vậy đặc tính TBL của cả một hệ thống hở sẽ bằng tổng của các đặc tính TBL của các khâu thành phần (của các thừa số động học)

– Từ (4.12) có thể xây dựng đặc tính TPL của hệ thống hở bằng tổng của đặc tính TPL của các khâu thành phần.

Ví dụ 4.1. Xây dựng đặc tính TBL và đặc tính TPL của hệ thống hở có hàm truyền sau đây:

$$W_h(s) = \frac{k(T_2s + 1)}{s(T_1s + 1)(T_3s + 1)^2(T_4^2s^2 + 2\xi T_4s + 1)} \quad (4.13)$$

Giả sử $k > 1; T_1 > T_2 > T_3 > T_4; 0,38 < \xi < 0,71$ Từ (4.13) viết tách thành các khâu riêng:

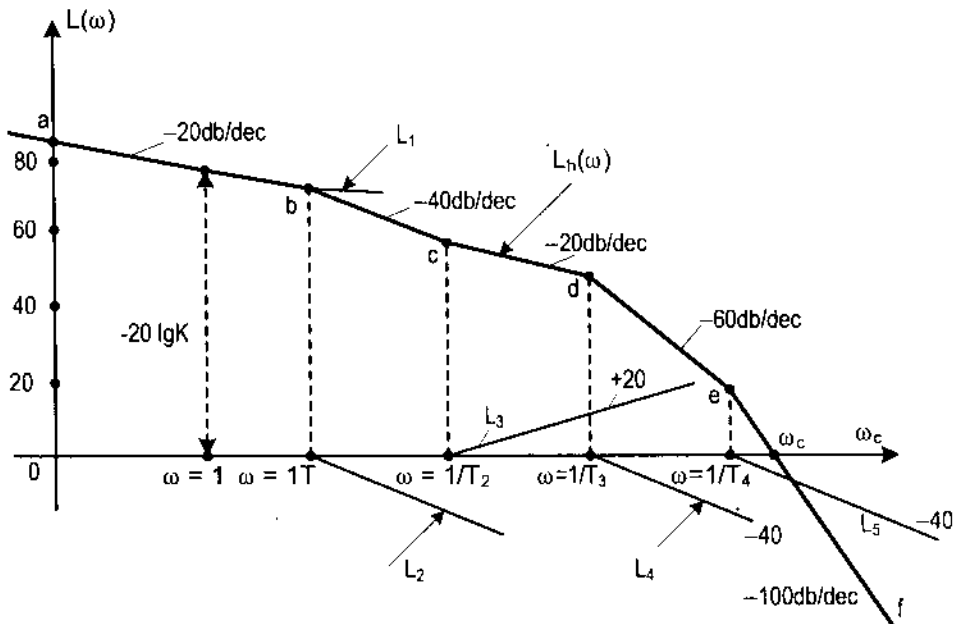
$$W_h(s) = \frac{k}{s} \cdot \frac{1}{T_1s + 1} \cdot (T_2s + 1) \cdot \frac{1}{(T_3s + 1)^2} \cdot \frac{1}{T_4^2s^2 + 2\xi T_4s + 1}$$

$$= W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s) \cdot W_4(s) \cdot W_5(s)$$

đối với $W_1(s), W_2(s), W_3(s), W_4(s), W_5(s)$ là các khâu điển hình có đặc tính tần số đã biết từ phần trình bày trước.

+ Theo (4.13) xây dựng được các đặc tính tần số biên độ logarit:

$$L_h(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + L_3(\omega) + L_4(\omega) + L_5(\omega)$$



Hình 4.23. Minh họa cho ví dụ 4.1

Trên hình 4.23 xây dựng được các đặc tính $L_i(\omega)$ riêng rẽ và cộng đồ thị theo (4.13) ta có đặc tính $L_h(\omega)$ của hệ thống hở.

Qua đặc tính $L_h(\omega)$ ta thấy: Khi chuyển qua đoạn đặc tính của một khâu $W_i(s)$ thì độ nghiêng của đặc tính TBL của hệ thống bằng độ nghiêng của $L_i(\omega)$ cộng với độ nghiêng của đoạn đặc tính biên độ logarit của hệ thống ứng với khâu $W_{i-1}(s)$. Cụ thể với (hình 4.23) ta có: ab ứng với khâu tích phân lý tưởng $\frac{k}{s}$ có độ nghiêng -20db/dec ; đoạn bc có độ nghiêng bằng độ nghiêng đặc tính $L_2(\omega)$ của khâu $W_2(s) = \frac{1}{T_2s+1}$ (là -20db/dec) cộng với độ nghiêng đoạn đặc tính ab trước đó là -20db/dec , tức là bc có độ nghiêng là -40db/dec ; tương tự đoạn bc có độ nghiêng là -40db/dec cộng với độ nghiêng của khâu $W_3(s) = T_3(s)+1$ là $+20\text{db/dec}$ tức là đoạn cd có độ nghiêng $(-40+20) = -20\text{db/dec}$; đoạn cd có độ nghiêng -20db/dec cộng với độ nghiêng của khâu quán tính bậc hai $W_4(s) = \frac{1}{(T_3s+1)^2}$ (hai khâu quán tính bậc một $\frac{1}{T_3s+1}$ nối tiếp nhau), là -40db/dec , tức là đoạn de có độ nghiêng -60db/dec . Đoạn de có độ nghiêng -60db/dec cộng với độ nghiêng khâu dao động là -40db/dec tức là đoạn ef có độ nghiêng $(-60+(-40)) = -100\text{db/dec}$. Các điểm chuyển đổi đoạn đặc tính có các độ nghiêng khác nhau chính là các tần số gãy $\omega = \frac{1}{T_i}$ của các khâu thành phần chỉ rõ trên hình 4.25.

+ Ta có đặc tính TPL:

$$\varphi_h(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) + \varphi_4(\omega) + \varphi_5(\omega)$$

$$\varphi_h(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctan T_1\omega + \arctan T_2\omega - 2\arctan_3\omega - \arctan \frac{2\xi T_4}{1 - \omega^2 T_4^2}$$

Với các giá trị ω khác nhau ta tính các $\varphi_i(\omega)$ thành phần và qua biểu thức (4.10) ta xây dựng được đặc tính TPL $\varphi_h(\omega)$ của hệ thống hở.

Ví dụ 4.2. Xây dựng đặc tính TBL và đặc tính TPL của hệ thống có hàm truyền đạt sau đây:

$$W_h(s) = \frac{k(T_1s+1)(T_3s+1)^3}{s^2(T_2s+1)^2(T_4^2s^2+2\xi T_4s+1)}$$

Giả sử: $k > 1; T_1 > T_2 > T_3 > T_4; 0.38 < \xi < 0.71$

Xác định các tần số gãy:

$$\omega_0 = 0, \omega_1 = \frac{1}{T_1}, \omega_2 = \frac{1}{T_2}, \omega_3 = \frac{1}{T_3}, \omega_4 = \frac{1}{T_4}$$

Trên (hình 4.24) đặc tính $L_h(\omega)$ bao gồm các đoạn:

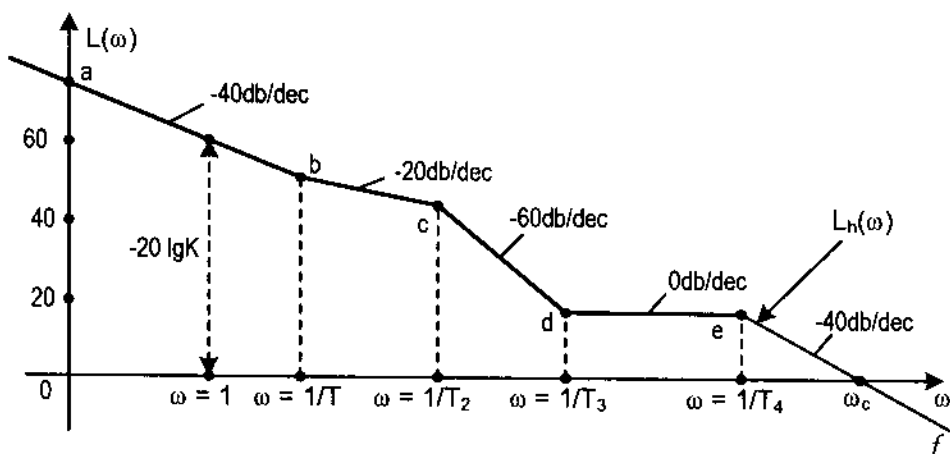
ab tương ứng với khâu $W_0(s) = \frac{k}{s^2}$ có độ nghiêng là -40db/dec

bc tương ứng với khâu $W_1(s) = T_1s + 1$ có độ nghiêng là $+20\text{db/dec}$

cd tương ứng với khâu $W_2(s) = \frac{1}{(T_2s + 1)^2}$ có độ nghiêng là -40db/dec

de tương ứng với khâu $W_3(s) = (T_3s + 1)^3$ có độ nghiêng là $+60\text{db/dec}$

ef tương ứng với khâu $W_4(s) = \frac{1}{T_4^2s^2 + 2\xi T_4s + 1}$ có độ nghiêng là -40db/dec .



Hình 4.24. Minh họa cho ví dụ 4.2

ĐTPL: $\varphi(\omega) = \varphi_0(\omega) + \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \varphi_3(\omega) + \varphi_4(\omega)$

$$\varphi_0(\omega) = -\frac{2\pi}{2}$$

$$\varphi_1(\omega) = +\arctan T_1\omega$$

$$\varphi_2(\omega) = -2\arctan T_2\omega$$

$$\varphi_3(\omega) = +\arctan T_3\omega$$

$$\varphi_4(\omega) = -\arctan \frac{2\xi\omega T_4}{1 - \omega^2 T_4^2}$$

Ví dụ 4.3. Xây dựng đặc tính tần số biên độ logarit cho hệ thống có hàm truyền đạt như sau:

$$W(s) = \frac{s.(4.s + 1)}{(2.s + 1)(3.s + 1)}$$

Từ hàm truyền đạt trên ta có thể biến đổi về các hàm truyền đạt dạng tổng quát:

$$W(s) = \frac{s.(4.s + 1)}{(2.s + 1)(3.s + 1)} = W_1(p).W_2(p).W_3(p).W_4(p)$$

Với:

$$W_1(s) = 4.s + 1$$

$$W_2(s) = \frac{1}{3.s + 1}$$

$$W_3(s) = \frac{1}{2.s + 1}$$

$$W_4(s) = s$$

Dựa trên phương pháp cộng đồ thị ta có đặc tính tần số biên độ logarit của hàm truyền đạt trên có thể phân tích thành:

$$L(\omega) = L_1(\omega) + L_2(\omega) + L_3(\omega) + L_4(\omega)$$

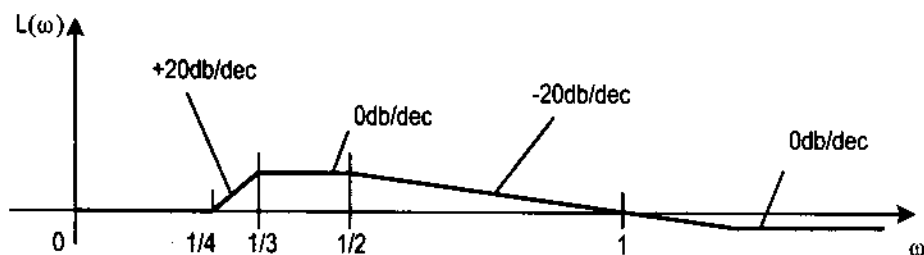
Trong đó:

– $L_1(\omega)$ là đặc tính tần số biên độ logarit của $W_1(s) = 4.s + 1$ là khâu vi phân bậc 1, có hệ số khuếch đại là 1, tần số gãy là $\omega_1 = \frac{1}{4}$, có độ nghiêng là +20db/dec.

– $L_2(\omega)$ là đặc tính tần số biên độ logarit của $W_2(s) = \frac{1}{3.s + 1}$ là khâu quán tính bậc 1, có hệ số khuếch đại là 1, có tần số gãy $\omega_2 = \frac{1}{3}$ độ nghiêng là -20db/dec.

– $L_3(\omega)$ là đặc tính tần số biên độ logarit của $W_3(s) = \frac{1}{2.s + 1}$ là khâu quán tính bậc 1, có hệ số khuếch đại là 1, tần số gãy $\omega_3 = \frac{1}{2}$, độ nghiêng là -20db/dec.

- $L_4(\omega)$ là đặc tính tần số biên độ logarit của $W_4(s) = s$ là khâu vi phân lý tưởng có hệ số khuếch đại là 1, tần số gãy $\omega_g = 1$, độ nghiêng là $+20\text{db/dec}$.



Hình 4.25. Minh họa cho ví dụ 4.3

BÀI TẬP CHƯƠNG 4

Hãy xây dựng đặc tuyến tần số biên độ logarit của hàm truyền đạt sau:

$$1) W(s) = \frac{50.(4.s + 2)}{s.(3.s + 1)}; \quad 2) W(s) = \frac{10.s.(2.s + 4)}{3.s + 1}$$

$$3) W(s) = \frac{10.s^2}{2.s + 1}; \quad 4) W(s) = \frac{s.(4.s + 1)}{(2.s + 1)(3.s + 1)}$$

$$5) W(s) = \frac{3.s + 6}{(2.s + 1)^2}; \quad 6) W(s) = \frac{3.s + 4}{(2.s + 1)(5.s + 4)}$$

$$7) W(s) = 10.(20s + 5); \quad 8) W(s) = \frac{s^2.(4.s + 1)}{(2.s + 1)(3.s + 1)}$$

$$9) W(s) = \frac{1}{100.(5.s + 3)}; \quad 10) W(s) = \frac{2.s^2 + 3.s + 1}{12.s^2 - s - 1}$$

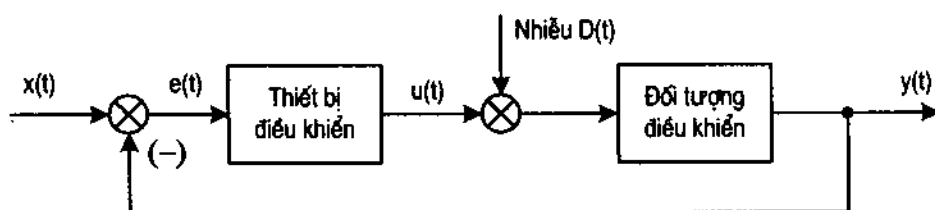
Chương 5

KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Một hệ thống điều khiển tự động có một số đặc tính cần phải phân tích như tính điều khiển được (controllability), tính quan sát được (observability), ổn định (stability)... những đặc tính này đóng vai trò quyết định hành vi của hệ thống. Trong đó, tính ổn định của hệ thống đóng vai trò rất quan trọng.

Vấn đề quan trọng nhất trong thực tế các hệ điều khiển tự động là thiết kế một hệ thống điều khiển vòng kín (hình 5.1) sao cho tín hiệu đầu ra bám theo với sai số nhỏ nhất với tín hiệu mong muốn đầu vào. Trong phần này, ta sẽ thấy những hệ thống không ổn định hay những hệ thống không thể đảm bảo được điều đó và do đó chúng sẽ không có ứng dụng trong thực tế. Một bất lợi khác của mất ổn định là khi biên độ trạng thái của hệ tăng đến vô cùng mặc dù đầu vào đã được khống chế, điều này rất nguy hiểm bởi có thể dẫn đến những tai nạn như cháy, nổ, hỏng hóc thiết bị... vì những lý do đó, công việc đầu tiên của những người thiết kế hệ thống điều khiển là xem xét sự ổn định của hệ thống. Khi ổn định của hệ thống được đảm bảo, ta mới đi xét đến các yếu tố khác của hệ thống như thời gian đáp ứng, tốc độ đáp ứng, sai lệch trạng thái...

Xét một hệ thống điều khiển tự động vòng kín có sơ đồ cấu trúc như sau:



Hình 5.1. Cấu trúc của một hệ thống điều khiển

Tính ổn định của hệ thống cũng như chất lượng của quá trình quá độ đều có thể khảo sát thông qua sự thay đổi của đại lượng cần điều chỉnh y hoặc giá trị sai lệch e khi có tác động của nhiễu đặt trước u , hoặc nhiễu D .

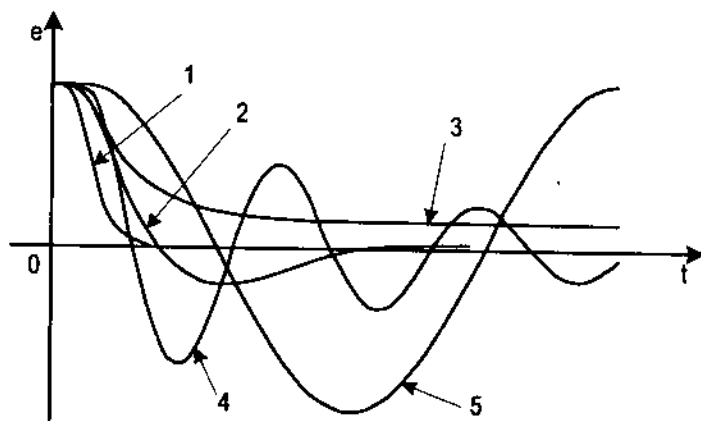
5.1. KHÁI NIỆM VỀ ỔN ĐỊNH HỆ THỐNG

5.1.1. Khái niệm và định nghĩa

Ổn định là điều kiện cần thiết đầu tiên của một hệ thống điều khiển tự động. Hệ thống điều khiển tự động được gọi là ổn định nếu sau khi có nhiễu tác động làm thay đổi trạng thái cân bằng của nó thì nó tự hiệu chỉnh để trở lại trạng thái cân bằng. Nếu nó không trở lại trạng thái cân bằng mà tín hiệu ra tiến tới vô cùng thì hệ thống sẽ không ổn định và trong trường hợp này tín hiệu ra của hệ thống là một dao động có biên độ không đổi. Như vậy điều kiện ổn định của hệ thống điều khiển tự động là:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0 \text{ (hoặc một giá trị cố định).}$$

Nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow 0$ khi $t \rightarrow \infty$ thì hệ thống không ổn định. Hệ thống sẽ ở biên giới ổn định nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) \rightarrow$ dao động có biên độ không đổi khi $t \rightarrow \infty$. Khi có tác động của nhiễu thì quá trình quá độ của hệ thống được biểu diễn thông qua sự thay đổi của sai lệch e , sẽ xảy ra theo các trường hợp được mô tả trong hình 5.2.



Hình 5.2. Trạng thái của hệ thống điều khiển tự động

- Đường 1 ứng với trạng thái ổn định không dao động của hệ thống.
- Đường 2, 4 ứng với trạng thái ổn định có dao động của hệ thống.

- Đường 3 ứng với trạng thái ổn định có sai lệch tĩnh của hệ thống.
- Đường 5 ứng với trạng thái không ổn định của hệ thống.

Để biết được hệ thống ổn định hay không ổn định ta phải xác định được phản ứng của hệ thống khi có tác động ở đầu vào. Nghĩa là phải giải và tìm nghiệm của phương trình vi phân.

Giả sử quá trình động học của hệ thống được mô tả bằng phương trình vi phân tuyến tính có dạng như sau:

$$a_0 y + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = b_0 u + b_1 \frac{du}{dt} + \dots + b_m \frac{d^m u}{dt^m} \quad (5.1)$$

Sẽ bao gồm 2 quá trình: Quá trình xác lập và quá trình quá độ, đặc trưng bằng nghiệm:

$$y(t) = y_0(t) + y_{qd}(t)$$

Trong đó:

- $y_0(t)$ là nghiệm riêng của phương trình (5.1) có vế phải, đặc trưng cho quá trình xác lập.
- $y_{qd}(t)$ là nghiệm tổng quát của phương trình (5.1) không có vế phải đặc trưng cho quá trình quá độ.

Quá trình xác lập là một quá trình ổn định. Vấn đề còn lại là ta chỉ cần xét quá trình quá độ $y_{qd}(t)$. Dạng nghiệm tổng quát của $y_{qd}(t)$ là:

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^n C_i \cdot e^{s_i t}$$

Trong đó s_i là nghiệm của phương trình đặc tính:

$$a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n = 0 \quad (5.2)$$

s_i có thể là hằng số, là nghiệm thực và cũng có thể là nghiệm phức liên hợp.

* Khi s_i là hằng số:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n C_i \cdot e^{s_i t} \text{ và hệ thống ổn định khi } \lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd} \rightarrow 0.$$

* Khi s_i là các nghiệm thực: $s_i = \alpha_i$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C_i e^{s_i t} = \lim_{t \rightarrow \infty} C_i e^{\alpha_i t} = \begin{cases} 0 & \text{nếu } \alpha_i < 0 \text{ (hệ ổn định)} \\ C_i & \text{nếu } \alpha_i = 0 \text{ (hệ ở biên giới ổn định)} \\ \infty & \text{nếu } \alpha_i > 0 \text{ (hệ không ổn định)} \end{cases}$$

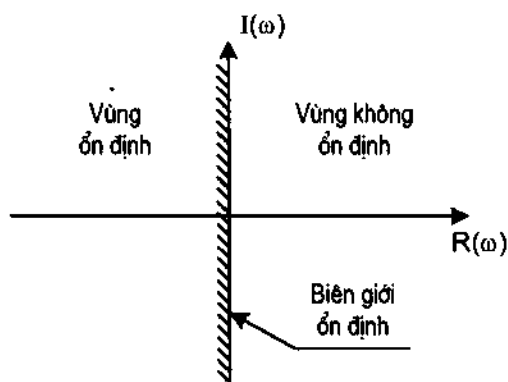
* Khi s_i là các cặp nghiệm phức liên hợp:

$$s_i = \alpha_i \pm j\beta_i$$

$$C_i e^{(\alpha_i + j\beta_i)t} + C_{i+1} e^{(\alpha_i - j\beta_i)t} = 2A_i e^{\alpha_i t} \cdot \cos(\beta_i t + \phi_i)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{s_i t} = \lim_{t \rightarrow \infty} 2A_i e^{\alpha_i t} \cdot \cos(\beta_i t + \phi_i) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } \alpha_i < 0 \text{ (hệ ổn định)} \\ \text{không xác định} & \text{nếu } \alpha_i = 0 \text{ (biên giới)} \\ \infty & \text{nếu } \alpha_i > 0 \text{ (hệ không ổn định)} \end{cases}$$

Như vậy: Một hệ thống được gọi là ổn định nếu quá trình quá độ tắt dần theo thời gian. Hệ thống không ổn định nếu quá trình quá độ tăng dần theo thời gian. Hệ thống ở biên giới ổn định nếu quá trình quá độ không đổi hoặc dao động tắt dần.



Hình 5.3. Phân vùng trên mặt phân bố nghiệm số

Nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t} = 0 \Rightarrow$ Hệ thống ổn định.

Nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t} = \infty \Rightarrow$ Hệ thống không ổn định.

Nếu $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n C_i e^{s_i t} = k \Rightarrow$ Hệ thống ở biên giới ổn định.

Vậy ta có kết luận:

1. Hệ thống ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính (5.2) có phần thực âm (các nghiệm ở nửa trái mặt phẳng phức):

$$\operatorname{Re}\{s_i\} < 0, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2. Hệ thống sẽ không ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính (5.2) có phần thực dương (có một nghiệm nằm ở nửa phải mặt phẳng phức):

$$\operatorname{Re}\{s_i\} > 0, \quad (i = 1)$$

3. Hệ thống ở biên giới ổn định chỉ cần có một nghiệm của phương trình đặc tính (5.2) có phần thực bằng không còn các nghiệm còn lại có phần thực âm (có một nghiệm nằm trên trục ảo còn lại nằm ở nửa phải mặt phẳng phức):

$$\operatorname{Re}\{s_i\} = 0, \quad (i = 1)$$

$$\operatorname{Re}\{s_i\} < 0, \quad (i = 2, 3, \dots, n)$$

5.1.2. Phân loại các phương pháp khảo sát ổn định của hệ thống

Phương pháp xét tính ổn định của hệ thống bằng cách trực tiếp như trên sẽ rất khó khăn nếu hệ thống có bậc lớn. Do đó các tiêu chuẩn ổn định ra đời cho phép ta đánh giá tính ổn định của hệ thống một cách dễ dàng hơn. Các tiêu chuẩn ổn định được chia làm 3 loại:

- Tiêu chuẩn đại số: Tìm điều kiện ràng buộc giữa các hệ số phương trình đặc tính để hệ thống ổn định, đó là tiêu chuẩn Routh – Hurwitz.
- Tiêu chuẩn ổn định tần số: Thông qua đặc tính tần số của hệ thống để xét ổn định. Đó là tiêu chuẩn Nyquits, Mikhailov...
- Muốn xét ổn định của hệ thống khi có một thông số biến đổi trong một phạm vi nào đó ta phải dùng đến phương pháp chia miền ổn định hoặc phương pháp quỹ đạo nghiệm số.

5.2. CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH ĐẠI SỐ

5.2.1. Điều kiện cần thiết

Trước khi xét các tiêu chuẩn ổn định, ta cần tìm một dấu hiệu nào đó thật dễ dàng và đơn giản để phán đoán tính ổn định của hệ thống. Dấu hiệu đó chính là điều kiện ổn định cần thiết.

Phát biểu: "Điều kiện ổn định cần thiết của hệ thống ĐKTD tuyến tính là các hệ số của phương trình đặc tính dương".

Đây là điều kiện cần thiết của một hệ thống ĐKTD, nếu một hệ thống khi không tồn tại điều kiện ổn định cần thiết thì hệ thống được liệt kê vào loại có cấu trúc không ổn định và lúc đấy ta phải thay đổi cấu trúc của nó.

Giả sử hệ thống ĐKTD ổn định và có phương trình đặc tính:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0 \quad (5.3)$$

Như thế thì nghiệm của phương trình đặc tính là:

$$s_1 = -\alpha_1; \quad s_{2,3} = -\alpha_2 \pm j\beta_2; \quad \dots; \quad s_n = -\alpha_n$$

Trong đó: $\alpha_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$)

Phương trình đặc tính có n nghiệm ta có thể biểu diễn thành:

$$a_n (s - s_1) \cdot (s - s_2) \dots (s - s_n) = 0$$

Hoặc là theo giả thiết ta có:

$$a_n (s + \alpha_1) \cdot (s + \alpha_2 - j\beta_2) \cdot (s + \alpha_2 + j\beta_2) \dots (s - \alpha_n) = 0$$

$$a_n (s + \alpha_1) \cdot [(s + \alpha_2)^2 + j\beta_2^2] \dots (s - \alpha_n) = 0$$

Tiếp tục khai triển và sắp xếp về dạng (5.3) ta có:

$$a'_n s^n + a'_{n-1} s^{n-1} + \dots + a'_1 s + a'_0 = 0 \quad (5.4)$$

Các hệ số $a'_0, a'_1, a'_2, \dots, a'_n$ luôn luôn dương vì các số hạng trong (5.4) là số dương và phép tính chỉ có phép cộng bình phương.

Vì thế hệ thống ổn định thì bắt buộc các hệ số của phương trình phải dương.

Ví dụ 5.1. Hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính:

$$2s^3 - 3s^2 + 13s + 4 = 0$$

Khẳng định là hệ không ổn định vì có hệ số $a_2 = -3 < 0$ nên không thỏa mãn điều kiện ổn định cần thiết.

Ví dụ 5.2. Hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính:

$$3s^4 + 2s^3 + 4s^2 + s + 5 = 0$$

Có các hệ số $a_i > 0$ nên có thể ổn định. Đây cũng chỉ là điều kiện cần để xét tính ổn định của hệ thống. Để khẳng định rằng hệ thống là ổn định thì ta phải xét thêm điều kiện đủ dựa vào một số tiêu chuẩn sau đây.

5.2.2. Tiêu chuẩn Hurwitz

– Phát biểu: “Điều kiện cần và đủ để cho hệ thống tuyến tính ổn định là hệ số $a_i > 0$ và các định thức Hurwitz dương”.

– Cách thành lập định thức Hurwitz.

Giả sử hệ thống các phương trình đặc trưng sau:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

1. Dựng ma trận H kiểu $(n \times n)$ từ các hệ số $a_i > 0$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$ của đa thức $A(s)$.

$$H = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix}$$

2. Xác định các ma trận vuông H_i , $i = 1, 2, \dots, n$ lấy từ H sao cho H_i có đúng i phần tử trên đường chéo chính giống như H:

$$H_1 = a_1, H_2 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{bmatrix}, H_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix} \dots$$

3. Tính định thức $D_i = \det(H_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$

a) Đa thức $A(s)$ cho trong phương trình đặc tính là đa thức Hurwitz khi và chỉ khi tất cả các định thức D_i là những số dương ($D_i > 0$).

b) Số lần đổi dấu trong dãy $D_1, D_2, \frac{D_2}{D_1}, \dots, \frac{D_n}{D_{n-1}}$ bằng số nghiệm bên phải trục phức của $A(s)$.

Ví dụ 5.3. Xét đa thức

$$A(s) = s^3 + 10s^2 + 11s + 6$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz ta có:

$$H = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 10 & 6 \end{bmatrix} \text{ với } H_1 = 1; H_2 = \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 1 & 11 \end{bmatrix}; H_3 = \begin{bmatrix} 10 & 6 & 0 \\ 1 & 11 & 0 \\ 0 & 10 & 6 \end{bmatrix}$$

Tính định thức của H_1, H_2, H_3 ta có:

$$D_1 = 1, D_2 = 104, D_3 = 624$$

Do tất cả các định thức D_1, D_2, D_3 là những số dương nên tất cả các nghiệm của $A(s)$ đều nằm bên trái trục ảo. Ta có thể kết luận hệ thống ổn định.

Ví dụ 5.4. Xét đa thức: $A(s) = 2s^3 + 4s^2 + s + 3$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz ta có:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ với } H_1 = 1; H_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}; H_3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Tính định thức của H_1, H_2, H_3 ta có: $D_1 = 1, D_2 = -2, D_3 = 2D_2 = -4$

Điều này nói rằng không phải tất cả các nghiệm của đa thức đều nằm ở bên trái trục ảo. Ta xét tiếp dãy: $D_1 = 1, D_2 = -2, \frac{D_2}{D_1} = -2, \frac{D_3}{D_2} = 2$

Vì các số hạng của dãy đổi dấu hai lần (một lần từ 1 sang -2, và từ -2 sang +2) nên đa thức $A(s)$ có hai nghiệm nằm bên phải trục ảo. Vậy ta kết luận là hệ thống không ổn định.

Ví dụ 5.5. Tìm điều kiện cho tham số k để hệ thống sau ổn định:

$$W(s) = \frac{4s^2 - 1}{4s^3 + (k^2 - 1)s^2 + 2s + 1}$$

* Điều kiện cần để hệ thống ổn định: $k^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k < -1 \\ k > 1 \end{cases}$

* Điều kiện đủ để hệ thống ổn định: Dựa trên tiêu chuẩn ổn định đại

số Hurwitz ta thiết lập định thức Hurwitz:
$$\begin{vmatrix} k^2 - 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ 0 & k^2 - 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Để thoả mãn điều kiện đủ thì:

$$\begin{cases} \Delta_1 = k^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k > 1 \\ k < -1 \end{cases} \\ \Delta_2 = 2 \cdot (k^2 - 1) - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k > \sqrt{3} \\ k < -\sqrt{3} \end{cases} \\ \Delta_3 = a_3 \cdot \Delta_2 = 1 \cdot \Delta_2 \end{cases}$$

Vậy với mọi giá trị $\begin{cases} k > \sqrt{3} \\ k < -\sqrt{3} \end{cases}$ thì hệ thống trên ổn định.

Chú ý: Để giảm các bước tính hệ số k có trong bài toán trên thì ma trận H có thể sắp xếp theo thứ tự ngược lại như sau:

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \dots \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \dots \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots \end{bmatrix}$$

5.2.3. Tiêu chuẩn Routh

5.2.3.1. Phát biểu

“Điều kiện cần và đủ để cho hệ thống tuyến tính ổn định là tất cả các số hạng trong cột đầu tiên của bảng Routh dương”.

5.2.3.2. Cách thành lập bảng Routh

Giả sử hệ thống có phương trình đặc trưng sau:

$$A(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$$

1. Lập bảng Routh từ các hệ số $a_i \in \mathbb{R}$, $i = 0, 1, 2, \dots, n$ của đa thức $A(s)$.

a_0	a_2	a_4	...
a_1	a_3	a_5	...
$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$c_1 = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$d_1 = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$	...
$b_2 = \frac{b_1 a_3 - a_1 c_1}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 d_1}{b_1}$	$\vdots$	...
$\vdots$			

2. Đa thức $A(s)$ là một đa thức Hurwitz khi và chỉ khi các hệ số $a_0, a_1, b_1, b_2, \dots, b_n$ trong cột đầu tiên của bảng Routh là những số dương khác không.

3. Số lần đổi dấu trong cột đầu bằng số các nghiệm của $A(s)$ nằm bên nửa hỏ bên phải mặt phẳng phức (có phần thực dương).

Thoạt mắt nhìn, bảng Routh có vẻ như phức tạp và khó nhớ. Song nếu để ý ta thấy ở đây việc lập bảng Routh có quy luật đơn giản:

– Bảng Routh được lập theo từng hàng, sau khi kết thúc hàng trên thì mới lập hàng dưới. Hai hàng đầu tiên được lập từ các hệ số của đa thức, trong đó hàng đầu là các hệ số có chỉ số chẵn và hàng thứ hai là các hệ số có chỉ số lẻ.

– Các phần tử trong mỗi hàng tiếp theo được tính từ hai hàng nằm ngay trước nó. Muốn tính phần tử ở một cột nào đó trong hàng ta lấy bốn phần tử theo thứ tự từ dưới lên trên và từ trái sang phải để được một ma trận rồi tính định thức ma trận đó.

– Quá trình lập bảng sẽ dừng lại khi gặp phần tử đầu tiên trong bảng bằng 0. Khi đó ta kết luận hệ thống ổn định.

Ví dụ 5.6. Cho đa thức:

$$A(s) = 3s^4 + s^3 + 3s^2 + 13s + 2$$

Lập bảng Routh (các ô không có phần tử được coi như bằng không).

2	3	3
13	1	
2,84	3	
-12,88	0	
3		

Với các giá trị trong cột đầu của bảng Routh không cùng dấu nên hệ không ổn định (tất cả các điểm cực không cùng nằm bên trái trục ảo). Hơn nữa chúng đổi dấu hai lần từ 2,48 sang -12,88 và lần thứ 2 từ -12,88 sang 3) nên sẽ có hai điểm cực có phần thực dương.

Ví dụ 5.7. Cho đa thức:

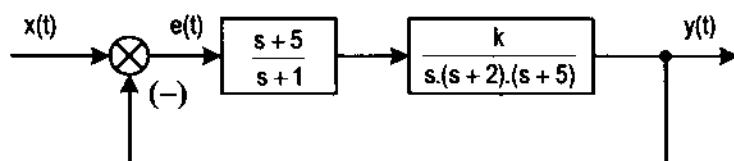
$$A(s) = s^4 + 8s^3 + 18s^2 + 16s + 5$$

Lập bảng Routh (các ô không có phần tử được coi như bằng không).

5	18	1
16	8	
15,5	1	
6,97		
1		

Do tất cả các giá trị trong cột đầu tiên của bảng Routh đều dương nên tất cả các nghiệm của đa thức đã cho đều có phần thực âm nên hệ thống ổn định.

Ví dụ 5.8. Cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc như sau:



– Tìm điều kiện cho tham số k để hệ thống ổn định?

Trước hết ta xác định hàm truyền đạt của hệ:

$$W_{ht}(s) = \frac{k(s+5)}{s^4 + 8s^3 + 17s^2 + (k+10)s + 5k}$$

Xét phương trình: $A(s) = s^4 + 8s^3 + 17s^2 + (k+10)s + 5k$

* Tìm điều kiện cần để hệ thống ổn định: $\begin{cases} 5k > 0 \\ k+10 > 0 \end{cases} \Rightarrow k > 0$

* Điều kiện đủ để hệ thống ổn định:

Thành lập bảng Routh

1	17	5k
8	k + 10	0
$\frac{126 - k}{8}$	5k	0
$\frac{(126 - k)(k + 10) - 320k}{126 - k}$	0	
2		

Để hệ thống ổn định thì tất cả các hệ số trong cột đầu của bảng Routh lớn hơn không.

$$\begin{cases} k > 0 \\ \frac{126 - k}{8} > 0 \\ -k^2 - 204k + 1260 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k > 0 \\ k < 126 \\ -210 < k < 6 \end{cases} \Rightarrow 0 < k < 6$$

Vậy với $0 < k < 6$ thì hệ thống ổn định.

Chú ý: Bảng Routh trong ví dụ 5.8 được lập bằng cách đảo ngược vị trí thứ tự của các hệ số của đa thức. Đó không phải là sự nhầm lẫn mà ở đây ta sắp xếp theo thứ tự ngược lại nhằm làm giảm số các phân tử có chứa tham số k ở cột đầu tiên, tức là giảm số các bất phương trình phải tính.

Như vậy bảng Routh có thể được lập như sau:

a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	...
a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	...
$b_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_0a_{n-3}}{a_{n-1}}$	$c_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_0a_{n-5}}{a_{n-1}}$	$d_1 = \frac{a_{n-1}a_{n-6} - a_0a_{n-7}}{a_{n-1}}$	...
$b_2 = \frac{b_1a_{n-3} - a_{n-1}c_1}{b_1}$	$c_2 = \frac{b_1a_{n-5} - a_{n-1}d_1}{b_1}$	$\vdots$	...
$\vdots$			

5.3. CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH TẦN SỐ

5.3.1. Tiêu chuẩn ổn định Mikhaillôp

Cũng như tiêu chuẩn Routh, tiêu chuẩn Mikhaillôp xét ổn định của hệ thống dựa trên phương trình đặc tính của nó. Nhưng ở đây việc xét ổn định dựa trên góc độ đặc tính tần số của đa thức đặc tính.

Xét hệ thống có phương trình đặc tính:

$$a_n.s^n + a_{n-1}.s^{n-1} + \dots + a_1.s + a_0 = 0$$

có n nghiệm là s_i thì đa thức đặc tính có thể viết dưới dạng :

$$W(s) = a_n \cdot \prod_{i=1}^n (s - s_i)$$

Thay $s = j\omega$ và biến đổi sẽ nhận được các đặc tính tần số của đa thức đặc tính, mỗi thừa số thành phần trong $W(j\omega)$ là một vector được biểu diễn dưới dạng:

$$j\omega - s_i = A_i(\omega).e^{j\varphi_i(\omega)}$$

Như vậy:

$$W(j\omega) = a_n \cdot \prod_{i=1}^n A_i(\omega).e^{j\sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)} = R(\omega) + j.I(\omega)$$

Đặc tính BT của $W(j\omega)$:

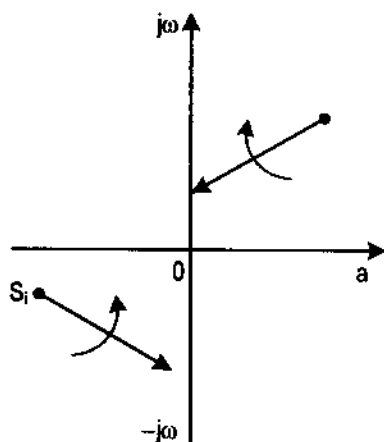
$$\text{mod } W(j\omega) = a_n \cdot \prod_{i=1}^n A_i(\omega) = A(\omega)$$

Đặc tính PT của $W(j\omega)$:

$$\arg W(j\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) = \varphi(\omega)$$

Khi $\omega = 0$: vector $W(j\omega)$ chỉ còn lại phần thực $R(0) = a_0$, còn phần ảo $I(0) = 0$, suy ra $\varphi(0) = 0$

Để xét sự thay đổi của $\varphi(\omega)$ khi ω thay đổi ta xét sự thay đổi của từng thành phần $\varphi_i(\omega)$. Trên mặt phẳng phân bố nghiệm số khi ω thay đổi từ $-\infty$ đến ∞ thì đầu của vector $j\omega - s_i$ sẽ trượt trên trục ảo (xem hình 5.4).



Hình 5.4. Các vector $j\omega$

Như vậy:

– Khi s_i nằm bên trái trục ảo thì :

$\Delta \arg(j\omega - s_i) = \pi$: vector quay ngược chiều kim đồng hồ lấy góc dương.
 $-\infty < \omega < \infty$

– Khi s_i nằm bên phải trục ảo thì:

$\Delta \arg(j\omega - s_i) = -\pi$: vector quay cùng chiều kim đồng hồ lấy góc âm.
 $-\infty < \omega < \infty$

– Khi phương trình đặc tính của hệ thống có k nghiệm nằm bên phải trục ảo thì:

$$\Delta \arg W(j\omega) = (n - k) \cdot \pi - k\pi = (n - 2k)\pi$$

$-\infty < \omega < \infty$

Khi hệ thống ổn định thì $k = 0$ nên: $\Delta \arg W(j\omega) = n\pi$
 $-\infty < \omega < \infty$

Do tính chất đối xứng của các đặc tính tần số nên chỉ cần xét cho trường hợp ω thay đổi từ 0 đến ∞ . Lúc đó để cho hệ thống ổn định sẽ tồn tại điều kiện: $\Delta \arg W(j\omega) = n \frac{\pi}{2}$
 $0 < \omega < \infty$

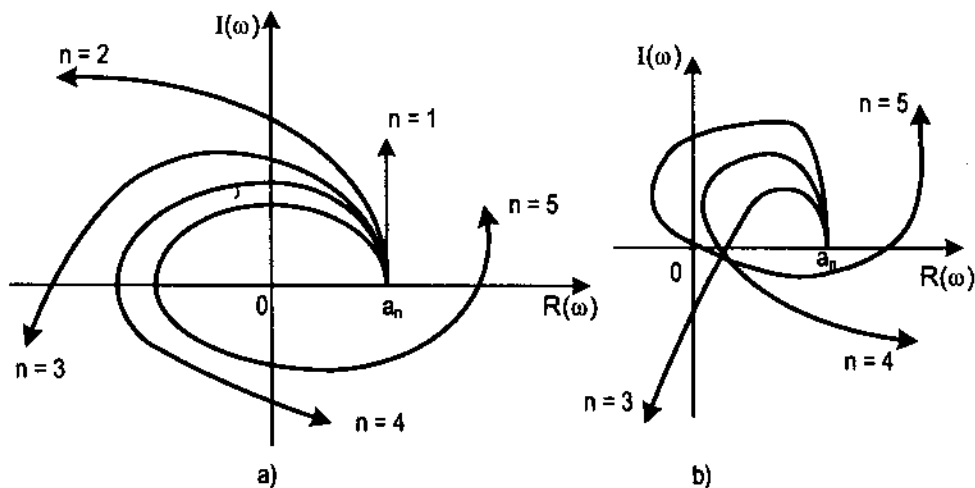
Xuất phát từ những suy luận tương tự như trên Mikhailov đã đưa ra tiêu chuẩn ổn định của mình.

Tiêu chuẩn Mikhailov phát biểu như sau: *“Hệ thống điều chỉnh tự động có phương trình đặc tính bậc n với các hệ số dương sẽ ổn định nếu biểu đồ đa thức đặc tính của nó xuất phát từ một điểm trên phần dương trục thực quay một góc bằng $n\pi/2$ quanh tâm tọa độ khi ω thay đổi từ 0 đến ∞ ”.*

Hình 5.5 mô tả các biểu đồ đa thức đặc tính của hệ thống ổn định (a) và không ổn định (b).

Trong thực tế có thể dùng tiêu chuẩn Mikhailov để xét ổn định của hệ thống thông qua sự phân bố nghiệm số của đặc tính phần thực và phần ảo mà không cần phải xây dựng biểu đồ đa thức đặc tính.

Từ đồ thị (hình 5.5) có thể rút ra kết luận sau: Hệ thống điều chỉnh tự động sẽ ổn định nếu theo chiều tăng của ω từ 0 đến ∞ các nghiệm số của đặc tính phần thực và phần ảo phân bố xen kẽ nhau bắt đầu từ nghiệm của phần ảo $\omega = 0$. Nếu bậc n của phương trình đặc tính là số chẵn thì số lượng nghiệm của phần ảo và phần thực phải bằng nhau và bằng $\frac{n}{2}$. Nếu n là số lẻ thì số lượng nghiệm của phần thực ít hơn phần ảo 1 và bằng $\frac{n-1}{2}$.



Hình 5.5. Đặc tính của các hệ thống

Ví dụ 5.9. Sử dụng tiêu chuẩn Mikhailov phân tích tính ổn định của hệ thống điều khiển tự động có phương trình đặc tính bậc ba với các hệ số dương.

$$a_3.s^3 + a_2.s^2 + a_1.s + a_0 = 0 \text{ với } a_0, a_1, a_2 \text{ và } a_3 > 0$$

Thay $s = j\omega$ vào đa thức đặc tính và tách phần thực và phần ảo thu được:

$$W(j\omega) = a_0 - a_2 \cdot \omega^2 + j(a_1 \cdot \omega - a_3 \cdot \omega^3) = R(\omega) + jI(\omega)$$

Với phần thực $R(\omega) = a_0 - a_2 \cdot \omega^2$ và phần ảo $I(\omega) = a_1 \cdot \omega - a_3 \cdot \omega^3$.

Giải tìm nghiệm của phần thực và phần ảo:

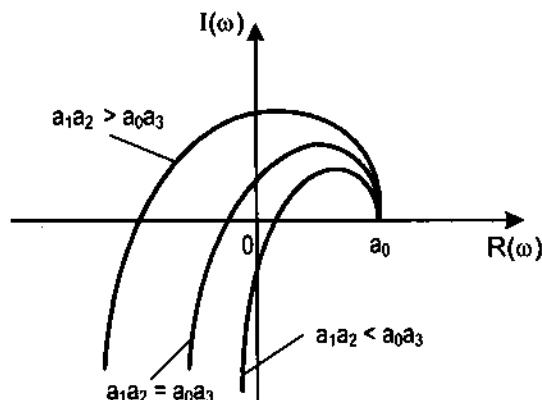
$$a_0 - a_2 \omega^2 = 0 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$$

$$a_1 \omega - a_3 \omega^3 = 0 \rightarrow \omega_{a_2} = 0; \omega_{a_1} = \sqrt{\frac{a_1}{a_3}}$$

Khi $a_1 a_2 > a_0 a_3$ thì sự phân bố nghiệm sẽ theo dãy: $\omega_{a_1} \rightarrow \omega_1 \rightarrow \omega_{a_2}$ hệ thống ổn định.

Khi $a_1 a_2 = a_0 a_3$ thì sự phân bố nghiệm số $\omega_{a_1} \rightarrow \omega_1 = \omega_{a_2}$. Hệ thống ở biên giới ổn định.

Khi $a_1 a_2 < a_0 a_3$ nghiệm số phần thực, phần ảo phân bố $\omega_{a_1} \rightarrow \omega_{a_2} \rightarrow \omega_1$ hệ thống không ổn định. Hình 5.6 mô tả biểu đồ đa thức đặc tính cho các trường hợp vừa nêu.



Hình 5.6. Đặc tính minh họa cho ví dụ 5.9

5.3.2. Tiêu chuẩn ổn định Nyquist

Nyquist đưa ra tiêu chuẩn xét ổn định của hệ thống kín dựa vào tính chất ổn định và đặc tính tần biên pha của hệ thống hở.

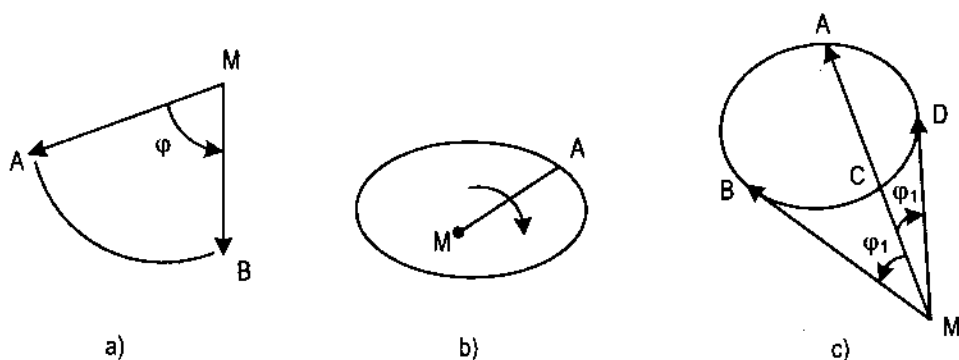
Tiêu chuẩn Nyquist phát biểu như sau: “Nếu phương trình đặc tính của hệ thống hở có k nghiệm nằm ở bên phải trục ảo thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính tần biên pha của hệ thống hở bao điểm $(-1, j0)$ một góc bằng $k\pi$ ”.

Trước khi tìm hiểu về tiêu chuẩn ổn định Nyquist ta làm quen với khái niệm bao góc bao của một đường cong đối với một điểm.

Để biết được một đường cong bao một điểm một góc bằng bao nhiêu ta tiến hành như sau: Kẻ vector có chân là điểm được bao còn đỉnh nằm trên đường cong. Cho đỉnh vector trượt từ đầu đường cong đến cuối đường cong, vector quay một góc bằng bao nhiêu thì chính là góc đường bao điểm được xét. Lưu ý, khi vector quay ngược chiều kim đồng hồ thì góc quay mang dấu dương, cùng chiều kim đồng hồ thì lấy dấu âm (hình 5.7) biểu diễn cách xác định góc quay.

Trên (hình 5.7a) vector MA quay đến vị trí MB một góc bằng φ ngược chiều kim đồng hồ. Như vậy đường cong AB bao điểm M một góc bằng φ .

Điểm M nằm trong đường khép kín (hình 5.7b), vector MA quay một góc 2π theo chiều kim đồng hồ khi điểm A trượt một vòng trên đường cong. Đường cong bao điểm M một góc bằng -2π . Nếu điểm A trượt theo chiều ngược lại thì góc bao sẽ bằng 2π .



Hình 5.7. Xác định giá trị góc bao

Trường hợp điểm M nằm ngoài đường tròn khép kín (hình 5.7c). Khi điểm A trượt đến điểm B thì vector quay một góc bằng φ_1 ngược chiều kim đồng hồ. Như vậy khi điểm A trượt qua B về đến điểm C thì góc quay của vector sẽ bằng không. Tương tự như vậy khi trượt từ C qua D về lại điểm A

thì góc quay của vector cũng bằng không. Như vậy đường khép kín không bao điểm nằm ngoài nó.

Trong thực tế, ta thường gặp hệ thống hở ổn định hoặc hệ thống hở ở biên giới ổn định, tiêu chuẩn Nyquits được phát biểu như sau:

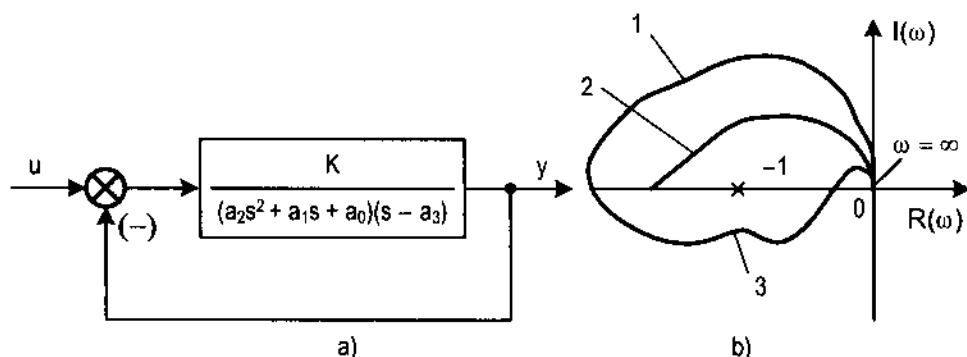
“Nếu hệ thống hở ổn định hoặc hệ thống hở ở biên giới ổn định thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính tần biên pha của hệ thống hở không bao điểm $(-1, j0)$, hệ thống kín sẽ ở biên giới ổn định khi đặc tính TBP của hệ thống hở đi qua điểm $(-1, j0)$ và hệ thống kín sẽ không ổn định nếu đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm $(-1, j0)$. ”

Để khảo sát hệ thống ổn định theo tiêu chuẩn Nyquits phải tiến hành những bước sau đây:

- Xác định tính chất phân bố nghiệm số của phương trình đặc tính của hệ thống hở.
- Xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở.
- Dựa vào kết quả của hai phần trên rút ra kết luận cuối cùng.

Ví dụ 5.10. Sử dụng tiêu chuẩn Nyquits xét ổn định cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc và đặc tính tần biên pha của hệ thống hở như sau:

Với các hệ số a_i và $K > 0$.



Hình 5.8. Sơ đồ cấu trúc hệ thống (a) và đặc tính TBP của hệ thống hở (b)

* Xét đặc tính của hệ thống hở:

– Phương trình đặc tính của hệ thống hở:

$$(a_2s^2 + a_1s + a_0)(s - a_3) = 0$$

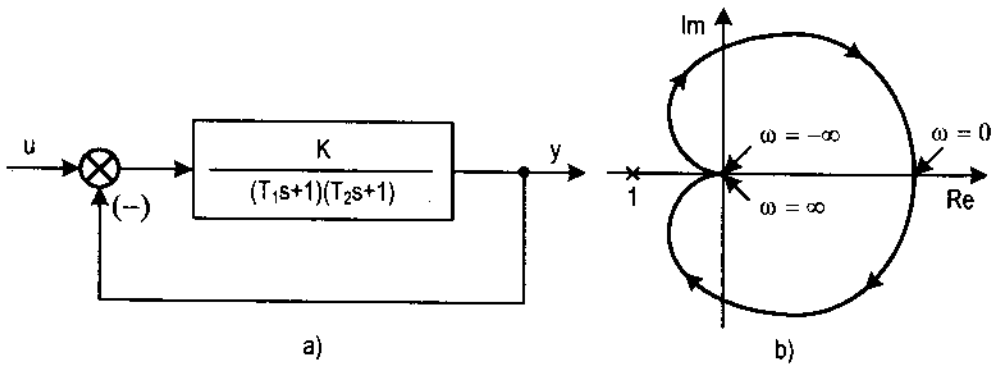
Do các hệ số a_i dương nên phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm nằm bên phải trục ảo ($s = a_3 > 0$).

Xét góc bao điểm $(-1, j0)$ của đặc tính TBP của hệ thống hở cho các trường hợp được mô tả trong hình 5.8b.

- Trường hợp 1: góc bao bằng -2π .
- Trường hợp 2: góc bao bằng $-\pi$.
- Trường hợp 3: góc bao bằng π .

Vậy: Phương trình đặc tính của hệ thống hở có một nghiệm nằm bên phải trục ảo, như vậy theo tiêu chuẩn Nyquits hệ thống kín sẽ ổn định nếu đặc tính TBP của hệ thống hở bao điểm $(-1, j0)$ một góc bằng π . Từ đó ta thấy chỉ có trường hợp 3 là hệ thống ổn định.

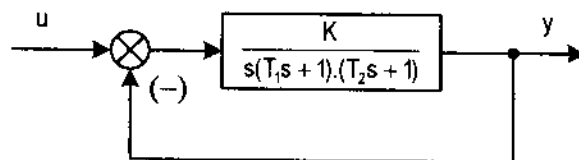
Ví dụ 5.11. Sử dụng tiêu chuẩn Nyquits xét ổn định cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc.



Hình 5.9. Sơ đồ cấu trúc hệ thống (a) và đặc tính TBP của hệ thống hở (b)

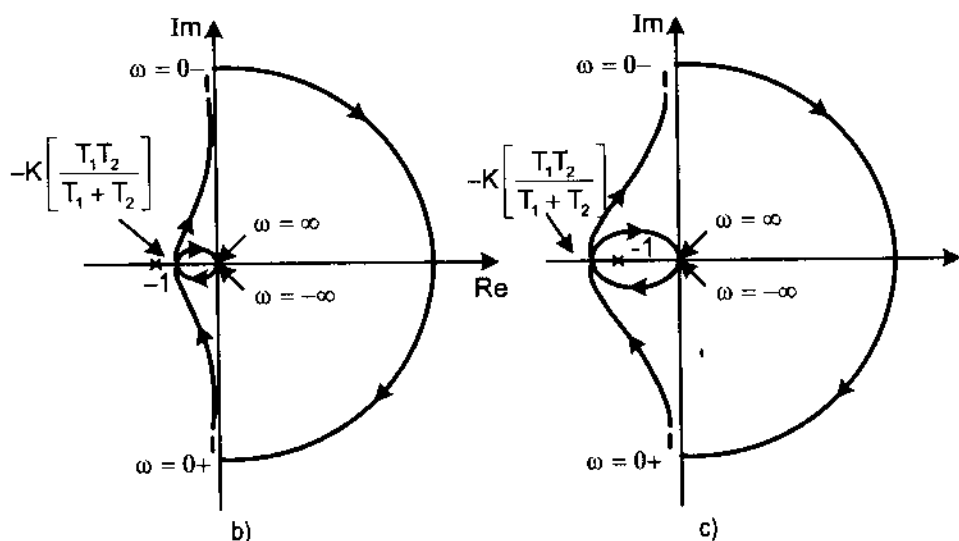
Từ đặc tính tần biên pha của hệ thống hở như trên ta có nhận xét hệ không có điểm cực nào nằm bên trái mặt phẳng s , và điểm $-1+j0$ không nằm trong quỹ đạo của đường cong do đó hệ ổn định với mọi K

Ví dụ 5.12. Xét hệ có sơ đồ cấu trúc:



Hình 5.10a. Sơ đồ cấu trúc hệ thống

Sử dụng tiêu chuẩn Nyquits xét ổn định cho hệ thống ta có thể thấy với $-K \left[\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \right] > -1 \Rightarrow 0 < K < \left[\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \right]$ thì hệ ổn định, còn với giá trị K khác hệ sẽ không ổn định.



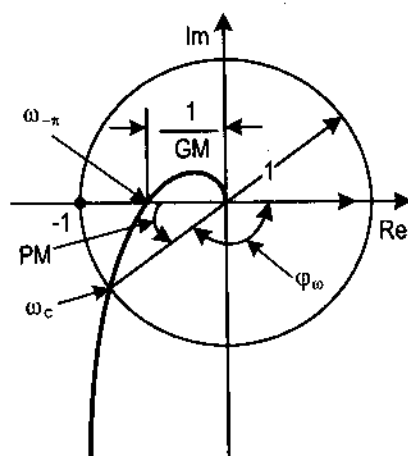
Hình 5.10. Đặc tính TBP của hệ thống hở với giá trị K nhỏ (b) và giá trị K lớn (c) hệ sẽ không ổn định.

Qua các ví dụ trên ta có thể thấy quỹ đạo đáp ứng tần biên pha của hệ hở càng gần tới điểm $(-1, j0)$ thì hệ thống kín càng gần với sự không ổn định. Thực tế, tất cả các hệ thống điều khiển có một độ dự trữ ổn định, Thường được xem xét là độ dự trữ biên độ và độ dự trữ pha. Chúng được thể hiện trên hình 5.11.

– Tần số cắt biên (ω_c): là tần số mà tại đó biên độ của đặc tính tần số bằng 1 (hay bằng 0dB).

– Tần số cắt pha ($\omega_{-\pi}$): là tần số tại đó góc pha là -180° (hay bằng $-\pi$ rad).

– Dự trữ biên độ GM (Gain Margin): là sự thay đổi hệ số khuếch đại tối thiểu có thể làm hệ mất ổn định. Vậy dự trữ biên độ càng lớn, hệ càng ổn định.



Hình 5.11. Tính độ dự trữ biên và độ dự trữ pha của hệ thống

$$GM = \frac{1}{M(\omega_{-\pi})} \Rightarrow GM = -L(\omega_{-\pi})$$

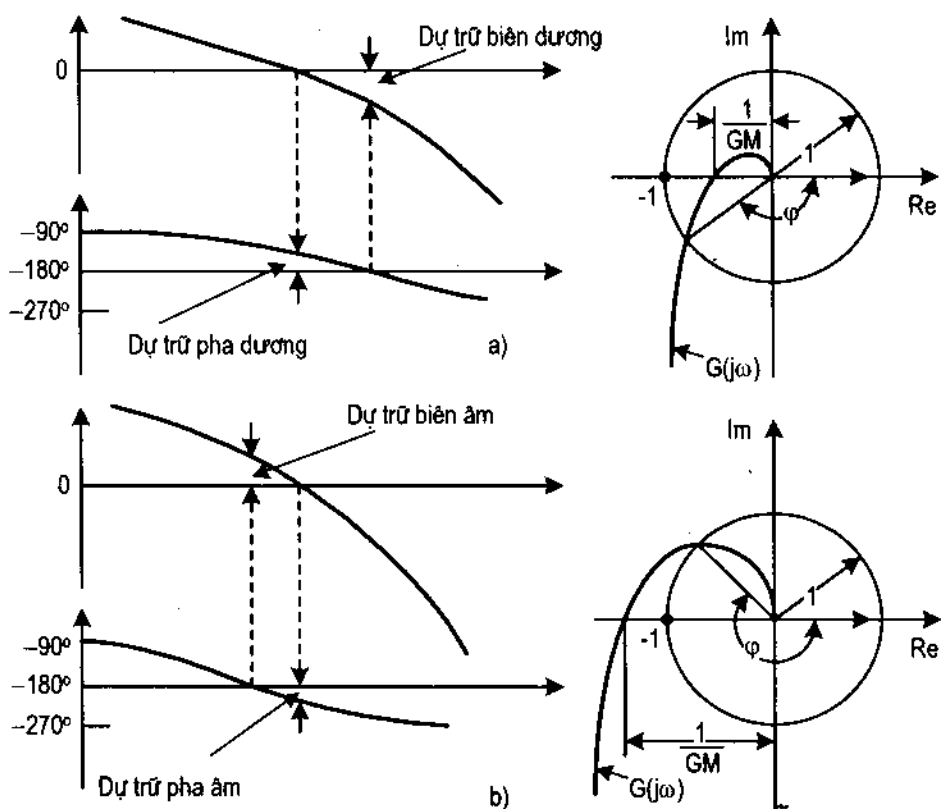
– Dự trữ pha PM (Phase Margin): là sự thay đổi pha tối thiểu có thể làm hệ mất ổn định.

$$PM = 180^\circ + \varphi(\omega_c)$$

Dự trữ pha cũng đặc trưng độ trễ thời gian tối đa có thể được của hệ thống. Nếu độ trễ lớn hơn $\frac{180}{\omega_{-\pi}}$ hệ kín sẽ mất ổn định. Khâu trễ có thể xem như một khối thêm vào sơ đồ khối hệ thống, nó tạo thêm góc lệch pha $\omega * t$ nhưng không ảnh hưởng tới biên độ. Nó tương đương một khối có biên độ bằng 1 và góc pha bằng $\omega * t$ (rad/s) với t là thời gian trễ.

Bây giờ ta xác định độ dự trữ biên và dự trữ pha của hệ thống dựa vào biểu đồ Bode: độ dự trữ pha PM là hiệu góc pha giữa giá trị pha và -180° tại tần số cắt biên ω_c . Tương tự, độ dự trữ biên GM là hiệu biên độ giữa giá trị biên độ và 0dB tại tần số cắt pha $\omega_{-\pi}$. Nói cách khác, GM tính từ đường biên độ đến trục ω tại tần số $\omega_{-\pi}$.

Điều thú vị là khi thay đổi hệ số khuếch đại ta không cần vẽ lại biểu đồ Bode để tìm độ dự trữ pha. Chỉ có biên độ là thay đổi. Tìm độ dự trữ pha chỉ đơn giản là đọc giá trị pha tại tần số cắt biên ω_c .



Hình 5.12. Tính độ dự trữ biên và độ dự trữ pha theo biểu đồ Bode
a) Hệ thống ổn định; b) Hệ không ổn định.

5.4. PHƯƠNG PHÁP QUỸ ĐẠO NGHIỆM SỐ (QDNS)

Phương pháp quỹ đạo nghiệm số thường dùng khi hệ thống có một thông số thay đổi $-\infty$ đến $+\infty$. Vị trí những điểm cực của hệ thống điều khiển vòng kín trong mặt phẳng phức mô tả sự ổn định của hệ thống điều khiển và quyết định hình dáng của đáp ứng thời gian của hệ thống đó. Với hai lý do cơ bản đó, việc nghiên cứu xác định và phân tích các điểm cực của hệ thống đóng vai trò quan trọng trong phân tích, thiết kế hệ thống điều khiển hiện đại.

– Định nghĩa điểm cực và điểm không.

Nếu một hệ SISO được mô tả bởi hàm truyền đạt:

$$W(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^m}{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n} = \frac{B(s)}{A(s)}$$

Trong đó, $B(s)$ là ký hiệu chỉ đa thức tử số, $A(s)$ là đa thức chỉ mẫu số, thì:

– Nghiệm của: $A(s) = 0$ được gọi là điểm cực.

– Nghiệm của: $B(s) = 0$ được gọi là điểm không của hệ.

Ý nghĩa điểm cực và điểm không:

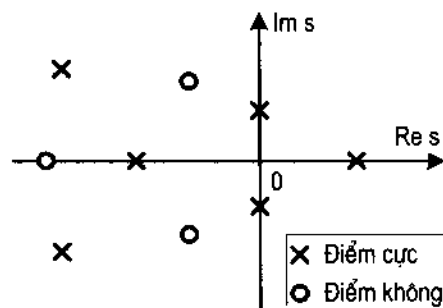
1. Nếu tất cả các điểm cực đều nằm bên trái trục ảo thì $W(s)$ là hàm bền. Khi đó hệ sẽ ổn định (đa thức mẫu số là đa thức Hurwitz) và quá trình tự do là tắt dần.

2. Nếu tất cả các điểm cực đều nằm bên trái trục ảo mà còn là số thực âm thì quá trình tự do sẽ là tổ hợp tuyến tính những quá trình đơn điệu tiến về 0. Các điểm cực nằm càng xa trục ảo, tốc độ tiến về không của những thành phần này càng nhanh, tức là quán tính của hệ càng nhỏ.

3. Nếu $W(s)$ có một điểm cực không nằm trên trục thực (có phần ảo khác 0) thì quá trình tự do có dạng dao động, hàm quá độ $h(t)$ có vô số các điểm cực trị (và tất nhiên hệ sẽ có độ quá điều chỉnh). Các điểm cực nằm càng xa trục thực, tần số của dao động càng lớn.

4. Nếu $W(s)$ có ít nhất một điểm cực là gốc toạ độ thì hệ có chứa thành phần tích phân. Những hệ có chứa thành phần tích phân sẽ luôn có tín hiệu ra thay đổi khi tín hiệu vào vẫn còn khác không.

6. Nếu $W(s)$ có bậc của tử số lớn hơn bậc của mẫu số ($m > n$) thì hệ sẽ có thành phần vi phân. Những hệ có chứa thành phần vi phân có tính động học là phản ứng rất nhanh với sự thay đổi của tín hiệu đầu vào.



Hình 5.13. Ví dụ các điểm không và điểm cực của hệ thống điều khiển

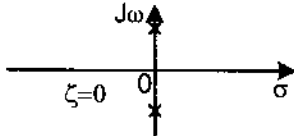
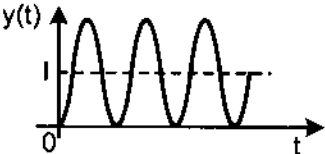
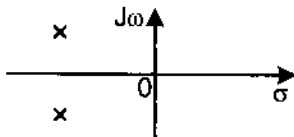
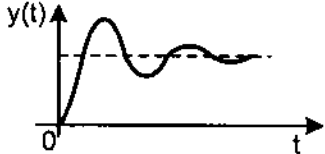
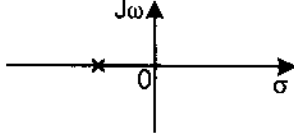
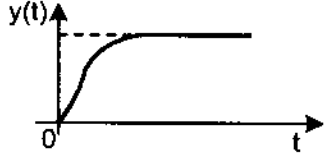
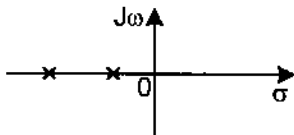
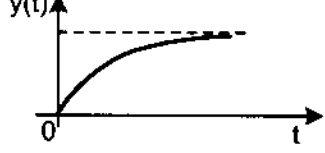
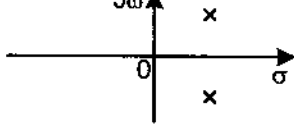
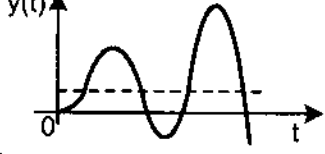
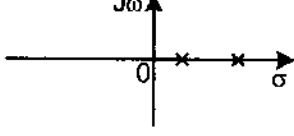
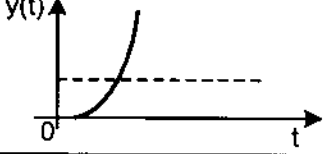
7. Nếu $W(s)$ có bậc của tử số bằng bậc của mẫu số ($m = n$) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ không xuất phát từ gốc toạ độ, tức là $h(+0) \neq 0$.

8. Nếu $W(s)$ có bậc của tử số nhỏ hơn bậc của mẫu số ($m < n$) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ xuất phát từ gốc toạ độ, tức là $h(+0) = 0$.

9. Nếu $W(s)$ có ($m = n - 1$) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ xuất phát từ gốc toạ độ, nhưng có đạo hàm $\frac{dh(+0)}{dt}$ tại đó khác 0.

10. Nếu $W(s)$ có ($m < n - 1$) thì hàm quá độ $h(t)$ của hệ thống sẽ xuất phát từ gốc toạ độ, đồng thời đạo hàm của nó tại đó cũng bằng 0.

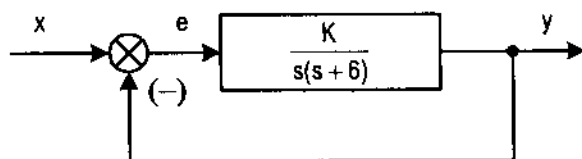
Bảng 5.1. Liên hệ giữa vị trí các điểm cực tới đáp ứng của hệ thống

Vị trí các điểm cực	Hình dáng đáp ứng của hệ thống
	
	
	
	
	
	

Từ những ý nghĩa của điểm cực của hệ thống kín như đã rút ra ở trên ta thấy rõ vai trò của điểm cực đối với tính ổn định của một hệ thống điều khiển, giả sử một hệ thống điều khiển tự động có n điểm cực. Khi thông số thay đổi thì các nghiệm số này sẽ chuyển dịch trên mặt phẳng nghiệm số tạo nên những quỹ đạo được gọi là quỹ đạo nghiệm số. Nếu tất cả các nghiệm số đều chuyển động trên các quỹ đạo nằm bên trái trục ảo thì hệ thống ổn định. Quỹ đạo đầu tiên cắt trục ảo cho ta trạng thái biên giới ổn định, còn trường hợp có nghiệm số chuyển động trên quỹ đạo ở bên phải trục ảo thì hệ thống điều chỉnh tự động sẽ không ổn định. Evans là người phát triển phương pháp khá đơn giản để xây dựng quỹ tích nghiệm số của phương trình đặc trưng của hệ thống kín, phương pháp này cho phép biểu diễn xấp xỉ quỹ tích nghiệm số và rất hữu ích cho việc thiết kế hệ thống điều khiển vòng kín.

Để thuận lợi cho việc nắm bắt phương pháp quỹ tích nghiệm số, chúng ta sẽ xét một ví dụ cụ thể sau:

Ví dụ 5.13. Xét hệ thống điều khiển vòng kín sau:



Từ đó ta có hàm truyền của hệ kín:

$$W_k(s) = \frac{K}{s^2 + 6s + K}$$

Phương trình đặc trưng của hệ kín là:

$$A(s) = s^2 + 6s + K$$

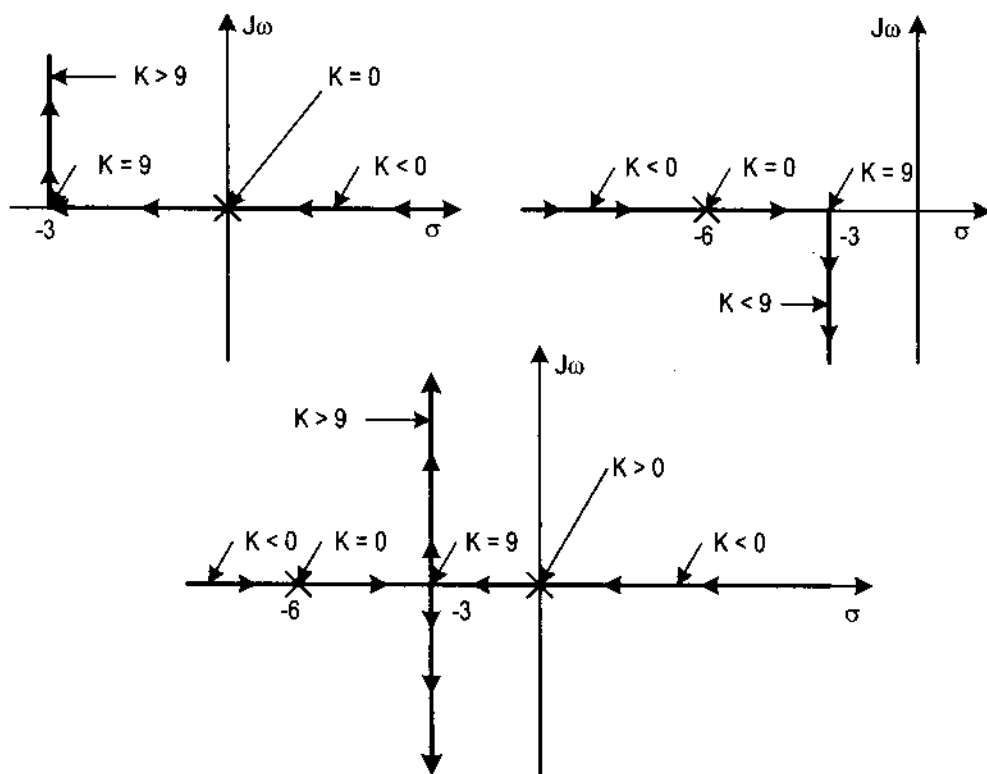
Nghiệm của đa thức đặc trưng hay các điểm cực của hệ thống kín là:

$$s_1 = -3 + \sqrt{9 - K} \quad \text{và} \quad s_2 = -3 - \sqrt{9 - K}$$

Cho K thay đổi từ $-\infty$ đến $+\infty$ ta sẽ thu được quỹ tích các điểm cực của hệ thống kín:

1. Với $-\infty < K < 0$ cả hai nghiệm đều nằm trên trục thực với $s_1 > 0$ và $s_2 < 0$.
2. Với $K = 0$, $s_1 = 0$, $s_2 < 0$.

3. Với $0 < K < 9$ cả hai nghiệm đều là số âm.
4. Với $K = 9$, hệ có một nghiệm kép $s_1 = s_2 = -3$.
5. Với $0 < K < +\infty$ cả hai nghiệm đều là nghiệm phức có phần thực là -3 .



Hình 5.14. Quỹ đạo nghiệm số của hệ thống ở ví dụ 5.13.

Mục đích của việc xây dựng quỹ đạo nghiệm số của hệ thống là lấy được những thông tin quan trọng về đặc điểm trạng thái của hệ thống kín như sau:

1. Sự ổn định: Từ hình quỹ tích nghiệm số của hệ ta có thể dễ dàng đánh giá sự ổn định của hệ thống, như đã biết, hệ thống kín sẽ ổn định khi cả hai nghiệm s_1, s_2 của phương trình đặc trưng nằm bên nửa trái của mặt phẳng phức, điều này xuất hiện khi $K > 0$. Mặt khác cũng có thể thấy rõ phương pháp quỹ đạo nghiệm số có thể được dùng để xét ổn định cho những hệ thống tuyến tính có tham số không đổi.

2. Đáp ứng thời gian của hệ: Đáp ứng của hệ thống phụ thuộc vào vị trí các điểm cực của hệ thống trong mặt phẳng phức, trong ví dụ này có hai trường hợp cần xét:

a) $0 < K \leq 9$: hệ có hai nghiệm âm, do đó hệ không có dao động.

b) $K > 9$: hệ có hai nghiệm phức, do đó hệ sẽ có dao động hơn nữa hệ có tần số dao động tăng khi K tăng.

3. Đặc tính tần số của hệ:

QĐNS cũng mang những thông tin về đặc tính tần số của hệ thống, trong ví dụ này khi K tăng thì rõ ràng kéo theo dải thông (bandwidth) của hệ cũng tăng theo.

Trong trường hợp tổng quát, khi phương trình đặc trưng của hệ thống có bậc cao hơn, việc xây dựng QĐNS cũng khó khăn hơn hoặc là không thể xây dựng được. Ta không có phương pháp cụ thể để xây dựng QĐNS của một hệ thống bất kỳ mà chỉ xây dựng dựa trên một số quy tắc mà người đề xướng và phát triển là Evans.

– Những quy tắc để xây dựng QĐNS: Những quy tắc này là những công cụ cơ bản phục vụ xây dựng xấp xỉ QĐNS:

1. Điểm bắt đầu hay điểm khởi đầu: những điểm cực của phương trình đặc trưng của hệ khi $K = 0$ gọi là điểm bắt đầu hay điểm khởi đầu của QĐNS.

2. Điểm kết thúc hay điểm đến: những điểm cực của phương trình đặc trưng của hệ khi $K = \pm\infty$ gọi là điểm kết thúc hay điểm đến của QĐNS.

3. Số lượng nhánh: số nhánh của QĐNS là giá trị $\max(m, n)$, ở đây m và n là số điểm không (zeros) và điểm cực (poles) của $W_h(s)$.

Chứng minh:

Ta có:

$$1 + W_h(s) = 1 + K \frac{\prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{i=1}^n (s + p_i)} = 0$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống kín $A(s)$ khi đó là:

$$A(s) = \prod_{i=1}^n (s + p_i) + K \prod_{i=1}^m (s + z_i)$$

Vậy bậc của $A(s)$ sẽ là $\max(m, n)$ và do đó số nghiệm (hay cũng là số nhánh của QĐNS) sẽ là $\max(m, n)$.

4. QDNS sẽ đối xứng qua trục thực

5. Các đường tiệm cận:

$K \geq 0$: đường tiệm cận có góc được tính như sau:

$$\theta_p = \frac{(2p+1)\pi}{n-m}, \quad p = 0, 1, \dots, |n-m|-1$$

$K \leq 0$: đường tiệm cận có góc được tính như sau:

$$\theta_p = \frac{2p\pi}{n-m}, \quad p = 0, 1, \dots, |n-m|-1$$

6. Giao nhau của các đường tiệm cận: tất cả $2(n-m)$ đường tiệm cận cắt chéo nhau trên trục thực tại một điểm σ_1 :

$$\sigma_1 = -\frac{b_1 - d_1}{n-m} = -\frac{\sum_{i=1}^n p_i - \sum_{i=1}^m z_i}{n-m}$$

7. Phân đoạn trên trục thực: những đoạn nằm trên trục thực có thể thuộc QDNS nếu điều sau đây đúng:

a) Với $K \geq 0$, số lượng các điểm cực thực và điểm không của $W_h(s)$, nằm bên phải của đoạn là số lẻ.

b) Với $K \leq 0$, số lượng các điểm cực thực và điểm không của $W_h(s)$, nằm bên phải của đoạn là số chẵn.

8. Điểm ngắt (*Breakaway point*) là những điểm gặp nhau của hai nhánh trên trục thực.

Phương trình đặc trưng của hệ thống:

$$1 + W_h(s) = 0 \quad (5.5)$$

Khi đó điểm ngắt được tính theo công thức:

$$\frac{d}{ds} [W_h(s)] = 0 \quad (5.6)$$

Tuy nhiên đây mới chỉ là điều kiện cần, những điểm tìm được thỏa mãn (5.6) sẽ là điểm ngắt của hệ thống khi nó phải thỏa mãn (5.5) với giá trị thực của K .

9. Góc xuất phát và góc đến của các đường QĐNS tại các cực:

Góc xuất phát:

$$\theta_{-p_q} = \angle s_1 + p_q = -(2\rho + 1)\pi + \sum_{i=1}^m \angle s_i + z_i - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq q}}^n \angle s_i + p_i$$

Góc đến:

$$\theta_{-p_q} = \angle s_1 + z_q = 2\rho\pi - \sum_{i=1}^m \angle s_i + z_i - \sum_{i=1}^n \angle s_i + p_i$$

10. Giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo: giao điểm của quỹ đạo nghiệm số với trục ảo (nếu có) chính là những điểm mà ở đó hệ thống chuyển sang mất ổn định. Do đó phương pháp tốt nhất hay dùng là dựa trên tiêu chuẩn ổn định Routh.

Ví dụ 5.14. Xây dựng QĐNS cho hệ thống ở ví dụ 5.13:

$$W_k(s) = \frac{W_b(s)}{1 + W_b(s)} = \frac{K}{s^2 + 6s + K}$$

1. Điểm khởi đầu là điểm cực của hệ kín khi $K = 0$, là $s = 0$ và $s = -6$

2. Điểm kết thúc: khi $K = \pm\infty$ chính là điểm không của hệ hở, ở đây hệ hở không có điểm không và bậc của tử số nhỏ hơn bậc của mẫu số do đó QĐNS là vô cùng.

3. Số nhánh là $\max(m, n) = 2$

4. Góc của đường tiệm cận:

$$\theta_p = \frac{(2\rho + 1)\pi}{2}, \quad \rho = 0, 1, \quad \text{với } K \geq 0$$

$$\theta_p = \frac{2\rho\pi}{2}, \quad \rho = 0, 1, \quad \text{với } K \leq 0$$

tính toán ta được các đường tiệm cận có các góc sau đây:

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2}, \quad \theta_1 = \frac{3\pi}{2} \quad \text{với } K \geq 0$$

và: $\theta_0 = 0, \quad \theta_1 = \pi \quad \text{với } K \leq 0$

5. Giao điểm của các đường tiệm cận:

$$\sigma_1 = -\frac{b_1 - d_1}{n - m} = -\frac{6 - 0}{2} = -3$$

6. Những đoạn nằm trên trục thực:

a) với $K \geq 0$ là đoạn từ -6 đến 0

b) với $K \leq 0$ là hai đoạn $-\infty$ đến -6 và đoạn từ 0 đến $+\infty$

7. Điểm ngắt là những điểm gặp nhau của hai nhánh trên trục thực, được tính theo công thức:

$$\frac{d}{ds}[W_h(s)] = \frac{d}{ds}\left[\frac{\dot{K}}{s(s+6)}\right] = \frac{-K(2s+6)}{s^2(s+6)^2} = 0$$

Từ phương trình trên ta nhận thấy $s = -3$ có khả năng là điểm ngắt của QĐNS. Để trở thành điểm ngắt của QĐNS thì nó phải thỏa mãn phương trình $1 + W_h(s)$.

Với mọi giá trị của K , thay $s = -3$ ta có:

$$1 + W_h(-3) = 1 - \frac{K}{9} = 0$$

Vậy đây phương trình thỏa mãn với $K = 9$ do đó điểm $s = -3$ là điểm ngắt của QĐNS.

8. Góc xuất phát của QĐNS tại hai cực được tính theo công thức:

a) Tại cực $s = 0$: $s_1 \rightarrow 0$, ta có:

$$\theta_0 = \angle s_1 + 0 = -(2\rho + 1)\pi - \angle s_1 + 6 = -(2\rho + 1)\pi - 0$$

Chọn góc nhỏ nhất, ví dụ với $\rho = 0$, ta có $\theta_0 = -\pi$

b) Tại cực $s = -6$: $s_1 \rightarrow -6$, ta có:

$$\theta_{-6} = \angle s_1 + 6 = -(2\rho + 1)\pi - \angle s_1 = -(2\rho + 1)\pi - \pi$$

Chọn góc nhỏ nhất, ví dụ với $\rho = 0$, ta có $\theta_{-6} = -2\pi$ hoặc $\theta_{-6} = 0$

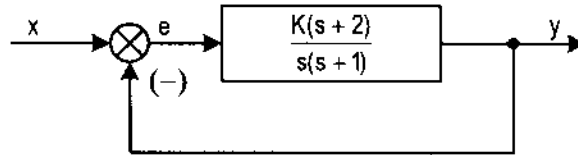
9. Điểm giao của QĐNS với trục ảo được xác định theo tiêu chuẩn ổn Routh. Ta lập bảng Routh cho hệ với phương trình đặc trưng của hệ là $B(s) = s(s + 6) + K$

s^2	1	K
	6	0
K	K	

Từ cột đầu tiên của bảng Routh, ta quan sát thấy hệ chuyển từ ổn định sang mất ổn định khi $K = 0$ (đây là điểm giao với trục ảo của QĐNS cần tìm) tiếp theo sử dụng hàng s^2 , ta lập đa thức phụ $A(s) = s^2 + K$ với $K = 0$. Với $K = 0$ thì đa thức phụ có nghiệm là $s = \pm j0$. Vậy điểm $s = \pm j0$ chính là điểm giao của QĐNS với trục ảo.

Với những kết quả trên ta sẽ xây dựng được đường quỹ đạo nghiệm số của hệ thống kín như trong hình 5.14.

Ví dụ 5.15. Xây dựng QĐNS cho hệ thống sau:



Hàm truyền vòng hở của hệ thống: $W_h = \frac{K(s+2)}{s(s+1)}$

Hàm truyền vòng kín của hệ thống:

$$W_k(s) = \frac{W_h(s)}{1 + W_h(s)} = \frac{K(s+2)}{s^2 + (1+K)s + 2K}$$

1. Điểm khởi đầu là điểm cực của hệ kín khi $K = 0$, là $s = 0$ và $s = -1$.
2. Điểm kết thúc: khi $K = \pm\infty$ là $s = -2$ và vô cùng.
3. Số nhánh là $\max(m, n) = \max(1, 2) = 2$
4. Góc của đường tiệm cận:

$$\theta_p = (2\rho + 1)\pi, \quad \rho = 0 \text{ khi } K \geq 0$$

$$\theta_p = 2\rho\pi, \quad \rho = 0 \text{ khi } K \leq 0$$

tính toán ta được các đường tiệm cận có các góc sau đây:

$$\theta_0 = \pi \text{ khi } K \geq 0 \text{ và } \theta_0 = 0, \text{ khi } K \leq 0$$

5. Giao điểm của các đường tiệm cận:

$$\sigma_1 = -\frac{b_1 - d_1}{n - m} = -(1 - 2) = 1$$

Chú ý rằng ở đây có: $(n - m) - 1 = 0$ do đó chỉ có duy nhất một đường tiệm cận đó là trục thực. Bởi vậy, không có điểm giao giữa các đường tiệm cận, vậy điểm $\rho_1 = 1$ tìm được ở trên không có ý nghĩa gì.

6. Những đoạn nằm trên trục thực:

a) với $K \geq 0$ là đoạn từ $-\infty$ đến -2 , và đoạn -1 đến 0

b) với $K \leq 0$ là hai đoạn -2 đến -1 , và đoạn 0 đến $+\infty$

7. Điểm ngắt là những điểm gặp nhau của hai nhánh trên trục thực, được tính theo công thức:

$$\frac{d}{ds}[W_h(s)] = \frac{d}{ds}\left[\frac{K(s+2)}{s(s+1)}\right] = K\left[\frac{s(s+1) - (s+2)(2s+1)}{s^2(s+1)^2}\right] = 0$$

Rút gọn lại ta có :

$$s^2 + 4s + 2 = 0$$

Giải phương trình trên ta nhận được hai nghiệm :

$$s_1 = -2 + \sqrt{2} = -0,586 \text{ và } s_2 = -2 - \sqrt{2} = -3,414$$

Hai nghiệm này có thể trở thành điểm ngắt của QĐNS, để trở thành điểm ngắt của QĐNS thì nó phải thỏa mãn phương trình $1 + W_h(s)$

Với mọi giá trị của K , thay $s = -0,586$ ta có:

$$1 + W_h(-0,586) = 1 + K \frac{1,414}{(-0,586)(0,414)} = 0$$

phương trình thỏa mãn với $K = 0,1716$, thay $s_2 = -3,414$ vào ta có:

$$1 + W_h(-3,414) = 1 + K \frac{(-1,414)}{(-3,414)(-2,414)} = 0$$

phương trình thỏa mãn với $K = 5,8274$

do đó cả hai điểm $0,586$ và $-3,414$ là điểm ngắt của QĐNS.

8. Góc xuất phát của QĐNS tại hai cực được tính theo công thức:

a) tại cực $s = 0 : s_1 \rightarrow 0$, ta có:

$$\theta_0 = \angle s_1 = -(2\rho + 1)\pi + \angle s_1 + 2 - \angle s_1 + 1 = -\pi - 0 + 0 = -\pi \text{ hoặc } \pi \text{ với } \rho = 0.$$

b) tại cực $s = -1 : s_1 \rightarrow -1$, ta có:

$$\theta_1 = \angle s_1 + 1 = -(2\rho + 1)\pi + \angle s_1 + 2 - \angle s_1 = -\pi + 0 - \pi = -2\pi \text{ hoặc } 0 \text{ với } \rho = 0.$$

Góc đến của QĐNS ở đây có một điểm không $z_1 = -2 : s_1 \rightarrow -2$ ta có công thức:

$$\theta_{-2} = \angle s_1 + 2 = 2\rho\pi + \angle s_1 + \angle s_1 + 1 = 0 + \pi + \pi = 2\pi \text{ hoặc } 0 \text{ với } \rho = 0$$

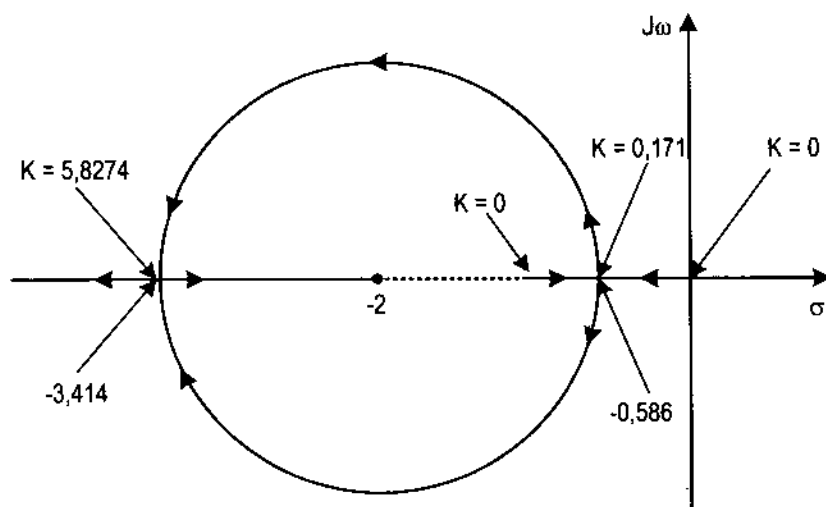
9. Điểm giao của QĐNS với trục ảo được xác định theo tiêu chuẩn ổn Routh. Ta lập bảng Routh cho hệ với phương trình đặc trưng của hệ là

$$B(s) = s(s+1) + K(s+2) = s^2 + (K+1)s + 2K$$

s^2	1	$2K$
	$K+1$	0
K	$2K$	

Từ cột đầu tiên của bảng Routh, ta thấy hệ sẽ ổn định khi $K > -1$ và $K > 0$, do đó hệ ổn định khi $K > 0$. Tiếp theo sử dụng hàng s^2 , ta lập đa thức phụ $A(s) = s^2 + 2K$ với $K = 0$. Với $K = 0$ thì đa thức phụ có nghiệm là $s = \pm j0$. Vậy điểm $s = \pm j0$ chính là điểm giao của QĐNS với trục ảo.

Với những kết quả trên ta sẽ xây dựng được đường quỹ đạo nghiệm số của hệ thống kín như trong hình 5.15.



Hình 5.15. Quỹ đạo nghiệm số của hệ thống ở ví dụ 5.15.

BÀI TẬP CHƯƠNG 5

5.1. Sử dụng tiêu chuẩn Routh – Hurwitz để kiểm tra tính ổn định hệ thống có phương trình đặc tính.

a) $A(s) = 11.2s^4 + 0.8s^3 + 2s^2 + s + 0.5$

b) $A(s) = s^3 + 8s^2 + 10s + 5$

c) $A(s) = 2s^5 + 3s^4 + 4s^2 + 0.3s + 20$

d) $A(s) = s^5 + 6s^4 + s^2 + s + 2$

5.2. Cho hàm truyền đạt của hệ thống. Với giá trị nào của k thì hệ thống ổn định:

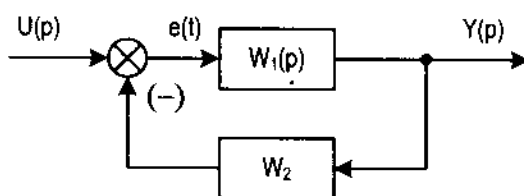
a) $W(s) = \frac{s^3 + 2.s^2 + 1}{s^4 + 3.s^3 + 4.k.s^2 + 2.s + 2}$

b) $W(s) = \frac{2.s^3 + 2.s^2 + s + 5}{k.s^4 + 8.s^3 + 4.s^2 + s + 1}$

c) $W(s) = \frac{s + 1}{2.s^4 + (k - 1).s^3 + s^2 + s + 6}$

d) $W(s) = \frac{4s^2 - 1}{4.s^3 + (k^2 - 1).s^2 + 2.s + 1}$

5.3. Cho hệ thống có sơ đồ khối sau:



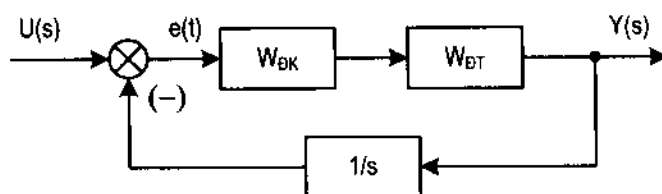
Với giá trị nào của k để hệ thống ổn định.

a) $W_1(s) = \frac{5.s + 1}{4.s^2 - 1}, W_2(s) = \frac{3}{k.s^2 - 2.s + 1}$

b) $W_1(s) = \frac{s^2 + 2s + k}{ks^2 + 5s + 2}, W_2(s) = \frac{1}{s}$

c) $W_1(s) = \frac{3^3s + 2s + 1}{2s^3 + ks^2 + 5s + 2}, W_2(s) = \frac{1}{s}$

5.4. Cho hệ thống có sơ đồ khối như sau:



Với giá trị nào của k để hệ thống ổn định:

a) $W_{DK} = \frac{2k+3}{s+1}$; $W_{BT} = \frac{1}{s^2+2s+6}$

b) $W_{DK} = \frac{k(s+2)}{s+2}$; $W_{BT} = \frac{1}{s(s+2)(s+3)}$

c) $W_{DK} = \frac{1}{s}$; $W_{BT} = \frac{5s+1}{2s^3+(2k-1)s^2+ks+3}$

5.5. Sử dụng tiêu chuẩn Mikhailov, Nyquits để kiểm tra tính ổn định của hệ thống có phương trình đặc tính sau:

a) $A(p) = s^4 + 5s^3 + s^2 + 6s + 1$

b) $A(p) = 11.2s^4 + 0.8s^3 + 2s^2 + s + 0.5$

c) $A(p) = 2s^3 + s^2 + s + 3$

5.6. Cho hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{K}{(s+1)(2s+1)(4s+1)(5s+1)}$$

Xây dựng quỹ đạo nghiệm số cho hệ thống kín.

5.7. Cho hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{K}{(2s^3+3s^2+4s+5)(s-1)}$$

Dùng tiêu chuẩn Nyquits xác định giới hạn của K để cho hệ thống kín ổn định. Xây dựng đặc tính TBP của hệ thống hở cho các trường hợp khác nhau.

Chương 6

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

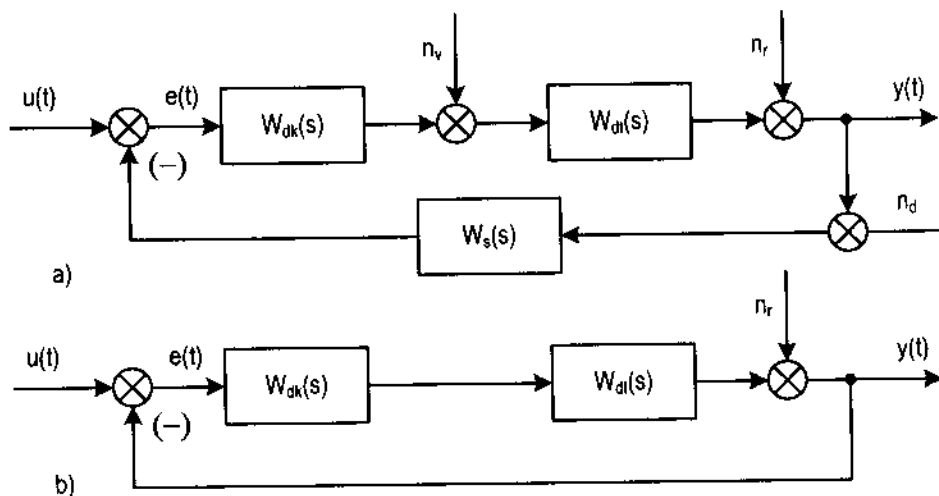
Như trong chương 5 ta đã xét đến tính ổn định của một hệ thống điều khiển tự động, ổn định là điều kiện cần đối với một hệ điều khiển tự động. Tuy nhiên, một hệ điều khiển tự động ổn định có thể chưa đủ chính xác, sai lệch điều khiển lớn, hay nói cách khác là độ chính xác điều khiển kém, quá trình quá độ có thể quá dài, thời gian quá độ có thể kéo dài gây ra độ tác động chậm, độ dao động của hệ thống khi tiến đến trạng thái xác lập lớn dẫn đến tổn thất năng lượng của hệ thống. Vì vậy có thể có nhiều yêu cầu cùng một lúc được đặt ra khi hệ thống làm việc với một tín hiệu nhất định nào đó, việc khảo sát và đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển là nội dung chính của chương này.

6.1. KHÁI NIỆM VỀ CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG

Khi khảo sát quá trình điều khiển của các hệ ổn định, người ta dùng tín hiệu vào có dạng thường gặp hay một dạng tác động. Chất lượng của hệ thống điều khiển tự động được đánh giá qua chỉ tiêu tính ổn định và các chỉ tiêu chất lượng khác của quá trình xác lập và quá trình quá độ. Sau đây, ta phân tích một hệ hồi tiếp điều khiển cơ bản. Hình 6.1a biểu diễn cấu trúc một hệ hồi tiếp, trong đó:

- + $u(t)$ là tín hiệu đầu vào.
- + $y(t)$ là tín hiệu đầu ra.
- + $e(t)$ là sai lệch đầu vào.
- + $W_{dk}(s)$ là hàm truyền đạt của bộ điều khiển.
- + $W_{dt}(s)$ là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển.
- + $W_s(s)$ là hàm truyền đạt mô tả thiết bị đo tín hiệu (cảm biến – sensors).
- + $n_v(t)$, $n_r(t)$, $n_s(t)$ là các tín hiệu nhiễu (không mong muốn) tác động vào hệ.

Trong trường hợp đơn giản hơn, khi tín hiệu nhiễu đầu vào đối tượng $n_v(t)$ có thể bỏ qua, cũng như các thiết bị đo tín hiệu là lý tưởng $W_s(s) = 1$ thì cấu trúc hệ hồi tiếp sẽ được rút gọn như hình 6.1b mô tả:



Hình 6.1. Sơ đồ cấu trúc hệ hồi tiếp với một mạch vòng điều khiển

Hệ hồi tiếp vừa trình bày ở trên là hệ có cấu trúc một mạch vòng điều khiển đơn giản nhất. Vậy một mạch vòng điều khiển cần phải đảm bảo những yêu cầu gì?

1. Thứ nhất là ổn định: Tín hiệu đầu vào $u(t)$ là tín hiệu đặt trước. Người sử dụng đặt trước giá trị mong muốn đó dưới dạng giá trị của tín hiệu vào $u(t) = a$. Hệ làm việc đạt yêu cầu phải là hệ mà sau một khoảng thời gian cần thiết có được tín hiệu ra $y(t)$ giống như giá trị đặt trước:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = a \quad (6.1)$$

Rõ ràng là để có được (6.1) thì tín hiệu ra $y(t)$ trước hết phải tiến đến một hằng số (có chế độ xác lập), nói cách khác quá trình tự do của hệ phải tắt dần, hay *hệ phải ổn định*. Tuy nhiên cần phải chú ý rằng khi hệ ổn định thì có thể $y(t)$ tiến đến một hằng số nhưng không mong muốn.

2. Thứ hai là sai lệch tĩnh $e(t)$ bằng 0 hoặc bám được theo tín hiệu đặt: Yêu cầu hệ ổn định mới chỉ xác định được là $y(t)$ sẽ tiến đến một hằng số. Song việc hằng số đó có bằng giá trị mong muốn a hay không thì chưa được đảm bảo. Để chắc chắn có được giá trị mong muốn a ở đầu ra thì hệ phải thỏa mãn:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (6.2)$$

Trong khi yêu cầu (6.1) chỉ có thể có được nếu như tín hiệu đầu vào $u(t) = a$ là hằng số thì người ta thường mong muốn (6.2) luôn luôn được thỏa mãn với mọi tín hiệu vào khác nhau. Hai dạng tín hiệu lệnh người ta quan tâm là:

$$u(t) = 1(t) \text{ và } u(t) = t$$

Nhưng cũng phải nói thêm là ngoài hai dạng tín hiệu trên, khó mà có thể đáp ứng được yêu cầu (6.2) cho một tín hiệu vào $u(t)$ bất kỳ. Ở những trường hợp rộng mở hơn, ta có thể tìm được bộ điều khiển $R(s)$ sao cho với nó hệ kín có tín hiệu ra gần giống tín hiệu vào theo định nghĩa.

$$\|y(t) - u(t)\| < \varepsilon \quad (6.3)$$

Trong đó, ε là một hằng số dương đủ nhỏ. Bài toán mang đến cho hệ thống khả năng tín hiệu ra $y(t)$ bám được theo tín hiệu lệnh đầu vào $u(t)$ như (6.3) mô tả có tên gọi là điều khiển bám (tracking control). Ý nghĩa chuẩn sai lệch trong (6.3) có thể là chuẩn bậc hai hoặc chuẩn vô cùng tùy theo từng yêu cầu cụ thể của từng bài toán.

3. Thứ ba là tính động học phải tốt: Yêu cầu (6.2) mới chỉ giải quyết về tính chất tĩnh của hệ thống. Những yêu cầu chi tiết hơn của hệ thể hiện qua quá trình $y(t)$ tiến tới giá trị mong muốn a hay sai lệch $e(t)$ tiến về 0 như thế nào được gọi là các yêu cầu về tính động học. Chúng có thể là (hình 6.2):

- Yêu cầu về quán tính cần có của hệ thống, về thời gian quá trình quá độ.
- Yêu cầu có hay không độ quá điều chỉnh, về miền dao động cho phép của các giá trị trạng thái, các tín hiệu...

4. Thứ tư là bền vững: Hệ phải làm việc không những đạt được chất lượng đã đề ra mà còn phải giữ được chất lượng đó cho dù:

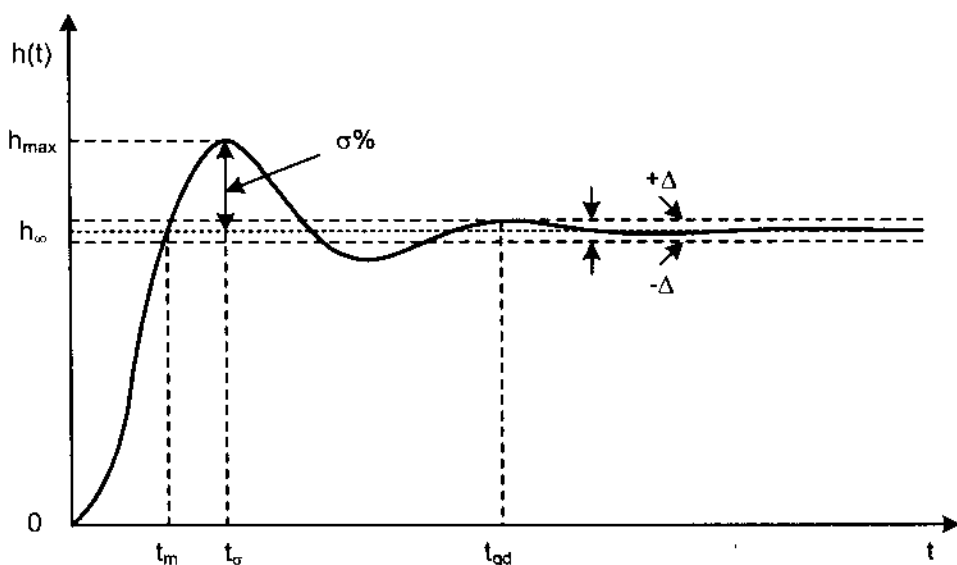
- Có bất cứ một sự thay đổi nào không lường được trước xảy ra bên trong hệ thống (mô hình tham số thay đổi).
- Có sự tác động của những tín hiệu nhiễu không mong muốn.

5. Cuối cùng là tối ưu: Đây là một trong những yêu cầu nâng cao, đòi hỏi rằng hệ không những đạt được chỉ tiêu chất lượng đề ra mà còn phải đạt được một cách tốt nhất. Chẳng hạn như công suất tổn hao cho quá trình quá độ là ít nhất, thời gian xảy ra quá trình quá độ là ngắn nhất...

Những tiêu chuẩn trên là các tiêu chí cần phải đạt được của một hệ thống điều khiển. Phân tích hệ hồi tiếp có nhiệm vụ kiểm tra xem những tiêu chuẩn gì hệ đã có, những gì chưa đạt được còn bổ sung. Muốn bổ sung hay mang đến thêm cho hệ thống chất lượng mới thì phải xác định được những tham số gì, các khâu cơ bản nào ảnh hưởng trực tiếp đến những tiêu chuẩn đã nêu, để từ đó biết được phải bổ sung như thế nào thông qua bộ điều khiển $W_{dk}(s)$.

6.2. CÁC CHỈ TIÊU VỀ CHẤT LƯỢNG ĐỘNG (QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ)

Chất lượng động của một hệ thống điều khiển được đánh giá qua chất lượng ở quá trình quá độ của hệ thống và được đánh giá qua các chỉ tiêu như: Lượng quá điều chỉnh $\delta\%$, thời gian quá độ t_{qd} , thời gian đáp ứng t_m , thời gian có quá điều chỉnh... được minh họa trên hình 6.2.



Hình 6.2. Các chỉ tiêu chất lượng động của hệ thống

Trong đó:

– Lượng quá điều chỉnh được xác định bởi trị số cực đại của hàm quá độ so với trị số xác lập của nó:

$$\sigma\% = \frac{h_{max} - h(\infty)}{h(\infty)} \cdot 100\% \quad (6.4)$$

– Thời gian quá độ: Thời gian quá độ t_{qd} được xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ $h(t)$ không vượt ra khỏi biên giới của miền giới hạn Δ quanh trị số xác lập. $\Delta = \pm 5\%h(\infty)$ hay có khi dùng $\Delta = \pm 2\%h(\infty)$.

Thực tế, trong điều khiển cho thấy khi ta giảm được $\sigma\%$ thì t_{qd} tăng và ngược lại, thông thường quy định cho chất lượng một hệ thống điều khiển đạt yêu cầu là:

$$- \sigma\% = 10 \div 20\%.$$

$$- t_{qd} = 2 \div 3 \text{ chu kỳ dao động quanh giá trị xác lập.}$$

Thời gian đáp ứng: Thời gian đáp ứng t_m xác định bởi thời điểm mà hàm quá độ lần đầu tiên đạt trị số xác lập $h(\infty)$ khi có quá điều chỉnh.

Thời gian có quá điều chỉnh t_o được xác định bởi thời điểm hàm quá độ đạt cực đại.

6.3. CÁC CHỈ TIÊU CHẤT LƯỢNG TĨNH (CHẾ ĐỘ XÁC LẬP)

Trên hình 6.1 nếu đầu vào của hệ thống là $u(t)$ thì sai lệch tĩnh của hệ thống được xác định bởi:

$$e = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot W_k(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{1}{1 + W_k(s)} \cdot u(s) \quad (6.5)$$

Như vậy sai lệch tĩnh của hệ kín phụ thuộc vào:

- Hàm truyền đạt hệ hở.
- Tín hiệu kích thích ở đầu vào.

Định lý sau minh họa cho sự phụ thuộc đó:

Định lý 6.1. Cho hệ kín ổn định, không có nhiễu tác động, với sơ đồ cấu trúc cho trong (hình 6.1b), $n_r(s) = 0$, hệ không có sai lệch tĩnh, tức là $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ nếu:

a) $u(t) = 1(t)$ và hàm $W_k(s) = \frac{1}{1 + W_{dk}(s)W_{dt}(s)}$ có ít nhất một điểm không là gốc tọa độ, tức là $W_k(0) = 0$.

b) $u(t) = t$ và hàm $W_k(s) = \frac{1}{1 + W_{dk}(s)W_{dt}(s)}$ có ít nhất hai điểm không là gốc tọa độ, hay (ít nhất) $s = 0$ là nghiệm bội hai của $W_k(0) = 0$.

Chứng minh:

Trước hết ta thấy được ngay:

$$W_k(s) = \frac{1}{1 + W_{dk}(s)W_{dt}(s)}$$

Chính là hàm truyền của hệ có đầu vào $u(t)$ và đầu ra $e(t)$, vậy thì:

$$E(s) = W_k(s).U(s)$$

trong đó $E(s)$ là ảnh Laplace của $e(t)$ và $U(s)$ là ảnh của $u(t)$.

Theo (6.5) ta lần lượt thay $U(s) = \frac{1}{s}$ cho trường hợp $u(t) = 1(t)$ và

$U(s) = \frac{1}{s^2}$ khi $u(t) = t$ vào công thức trên ta thu được điều phải chứng minh.

Từ nội dung định lý 1 và với điều hiển nhiên rằng điểm không của hàm

$$W_k(s) = \frac{1}{1 + W_{dk}(s)W_{dt}(s)} \quad (6.6)$$

cũng chính là điểm cực của tích $W_{dk}(s).W_{dt}(s)$, tức là điểm cực của hàm truyền đạt hệ hở, ta sẽ đi đến được kết quả sau:

Định lý 6.2. Một hệ kín ổn định, không có nhiễu tác động, với sơ đồ cấu trúc cho trong (hình 6.1b) khi được kích thích bởi $1(t)$ sẽ không có sai lệch tĩnh ($\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$) nếu hàm truyền đạt hệ hở $W_{dk}(s).W_{dt}(s)$ có chứa thành phần tích phân.

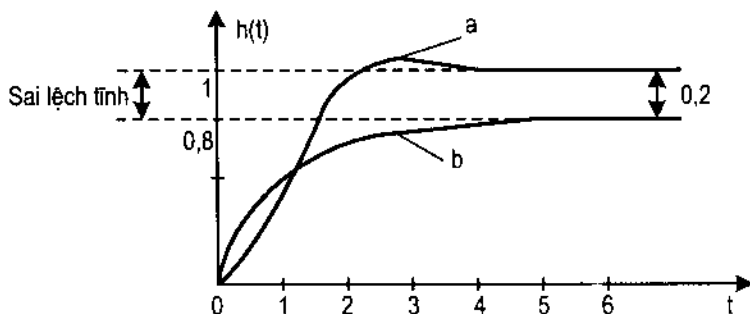
Ví dụ hình 6.3 biểu diễn hàm quá độ (đáp ứng của hệ với kích thích $u(t) = 1(t)$ ở đầu vào của hệ hồi tiếp) có cấu trúc sơ đồ khối cho trong hình 6.1b với hàm truyền hệ hở:

$$W_{dk}(s).W_{dt}(s) = \frac{1}{s(1 + 0,5s)} \quad (6.7a)$$

Cũng như với:

$$W_{dk}(s).W_{dt}(s) = \frac{4}{1 + 5.s} \quad (6.7b)$$

Ta thấy ở trường hợp (6.7a) hệ không có sai lệch tĩnh vì $u(t) = 1(t)$ có chứa thành phần tích phân, nhưng với (6.7b) thì hệ có sai lệch tĩnh và sai lệch đó bằng 0,2.



Hình 6.3. Hàm quá độ

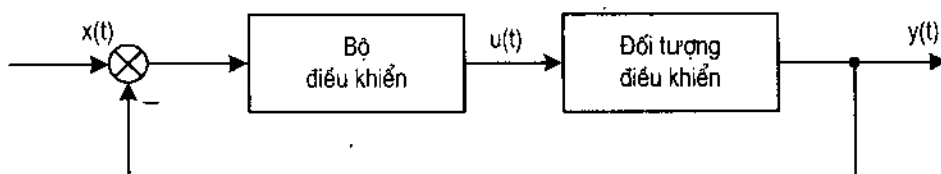
Chương 7

TỔNG HỢP HỆ THỐNG

7.1. BÀI TOÁN TỔNG HỢP HỆ THỐNG

Bài toán tổng hợp hệ thống là toàn bộ quá trình tính toán, lựa chọn bổ sung các thiết bị phần cứng cũng như thuật toán phần mềm vào hệ thống cho trước để hệ thống đó khi hoạt động đạt được những yêu cầu chất lượng (xem chương 6) đã đề ra về tính ổn định, độ sai lệch, thời gian đáp ứng quá độ,... Khi tiến hành thiết kế một hệ thống điều khiển tự động nói chung, việc đầu tiên là phải xác định mục đích điều khiển, chúng ta điều khiển cái gì, với độ chuẩn xác như thế nào, và trong khoảng giá trị nào và điều này cần phải được trình bày bằng những giá trị, thông số cụ thể. Nắm vững về thiết bị điều khiển, đo lường và thiết bị chấp hành, cũng như phải có hiểu biết về quy trình công nghệ, môi trường làm việc, đặc trưng của từng hệ thống điều khiển mà ta xây dựng. Công việc này cung cấp cho ta thành công trong việc tổng hợp bộ điều khiển.

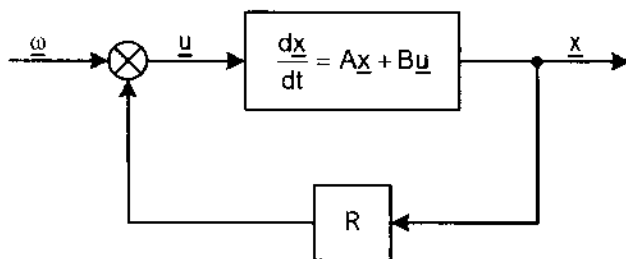
Thông thường theo phương pháp kinh điển, với những hệ thống một đầu vào – một đầu ra (SISO) thường hay sử dụng bộ điều khiển mắc nối tiếp với đối tượng điều khiển và tín hiệu ra được phản hồi lại (hình 7.1). Bộ điều khiển được sử dụng có thể là bộ bù sớm pha (Phase – Lead), bù trễ pha (Phase – Lag), bù sớm trễ pha (Phase – Lead Lag), điều khiển tỷ lệ (P), điều khiển tỷ lệ tích phân (PI), điều khiển tỷ lệ vi phân (PD), điều khiển tỷ lệ vi tích phân PID... Trong cuốn sách này sẽ chỉ đi sâu vào bộ điều khiển PID, một bộ điều khiển cơ bản và được ứng dụng rộng rãi hiện nay. •



Hình 7.1. Hệ thống điều khiển nối tiếp vòng kín

Trong lý thuyết điều khiển tự động hiện đại, với những hệ thống điều khiển có nhiều đầu vào – nhiều đầu ra (MIMO) thì phương pháp tổng hợp

hệ thống trong không gian trạng thái thường được sử dụng hình 7.2. Trong đó bộ điều khiển R được gọi là bộ điều khiển phản hồi trạng thái.



Hình 7.2. Hệ thống điều khiển phản hồi trạng thái

Với các hệ thống điều khiển hiện đại có thể có nhiều đầu vào và nhiều đầu ra (MIMO), quan hệ giữa chúng có thể rất phức tạp. Lúc này nếu chỉ sử dụng các công cụ toán học như các phương pháp kinh điển sử dụng để mô tả và nghiên cứu hệ thống thì sẽ không phù hợp nữa. Vì vậy, trong lý thuyết điều khiển hiện đại người ta thường dựa vào một hệ phương trình vi phân bậc nhất và nó có thể được kết hợp thành một phương trình vi phân ma trận vector bậc nhất. Việc sử dụng ma trận vector làm cho việc biểu diễn toán học đối với hệ thống sẽ đơn giản hơn rất nhiều. Và lại, trên thực tế, khi tham biến trạng thái, số lượng vào hay số lượng ra tăng lên thì cũng làm tăng độ phức tạp của các phương trình mô tả động học hệ thống. Sử dụng phương pháp này – phương pháp không gian trạng thái, để phân tích và tổng hợp các hệ thống điều khiển phức tạp có nhiều đầu vào và nhiều đầu ra, ta có thể thực hiện bằng các thủ tục chỉ khó hơn một chút so với những gì chúng đòi hỏi khi phân tích hệ thống mô tả bằng các phương trình vi phân vô hướng cấp một. Trong quá trình thực hiện phân tích và tổng hợp hệ thống, do tổ hợp các biểu diễn toán học đã được rút gọn nên đã giảm bớt các phép tính buồn tẻ khi giải bài toán. Đây là một ưu điểm nổi bật của phương pháp không gian trạng thái.

Trong chương này sẽ đề cập tới một số phương pháp tổng hợp và thiết kế hệ thống. Quá trình thiết kế hệ thống là quá trình đòi hỏi tính sáng tạo của người thiết kế do trong khi thiết kế thường có nhiều thông số phải chọn lựa. Người thiết kế cần thiết phải hiểu được ảnh hưởng của các khâu điều khiển đến chất lượng của hệ thống và bản chất của từng phương pháp thiết kế thì mới có thể thiết kế được hệ thống có chất lượng tốt. Do đó các phương pháp thiết kế trình bày trong chương này chỉ mang tính gợi ý, đó là những cách thường được sử dụng chứ không phải là phương pháp bắt buộc phải tuân theo. Việc áp dụng một cách máy móc thường không đạt được kết quả mong muốn trong thực tế. Dù thiết kế theo phương pháp nào yêu cầu cuối cùng vẫn là thỏa mãn chất lượng mong muốn, cách thiết kế, cách chọn lựa thông số không quan trọng.

7.2. BỘ ĐIỀU KHIỂN PID

Từ mô hình và yêu cầu kỹ thuật, ta phải chọn luật điều khiển thích hợp cho hệ thống. Đưa kết quả của việc thiết kế hệ thống đạt theo mong muốn. Hiện nay trong thực tế có rất nhiều phương pháp thiết kế hệ thống, mỗi phương pháp cho ta một kết quả và có những ưu điểm riêng. Tùy thuộc vào điều kiện làm việc, yêu cầu kỹ thuật và mô hình đối tượng mà ta chọn luật điều khiển phù hợp.

Nhiều năm trước đây các luật điều khiển kinh điển này chiếm ưu thế trong ngành tự động hoá, có thể coi là bộ điều khiển lý tưởng cho các đối tượng liên tục. Các bộ điều khiển PI, PD, PID thực sự là các bộ điều khiển động mà việc thay đổi các tham số của nó có khả năng làm thay đổi đặc tính động và tĩnh của hệ thống.

7.2.1. Luật điều khiển tỷ lệ (P)

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$y(t) = K_m u(t)$$

Trong đó:

- + $y(t)$ là tín hiệu ra của bộ điều khiển.
- + $u(t)$ tín hiệu vào.
- + K_m là hệ số khuếch đại của bộ điều khiển.

Theo tính chất của khâu khuếch đại ta thấy tín hiệu ra của khâu luôn luôn trùng pha với tín hiệu vào. Điều này nói lên ưu điểm của khâu tỷ lệ là tốc độ tác động rất nhanh. Vì vậy trong công nghiệp, quy luật tỷ lệ làm việc ổn định với tất cả các đối tượng.

* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace: $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = K_m$

* Hàm truyền đạt trong miền tần số: $W(j\omega) = K_m$

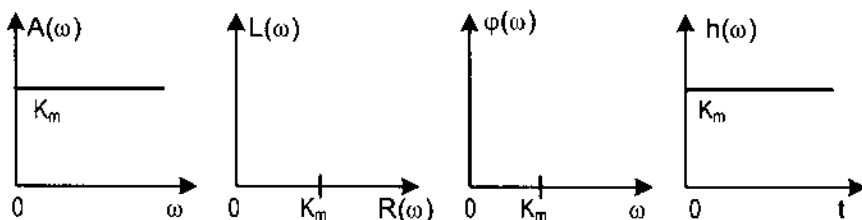
* Hàm quá độ: $h(t) = K_m 1(t)$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = K_m \delta(t)$

* Biểu diễn đồ thị đặc tính $W(j\omega) = A(\omega).e^{j\varphi(\omega)}$

trong đó : $A(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2} = K_m$; $\varphi(\omega) = \arctan \frac{\text{Im}}{\text{Re}} = 0$

Đặc tính thời gian và đặc tính tần của khâu tỷ lệ được mô tả trong (hình 7.3).



Hình 7.3. Đặc tính thời gian và đặc tính tần của khâu tỷ lệ

Từ các đặc tính trên ta thấy quy luật tỷ lệ phản ứng như nhau đối với tín hiệu ở mọi dải tần số, góc lệch pha giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra bằng không, tín hiệu ra sẽ tác động ngay khi có tín hiệu vào.

* Ưu điểm: Bộ điều khiển có tính tác động nhanh khi đầu vào có tín hiệu sai lệch thì tác động ngay tín hiệu đầu ra.

* Nhược điểm: Hệ thống luôn tồn tại sai lệch dư, khi tín hiệu sai lệch đầu vào của bộ điều khiển nhỏ thì không gây tín hiệu tác động điều khiển, muốn khắc phục nhược điểm này thì ta phải tăng hệ số khuếch đại K_m , như vậy hệ thống sẽ kém ổn định.

7.2.2. Luật điều khiển tích phân (I)

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$y(t) = K \int_0^t u(\tau).d\tau = \frac{1}{T_i} \int_0^t u(\tau).d\tau$$

Trong đó:

- + $y(t)$: là tín hiệu điều khiển.
- + $u(t)$: là tín hiệu vào của bộ điều khiển.
- + T_i : là hằng số thời gian tích phân.

* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace: $W_I(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{T_i} s$.

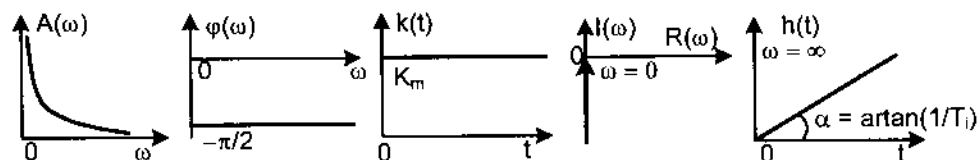
* Hàm truyền trong miền tần số: $W(j\omega) = \frac{1}{T_i j\omega} = -j \frac{1}{T_i \omega} = \frac{1}{T_i \omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

Trong đó: $A(\omega) = \frac{1}{T_i \omega}$; $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$

* Hàm quá độ: $h(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t 1(t) dt = \frac{1}{T_i} \cdot t$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{T_i}$

Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu tích phân được mô tả trong (hình 7.4).



Hình 7.4. Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu tích phân

Từ đồ thị đặc tính ta nhận thấy luật điều khiển tích phân tác động kém với các tín hiệu có tần số cao. Trong tất cả các dải tần số, tín hiệu ra phản ứng chậm pha so với tín hiệu vào một góc 90° điều này có nghĩa luật điều khiển tích phân tác động chậm. Do vậy hệ thống sẽ bị dao động, phụ thuộc vào hằng số thời gian tích phân T_i .

* Ưu điểm: Bộ điều khiển tích phân loại bỏ được sai lệch dư của hệ thống, ít chịu ảnh hưởng tác động của nhiễu cao tần.

* Nhược điểm: Bộ điều khiển tác động chậm nên tính ổn định của hệ thống kém.

7.2.3. Luật điều khiển vi phân (D)

Phương trình vi phân mô tả động học:

$$U(t) = T_d \cdot \frac{de(t)}{dt}$$

Trong đó:

- + $e(t)$: là tín hiệu vào của bộ điều khiển.
- + $U(t)$: là tín hiệu điều khiển.
- + T_d : là thời gian vi phân.

* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace: $W(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = T_d \cdot s$

* Hàm truyền đạt trong miền tần số: $W(j\omega) = T_d j\omega = T_d \omega e^{-j\frac{\pi}{2}}$

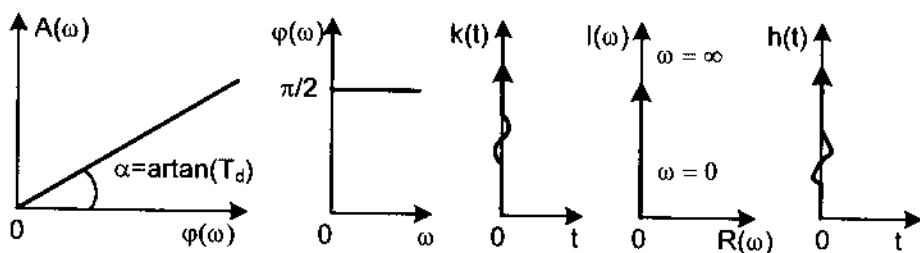
Trong đó: $A(\omega) = T_d \omega$; $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$

* Hàm quá độ: $h(t) = T_d \frac{dl(t)}{dt} = T_d \delta(t)$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = T_d \delta(t)$

Đồ thị đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu vi phân được mô tả trong (hình 7.5)

Từ đồ thị đặc tính ta nhận thấy luật điều khiển vi phân tác động mạnh với các tín hiệu có tần số cao. Trong tất cả các dải tần số, tín hiệu ra phản ứng sớm pha so với tín hiệu vào một góc 90° , điều này có nghĩa luật điều khiển vi phân tác động nhanh.



Hình 7.5. Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu vi phân.

Do vậy hệ thống dễ bị tác động bởi nhiễu cao tần, làm việc kém ổn định trong môi trường có nhiễu tác động.

* Ưu điểm: Luật điều khiển vi phân đáp ứng tính tác động nhanh, đây là một đặc tính mà trong điều khiển tự động thường rất mong muốn.

* Nhược điểm: Khi trong hệ thống dùng bộ điều khiển có luật vi phân thì hệ thống dễ bị tác động bởi nhiễu cao tần. Đây là loại nhiễu thường trực tiếp tồn tại trong công nghiệp.

Các luật điều khiển đối tượng: Các luật tỷ lệ, vi phân, tích phân thường tồn tại những nhược điểm riêng. Do vậy để khắc phục các nhược điểm trên người ta thường kết hợp các luật đó lại để có bộ điều khiển loại bỏ các nhược điểm đó, đáp ứng các yêu cầu kỹ thuật của các hệ thống trong công nghiệp.

7.2.4. Luật điều khiển tỷ lệ tích phân (PI)

Phương trình vi phân mô tả quan hệ tín hiệu vào ra của bộ điều khiển:

$$U(t) = K_1 \cdot e(t) + K_2 \int_0^t e(\tau) d\tau$$

$$U(t) = K_m \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

Trong đó:

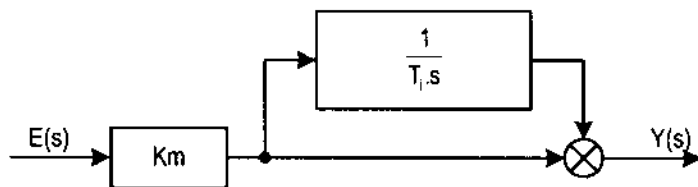
+ $e(t)$: là tín hiệu vào của bộ điều khiển.

+ $U(t)$: là tín hiệu ra của bộ điều khiển.

+ $K_m = K_1$: là hệ số khuếch đại.

+ $T_i = \frac{K_1}{K_2}$: là thời gian tích phân.

* Xây dựng theo sơ đồ cấu trúc:



* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = K_m \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot s} \right)$$

* Hàm truyền đạt trong miền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{E(j\omega)} = K_m \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot j\omega} \right) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

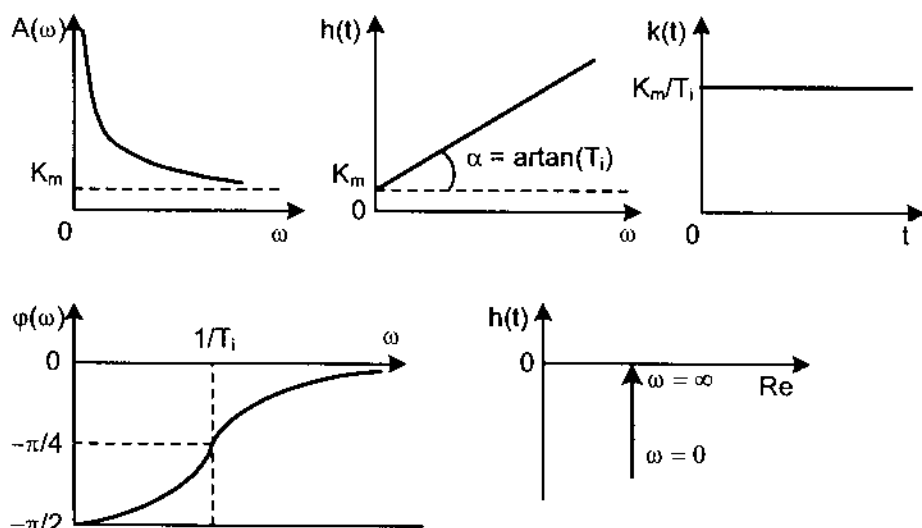
Trong đó: $A(\omega) = K_m \sqrt{1 + \frac{1}{T_i^2 \cdot \omega^2}}$; $\varphi(\omega) = \arctan\left(-\frac{1}{T_i \cdot \omega}\right)$

* Hàm quá độ: $h(t) = K_m \left(1(t) + \frac{1}{T_i} \int 1(t) dt \right) = K_m \left(1 + \frac{1}{T_i} t \right)$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = K_m \left(\delta(t) + \frac{1}{T_i} \right)$

Đồ thị đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PI được mô tả trong (hình 7.6).

Từ đồ thị đặc tính ta nhận thấy rằng, các tín hiệu vào có tần số thấp thì luật tích phân tác động không đáng kể. Khi tần số tiến về 0 thì bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ. Trong bộ điều khiển có 2 tham số K_m và T_i .



Hình 7.6. Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PI.

Khi ta cho $T_i = \infty$ thì bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ.

Khi $K_m = 0$ thì bộ điều khiển làm việc theo luật tích phân.

Tín hiệu ra của bộ lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0)$

Bộ điều khiển triệt tiêu sai lệch dư của hệ thống, và đáp ứng được tính tác động nhanh. Bằng thực nghiệm hoặc lý thuyết ta xác định các tham số K_m, T_i để bộ điều khiển đáp ứng đặc tính theo yêu cầu hệ thống.

7.2.5. Luật điều khiển tỷ lệ – vi phân (PD)

Phương trình vi phân mô tả quan hệ tín hiệu vào ra của bộ điều khiển:

$$U(t) = K_1 e(t) + K_2 \frac{de(t)}{dt}$$

$$U(t) = K_m \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Trong đó:

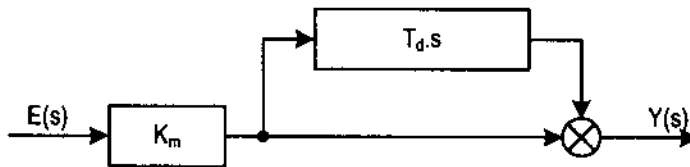
+ $e(t)$: tín hiệu vào của bộ điều khiển

+ $U(t)$: tín hiệu ra của bộ điều khiển

+ $K_m = K_1$: hệ số khuếch đại

+ $T_d = \frac{K_2}{K_1}$: là thời gian vi phân

* Xây dựng theo sơ đồ cấu trúc:



* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace: $W(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_m (1 + T_d s)$

* Hàm truyền đạt trong miền tần số:

$$W(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{E(j\omega)} = K_m (1 + j\omega T_d) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó: $A(\omega) = K_m \sqrt{1 + T_d^2 \omega^2}$, $\varphi(\omega) = \arctan \varphi(T_d \omega)$

* Hàm quá độ: $h(t) = K_m \left(1(t) + T_d \frac{d1(t)}{dt} \right) = K_m (1(t) + T_d \delta(t))$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = K_m (\delta(t) + T_d \delta'(t))$

Đồ thị đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PD được mô tả trong hình 7.7.

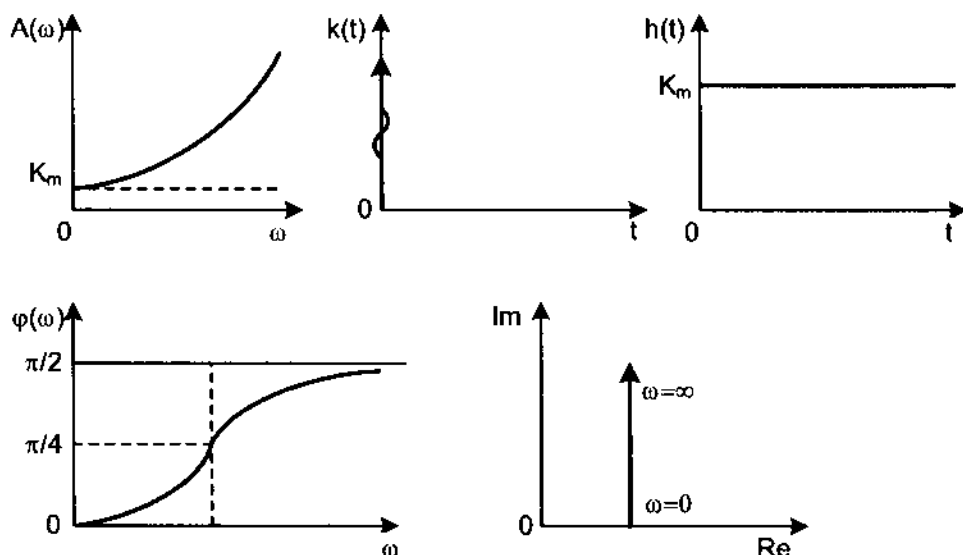
Từ đồ thị đặc tính ta nhận thấy rằng khi tín hiệu vào có tần số cao thì luật vi phân tác động mạnh. Khi tần số tiến về 0 thì bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ, trong bộ điều khiển có hai tham số K_m và T_d .

+ Khi ta chọn $T_d = \infty$ thì bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ.

+ Khi $K_m = 0$ bộ điều khiển làm việc theo luật vi phân.

Tín hiệu ra của bộ lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(0 < \alpha < \frac{\pi}{2})$.

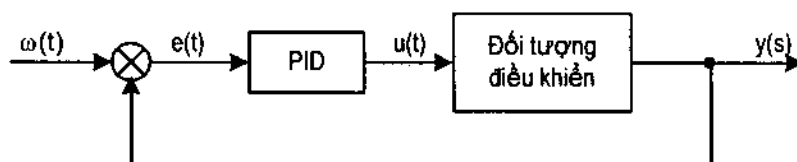
Đây là đặc điểm tác động nhanh của hệ thống. Khi hệ thống sử dụng bộ điều khiển tỷ lệ vi phân dễ bị tác động bởi nhiễu cao tần, tồn tại sai lệch dư, nhưng lại đáp ứng được tính tác động nhanh. Nên bộ điều khiển này thường được sử dụng trong hệ thống ít có nhiễu cao tần và cần tính tác động nhanh. Bằng thực nghiệm hoặc lý thuyết, ta xác định các tham số T_d , K_m để bộ điều khiển đáp ứng đặc tính hệ thống.



Hình 7.7. Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PD

7.2.6. Luật điều khiển tỷ lệ – vi tích phân (PID)

Để cải thiện chất lượng của các bộ điều khiển PI, PD người ta kết hợp ba luật điều khiển tỷ lệ, vi phân, tích phân để tổng hợp thành bộ điều khiển tỷ lệ vi tích phân. Có đặc tính mềm dẻo phù hợp cho hầu hết các đối tượng trong công nghiệp.



Hình 7.8. Điều khiển với bộ điều khiển PID

Bộ điều khiển PID được sử dụng khá rộng rãi để điều khiển đối tượng SISO (Single input, Single output), theo nguyên lý hồi tiếp (hình 7.8). Lý do bộ PID được sử dụng rộng rãi là tính đơn giản của nó cả về cấu trúc lẫn

nguyên lý làm việc. Bộ PID có nhiệm vụ đưa sai lệch $e(t)$ của hệ thống về không sao cho quá trình quá độ thỏa mãn các yêu cầu cơ bản về chất lượng:

– Nếu sai lệch $e(t)$ càng lớn thì thông qua thành phần $u_p(t)$, tín hiệu điều chỉnh $u(t)$ càng lớn (vai trò của khuếch đại k_p).

– Nếu sai lệch $e(t)$ chưa bằng 0 thì thông qua thành phần $u_I(t)$, PID vẫn còn tạo tín hiệu điều chỉnh (vai trò của tích phân T_I).

– Nếu sự thay đổi của sai lệch $e(t)$ càng lớn thì thông qua thành phần $u_D(t)$, phản ứng thích hợp của $u(t)$ sẽ càng nhanh (vai trò của vi phân T_D).

Phương trình vi phân mô tả quan hệ tín hiệu vào ra của bộ điều khiển:

$$U(t) = K_1 \cdot e(t) + K_2 \int_0^t e(\tau) d\tau + K_3 \frac{de(t)}{dt}$$

$$\Leftrightarrow U(t) = K_m \cdot \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Trong đó:

+ $e(t)$: tín hiệu vào của bộ điều khiển.

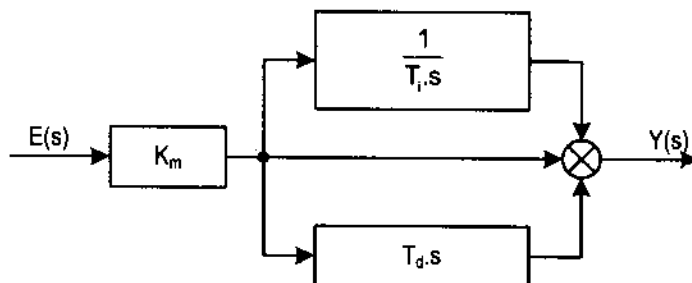
+ $U(t)$: tín hiệu ra của bộ điều khiển.

+ $K_m = K_1$: hệ số khuếch đại.

+ $T_d = \frac{K_3}{K_1}$: hằng số thời gian vi phân.

+ $T_I = \frac{K_1}{K_2}$: hằng số thời gian tích phân.

* Xây dựng theo sơ đồ cấu trúc:



* Hàm truyền đạt trong miền ảnh Laplace:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{E(s)} = K_m \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

* Hàm truyền đạt trong miền tần số:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{Y(j\omega)}{E(j\omega)} = K_m \left(1 + \frac{1}{jT_i \omega} + jT_d \omega \right) \\ &= K_m \left(1 + j \left(T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega} \right) \right) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \end{aligned}$$

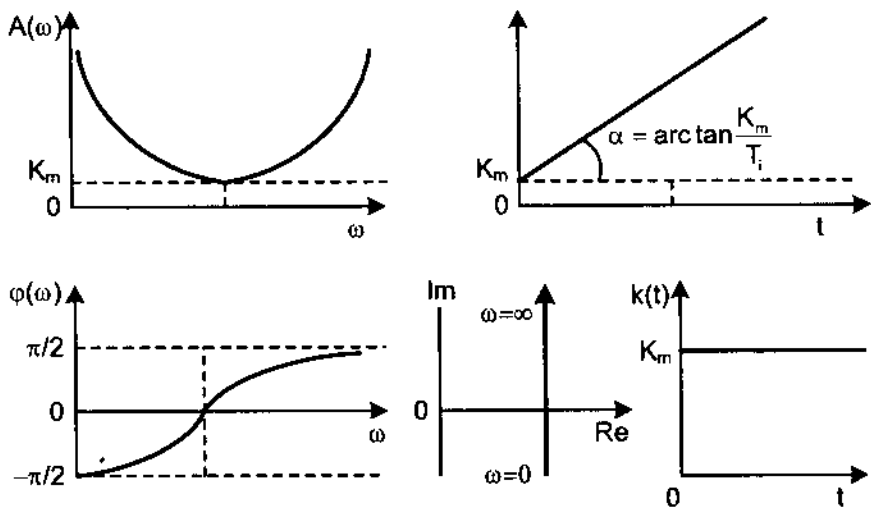
Trong đó: $A(\omega) = K_m \sqrt{1 + \left(T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega} \right)^2}$, $\varphi(\omega) = \arctan \left(T_d \omega - \frac{1}{T_i \omega} \right)$

* Hàm quá độ:

$$h(t) = K_m \left(1(t) + \frac{1}{T_i} \int 1(t) dt + T_d \cdot \frac{d1(t)}{dt} \right) = K \left(1(t) + \frac{1}{T_i} t + T_d \delta(t) \right)$$

* Hàm quá độ xung: $k(t) = \frac{dh(t)}{dt} K_m \left(\delta(t) + \frac{1}{T_i} + T_d \cdot \delta'(t) \right)$

Đồ thị đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PID được mô tả trong (hình 7.9).



Hình 7.9. Đặc tính thời gian và đặc tính tần số của khâu PID

Từ đồ thị đặc tính ta nhận thấy rằng đặc tính làm việc của bộ điều khiển PID rất linh hoạt, mềm dẻo. Ở dải tần số thấp thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ – tích phân. Ở dải tần số cao thì bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ – vi phân khi $\omega = \frac{1}{\sqrt{T_i \cdot T_d}}$ bộ điều khiển làm việc theo quy luật tỷ lệ. Bộ điều khiển có ba tham số K_m , T_i và T_d .

+ Khi ta cho $T_i = \infty$, $T_d = 0$ thì bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ.

+ Khi $T_i = \infty$ bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ – vi phân.

+ Khi $T_d = 0$ bộ điều khiển làm việc theo luật tỷ lệ – tích phân.

Tín hiệu ra của bộ lệch pha so với tín hiệu vào một góc α , $(-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2})$

Đây là đặc tính mềm dẻo của bộ điều khiển. Nếu ta chọn được bộ tham số phù hợp cho bộ điều khiển PID thì hệ thống cho ta đặc tính như mong muốn, đáp ứng cho các hệ thống trong công nghiệp. Đặc biệt nếu ta chọn bộ tham số tốt bộ điều khiển sẽ đáp ứng được tính tác động nhanh, đây là đặc điểm nổi bật của bộ điều khiển. Trong bộ điều khiển có thành phần tích phân nên hệ thống triệt tiêu được sai lệch tĩnh.

7.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP TỔNG HỢP BỘ ĐIỀU KHIỂN PID

Như phân trên trình bày chúng ta đã biết được các ưu điểm nổi bật của bộ điều khiển kinh điển PID, vấn đề là với mỗi hệ thống khác nhau ta phải chọn được luật điều khiển, các bộ tham số K_m , T_i , T_d thích hợp cho hệ thống. Bằng thực nghiệm hoặc lý thuyết ta xác định các tham số K_m , T_i , T_d để bộ điều khiển đáp ứng yêu cầu đặc tính hệ thống. Tuy vậy cho đến nay đã có nhiều lý thuyết về xác định tham số cho bộ điều khiển PID, nhưng vẫn chưa một lý thuyết nào hoàn hảo và tiện lợi, việc xác định tham số cho bộ điều khiển là phức tạp đòi hỏi kỹ sư phải có chuyên môn về tích hợp hệ thống. Người thiết kế cần thiết phải hiểu được ảnh hưởng của các khâu điều khiển đến chất lượng của hệ thống và bản chất của từng phương pháp thiết kế thì mới có thể thiết kế được hệ thống có chất lượng tốt.

Luật điều khiển PID được biểu diễn theo hai dạng luật PID cộng và luật PID nhân. Luật PID cộng được biểu diễn theo mô hình toán học sau:

$$W_{dk}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_i} + s \cdot T_d \right) \quad (7.1)$$

Luật PID nhân có mô hình toán học:

$$W_{dk}(s) = \frac{k_p (1 + sT_i)(1 + sT_d)}{s \cdot T_i} \quad (7.2)$$

7.3.1. Phương pháp hằng số thời gian tổng của Kuhn

Phương pháp thời gian tổng của Kuhn được ứng dụng để thiết kế luật điều khiển cho lớp đối tượng có điểm không và điểm cực nằm trên trục thực về bên trái trục ảo. Đối tượng với mô hình toán học dạng tổng quát:

$$W(s) = k_{dt} \cdot \frac{(1 + T_{t1}s) \cdot (1 + T_{t2}s) \cdots (1 + T_{tk}s)}{(1 + T_{m1}s) \cdot (1 + T_{m2}s) \cdots (1 + T_{mn}s)} e^{-sT_t} \quad (7.3)$$

Nếu $k < n$ và các hằng số thời gian ở tử số T_{ti} phải nhỏ hơn so với hằng số thời gian tương ứng ở mẫu số T_{mi} , nói cách khác nếu ta có:

$$T_{t1} \geq T_{t2} \geq \cdots \geq T_{tk} \text{ và } T_{m1} \geq T_{m2} \geq \cdots \geq T_{mn}$$

Thì phải có:

$$T_{t1} < T_{m1}, T_{t2} < T_{m2}, \dots, T_{tk} < T_{mk}$$

thì có thể định nghĩa một hằng số thời gian tổng T_Σ theo công thức:

$$T_\Sigma = \sum_{i=1}^n T_i + T_t - \sum_{j=1}^m T_{Dj} = T_1 + T_2 + \cdots + T_n + T_t - T_{D1} - T_{D2} - \cdots - T_{Dm} \quad (7.4)$$

Khi đó các tham số của luật PID được chọn theo Kuhn có dạng:

– Nếu sử dụng bộ điều khiển PI:

$$k_p = \frac{1}{2 \cdot k_{dt}}, T_i = \frac{T_\Sigma}{2} \quad (7.5)$$

– Nếu sử dụng bộ điều khiển PID:

$$k_p = \frac{1}{k_{dt}}, T_i = \frac{2T_\Sigma}{3}, T_d = 0,167T_\Sigma \quad (7.6)$$

Và chất lượng hệ thống đạt được là:

* Độ quá điều chỉnh cực đại $\sigma_{\max} = 4,32\%$.

* Thời gian đạt được giá trị xác lập đầu tiên $T_{kt} = 1,571 \cdot T_\Sigma$.

7.3.2. Phương pháp tối ưu hóa modunt

– Nội dung phương pháp:

Mục tiêu của việc thiết kế là chọn được cấu trúc và tham số của luật điều khiển để quá trình chuyển trạng thái của hệ là ngắn nhất. Hay nói một cách khác là hệ đạt được điểm làm việc mong muốn trong khoảng thời gian ngắn nhất. Tương ứng với một khoảng thời gian quá độ ngắn, trong miền tần số của hệ phải tồn tại một dải thông tần ω_c rất rộng của vector đặc tính tần số của hệ kín.

Đối với tất cả các hệ thống điều khiển tự động, đặc tính động học lý tưởng của hệ đạt được khi và chỉ khi modunt của vector đặc tính tần số của hệ kín bằng 1 với mọi tần số ω

$$|W_k(j\omega)| = 1 \quad (7.7)$$

Trong thực tế không thể thiết kế được những hệ thống như vậy, chúng ta đều đã biết đối với hệ có các khâu động học quán tính thì khi tần số càng cao thì modunt càng giảm. Như vậy, ta chỉ có thể thiết kế bộ điều khiển đảm bảo hệ thống thỏa mãn gần đúng điều kiện (7.7). Phương pháp tối ưu ở miền tần số được hiểu là chọn cấu trúc và tham số của bộ điều khiển sao cho modunt của vector đặc tính tần số của hệ kín đạt giá trị bằng 1 trong một dải thông tần rộng nhất.

Cấu trúc và tham số của bộ điều khiển theo phương pháp tối ưu hóa modunt được thiết kế trên cơ sở hệ kín bậc hai. Nhiệm vụ thiết kế ở đây được đặt ra là: chọn cấu trúc và tham số của luật điều khiển sao cho đặc tính tần số của hệ kín thỏa mãn phương trình (7.7) trong một dải thông tần rộng nhất. Xét trường hợp tổng quát, hệ kín có mô hình:

$$W_k(s) = \frac{B_k(s)}{A_k(s)} = \frac{k_k (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m s + 1)}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + 1} \quad (7.8)$$

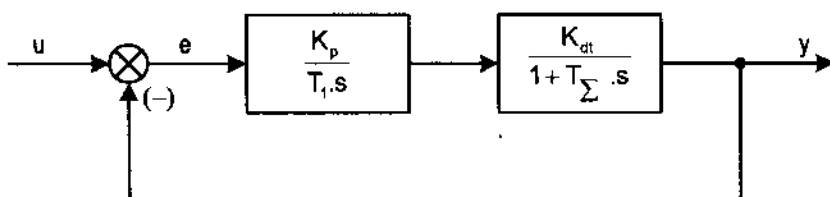
$$\Leftrightarrow W_k(j\omega) = \frac{B_k(j\omega)}{A_k(j\omega)} = \frac{k_k (b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m (j\omega) + 1)}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} (j\omega) + 1}$$

Để thỏa mãn điều kiện ở phương trình (7.7) thì từng cặp (a_i, b_i) của các tham số mô hình (7.8) phải có các giá trị bằng nhau hoặc các tham số mô hình thỏa mãn.

$$\begin{aligned} b_0 &= b_1 = \dots = b_{m-1} = 0 \\ a_0 &= a_1 = \dots = a_{n-1} = 0 \\ k_k &= 1 \end{aligned} \quad (7.9)$$

Mục đích thiết kế ở đây là chọn cấu trúc và tham số của luật điều khiển sao cho có nhiều nhất các tham số của mô hình (7.8) thỏa mãn điều kiện (7.9). Phương pháp được thực hiện đối với đối tượng là khâu quán tính bậc nhất, được biểu diễn trong hình 7.10 với hàm truyền của hệ hở có dạng:

$$\begin{aligned} W_h(s) &= W_{dk}(s) \cdot W_{dt}(s) = \frac{k_p \cdot k_{dt}}{T_1 s (1 + s \cdot T_\Sigma)} \\ \Leftrightarrow W_h(j\omega) &= W_{dk}(j\omega) \cdot W_{dt}(j\omega) = \frac{k_p \cdot k_{dt}}{j\omega \cdot T_1 (1 + j\omega \cdot T_\Sigma)} \end{aligned}$$



Hình 7.10. Hệ thống điều khiển theo phương pháp tối ưu modunt

Đặt $\frac{k_p}{T_1} = \frac{1}{T_N}$, ta xác định được hàm truyền của hệ kín

$$\begin{aligned} W_k(j\omega) &= \frac{k_{dt}}{j\omega \cdot T_N \cdot (1 + j\omega \cdot T_\Sigma) + k_{dt}} \\ &= \frac{k_{dt}}{k_{dt} - \omega^2 \cdot T_N \cdot T_\Sigma + j\omega \cdot T_N} \end{aligned} \quad (7.10)$$

Và từ (7.10) suy ra modunt $|W_k(j\omega)|$ của vector đặc tính tần số của hệ kín:

$$|W_k(j\omega)| = \frac{k_{dt}}{\sqrt{(k_{dt} - \omega^2 \cdot T_N \cdot T_\Sigma)^2 + \omega^2 \cdot T_N^2}} \quad (7.11)$$

Để modunt vectơ đặc tính tần số của hệ kín xấp xỉ 1 thì bình phương của vector này cũng phải xấp xỉ giá trị đó, ta có:

$$|W_k(j\omega)|^2 = \frac{k_{dt}^2}{(k_{dt} - \omega^2 \cdot T_N \cdot T_\Sigma)^2 + \omega^2 \cdot T_N^2} \approx 1 \quad (7.12)$$

Modunt $|W_k(j\omega)|$ thỏa mãn điều kiện (7.12) nếu như $W_k(j\omega)$ có nhiều nhất các cặp tham số (b_i, a_i) có giá trị bằng nhau

$$|W_k(j\omega)|^2 = \frac{k_{dt}^2 + 0 \cdot \omega^2 + 0 \cdot \omega^4}{k_{dt}^2 + (T_N^2 - 2 \cdot k_{dt} \cdot T_N \cdot T_\Sigma) \cdot \omega^2 + T_N^2 \cdot T_\Sigma^2 \cdot \omega^4} \approx 1 \quad (7.13)$$

Bảng 7.1 biểu diễn các cặp tham số (b_i, a_i) và khả năng thực hiện trong thực tế theo phương pháp tối ưu hóa modunt.

Bảng 7.1. Bảng chọn tham số PID theo phương pháp tối ưu modunt

Polynom	b_i	a_i	Khả năng thực hiện
ω^0	k_{dt}^2	k_{dt}^2	Thực hiện được
ω^2	0	$T_N^2 - 2 \cdot k_{dt} \cdot T_N \cdot T_\Sigma$	Thực hiện được
ω^4	0	$T_N^2 \cdot T_\Sigma^2$	Không thực hiện được

Như vậy, theo phương pháp tối ưu hóa modunt, tham số của bộ điều khiển được xác định từ điều kiện:

$$T_N^2 - 2 \cdot k_{dt} \cdot T_N \cdot T_\Sigma = 0 \quad (7.14)$$

Từ phương trình (7.14) ta có:

$$T_N = \frac{T_i}{k_p} = 2 \cdot k_{dt} \cdot T_\Sigma \quad (7.15)$$

– Ứng dụng phương pháp tối ưu modunt trong thiết kế:

Phương pháp chỉ được sử dụng để thiết kế luật điều khiển cho các đối tượng thuộc loại khâu nguyên hàm. Phương pháp thiết kế được xây dựng trên cơ sở đối tượng là khâu quán tính bậc nhất:

$$W_{dt}(s) = \frac{k_{dt}}{(1 + sT_1)}$$

Do vậy khi thiết kế luật điều khiển cho các đối tượng bậc cao, mô hình toán học của đối tượng được xấp xỉ về mô hình bậc nhất theo phương pháp hằng số thời gian tổng của Kuhn (chú ý là với những hằng số thời gian nhỏ mới áp dụng được), đối tượng bậc n có mô hình:

$$\begin{aligned}
 W_{dt}(s) &= \frac{k_{dt}}{(1+sT_1) \cdot (1+sT_2) \cdots (1+sT_n)} \\
 &= \frac{k_{dt}}{1+s \cdot (T_1 + T_2 + \cdots + T_n) + s^2 \cdot (T_1 \cdot T_2 + T_1 \cdot T_3 + \cdots)} \\
 &= \frac{b_0}{1+a_0 \cdot s + a_1 \cdot s^2 + \cdots + a_n \cdot s^n}
 \end{aligned} \tag{7.16}$$

Theo phương pháp tối ưu modunt, bộ điều khiển là:

$$W_{dk}(s) = \frac{1}{sT_N}$$

Khi các hằng số thời gian $T_1, T_2, \dots, T_n$ của (7.16) tương đối nhỏ, theo phương pháp hằng số thời gian tổng của Kuhn, với hằng số thời gian tổng T_Σ của đối tượng mô tả tại phương trình (7.16) được xác định:

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 + \cdots + T_n$$

Ta có thể xấp xỉ 7.16 về dạng :

$$W_{dt}(s) = \frac{k_{dt}}{(1+sT_\Sigma)} \tag{7.17}$$

Và áp dụng theo (7.15) để xác định tham số có bộ điều khiển I cần tìm.

+ Phương pháp bù hằng số thời gian lớn nhất bằng PI:

Nếu như các hằng số thời gian $T_1, T_2, \dots, T_n$ của (7.16) có một hằng số thời gian T_1 là lớn còn lại $T_2, T_3, \dots, T_n$ đều thỏa mãn điều kiện tương đối nhỏ, mô hình đối tượng trong trường hợp này được xấp xỉ về dạng:

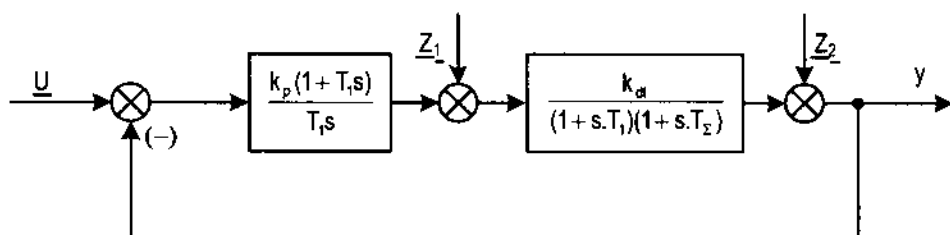
$$W_{dt}(s) = \frac{k_{dt}}{(1+s \cdot T_1) \cdot (1+s \cdot T_\Sigma)} \tag{7.18}$$

Trong đó T_1 là hằng số thời gian lớn nhất của đối tượng và T_Σ được tính theo Kuhn:

$$T_\Sigma = T_2 + T_3 + \cdots + T_n$$

Để khử hằng số thời gian lớn nhất của đối tượng ta chọn luật điều khiển PI (hình 7.11) :

$$W_{dk} = \frac{k_p(1+T_i s)}{T_i s}$$



Hình 7.11. Thiết kế hệ thống theo phương pháp tối ưu hóa modulunt dùng bộ điều khiển PI khử hằng số thời gian lớn nhất

Để khử hằng số thời gian T_1 lớn nhất của đối tượng, ta chọn:

$$T_I = T_1 \quad (7.19)$$

Từ đó ta có hàm truyền của hệ hở:

$$W_h(s) = \frac{k_{dt}}{s \cdot T_N \cdot (1 + s \cdot T_2)} \quad (7.20)$$

Với $T_N = \frac{T_I}{k_p}$ theo phương pháp tối ưu hóa modulunt, để $|W_k(j\omega)| \approx 1$ với mọi tần số ω thì tham số của bộ điều khiển phải thỏa mãn phương trình (7.14), (7.15). Từ đó ta có

$$T_N = \frac{T_I}{k_p} = 2 \cdot k_{dt} \cdot T_2$$

$$k_p = \frac{T_I}{2 \cdot k_{dt} \cdot T_2} \quad (7.21)$$

$$T_I = T_1 \quad (7.22)$$

+ Phương pháp bù hằng số thời gian lớn nhất bằng PID:

Đối với lớp đối tượng (7.16) có hằng số thời gian T_1 và T_2 lớn hơn rất nhiều so với các hằng số thời gian khác, mô hình đối tượng thuộc lớp này được xấp xỉ về dạng:

$$W_{dt}(s) = \frac{k_{dt}}{(1 + s \cdot T_1) \cdot (1 + s \cdot T_2) \cdot (1 + s \cdot T_2)} \quad (7.23)$$

Trong đó: $T_2 = T_3 + T_4 \dots + T_n$

Để khử hằng số thời gian T_1 và T_2 của đối tượng, ta chọn luật điều khiển PID nhân:

$$W_{dk}(s) = \frac{k_p \cdot (1 + s \cdot T_1) \cdot (1 + s \cdot T_D)}{s \cdot T_1} \quad (7.24)$$

Áp dụng phương pháp tối ưu hóa modunt, ta chọn tham số T_1 và T_D :

$$\begin{aligned} T_1 &= T_1 \\ T_D &= T_2 \end{aligned} \quad (7.25)$$

Để có hàm truyền $W_h(j\omega)$ của hệ hở:

$$W_h(s) = \frac{k_{dt}}{s \cdot T_N \cdot (1 + s \cdot T_\Sigma)}$$

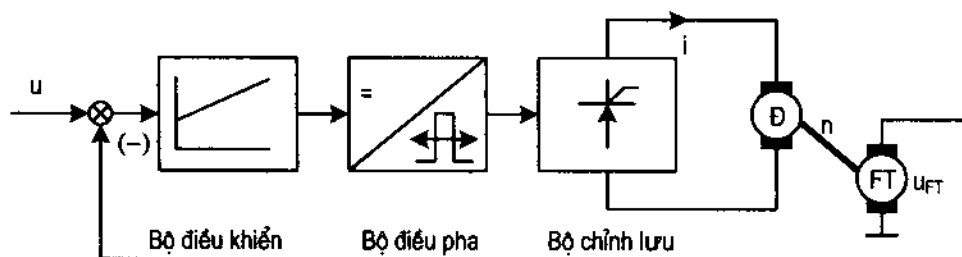
Theo phương pháp tối ưu hóa modunt, các tham số của luật điều khiển phải thỏa mãn phương trình (7.14), (7.15)

$$\begin{aligned} T_N &= \frac{T_1}{k_p} = 2 \cdot k_{dt} \cdot T_\Sigma \\ k_p &= \frac{T_1}{2 \cdot k_{dt} \cdot T_\Sigma} \\ T_1 &= T_1 \\ T_D &= T_2 \end{aligned} \quad (7.26)$$

Đánh giá chất lượng của hệ thống được tổng hợp bằng phương pháp tối ưu hóa modunt trên cơ sở hàm quá độ $h(t)$ của hệ kín ta được:

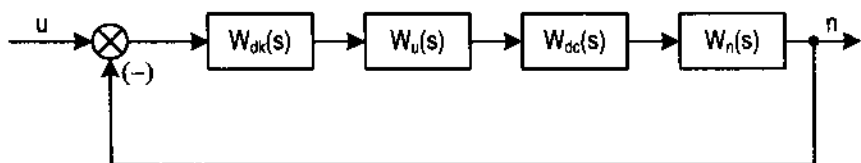
- * Độ quá điều chỉnh cực đại: $\sigma_{\max} = 4,32\%$.
- * Thời gian kích thích: $T_{kt} = 4,7 \cdot T_\Sigma$.
- * Thời gian quá điều chỉnh cực đại: $T_{\max} = 8,4 \cdot T_\Sigma$.

Ví dụ 7.1. Thiết kế hệ thống ổn định tốc độ động cơ điện một chiều kích từ độc lập theo phương pháp tối ưu hóa modunt. Sơ đồ chức năng của hệ thống được biểu diễn tại hình 7.12.



Hình 7.12. Hệ thống ổn định tốc độ động cơ

Sơ đồ điều khiển tương đương:



Trong đó:

- + $W_{đk}$: Hàm truyền của bộ điều khiển.
- + W_u : Hàm truyền của bộ biến đổi công suất.
- + W_{dc} : Hàm truyền của động cơ.
- + W_n : Hàm truyền của bộ phát tốc đo tốc độ động cơ.

Tham số của động cơ: $U_{đm} = 220V$; $N = 2376$; $P_{đm} = 0,6kW$; $N_{đm} = 1500v/ph$,
 $W = 4800$ vòng, $N_{max} = 3000v/ph$, $J = 0,042kgm^2$, $I_{uđm} = 4,3A$, $p_c = 2$,
 $R_u = 6,75\Omega$.

Việc tiến hành trước tiên là xây dựng mô hình toán học cho đối tượng.
 Động cơ điện một chiều kích từ độc lập có mô hình toán học:

$$W_{dc} = \frac{k_d}{1 + T_c s + T_u \cdot T_c \cdot s^2} \quad (7.27)$$

Với k_d là hệ số khuếch đại, T_c là hằng số thời gian điện cơ và T_u là hằng số thời gian điện từ của động cơ. Giả thiết hằng số thời gian điện cơ T_c lớn hơn hằng số thời gian điện từ rất nhiều để ta có thể chấp nhận:

$$T_c \approx T_c + T_u$$

Như vậy mô hình toán học của động cơ trong phương trình (7.27) hoàn toàn có thể biểu diễn dưới dạng:

$$W_{dc}(s) = \frac{k_d}{(1 + T_c \cdot s) \cdot (1 + T_u \cdot s)}$$

Nghĩa là động cơ có thể coi như 2 khâu quán tính. Khi bỏ qua hằng số thời gian điện từ phản ứng ($T_u \approx 0$) thì động cơ là một khâu quán tính:

$$W_{dc}(s) = \frac{k_d}{(T_c s + 1)} = \frac{0,13}{1 + 0,023.s}$$

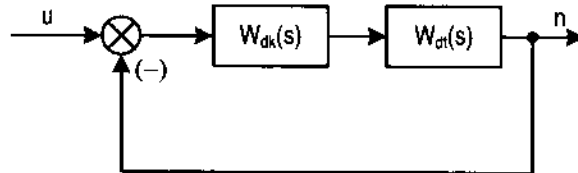
Mô tả toán học của thiết bị đo tốc độ là một khâu quán tính bậc nhất có hàm truyền:

$$W_n(s) = \frac{K_\omega}{1 + sT_\omega} = \frac{0,93}{1 + 0,001.s}$$

Hàm truyền của bộ biến đổi công suất động cơ:

$$W_u(s) = \frac{K}{1 + sT_{v0}} = \frac{23,87}{1 + 0,001.s}$$

Sơ đồ rút gọn của hệ thống:



Trong đó:

$$W_{dt}(s) = \frac{0,13}{1 + 0,023.s} \cdot \frac{0,93}{1 + 0,001.s} \cdot \frac{23,87}{1 + 0,001.s} = \frac{2,89}{(1 + 0,023s)(1 + 0,002s)}$$

Áp dụng phương pháp tối ưu modunt ta sẽ có hàm truyền của bộ điều chỉnh:

$$W_{dk}(s) = K_i \left(1 + \frac{1}{s.T_i} \right)$$

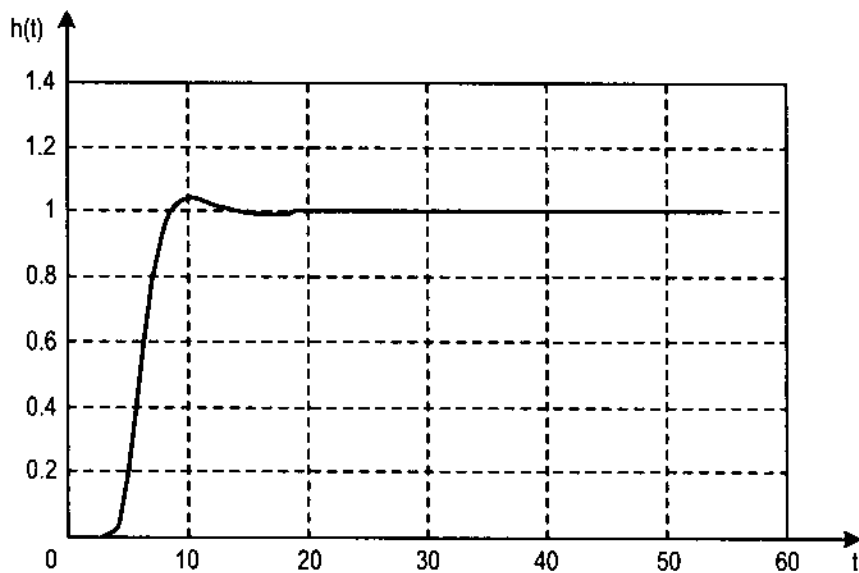
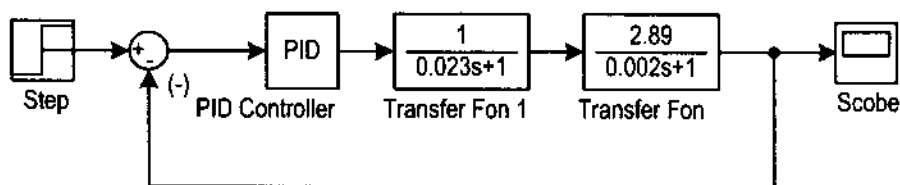
Là một khâu PI, với:

$$K_i = \frac{0,023}{2.0,93.23,87.0,13.0,002} = 2$$

$$T_i = 0,023s$$

Sơ đồ mô phỏng của hệ thống (hình 7.13).

Quá trình quá độ của hệ thống có độ quá điều chỉnh: 4,3%, thời gian quá độ: $t = 8,4$; $T_s = 8,4.0,002 = 0,0168s$.



Hình 7.13. Mô phỏng kết quả ví dụ 7.1 bằng Matlab Simulink

7.3.3. Phương pháp tối ưu đối xứng

Theo như phương pháp tối ưu modunt ở trên trình bày, ta có thể nhận thấy là nó chỉ áp dụng cho các đối tượng ổn định, thường là các khâu quán tính có hàm quá độ dạng hình chữ S. Như vậy, không thể áp dụng phương pháp đó cho những đối tượng không thỏa mãn những yêu cầu trên. Khi gặp các đối tượng như vậy, chúng ta có phương pháp tối ưu đối xứng để tổng hợp bộ điều khiển, với một chất lượng tương đương như của phương pháp tối ưu modunt.

Nội dung phương pháp:

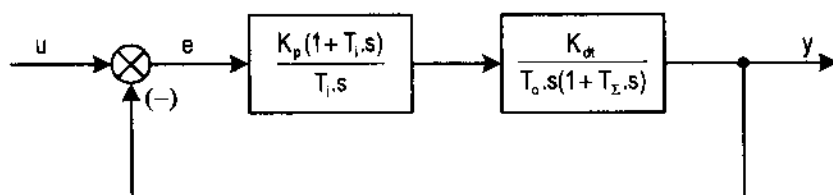
* Đối tượng dạng 1 là một khâu tích phân nối tiếp với một khâu quán tính bậc nhất:

$$W_{dt}(s) = \frac{K_{dt}}{T_o \cdot s(1 + T_z \cdot s)} \quad (7.28)$$

Bộ điều khiển ta chọn là PI:

$$W_{dk}(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s}$$

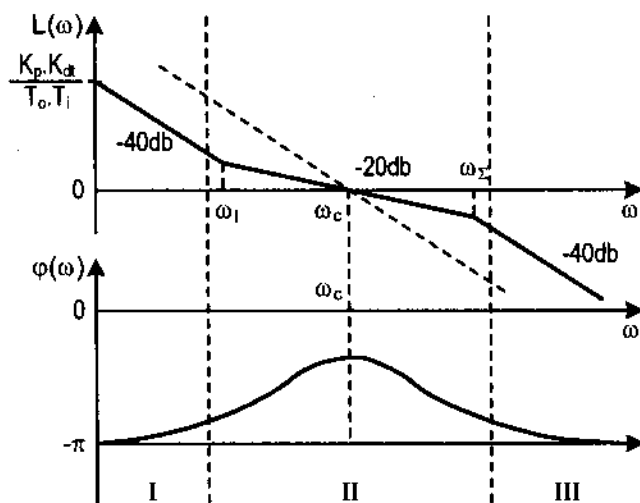
Ta có sơ đồ khối cấu trúc hệ thống:



Hình 7.14. Thiết kế hệ thống theo phương pháp tối ưu đối xứng.

* Ý tưởng của phương pháp tối ưu đối xứng là làm thay đổi đặc tính hệ hở bằng cách đặt $T_i = a^2 T_x$ với điều kiện $a > 0$. Đặc tính mong muốn của phương pháp tối ưu đối xứng như trong hình 7.15. Đặc tính của hệ hở được chia ra làm 3 phần:

- + Vùng I là vùng tần số thấp: Cần có $L(\omega)$ rất lớn nhằm khử sai lệch tĩnh.
- + Vùng II là vùng có tần số trung bình cao: Vùng này mang thông tin đặc trưng của đặc tính động học hệ kín. Vùng này có tính chất đối xứng và độ dốc $L(\omega)$ là -20db .
- + Vùng III là vùng tần số rất cao: Yêu cầu $L(\omega)$ rất nhỏ nhằm khử ảnh hưởng của nhiễu lên hệ thống.



Hình 7.15. Đặc tính tần số biên độ – pha logarit theo phương pháp tối ưu đối xứng

Đặc tính tần số biên độ – pha logarit theo phương pháp tối ưu đối xứng:

Từ mô hình (hình 7.12) ta có:

Hàm truyền hệ hở:

$$W_h(s) = \frac{K_{dt} \cdot K_p (1 + T_i \cdot s)}{T_0 \cdot T_1 \cdot s^2 (1 + T_\Sigma \cdot s)}$$

Rõ ràng trong vùng I, hệ thỏa mãn $|W_k(j\omega)| \approx 1$. Ở vùng II, để $L_h(\omega)$ có độ nghiêng -20db xung quanh điểm tần số cắt ω_c thì phải có:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1} < \omega_\Sigma = \frac{1}{T_\Sigma} \Rightarrow T_1 > T_\Sigma \quad (7.29)$$

Và $|G_h(j\omega_1)| > |G_h(j\omega_c)| = 1 > |G_h(j\omega_\Sigma)| \quad (7.30)$

Nhằm nâng cao độ dự trữ ổn định cho hệ kín, các tham số bộ điều khiển cần phải được chọn sao cho tại tần số cắt ω_c góc pha $\varphi_h(\omega_c)$ là lớn nhất (cực đại), suy ra phải có:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_h(\omega_c)}{d\omega} = 0 &\Rightarrow \frac{T_1}{1 + (\omega_c T_1)^2} - \frac{T_\Sigma}{1 + (\omega_c T_\Sigma)^2} = 0 \\ \omega_c = \frac{1}{\sqrt{T_1 T_\Sigma}} &\Rightarrow \lg(\omega_c) = \frac{\lg(\omega_1) + \lg(\omega_\Sigma)}{2} \end{aligned} \quad (7.31)$$

Kết quả (7.31) cho thấy điểm tần số cắt ω_c cần phải nằm giữa hai điểm tần số gãy ω_1 và ω_Σ . Đó cũng là lý do tại sao phương pháp có tên là tối ưu đối xứng.

Gọi khoảng cách giữa ω_1 và ω_Σ là a , ta có:

$$\lg(a) = \lg(\omega_\Sigma) - \lg(\omega_1) = \lg \frac{T_1}{T_\Sigma} \Rightarrow a = \frac{T_1}{T_\Sigma}$$

Như vậy, (7.29) sẽ được thỏa mãn nếu $a > 1$.

Thay ω_c trong (7.31) vào trong (7.30) ta sẽ có:

$$\begin{aligned} |G_h(j\omega_c)| = 1 &\Leftrightarrow \frac{K_{dt} \cdot K_p \sqrt{1 + (T_1 \omega_c)^2}}{T_0 \cdot T_1 \cdot \omega_c^2 \sqrt{1 + (T_\Sigma \omega_c)^2}} = 1 \\ \Leftrightarrow K_p &= \frac{T_0}{K_{dt} T_\Sigma \sqrt{a}} \end{aligned}$$

Khoảng cách a giữa ω_1 và ω_Σ còn là đại lượng đặc trưng cho độ quá điều chỉnh $\Delta h_{\max}$ của hệ kín nếu có dao động. Cụ thể với a càng lớn, độ quá điều chỉnh $\Delta h_{\max}$ càng nhỏ.

– Tóm lại với đối tượng là khâu tích phân – quán tính bậc nhất:

$$W_{dt}(s) = \frac{K_{dt}}{T_0 \cdot s(1 + T_\Sigma \cdot s)}$$

Ta chọn bộ điều khiển là PI với:

$$W_{dk}(s) = \frac{K_p(1 + T_i s)}{T_i s}$$

Các tham số được xác định như sau:

+ Xác định $4 > a > 1$ từ yêu cầu chất lượng đề ra. Giá trị a được chọn càng lớn, độ quá điều chỉnh càng nhỏ. Để hệ kín không có dao động chọn $a \geq 4$. Nếu $a \leq 1$ hệ sẽ không ổn định

+ Tính T_i theo $T_i = a T_\Sigma$

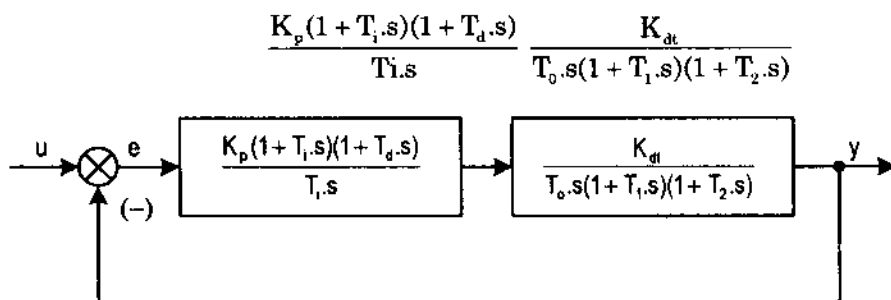
+ Tính K_p theo: $\Leftrightarrow K_p = \frac{T_0}{K_{dt} T_\Sigma \sqrt{a}}$

* Đối tượng dạng 2 là một khâu tích phân nối tiếp với hai khâu quán tính bậc nhất:

$$W_{dt}(s) = \frac{K_{dt}}{T_0 \cdot s(1 + T_1 \cdot s)(1 + T_2 \cdot s)}$$

Bộ điều khiển được chọn là PID dạng nhân (7.2):

Sơ đồ cấu trúc hệ thống



Hình 7.16. Thiết kế hệ thống theo phương pháp tối ưu đối xứng

Hàm truyền hệ hở:

$$W_h(s) = \frac{K_p \cdot K_{dt} (1 + T_1 \cdot s)(1 + T_d \cdot s)}{T_1 \cdot T_0 \cdot s^2 (1 + T_1 \cdot s)(1 + T_2 \cdot s)}$$

Để giảm hằng số thời gian quán tính của đối tượng, ta chọn:

$$T_d = T_1 (T_1 > T_2).$$

Khi đó ta đưa hàm truyền hệ hở về đối tượng dạng I:

$$W_h(s) = \frac{K_p \cdot K_{dt} (1 + T_1 \cdot s)}{T_1 \cdot T_0 \cdot s^2 (1 + T_2 \cdot s)}$$

Tương tự với đối tượng dạng 1, các tham số được xác định như sau:

+ Chọn: $T_d = T_1 (T_1 > T_2)$.

+ Xác định $4 > a > 1$ từ yêu cầu chất lượng đề ra. Giá trị a được chọn càng lớn, độ quá điều chỉnh càng nhỏ. Để hệ kín không có dao động chọn $a \geq 4$. Nếu $a \leq 1$ hệ sẽ không ổn định.

+ Tính T_1 theo $T_1 = a T_z$

+ Tính K_p theo: $\Leftrightarrow K_p = \frac{T_0}{K_{dt} T_z \sqrt{a}}$

– Ứng dụng phương pháp tối ưu đối xứng trong thiết kế:

Phương pháp chỉ sử dụng để thiết kế luật điều khiển cho các đối tượng có một khâu tích phân mắc nối tiếp với một hoặc hai khâu quán tính bậc nhất. Do vậy khi thiết kế cho đối tượng bậc cao thì mô hình toán học của đối tượng phải được xấp xỉ về hai dạng đối tượng trên theo phương pháp hằng số thời gian tổng của Kuhn.

Đối tượng có dạng tổng quát:

$$W_{dt}(s) = \frac{K_{dt} (1 + T_{d1} \cdot s)(1 + T_{d2} \cdot s) \dots (1 + T_{dm} \cdot s)}{T_0 \cdot s(1 + T_1 \cdot s)(1 + T_2 \cdot s) \dots (1 + T_n \cdot s)} \cdot e^{-\tau}$$

* Nếu xấp xỉ về đối tượng dạng I:

$$T_z = \sum_{i=1}^n T_i + T_1 - \sum_{j=1}^m T_{Dj}$$

$$W_{dt}(s) \approx \frac{K_{dt}}{T_0 \cdot s(1 + T_z \cdot s)}$$

* Bộ điều khiển được sử dụng là PI:

$$W_{PI}(s) = \frac{K_p(1 + T_I.s)}{T_I.s}$$

Bảng 7.2. Bảng tính PID theo phương pháp tối ưu đối xứng cho đối tượng dạng I

Thông số bộ điều khiển PI	Giá trị tính
a	$1 \div 4$
T_I	aT_Σ
K_p	$\frac{T_0}{K_{dt}T_\Sigma\sqrt{a}}$

* Nếu xấp xỉ về đối tượng dạng II:

$$T_\Sigma = \sum_{i=2}^n T_i + T_t - \sum_{j=1}^m T_{Dj}$$

$$W_{dt}(s) = \frac{K_{dt}}{T_0.s(1 + T_I.s)(1 + T_\Sigma.s)}$$

* Bộ điều khiển được sử dụng là PID

$$W_{PID}(s) = \frac{K_p(1 + T_I.s)(1 + T_d.s)}{T_I.s}$$

Bảng 7.3. Bảng tính PID theo phương pháp tối ưu đối xứng cho đối tượng dạng II

Thông số bộ điều khiển PID	Giá trị tính
a	$1 \div 4$
T_d	T_1
T_I	aT_Σ
K_p	$\frac{T_0}{K_{dt}T_\Sigma\sqrt{a}}$

Ví dụ 7.2. Hàm truyền đối tượng:

$$W_{dt} = \frac{5}{3s(1 + 2s)} \quad \text{ta có } T_0 = 3; K_{dt} = 5; T_\Sigma = 2$$

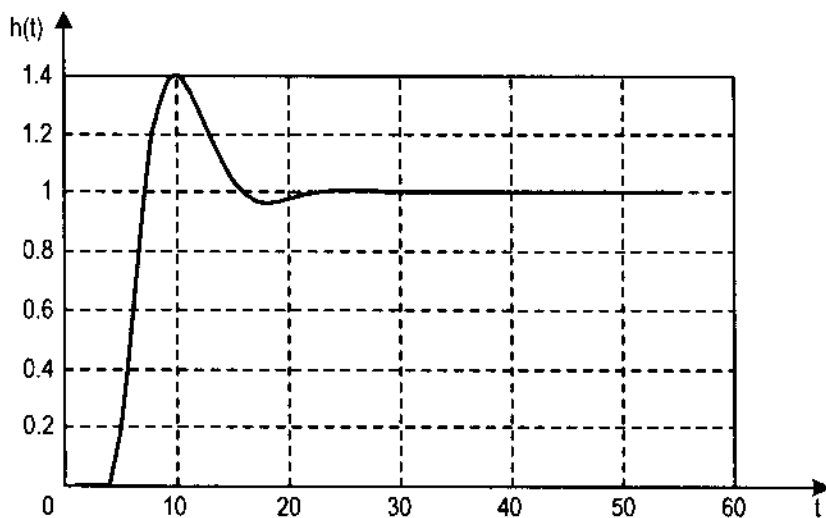
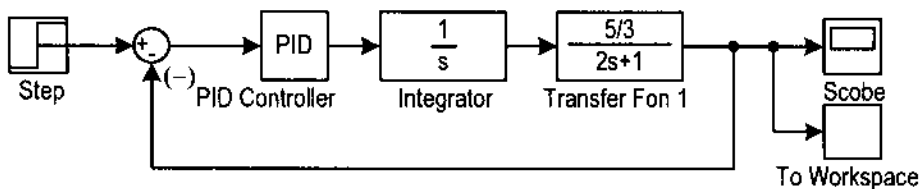
Bộ điều khiển được chọn PI

$$W_{PI}(s) = \frac{K_p(1 + T_I.s)}{T_I.s}$$

Chọn $a = 2 \Rightarrow T_I = aT_\Sigma = 2.2 = 4$

$$K_p = \frac{T_0}{2.K_{dt}.T_\Sigma} = \frac{3}{20}$$

Kết quả mô phỏng trên Matlab – SIMULINK (hình 7.17):



Hình 7.17. Mô phỏng kết quả ví dụ 7.2 bằng Matlab Simulink

Ví dụ 7.3. Hàm truyền đối tượng:

$$W_{dt}(s) = \frac{4}{5s(1+5s)(1+2s)(1+s)}$$

Nếu xấp xỉ về đối tượng dạng 2:

Ta có $T_0 = 5; K_{dt} = 4; T_\Sigma = 8$

Đối tượng đã xấp xỉ: $W_{dt}(s) = \frac{4}{5s(1+8s)}$

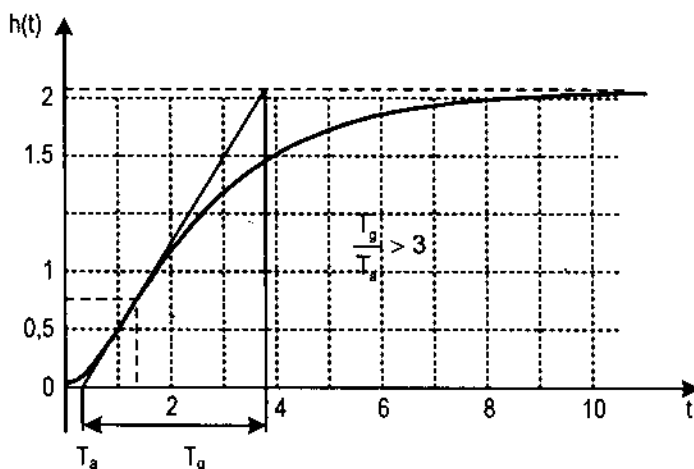
Bộ điều khiển được chọn PI :

$$W_{PI}(s) = \frac{K_p(1+T_I.s)}{T_I.s}$$

$$\text{Chọn } a = 2 \Rightarrow T_1 = aT_z = 2.8 = 16$$

$$K_p = \frac{T_0}{2.K_{dt}.T_z} = \frac{5}{64}$$

7.3.4. Phương pháp thiết kế của Chien, Hrones và Reswick



Hình 7.18. Đặc tính quá độ của đối tượng thích hợp cho phương pháp Chien, Hrones và Reswick

Đây là phương pháp dựa vào đặc tính quá độ đo được bằng thực nghiệm của đối tượng điều khiển theo thời gian. Phương pháp được sử dụng để thiết kế luật điều khiển cho lớp đối tượng thuộc loại khâu nguyên hàm có điểm cực nằm trên trục thực và bên trái trục ảo. Đặc tính quá độ của các đối tượng này có tính chất chung là có dạng hình chữ S và cùng có một điểm uốn. Phương pháp này rất thích hợp với những đối tượng bậc rất cao như quán tính bậc n :

$$W(s) = \frac{k}{(1 + Ts)^n} \quad (7.32)$$

Cụ thể là những đối tượng với hàm quá độ $h(t)$ thỏa mãn:

$$\frac{T_g}{T_a} > 3 \quad (7.33)$$

Luật điều khiển được chọn theo hai phương án ưu tiên chống nhiễu hoặc ưu tiên tín hiệu chủ đạo trên cơ sở độ quá điều chỉnh cực đại $\sigma_{\max}$.

Bảng 7.4. Luật điều khiển và tham số cho chế độ ưu tiên chống nhiễu

Luật điều khiển		Tham số với $\sigma_{\max} = 0$	Tham số với $\sigma_{\max} = 20\%$
Luật P	k_p	$0,3 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$0,7 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$4,0 \cdot T_a$	$2,3 \cdot T_a$
Luật PI	k_p	$0,6 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$0,7 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$4,0 \cdot T_a$	$2,3 \cdot T_a$
Luật PID cộng	k_p	$0,95 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$1,2 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$2,4 \cdot T_a$	$2,0 \cdot T_a$
	T_D	$0,42 \cdot T_a$	$0,42 \cdot T_a$

Các đối tượng thỏa mãn điều kiện (7.33) và làm việc trong môi trường chịu ảnh hưởng của nhiễu nên chọn cấu trúc và tham số của luật điều khiển theo bảng 7.4. Chien, Hrones và Reswick đã thực hiện tính toán và thực nghiệm trên cơ sở nhiễu tác động vào hệ thống là những nhiễu dạng hàm bước nhảy. Kết quả nghiên cứu của các tác giả được đúc kết trong bảng 7.4. Bảng 7.4 cung cấp hai bộ tham số cho mỗi luật điều khiển, một bộ ứng với độ quá điều chỉnh $\sigma_{\max} = 0$ và một bộ ứng với độ quá điều chỉnh $\sigma_{\max} = 20\%$ khi nhiễu là hàm bước nhảy.

Ưu tiên tác động của tín hiệu chủ đạo, hay nói một cách khác đảm bảo hệ chuyển trạng thái nhanh theo tín hiệu chủ đạo, người thiết kế nên chọn cấu trúc và tham số của luật điều khiển theo bảng 7.5. Cũng như bảng 7.4, bảng 7.5 cung cấp hai bộ tham số cho mỗi luật điều khiển, một bộ ứng với độ quá điều chỉnh $\sigma_{\max} = 0$ và một bộ ứng với độ quá điều chỉnh $\sigma_{\max} = 20\%$ khi tín hiệu chủ đạo là hàm bước nhảy.

Bảng 7.5. Luật điều khiển và tham số cho chế độ ưu tiên tín hiệu chủ đạo

Luật điều khiển		Tham số với $\sigma_{\max} = 0$	Tham số với $\sigma_{\max} = 20\%$
Luật P	k_p	$0,3 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$0,7 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$1,2 \cdot T_g$	$1,0 \cdot T_g$
Luật PI	k_p	$0,35 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$0,6 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$1,2 \cdot T_g$	$1,0 \cdot T_g$
Luật PID cộng	k_p	$0,60 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$	$0,95 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}}$
	T_i	$1,0 \cdot T_g$	$1,35 \cdot T_g$
	T_D	$0,5 \cdot T_a$	$0,47 \cdot T_a$

Ví dụ 7.4. Xét hình 7.18 mô tả đặc tính quá độ của đối tượng bậc ba có mô hình:

$$W(s) = \frac{k_{dt}}{(1+sT_1)(1+sT_1)(1+sT_1)} = \frac{k_{dt}}{(1+sT_1)^3}$$

Với $k_{dt} = 2$ và $T_1 = 1$

Từ đường đặc tính quá độ ta có được: $T_a = 0,5; T_g = 3,5$

Nếu ưu tiên chống nhiễu thì ta theo bảng 7.4 ta được:

Bảng 7.6. Luật điều khiển và tham số cho chế độ ưu tiên chống nhiễu

Luật điều khiển		Tham số với $\sigma_{\max} = 0$	Tham số với $\sigma_{\max} = 20\%$
Luật P	k_p	$0,3 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 1.05$	$0,7 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 2.45$
Luật PI	k_p	$0,6 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 2.1$	$0,7 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 2.45$
	T_i	$4,0 \cdot T_a = 2$	$2,3 \cdot T_a = 1.15$
Luật PID cộng	k_p	$0,95 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 3.325$	$1,2 \frac{T_g}{T_a \cdot k_{dt}} = 4.2$
	T_i	$2,4 \cdot T_a = 1.2$	$2,0 \cdot T_a = 1$
	T_D	$0,42 \cdot T_a = 0.21$	$0,42 \cdot T_a = 0.21$

7.3.5. Phương pháp thực nghiệm Ziegler và Nichols

Các phương pháp thiết kế truyền thống thường dựa trên cơ sở mô hình đối tượng để chọn cấu trúc và tham số của luật điều khiển. Cấu trúc và tham số của luật điều khiển được chọn trên cơ sở mô hình toán học và đặc tính quá độ hoặc đặc tính tần số của đối tượng. Trong trường hợp không thể xác định mô hình đối tượng cũng có thể sử dụng các phương pháp thực nghiệm để xác định cấu trúc và tham số của bộ điều khiển.

– Sử dụng mô hình bậc nhất có trễ của đối tượng:

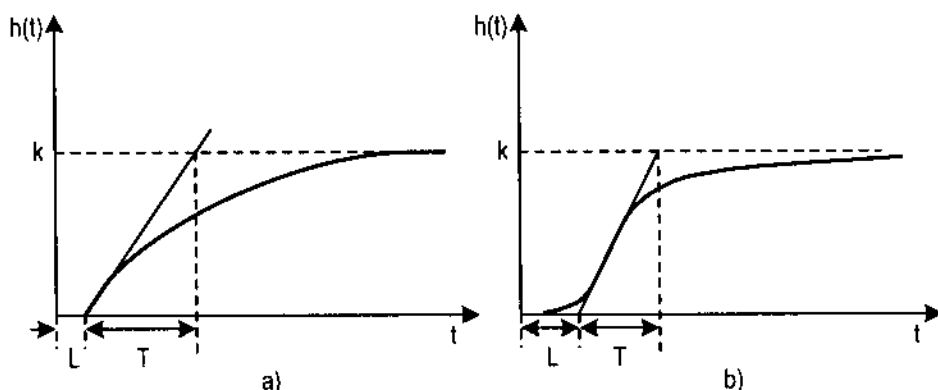
Phương pháp xác định tham số sử dụng mô hình xấp xỉ bậc nhất có trễ cho các đối tượng được trình bày ở đây còn có tên gọi là phương pháp thứ nhất của Ziegler và Nichols. Nó có nhiệm vụ xác định các tham số k_p , T_i , T_D

cho bộ điều khiển PID trên cơ sở đối tượng có thể được mô tả xấp xỉ bởi hàm truyền đạt có dạng:

$$W(s) = \frac{ke^{-Ls}}{1 + Ts} \quad (7.34)$$

Sao cho hệ thống nhanh chóng trở về chế độ xác lập và độ quá điều chỉnh $\Delta h_{\max}$ không vượt quá một giới hạn cho phép, khoảng 40% so với $h_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$:

$$\left| \frac{\Delta h_{\max}}{h_{\infty}} \right| \leq 0.4 \quad (7.35)$$



Hình 7.19. Xác định tham số cho mô hình xấp xỉ (7.30) của đối tượng

Ba tham số L (hằng số thời gian trễ), k (hệ số khuếch đại) và T (hằng số thời gian quán tính) của mô hình xấp xỉ (7.34) có thể được xác định gần đúng từ đồ thị hàm quá độ $h(t)$ của đối tượng. Nếu đối tượng có hàm quá độ dạng như (hình 7.15a) mô tả thì từ đồ thị hàm $h(t)$ đó được:

- L là khoảng thời gian đầu ra $h(t)$ chưa có phản ứng ngay với kích thích $1(t)$ tại đầu vào.

- k là giá trị giới hạn $h(t)$

- Gọi A là điểm kết thúc khoảng thời gian trễ, tức là điểm trên trục hoành có hoành độ bằng L . Khi đó T là khoảng thời gian cần thiết sau L để tiếp tuyến của $h(t)$ tại A đạt được giá trị k .

Trong trường hợp hàm quá độ không có dạng như trong hình 7.19a song có dạng gần giống như hình chữ S của khâu quán tính bậc hai hoặc bậc n như (hình 7.19b) mô tả thì ba tham số k , L , T được tính như sau:

- k là giá trị giới hạn $h_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$.

Kẻ đường tiếp tuyến của $h(t)$ tại điểm uốn của nó. Khi đó L sẽ là hoành độ giao điểm của tiếp tuyến với trục hoành và T là khoảng thời gian cần thiết để đường tiếp tuyến đi được từ giá trị 0 tới được giá trị k .

Như vậy ta có thể thấy là điều kiện để áp dụng được phương pháp xấp xỉ mô hình bậc nhất có trễ của đối tượng là đối tượng đã phải ổn định, không có dao động và ít nhất hàm quá độ của nó phải có hình chữ S. Sau khi đã có tham số cho mô hình xấp xỉ (7.30) của đối tượng, Ziegler và Nichols đã đề nghị sử dụng các tham số k_p , T_I , T_D sau cho bộ điều khiển:

1. Nếu chỉ sử dụng bộ điều khiển khuếch đại $W(s) = k_p$ thì chọn:

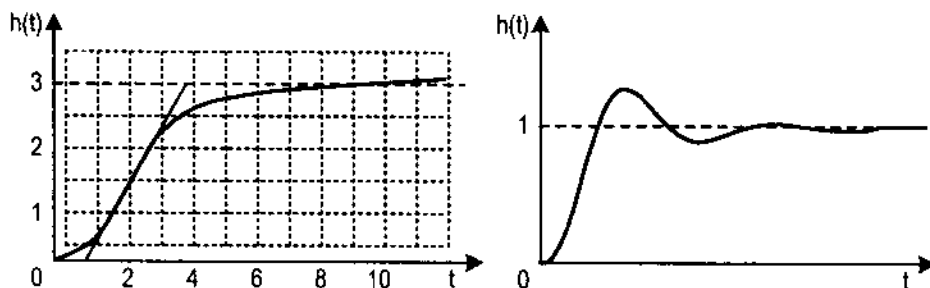
$$k_p = \frac{T}{kL}$$

2. Nếu sử dụng bộ điều khiển PI với $W(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_I s})$ thì chọn:

$$k_p = \frac{0,9T}{kL} \text{ và } T_I = \frac{10}{3}L$$

3. Nếu sử dụng bộ điều khiển PID với $W(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s)$ thì chọn:

$$k_p = \frac{1,2T}{kL}, \quad T_I = 2L \text{ và } T_D = L/2$$



Hình 7.20. Minh họa cho ví dụ 7.5

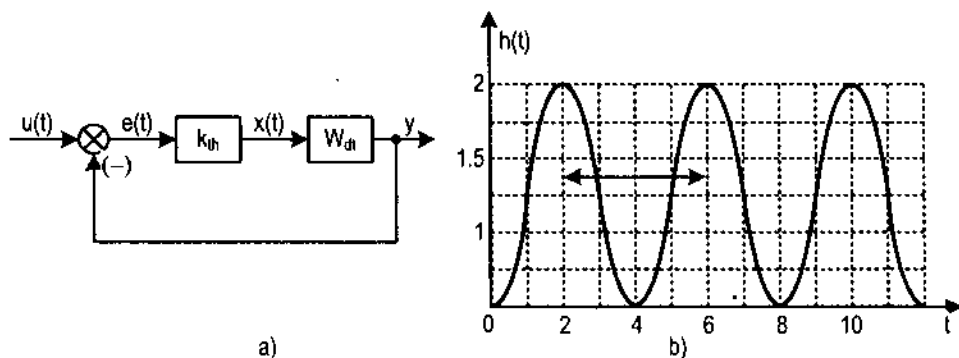
Ví dụ 7.5. Xét đối tượng là động cơ có hàm quá độ cho trong (hình 7.17). Từ hàm quá độ ta có được $k = 3$, $L = 0,75$, $T = 3$. Chọn bộ điều khiển PID với các tham số:

$$k_p = \frac{1,2T}{kL} = \frac{1,2 \cdot 3}{3 \cdot 0,75} = 1,6, \quad T_I = 2L = 2 \cdot 0,75 = 1,5$$

$$\text{và } T_D = L/2 = 0,75/2 = 0,375$$

7.3.6. Xác định tham số bằng thực nghiệm của Ziegler và Nichols

Phương pháp xác định tham số k_p , T_i , T_D cho bộ điều khiển PID theo phương pháp thực nghiệm được trình bày sau đây có tên là phương pháp thứ hai của Ziegler và Nichols. Điều đặc biệt của phương pháp này là nó không sử dụng mô tả toán học của đối tượng ngay cả mô hình xấp xỉ gần đúng (7.30).



Hình 7.21. Xác định hằng số khuếch đại tới hạn

Nguyên lý của phương pháp này như sau:

1. Thay bộ điều khiển trong (hình 7.21a) bằng bộ khuếch đại. Sau đó tăng độ khuếch đại tới giá trị tới hạn k_{th} để hệ kín ở chế độ biên giới ổn định, tức là $h(t)$ có dao động điều hoà (hình 7.21b). Xác định chu kỳ tới hạn T_{th} của dao động.

2. Xác định tham số cho bộ điều khiển P, PI, hay PID như sau:

a) Nếu chỉ sử dụng bộ điều khiển khuếch đại $W(s) = k_p$ thì chọn:

$$k_p = \frac{1}{2} k_{th}$$

b) Nếu sử dụng bộ điều khiển PI với $W(s) = k_p (1 + \frac{1}{T_i s})$ thì chọn:

$$k_p = 0,45 k_{th} \text{ và } T_i = 0,85 T_{th}$$

c) Nếu sử dụng bộ điều khiển PID với $W(s) = k_p (1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s)$ thì chọn:

$$k_p = 0,6 k_{th}, \quad T_i = 0,5 T_{th} \text{ và } T_D = 0,12 T_{th}$$

Ví dụ 7.6. Giả sử khuếch đại với hệ số $k_{th} = 25,6$ ta đạt được chế độ tới hạn (dao động) cho hệ kín như hình 7.18b. Từ dao động đó ta có $T_{th} = 4$. Chọn các tham số

$$k_p = 0,6k_{th} = 0,6.25,6 = 15,36, T_i = 0,5T_{th} = 0,5.4 = 2$$

$$\text{và } T_d = 0,1T_{th} = 0,1.4 = 0,4 \text{ cho bộ điều khiển PID}$$

Cũng cần nói thêm ở đây là tham số của bộ điều khiển PID xác định theo phương pháp thứ hai này của Ziegler và Nichols cho ta một chất lượng hệ kín tốt hơn về mặt độ quá điều chỉnh so với phương pháp thứ nhất (xấp xỉ mô hình). Thực tế, phương pháp xác định thực nghiệm tham số PID đưa ra một hệ kín có độ quá điều chỉnh $\Delta h_{\max}$ không vượt quá 25% so với: $h_x = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$ tức là:

$$\left| \frac{\Delta h_{\max}}{h_x} \right| \leq 0,25$$

7.4. TỔNG HỢP HỆ THỐNG TRONG KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

Trong lý thuyết điều khiển tự động hiện đại, với những hệ thống điều khiển có nhiều đầu vào – nhiều đầu ra (MIMO) thì phương pháp tổng hợp hệ thống trong không gian trạng thái thường được sử dụng. Phương pháp không gian trạng thái, cho phép xây dựng được các hệ thống kín có các cực mong muốn (hay các phương trình đặc trưng mong muốn) hoặc các hệ thống điều khiển tối ưu đáp ứng được các chỉ tiêu đã cho. Mặt khác, tổng hợp hệ thống trong không gian trạng thái cho phép người ta tính đến cả các điều kiện khởi tạo để tổng hợp hệ thống khi cần thiết. Tuy nhiên, việc tổng hợp hệ thống bằng không gian trạng thái đòi hỏi mô tả toán học chính xác động học của hệ thống. Điều này ngược với các phương pháp kinh điển, vì trong phương pháp kinh điển, các đặc tính tần số nhận được bằng thực nghiệm có thể có độ chính xác không cao nhưng vẫn có thể được sử dụng để tổng hợp hệ thống, mà không cần mô tả toán học đối với chúng một cách chính xác.

Xuất phát từ quan điểm tính toán, phương pháp không gian trạng thái đặc biệt thích hợp cho các phép tính trên máy tính số nhờ phương pháp nghiên cứu trong miền thời gian của nó. Việc này giúp cho kỹ sư không phải thực hiện các phép tính nhằm chán và cho phép họ dành công sức vào phân tích các khía cạnh của bài toán. Đây là một điểm thuận lợi của phương pháp không gian trạng thái. Cuối cùng, một điểm quan trọng đáng lưu ý là không cần các tham biến trạng thái biểu diễn các đại lượng vật lý của hệ

thống. Các tham biến không biểu diễn các đại lượng vật lý, không đo lường được cũng như không quan sát được, chúng vẫn có thể chọn làm các tham biến trạng thái. Khả năng tự do lựa chọn các tham biến trạng thái là một điểm thuận lợi nữa của phương pháp không gian trạng thái.

7.4.1. Tính điều khiển được

Khái niệm về điều khiển được và quan sát được (Controllability and Observability) do R-Kalman đề ra.

Điều khiển được của một hệ thống là: với một tác động vào liệu có chuyển được trạng thái của hệ từ thời điểm đầu t_0 đến thời điểm cuối t_1 trong một khoảng thời gian hữu hạn $t_1 - t_0$ hay không?

Hệ thống tuyến tính được mô tả bởi phương trình trạng thái cấp n :

$$\dot{\underline{x}} = A \cdot \underline{x} + B u \quad (7.36)$$

Được gọi là điều khiển hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau đây có hạng bằng n :

$$P = [B, AB, \dots, A^{n-1}B] \quad (7.37)$$

$$\text{Rank}(P) = n$$

Ví dụ 7.6. Cho hệ thống mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\dot{\underline{x}} = A \cdot \underline{x} + B u$$

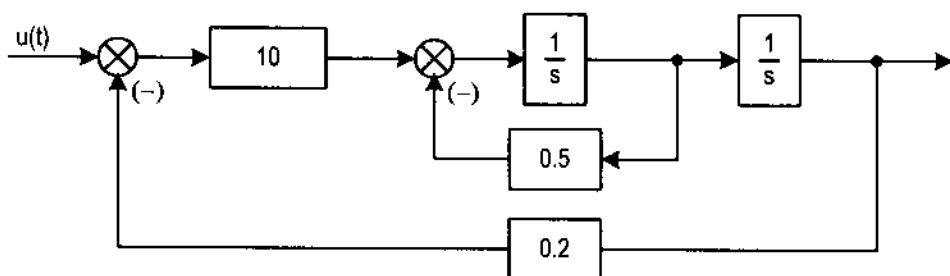
trong đó:
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 & a_4 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ c \end{bmatrix}$$

Theo công thức (7.37) ta xét tính điều khiển được của hệ thống:

$$P = [B, AB, A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a_2c \\ 0 & a_1c & (a_1a_2 + a_2a_4)c \\ c & a_4c & (a_3a_2 + a_4^2)c \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P : $\text{Rank}(P) = 3$ nếu $c \neq 0$ và $a_2 \neq 0$ thì hệ thống điều khiển được hoàn toàn.

Ví dụ 7.7. Cho hệ thống có sơ đồ cấu trúc như (hình 7.22).



Hình 7.22. Minh hoạ cho ví dụ 7.6.

Từ đó ta xác định được:

$$W_k(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{20}{2s^2 + s + 4}$$

$$x_1 = y$$

Đặt:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -2x_1 - 0,5x_2 + 10u$$

Phương trình trạng thái tương ứng là:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} u$$

Theo công thức (7.37) ta xét tính điều khiển được của hệ thống:

$$P = [B, AB] = \begin{bmatrix} 0 & 10 \\ 10 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\text{vì } A \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Hạng của ma trận P : Tính $\det(P) = -100 \neq 0$ vậy $\text{Rank}(P) = 2$.

Vì hạng của ma trận bằng 2 nên hệ thống điều khiển được hoàn toàn.

7.4.2. Tính quan sát được

Quan sát được của một hệ thống là với các toạ độ đo được ở biến ra y_i của hệ liệu ta có thể khôi phục được (Reconstructibility) các vector trạng thái x_i trong một khoảng thời gian hữu hạn hay không?

– Hệ tuyến tính liên tục dùng mô tả bởi phương trình:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A \cdot \underline{x} + B \\ y = C \cdot \underline{x} \end{cases} \quad (7.38)$$

Được gọi là quan sát được hoàn toàn khi và chỉ khi ma trận sau đây có hạng bằng n:

$$L = \{C, A \cdot C, (A)^2 \cdot C, \dots, (A)^{n-1} \cdot C\}$$

$$\text{Rank}(L) = n \quad (7.39)$$

Ví dụ 7.8. Xét tính quan sát được của hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau đây.

$$\begin{cases} \dot{x} = A \cdot x + B \\ y = C \cdot x \end{cases}$$

trong đó: $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -0,5 & -0,2 & 0,3 \\ -30 & -65 & -5 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 30 \end{bmatrix}; C = [1 \ 0 \ 0]$

Theo công thức (7.39) ta có:

$$L = [C, A \cdot C, (A)^2 \cdot C]$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, A \cdot C = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & -30 \\ 1 & -0,2 & -65 \\ 0 & 0,3 & -5 \end{bmatrix}; A \cdot C = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & -30 \\ 1 & -0,2 & -65 \\ 0 & 0,3 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot (A \cdot C) = (A)^2 \cdot C = \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & -30 \\ 1 & -0,2 & -65 \\ 0 & 0,3 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 \\ -0,2 \\ 0,3 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0,5 \\ 0 & 1 & -0,2 \\ 0 & 0 & 0,3 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = 0,3 \neq 0$$

Do đó $\text{Rank}(P) = 3$. Vậy hệ thống cấp 3 ($n = 3$) ở trên là quan sát được hoàn toàn.

Ví dụ 7.9. Xét tính quan sát được của hệ thống được mô tả bởi phương trình trạng thái sau đây.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Trong đó: $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0]$

* Ta tính ma trận P để xét tính điều khiển được của hệ thống:

$$P = [B, AB] = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -9 \end{bmatrix}; \det(P) = -9 + 9 = 0 \text{ nên } \text{Rank}(P) < 2$$

Do đó hệ thống này không điều khiển được vì hệ có $n = 2$.

* Ta tính ma trận L để xét tính quan sát được của hệ thống:

$$L = [C \quad A^T C^T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; \det(L) = -1 \neq 0; \text{Rank}(L) = 2$$

Do đó hệ thống này quan sát được.

7.4.3. Tổng hợp bộ điều khiển phản hồi trạng thái bằng phương pháp gán điểm cực

7.4.3.1. Khái niệm

Tổng hợp các hệ thống được nói ở đây thực chất là tổng hợp cấu trúc một hệ thống kín ổn định tiệm cận, bằng cách chỉ ra vị trí các cực mong muốn của hệ thống kín. Điều này có thể được thực hiện bằng cách sử dụng phản hồi trạng thái. Giả thiết vector điều khiển $u = -kx$ (với u là bất kỳ). Yêu cầu là xác định ma trận hệ số phản hồi k để hệ thống có một phương trình đặc trưng mong muốn, phương pháp tổng hợp này được gọi là phương pháp gán điểm cực.

Phương pháp gán điểm cực có thể đưa ra toàn bộ các cực của chu trình kín. Tuy nhiên việc này tốn nhiều công sức, bởi vì nó đòi hỏi phải có độ chính xác toàn bộ các tham biến trạng thái, hoặc các yêu cầu khác liên quan đến việc quan sát trạng thái của hệ thống. Ngoài ra còn có một yêu cầu khác nữa đối với hệ thống là các cực chu trình kín phải được đặt tại các vị trí được lựa chọn bất kỳ.

Giả sử xét hệ thống điều khiển được mô tả bởi phương trình:

$$\dot{x} = A \cdot x + Bu \quad (7.40)$$

Trong đó:

- + x vector trạng thái (n vector)
- + u tín hiệu điều khiển vô hướng
- + A ma trận hằng số ($n \times n$)
- + B ma trận hằng số ($n \times 1$)

Chọn tín hiệu điều khiển có dạng: $u = -K.x$ (7.41)

Điều này có nghĩa là tín hiệu điều khiển được xác định bởi trạng thái tức thời. Cách làm như vậy được gọi là phản hồi trạng thái. Ma trận K ($1 \times n$) được gọi là ma trận khuếch đại phản hồi trạng thái. Trong trường hợp này, giả thiết rằng u là bất kỳ.

Thay (7.41) vào phương trình (7.40) ta có:

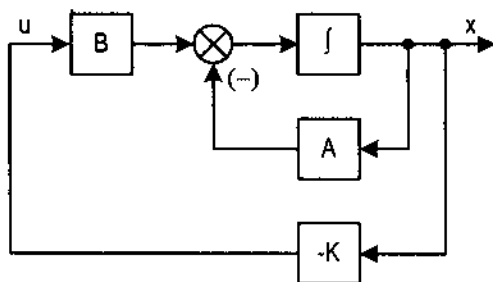
$$\dot{\underline{x}} = (A - BK)\underline{x}$$
 (7.42)

Nghiệm của phương trình (7.42) được xác định bởi:

$$\underline{x}(t) = e^{(A-BK)t} \underline{x}(0)$$
 (7.43)

Trong đó $\underline{x}(0)$ là trạng thái ban đầu, gây nên bởi tác động ngoài.

Tính ổn định và không ổn định của hệ thống được xác định bởi các giá trị riêng của ma trận $A - BK$. Nếu ma trận K được chọn hợp lý thì ma trận $A - BK$ có thể trở thành ma trận ổn định tiệm cận. Với mọi $\underline{x}(0) \neq 0$ thì có thể $\underline{x}(t)$ sẽ tiến tới 0 khi $t \rightarrow \infty$. Các giá trị riêng của ma trận $A - BK$ được gọi là các cực của bộ điều khiển. Nếu các cực của bộ điều khiển này được xác định trong nửa trái của mặt phẳng S thì $\underline{x}(t)$ sẽ tiến tới 0 khi $t \rightarrow \infty$. Bài toán đặt các cực chu trình kín tại các vị trí mong muốn được gọi là bài toán gán điểm cực.



Hình 7.23. Hệ thống có phản hồi trạng thái

Hình 7.23 mô tả hệ thống được xác định bởi phương trình (7.38) mô tả hệ thống có phản hồi trạng thái. Đây là hệ thống điều khiển chu trình kín, bởi vì trạng thái x phản hồi trở lại tín hiệu điều khiển u .

Việc đặt cực tùy ý cho một hệ thống là có thể thực hiện được, khi và chỉ khi hệ thống đó có thể điều khiển được một cách hoàn toàn.

7.4.3.2. Các bước tiến hành đặt cực

Giả thiết hệ thống được xác định bởi:

$$\dot{\underline{x}} = A.\underline{x} + Bu$$

Và tín hiệu điều khiển được cho dưới dạng: $u = -Kx$.

Nếu biết ma trận khuếch đại phản hồi K thì sẽ tìm được các giá trị riêng của $A - BK$ là $\mu_1, \dots, \mu_n$. Nếu μ_i là giá trị riêng phức, thì liên hợp của nó cũng sẽ là một giá trị riêng của $A - BK$. Đây chính là các giá trị riêng mong muốn. Có thể tiến hành đặt cực theo các bước sau:

Bước 1: Kiểm tra khả năng điều khiển được cho hệ thống. Nếu hệ thống điều khiển được trạng thái một cách hoàn toàn thì thực hiện tiếp các bước sau đây:

Bước 2: Từ đa thức đặc trưng của ma trận A :

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (7.44)$$

Sẽ xác định được các giá trị của $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Bước 3: Xác định ma trận biến đổi T để biến đổi phương trình trạng thái của hệ thống thành dạng điều khiển chính tắc (nếu phương trình hệ thống giống đã cho ở dạng điều khiển được chính tắc, thì $T = I$).

Như vậy, ở đây cần tìm ma trận biến đổi T :

$$T = PW \quad (7.45)$$

Bước 4: Sử dụng các giá trị riêng mong muốn (các cực chu trình kín mong muốn), viết đa thức đặc trưng mong muốn:

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n \quad (7.46)$$

Và xác định được các giá trị của $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$.

Bước 5: Ma trận khuếch đại phản hồi trạng thái cần thiết K có thể có được xác định từ:

$$K = [\alpha_n - a_n, \alpha_{n-1} - a_{n-1}, \dots, \alpha_2 - a_2, \alpha_1 - a_1] T^{-1} \quad (7.47)$$

Ví dụ 7.10. Xét hệ thống được mô tả bởi phương trình sau:

$$\dot{\underline{x}} = A \underline{x} + B u$$

trong đó:
$$A = \begin{bmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Phương trình đặc trưng của hệ thống là:

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{vmatrix} = s^2 + 3s + 2 = (s+1)(s+2)$$

Vậy các giá trị riêng của ma trận A là -1 và -2 .

Hãy xác định ma trận K và sử dụng tín hiệu điều khiển phản hồi trạng thái $u = -Kx$ để có các giá trị riêng mong muốn tại -3 và -5 ?

Hạng của ma trận khả năng điều khiển được :

$$P = [B, AB] = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \text{ là } 2$$

Vì vậy hệ thống điều khiển trạng thái được một cách hoàn toàn, và việc đặt cực tùy ý là có thể được.

Đa thức đặc trưng của ma trận A :

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 \\ 2 & s+3 \end{vmatrix} = s^2 + 3s + 2$$

Tổng quát:

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n$$

Vậy $a_1 = 3, a_2 = 2$.

Phương trình đặc trưng mong muốn của hệ thống là:

$$(s+3)(s+5) = s^2 + 8s + 15 = s^2 + \alpha_1 s + \alpha_2 = 0$$

Vậy $\alpha_1 = 8, \alpha_2 = 15$.

Ta nhận thấy phương trình trạng thái ban đầu của hệ thống không phải là dạng điều khiển được chính tắc, bởi vì ma trận $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix}^T$. Do đó,

cần xác định ma trận biến đổi T theo công thức $T^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$:

$$T = P.W = [B, AB] = \begin{bmatrix} a_1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Suy ra: } T^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}$$

Ma trận khuếch đại phản hồi K cần thiết xác định theo (7.47):

$$K = [\alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] T^{-1} = [15 - 2 \quad 8 - 3] \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} = [6,5 \quad 2,5]$$

Tín hiệu điều khiển u có dạng:

$$u = -Kx = -\begin{bmatrix} 6,5 & 2,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$$

Chú ý: Nếu hệ thống có bậc thấp ($n \leq 3$) thì việc thay thế trực tiếp ma trận K vào đa thức đặc trưng mong muốn có thể đơn giản hơn. Giả sử nếu $n = 3$, thì ma trận khuếch đại phản hồi trạng thái K được viết như sau:

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad K_3] \quad (7.48)$$

Thay thế ma trận K này vào đa thức đặc trưng mong muốn $|sI - A + BK|$ và cân bằng nó với $(s - \mu_1)(s - \mu_2)(s - \mu_3)$

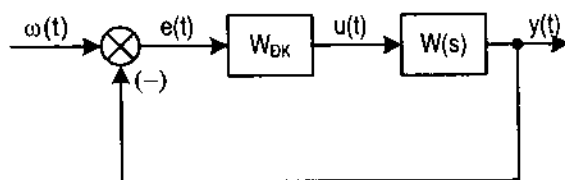
$$|sI - A + BK| = (s - \mu_1)(s - \mu_2) \cdots (s - \mu_n)$$

Do 2 vế của phương trình đặc trưng này là các đa thức của s , và bằng cách cân bằng các hệ số tương ứng của 2 vế ta có thể xác định được các giá trị $K_1 \quad K_2 \quad K_3$.

CÂU HỎI VÀ BÀI TẬP

1. Xét hệ thống điều khiển với sơ đồ cấu trúc cho ở (hình 7.24). Hãy xác định các tham số cho bộ điều khiển PI, PID nếu đối tượng có hàm truyền đạt.

$$\begin{aligned} \text{a) } W(s) &= \frac{2}{(1+2s)(3s+1)}; & \text{b) } W(s) &= \frac{2}{(3s+2)^2} \\ \text{c) } W(s) &= \frac{2e^{-0,5s}}{s+2}; & \text{d) } W(s) &= \frac{s+2}{(5+2s)(s+1)} \end{aligned}$$



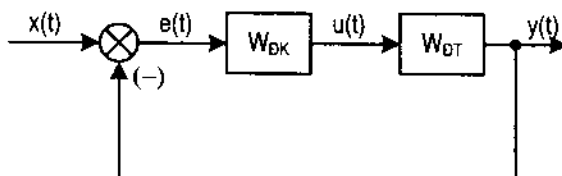
Hình 7.24.

2. Cho hệ thống điều khiển với sơ đồ cấu trúc cho ở hình 7.25. Hãy xác định các tham số cho bộ điều khiển PI, PID nếu đối tượng có hàm truyền đạt:

$$\text{a) } W_{\bullet T}(s) = \frac{5}{(2s+1)(0,5s+1)}; \quad \text{b) } W_{\bullet T}(s) = \frac{2(s+1)}{(s+1)(s+4)}$$

$$c) W_{\bullet T}(s) = \frac{4}{(s+1)^3};$$

$$d) W_{\bullet T}(s) = \frac{e^{-0,5s}}{3s+1}$$



Hình 7.25.

3. Cho hệ thống có cấu trúc như hình trên với bộ điều khiển có thể là 1 hoặc PI hoặc PID và đối tượng có hàm truyền đạt:

$$a) W_{\bullet T}(s) = \frac{3}{(2s+1)(5s+1)};$$

$$b) W_{\bullet T}(s) = \frac{3}{(2s+1)^3(5s+1)}$$

$$c) W_{\bullet T}(s) = \frac{4}{(2s+1)};$$

$$d) W_{\bullet T}(s) = \frac{5}{(2s+1)^3(5s+1)(1+3s)}$$

Hãy thiết kế bộ điều khiển theo nguyên lý tối ưu độ lớn.

4. Hãy thiết kế bộ điều khiển tối ưu đối xứng với $(a=2, a=4, a=9)$ cho các đối tượng có hàm truyền đạt như sau:

$$a) W_{\bullet T}(s) = \frac{4}{s(2s+1)};$$

$$b) W_{\bullet T}(s) = \frac{3}{2s(2s+1)(5s+1)}$$

$$c) W_{\bullet T}(s) = \frac{1}{4s(2s+1)^2(5s+1)};$$

$$d) W_{\bullet T}(s) = \frac{4e^{-2s}}{s(2s+1)}$$

Hãy ước lượng độ quá điều chỉnh $\Delta h_{\max}$ của hệ với những bộ điều khiển tìm được, đồng thời so sánh với độ quá điều chỉnh của hệ cho trường hợp $a=4$ và hệ được nối thêm bộ tiền xử lý để giảm độ quá điều chỉnh.

5. Cho đối tượng mô tả bởi:

$$a) \frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u; \quad b) \frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} u; \quad c) \frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

sao cho hệ thống kín nhận các giá trị $s_1 = -2$ và $s_1 = -3$ làm các điểm cực.

Chương 8

HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG – SỐ

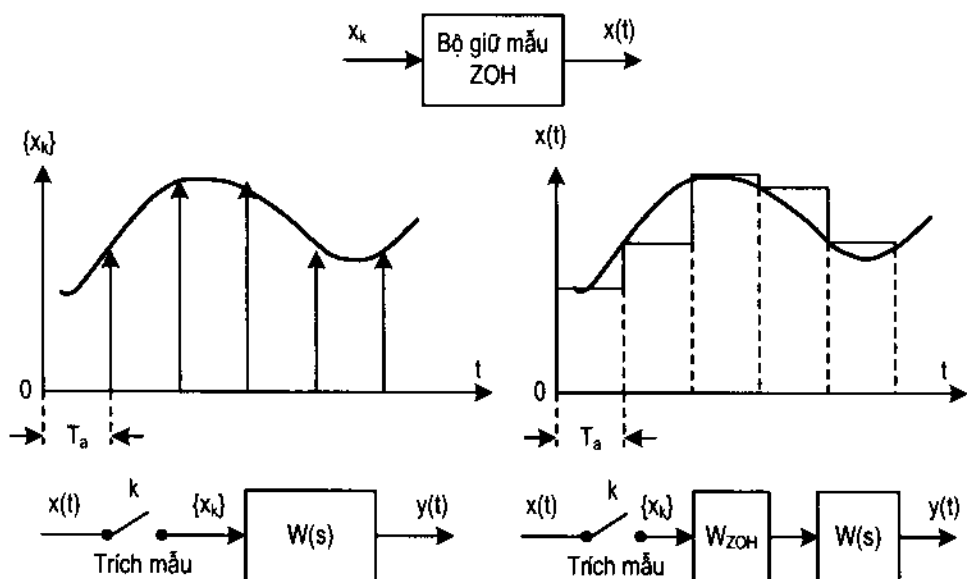
Sự phát triển mạnh mẽ của công nghệ kỹ thuật điện tử, kỹ thuật vi xử lý và kỹ thuật máy tính làm cho ngày càng có nhiều hệ thống điều khiển số được sử dụng trong các hệ thống điều khiển tự động hiện đại. Hệ thống điều khiển số có nhiều ưu điểm so với hệ thống điều khiển liên tục như uyển chuyển, linh hoạt, dễ dàng thay đổi thuật toán điều khiển, dễ dàng áp dụng các thuật toán điều khiển phức tạp bằng cách lập trình. Máy tính số còn có thể điều khiển nhiều đối tượng cùng một lúc. Ngoài ra, giá thành của máy tính, các bộ vi xử lý, linh kiện điện tử điều khiển ngày càng hạ trong khi đó cũng như độ tích hợp, độ tin cậy ngày càng tăng lên cũng góp phần làm cho việc sử dụng các hệ thống điều khiển số trở nên phổ biến. Hiện nay các hệ thống điều khiển số được sử dụng rất rộng rãi, từ các bộ điều khiển đơn giản như điều khiển nhiệt độ, điều khiển động cơ DC, AC,... đến các hệ thống điều khiển phức tạp như điều khiển robot, máy bay, tàu vũ trụ, các hệ thống điều khiển quá trình công nghệ hóa học và các hệ thống tự động cho những ứng dụng khác nhau.

Trong chương này sẽ đề cập đến hệ thống điều khiển không liên tục và hệ rời rạc (hệ xung số). Cũng tương tự như với hệ liên tục, ta sẽ xét đến mô tả hàm truyền đạt, tính ổn định, tổng hợp bộ điều khiển của hệ thống số.

8.1. ĐẶC ĐIỂM LẤY MẪU

Tùy thuộc vào phương pháp lượng tử hoá tín hiệu mà ta có các loại hệ thống xử lý tín hiệu khác nhau. Trong hệ thống điều khiển số chúng ta trích mẫu (xem trích mẫu tín hiệu ở Chương 2) một tín hiệu $x(t)$ và đưa vào bộ điều khiển là máy tính, trước tiên $x(t)$ được trích mẫu thành dãy các giá trị $\{x_k\}$, với $x_k = x(kT_s)$. Dãy $\{x_k\}$ này chính là dạng không liên tục – rời rạc của $x(t)$, nói cách khác $\{x_k\}$ là tín hiệu không liên tục. Quá trình trên là quá trình lấy mẫu tín hiệu, tuy nhiên để các thuật toán điều khiển trong máy tính có thể sử dụng được tín hiệu này làm đầu vào thì cần phải có bộ giữ mẫu (Zero Order Holding) hay là liên tục hóa dãy $\{x_k\}$ thành $\tilde{x}(t)$, lúc

này tín hiệu $\bar{x}(t)$ được gọi là tín hiệu liên tục – rời rạc và hệ thống lúc này là hệ điều khiển số. Vì có thời gian trễ tất yếu do lấy mẫu, giữ mẫu nên việc ổn định hệ thống trở nên phức tạp hơn so với hệ liên tục, do đó đòi hỏi những kỹ thuật phân tích và thiết kế đặc biệt.



Hình 8.1. Quá trình trích mẫu của hệ không liên tục và hệ rời rạc (hệ xung số)

– **Định lý Shannon:** Để có thể phục hồi dữ liệu sau khi lấy mẫu mà không bị méo dạng thì tần số lấy mẫu phải thỏa mãn điều kiện:

$$f = \frac{1}{T} \geq 2f_{\max} \quad (8.1)$$

Trong đó $f_{\max}$ là tần số cực đại của tín hiệu cần lấy mẫu.

Trong các hệ thống điều khiển thực tế, nếu có thể bỏ qua được sai số lượng tử hóa thì các khâu chuyển đổi A/D chính là các khâu lấy mẫu.

– **Khâu giữ dữ liệu:** Khâu giữ dữ liệu là khâu chuyển tín hiệu rời rạc theo thời gian thành tín hiệu liên tục theo thời gian.

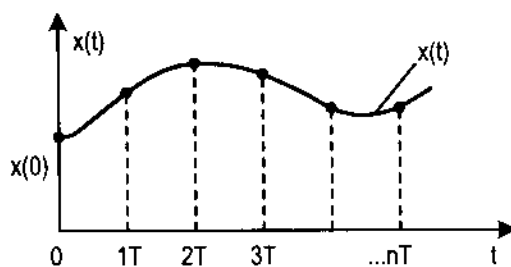
Khâu giữ dữ liệu có nhiều dạng khác nhau, đơn giản nhất và được sử dụng nhiều nhất trong các hệ thống điều khiển rời rạc là khâu giữ bậc 0 (Zero-Order Hold – ZOH). Hàm truyền của khâu ZOH là:

$$W_{ZOH} = \frac{1 - e^{-sT_a}}{s} \quad (8.2)$$

8.2. MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG XUNG – SỐ

8.2.1. Sai phân của hàm rời rạc và phương trình sai phân

Nếu dãy xung $x(nT)$ trên (hình 8.2) có thời hạn vô cùng nhỏ, ta có thể xem là xung tức thời. Dãy xung đó chính là hàm rời rạc. Hàm rời rạc là một dãy số $x(0), x(T), x(2T), \dots, x(nT)$ chính là giá trị hàm $x(t)$ ở các thời điểm iT ($i = 0, 1, \dots, n$).



Hình 8.2. Rời rạc hóa tín hiệu $x(t)$.

Hàm rời rạc có chu kỳ rời rạc hằng số, ta ký hiệu là $x(i)$.

Đối với hàm rời rạc $x(i)$ không có đạo hàm, vi phân và tích phân tuy nhiên cũng có các phép tính tương tự là sai phân và tổng.

– Sai phân cấp một tương tự với vi phân cấp một của hàm liên tục:

$$\Delta f(i) = f(i+1) - f(i)$$

– Sai phân cấp hai:

$$\begin{aligned}\Delta^2 f(i) &= \Delta f(i+1) - \Delta f(i) = [f(i+2) - f(i+1)] - [f(i+1) - f(i)] \\ &= f(i+2) - 2f(i+1) + f(i)\end{aligned}$$

– Sai phân cấp k :

$$\Delta^k f(i) = \Delta^{k-1} f(i+1) - \Delta^{k-1} f(i) = \sum_{j=0}^k (-1)^{k-j} \frac{k!}{j!(k-j)!} f(i+j) \quad (8.3)$$

Đối với hệ liên tục, phương trình vi phân mô tả động học dạng sau:

$$a_0 y(t) + a_1 \frac{dy}{dt} + \dots + a_n \frac{d^n y}{dt^n} = u(t) \quad (8.4)$$

Tương tự đối với hệ xung số, động học của hệ thống được mô tả bởi phương trình sai phân sau đây:

$$A_0 \Delta^{(n)} y(i) + A_1 \Delta^{(n-1)} y(i) + \dots + A_n y(i) = u(i) \quad (8.5a)$$

Nếu sử dụng công thức tính sai phân tổng quát (8.4) ta viết phương trình (8.5a) dạng khác:

$$A_n y(i+n) + A_{n-1} y(i+n-1) + \dots + A_0 y(i) = u(i) \quad (8.5b)$$

Trong đó $u(i)$ là hàm rời rạc đầu vào của hệ thống còn $y(i)$ là hàm rời rạc đầu ra.

Cần chú ý đối với hệ liên tục, cấp của đạo hàm cao nhất trong phương trình vi phân chính là cấp của phương trình vi phân, còn ở hệ xung số, cấp của sai phân cao nhất không trùng với cấp cao nhất của phương trình sai phân.

8.2.2. Hàm truyền đạt mô tả hệ thống xung số

8.2.2.1. Xác định hàm truyền đạt theo phương trình sai phân

Giả sử ta biết phương trình sai phân của hệ thống điều khiển rời rạc có dạng như sau:

$$a_n y(i+1) + a_{n-1} y(i+n-1) + \dots + a_0 y(i) = b_m u(i+1) + b_{m-1} u(i+n-1) + \dots + b_0 u(i) \quad (8.6)$$

Với điều kiện đầu triệt để, nhờ công thức biến đổi Z của hàm chuyển dịch $Z\{f(i+m)\} = Z^m F(z)$, (từ 8.6) ta có phương trình đại số theo biến Z như sau:

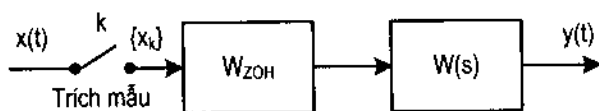
$$(a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0) Y(z) = (b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0) U(z) \quad (8.7)$$

Tương tự hệ liên tục ta định nghĩa hàm truyền đạt hệ thống xung – số là $W(z)$, bằng tỷ số lượng ra và lượng vào theo z :

$$W(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0} \quad (8.8)$$

8.2.2.2. Xác định hàm truyền đạt rời rạc theo hàm truyền đạt liên tục

– Với hệ thống vòng hở như hình 8.3:



Hình 8.3. Hệ thống số vòng hở

Như trong (8.2) ta có hàm truyền đạt khâu giữ trễ ZOH:

$$W_{ZOH} = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$$

hàm truyền đạt của khâu liên tục là $W(s)$

$\Rightarrow$ gộp cả hai khâu liên tục ta có:

$$W_{LT}(s) = W_{ZOH}(s)W(s) = (1 - e^{-sT_s}) \frac{1}{s} W(s)$$

Tín hiệu ra theo biến đổi Z của hệ hở là:

$$Y(z) = Z\{W_{\text{ZOH}}(s).W(s)\}X(z)$$

$$W(z) = Z\{W_{\text{ZOH}}(s).W(s)\} = Z\left\{(1 - e^{-sT_s}) \frac{1}{s} W(s)\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W(s)}{s}\right\} \quad (8.9)$$

Ví dụ 8.1. Hãy xác định hàm truyền đạt theo toán tử Z là $W(z)$. Khi biết hàm truyền đạt theo toán tử s là: $W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a}{(s+a)}$

Dựa vào phép biến đổi Z ngược (tra bảng 2.1) ta có:

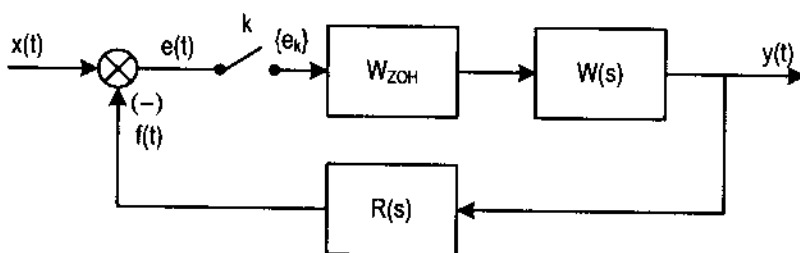
$$Z\left\{\frac{W(s)}{s}\right\} = Z\left\{\frac{a}{s(s+a)}\right\} = Z\left\{\frac{1}{s} - \frac{1}{s+a}\right\} = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-aT}} = \frac{z}{z-1} \frac{1-e^{-aT}}{z-e^{-aT}}$$

Theo công thức (8.9) ta có hàm truyền của hệ trong miền z:

$$W(Z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W(s)}{s}\right\} = \frac{1-e^{-aT}}{z-e^{-aT}}$$

– Với hệ thống vòng kín (hình 8.4):

Ta xét hệ thống rời rạc vòng kín cơ bản:



Hình 8.4. Hệ xung số vòng kín cơ bản

Hàm truyền khâu giữ trễ ZOH ta đã tính được theo công thức (8.2):

$$W_{\text{ZOH}}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$$

Từ sơ đồ (hình 8.4) ta xác định:

$$Y(z) = Z\{W_{\text{ZOH}}(s).W(s)\}E(z) \quad (8.10)$$

$$F(z) = Z\{W_{\text{ZOH}}(s).W(s).R(s)\}E(z) \quad (8.11)$$

$$E(z) = X(z) - F(z) \quad (8.12)$$

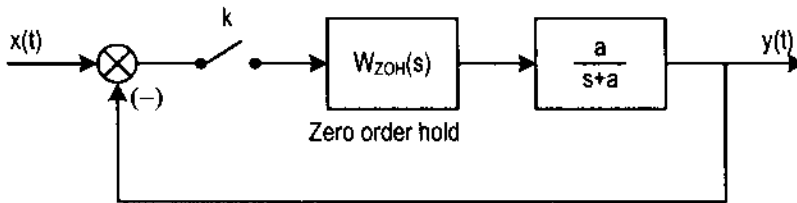
Phối hợp hai biểu thức (8.10) và (8.12) ta được:

$$\frac{E(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 + Z\{W_{zOH}(s).W(s).R(s)\}} \quad (8.13)$$

Hàm truyền đạt hệ kín $W_k(z)$ là:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Z\{W_{zOH}(s).W(s)\}}{1 + Z\{W_{zOH}(s).W(s).R(s)\}} \quad (8.14)$$

Ví dụ 8.2. Cho hệ thống xung – số trên hình 8.5. Hãy xác định hàm truyền đạt hệ kín. Biết rằng khâu giữ trễ sử dụng là bậc không (Zero – Order Hold), và hàm truyền đạt khâu liên tục: $W(s) = \frac{a}{s+a}$.



Hình 8.5. Hệ thống minh họa cho ví dụ 8.2

Vì khâu giữ trễ bậc không ZOH: $W_{zOH}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$

$$\begin{aligned} \text{Tính: } Z\{W_{zOH}(s).W(s)\} &= Z\left\{\frac{1 - e^{-sT}}{s} \cdot \frac{a}{s+a}\right\} \\ &= \frac{1}{1 - z^{-1}} - \frac{1}{1 - e^{-sT}.z^{-1}} - z^{-1} \cdot \left(\frac{1}{1 - z^{-1}}\right) - z^{-1} \cdot \left(\frac{1}{1 - e^{-sT}.z^{-1}}\right) \\ &\Leftrightarrow Z\{W_{zOH}(s).W(s)\} = \frac{z^{-1}(1 - e^{-sT})}{(1 - e^{-sT}.z^{-1})} \end{aligned}$$

Theo (8.14) ta có hàm truyền đạt hệ kín là:

$$\begin{aligned} W_k(z) &= \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Z\{W_{zOH}(s).W(s)\}}{1 + Z\{W_{zOH}(s).W(s)\}} \\ W_k(z) &= \frac{(1 - e^{-sT}).z^{-1}}{1 + (1 - 2.e^{-sT}).z^{-1}} \end{aligned} \quad (8.15)$$

8.2.3. Phương trình trạng thái mô tả hệ thống điều khiển xung số

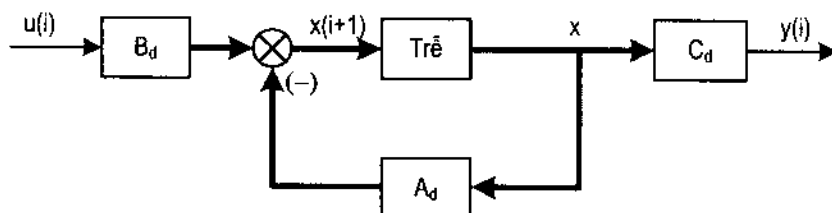
Ta đã biết, đối với hệ liên tục được mô tả bởi phương trình trạng thái sau đây:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = \underline{A}.\underline{x}(t) + \underline{B}.u(t) \\ y(t) = \underline{C}\underline{x}(t) + \underline{D}.u(t) \end{cases} \quad (8.16)$$

Tương tự, đối với hệ thống xung ta có phương trình trạng thái rời rạc sau đây:

$$\begin{cases} \underline{x}(i+1) = \underline{A}_d.\underline{x}(i) + \underline{B}_d.u(i) \\ y(i) = \underline{C}_d.\underline{x}(i) + \underline{D}_d.u(i) \end{cases} \quad (8.17)$$

Sơ đồ cấu trúc trạng thái biểu diễn cho hệ (8.17) vẽ trên (hình 8.6).



Hình 8.6. Sơ đồ cấu trúc của hệ thống

Ví dụ 8.3. Cho biết phương trình sai phân vô hướng cấp 3 sau:

$$a_3 x(i+3) + a_2 x(i+2) + a_1 x(i+1) + a_0 x(i) = u(i) \quad (8.18)$$

Viết phương trình rời rạc cho hệ thống

$$x(i) = x_1(i)$$

$$\text{Đặt: } x(i+1) = x_2(i) \quad (8.19)$$

$$x(i+2) = x_3(i)$$

$$\text{Khi đó: } x(i+3) = x_3(i+1)$$

Thế (8.19) vào (8.18) ta có:

$$\begin{cases} x_1(i+1) = 0.x_1(i) + 1.x_2(i) + 0.x_3(i) + u(i) \\ x_2(i+1) = 0.x_1(i) + 0.x_2(i) + x_3(i) + u(i) \\ x_3(i+1) = -\frac{a_0}{a_3}.x_1(i) - \frac{a_1}{a_3}.x_2(i) - \frac{a_2}{a_3}.x_3(i) + \frac{1}{a_3}u(i) \end{cases}$$

Dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \\ x_3(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{a_3}{a_0} & -\frac{a_2}{a_0} & -\frac{a_1}{a_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{a_3} \end{bmatrix} u(i) \quad (8.20)$$

Hay:
$$x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i)$$

Đối với hệ thống không dừng (hệ số phương trình sai phân biến thiên), phương trình trạng thái có dạng:

$$x(i+1) = A_d(i) x(i) + B_d(i) u(i) \quad (8.21)$$

Trong đó các ma trận $A_d(i)$ và $B_d(i)$ phụ thuộc vào biến thời gian.

Trong hệ thống rời rạc, phần liên tục (gồm đối tượng điều khiển, sensor,...) được mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A(t) \cdot \underline{x}(t) + B(t) \cdot u(t) \\ y(t) = C(t) \cdot \underline{x}(t) + D(t) \cdot u(t) \end{cases} \quad (8.22)$$

8.3. TÍNH ỔN ĐỊNH HỆ THỐNG XUNG – SỐ

Tương tự như trong hệ thống liên tục, một quá trình điều khiển trong hệ thống xung số gồm 2 quá trình: xác lập và quá độ. Nghiệm riêng của phương trình sai phân bậc n đặc trưng cho quá trình quá độ:

$$a_n y(i+n) + a_{n-1} y(i+n-1) + \dots + a_0 y(i) = b_0 u(i) \quad (8.23)$$

Từ hàm truyền đạt hệ thống kín biến đổi Z:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_m \cdot z^m + b_{m-1} \cdot z^{m-1} + \dots + b_0}{a_n \cdot z^n + a_{n-1} \cdot z^{n-1} + \dots + a_0} \quad (8.24)$$

Từ (8.24) ta xác định được phương trình đặc tính dạng:

$$a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0 z = 0 \quad (8.25)$$

Trong đó:

$$\begin{aligned} z &= e^{Ts} = e^{(\alpha - j\omega)T} = e^{\alpha T} \cdot e^{j\omega T} \\ z &= e^{\alpha T} \cos \omega T + j \sin \omega T \end{aligned} \quad (8.26)$$

Qua biểu thức (8.26) thành phần $\cos \omega T + j \sin \omega T$ luôn có modunt giới hạn bằng 1. Do đó modunt của z là: $|z| = e^{\alpha T}$ (8.27)

$$\alpha > 0, |z| > 1$$

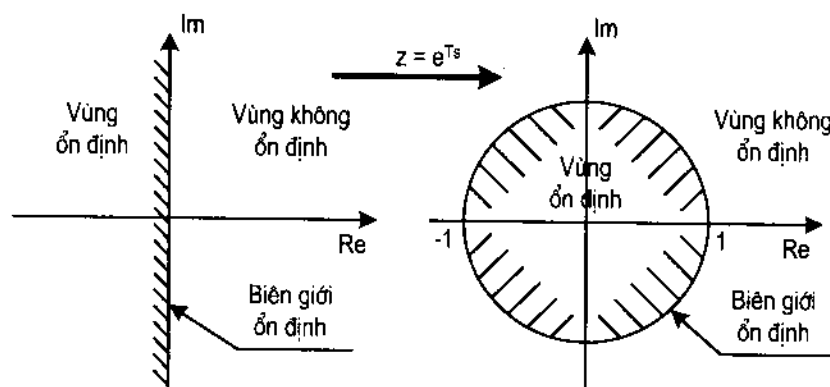
Từ (8.27) ta thấy: $\alpha = 0, |z| = 1$ (8.28)

$$\alpha < 0, |z| < 1$$

Ta có thể thấy mối quan hệ giữa mặt phẳng s và mặt phẳng z từ (8.28):

Mặt phẳng s	Mặt phẳng z
$\alpha > 0$: Nửa bên trái mặt phẳng p .	$ z > 1$: Bên ngoài vòng tròn đơn vị.
$\alpha = 0$: Trục ảo $j\omega$.	$ z = 1$: Đường tròn bán kính bằng 1.
$\alpha < 0$: Nửa bên phải mặt phẳng p .	$ z < 1$: Bên trong vòng tròn đơn vị.

Vì tại các nghiệm z_i của phương trình đặc tính (8.25) từ (1) +(8) tương tự với các quá trình quá độ vẽ trên hình 8.2.



Hình 8.7. Mối liên hệ phân vùng ổn định trong miền s và z .

Đối với hệ thống liên tục, trên mặt phẳng s , nếu phương trình đặc tính đều ở bên trái trục ảo $j\omega$ thì hệ số sẽ ổn định. Tương ứng trong hệ xung – số, nếu các nghiệm z_i của phương trình đặc tính (8.25) ở trong vòng tròn đơn vị thì sẽ ổn định.

Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz cho hệ liên tục chỉ áp dụng cho mặt phẳng s . Muốn sử dụng, tiêu chuẩn đại số này (kể cả tiêu chuẩn Routh) ta phải chuyển được mặt phẳng z về mặt phẳng s tương đương. Muốn vậy, ta biến đổi z thành v : $z = \frac{v+1}{v-1}$ (8.29)

Qua phép biến đổi z thành v , tương ứng với các nghiệm z_i nằm trong vòng tròn đơn vị của mặt phẳng z thì các nghiệm v_i trên mặt phẳng v sẽ nằm bên trái trục ảo.

Ví dụ 8.4. Xét tính ổn định cho hệ thống xung – số sau đây, bộ giữ trễ sử dụng là bộ giữ trễ bậc không ZOH còn khâu liên tục là một khâu quán tính bậc 1 như đã vẽ ở (hình 8.5).

Theo kết quả đã tính ở (8.15) ta có:

$$W_k(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{(1 - e^{-aT}).z^{-1}}{1 + (1 - 2e^{-aT}).z^{-1}}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống xung – số này là:

$$1 + (1 - e^{-aT}).z^{-1} = 0$$

Hay
$$z + (1 - 2e^{-aT}) = 0$$

Dạng ký hiệu chung: $a_0 z + a_1 = 0$.

Trong đó: $a_0 = 1$ còn $a_1 = 1 - 2e^{-aT}$

Đổi biến: $z = \frac{v+1}{v-1}$, ta được:

$$a_0 \cdot \frac{v+1}{v-1} + a_1 = 0 \rightarrow a_0 v + a_0 + a_1 v - a_1 = 0$$

Hay là:

$$(a_0 + a_1)v + a_0 - a_1 = 0$$

$$A_0 v + A_1 = 0$$

Điều kiện cần và đủ của hệ thống cấp một là:

$$A_0 = a_0 + a_1 > 0$$

$$A_1 = a_0 - a_1 > 0$$

$$1 + (1 - 2e^{-aT}) > 0 \rightarrow 2(1 - 2e^{-aT}) > 0$$

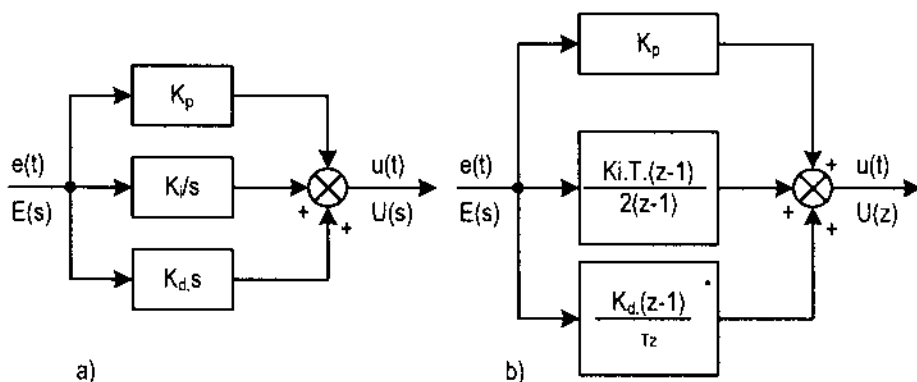
$$1 + (1 - 2e^{-aT}) > 0 \rightarrow 2e^{-aT} > 0$$

Muốn cho $A_0 > 0$ tức $1 - e^{-aT} > 0$ thì hai tham số của a của đối tượng điều khiển và chu kỳ cắt mẫu T của phần tử xung sẽ ảnh hưởng đến tính ổn định của hệ thống. Ứng với một cặp giá trị a, T nào đó có thể làm cho $A_0 < 0$ và hệ thống sẽ mất ổn định. Đây là hệ xung – số cấp một. Trong đó hệ liên tục cấp một luôn luôn ổn định.

8.4. BỘ ĐIỀU KHIỂN PID SỐ

Bộ điều khiển PID (proportional Integral- Derivative) liên tục, vẽ trên hình (8.8a), gồm khâu mắc song song: đó là khâu tỷ lệ, khâu tích phân, khâu vi phân.

- Khâu tỷ lệ có hệ số truyền K_p .
- Khâu tích phân $\frac{K_i}{s}$.
- Khâu vi phân $K_d s$.



Hình 8.8. Cấu trúc bộ điều khiển PID liên tục (a) và PID số (b)

Đối với khâu tích phân số ta có nhiều cách để thực hiện, ví dụ phương pháp tích phân hình thang: $\frac{K_i T (z+1)}{2(z-1)}$

Còn khâu vi phân (đạo hàm của $e(t)$) tại $t = T$ có thể xấp xỉ bởi:

$$\left. \frac{de(t)}{dt} \right|_{t=T} \approx \frac{e(iT) - e((i-1)T)}{T}$$

Biến đổi Z ta được:

$$K_d \cdot \frac{z-1}{T_z}$$

Hàm truyền đạt PID số được vẽ trên (hình 8.8b):

$$\begin{aligned} W_{PID}(z) &= \left(K_p + \frac{K_i T (z+1)}{2(z-1)} + \frac{K_d (z-1)}{T_z} \right) \\ &= \frac{(K_i T^2 + 2K_d + 2K_p T)z^2 + (K_p T^2 - 2K_p T - 4K_d)z + 2K_d}{2Tz(z-1)} \end{aligned} \quad (8.30)$$

Ví dụ 8.5. Cho hệ thống điều khiển với đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W_{\bullet T}(s) = \frac{10}{(s+1)(s+2)}$$

Bộ giữ trễ sử dụng là bộ giữ trễ bậc không ZOH có: $W_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s}$

Theo công thức (8.18):

$$Z\{W_{LG}(s).W_{\bullet T}(s)\} = (1 - z^{-1}).Z\left\{\frac{W_{\bullet T}(s)}{s}\right\}$$

Ta có:

$$Z\{W_{ZOH}(s).\frac{10}{(s+1)(s+2)}\} = (1 - z^{-1}).Z\left\{\frac{10}{s(s+1)(s+2)}\right\}$$

Vậy:

$$W_K(z) = \frac{Y(z)}{u(z)} = \frac{0,0453(z + 0,904)}{(z - 0,905)(z - 0,819)}$$

ứng với $T = 0,1s$

Hàm truyền đạt mạch kín khi không có bộ PID là:

$$W_K(z) = \frac{Y(z)}{u(z)} = \frac{0,0453(z + 0,904)}{z^2 - 1,679z + 0,782} \quad (8.31)$$

– Nếu hệ thống có thêm $W_{PID}(z)$ với các tham số:

$$K_p = 1, K_i = 0,997, K_d = 0.$$

Hàm truyền đạt bộ điều khiển PID là:

$$W_{PID}(z) = 1,0499.\frac{z - 0,905}{z - 1} \quad (8.32)$$

Lúc đó hàm truyền đạt cả hệ hở (bao gồm bộ PID, bộ tạo xung $W_{ZOH}(s)$ và đối tượng điều khiển):

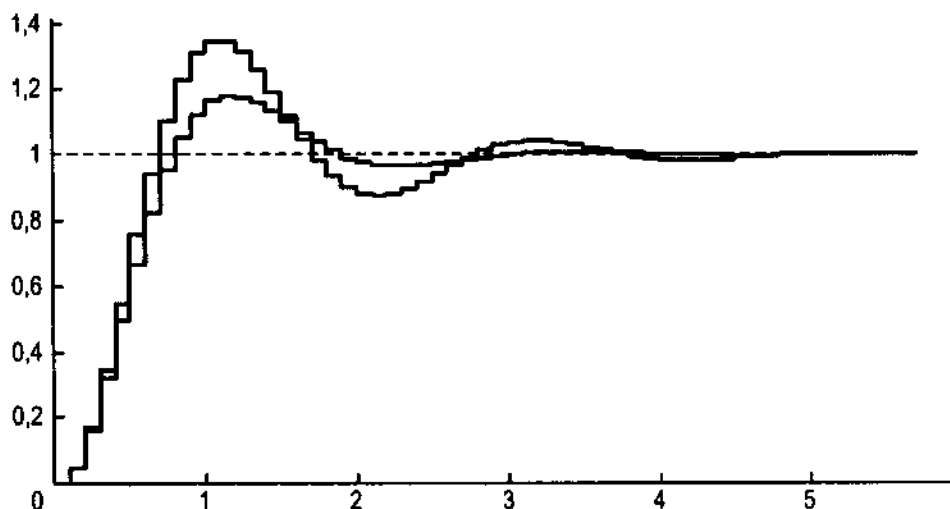
$$W_{PID}(z)W_{LTQ\bullet}(z) = \frac{0,0453(z - 0,904)}{(z - 1)(z - 0,819)} \quad (8.33)$$

Ta có thể xác định được hàm truyền đạt cả hệ thống kín ứng với bộ điều khiển PI (vì $K_d = 0$). Các kết quả tính toán vẽ trên (hình 8.9).

Khi có PID:

$$1) K_p = 1,45; K_i = 1; K_d = 0,43$$

$$2) K_p = 0,5; K_i = 0,997; K_d = 0$$



Hình 8.9.

8.5. TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA HỆ THỐNG XUNG – SỐ

Khái niệm về tính điều khiển được và quan sát được lần đầu tiên do Kalman nêu ra. Giả sử biết phương trình trạng thái của hệ xung – số sau đây:

$$\begin{cases} x(i+1) = A_d x(i) + B_d u(i) \\ y(i) = C_d x(i) \end{cases} \quad (8.34)$$

Trong đó x là vector n chiều, A_d là ma trận $n \times n$ chiều.

8.5.1. Tính điều khiển được

Một hệ thống được gọi là điều khiển được nếu ta có thể tìm được một vector điều khiển $u(i)$ để chuyển được hệ thống từ một trạng thái ban đầu bất kỳ đến một trạng thái cuối bất kỳ trong một khoảng thời gian giới hạn.

Bởi vậy, ta cần phải tìm điều kiện để xác định tác động điều khiển nhằm chuyển hệ thống từ trạng thái $x(0)$ đến trạng thái cuối $x(n)$.

Ta viết lại phương trình (8.21):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}(1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(0) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0) \\ \mathbf{x}(2) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(1) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(1) = \mathbf{A}_d^2 \mathbf{x}(0) + \mathbf{A}_d \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(1) \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{x}(n) = \mathbf{A}_d^n \mathbf{x}(0) + \mathbf{A}_d^{n-1} \mathbf{B}_d \mathbf{u}(0) + \dots + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(n-1) \end{array} \right.$$

Hoặc là:

$$\mathbf{x}(n) - \mathbf{A}_d^n \cdot \mathbf{x}(0) = \left[\mathbf{A}_d^{n-1} \cdot \mathbf{B}_d \mathbf{A}_d^{n-2} \cdot \mathbf{B}_d \dots \mathbf{B}_d \right] \begin{bmatrix} \mathbf{u}(0) \\ \mathbf{u}(1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(n-1) \end{bmatrix} \quad (8.35)$$

Vì A_d , $x(0)$, $x(n)$ đã biết nên vế trái của phương trình (8.46) là xác định. Nghiệm duy nhất $u(i)$ chỉ tồn tại khi ma trận sau đây có hạng bằng n :

$$M = [A_d^{n-1} \cdot B A_d^{n-2} \cdot B_d \dots B_d] \quad (8.36)$$

$$\text{Rank}(\mathbf{M}) = n$$

Khi đó ta nói hệ thống điều khiển được hoàn toàn

Ví dụ 8.8. Cho hệ thống cấp hai sau:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(i+1) \\ \mathbf{x}_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(i) \\ \mathbf{x}_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,00123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{u}(i)$$

$$\mathbf{y}(i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(i) \\ \mathbf{x}_2(i) \end{bmatrix}$$

Trong đó: $A_d = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix}$, $B_d = \begin{bmatrix} 0,00123 \\ 0,00488 \end{bmatrix}$, $C_d = [1 \quad 0]$;

Theo tiêu chuẩn điều khiển được hoàn toàn của Kalman, ta tính:

$$M = \begin{bmatrix} A_d B_d & B_d \end{bmatrix} \text{ với } A_d B_d = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00361 \\ 0,00464 \end{bmatrix}$$

$$\text{Vây M} = \begin{bmatrix} A_d B_d & B_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0,488 \\ 0 & 0,951 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,0123 \\ 0,00488 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,00361 \\ 0,00464 \end{bmatrix}$$

Vì $\det(M) \neq 0$ nên $\text{Rank}(M) = 2$

Vậy hệ thống điều khiển được hoàn toàn.

8.5.2. Tính quan sát được

Hệ thống được gọi là quan sát được nếu các số liệu đo được ở đầu ra $y(i)$ ta có thể xác định được các trạng thái $x(i)$ của nó (ước lượng các trạng thái).

Từ phương trình đầu ra $y(i) = C_q x(i)$ ta viết lại:

$$\begin{cases} y(0) = C_d \cdot x(0) \\ y(1) = C_d \cdot x(1) = C_d A_d \cdot x(0) \\ \dots\dots\dots \\ y(n-1) = C_d \cdot A_d^{n-1} \cdot x(0) \end{cases}$$

Hoặc cách viết khác với ký hiệu dấu phẩy cho chuyển vị:

$$[y'(0)y'(1)....y'(n-1)] = x'(0).[C_d' A_d' C_d' ... (A')^{n-1}.C_d'] \quad (8.37)$$

Vì vector $y(i)$ đã biết, nghiệm duy nhất $x(0)$ tồn tại chỉ khi ma trận sau:

$$N = \begin{bmatrix} C'_d & A'_d C'_d & (A'_d)^{n-1} C'_d \end{bmatrix}$$

có hạng bằng n

$$\text{Rank}(\mathbf{N}) = n \quad (8.38)$$

Ví dụ 8.7. Với số liệu đã cho ở ví dụ 8.6, ta sẽ xác định ma trận:

$$N = [C'_d \quad A'_d C'_d] \quad ; \quad C_d = [1 \quad 0] \rightarrow C'_d = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Tính: $[A'_d.C'_d] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0,488 & 0,951 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0,488 \end{bmatrix}$

Vậy: $N = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0,488 \end{bmatrix}$

Vây hệ thống trên quan sát được hoàn toàn.

Phụ lục 1. Matlab và Simulink

1. KHÁI QUÁT CHUNG VỀ PHẦN MỀM MATLAB

* MATLAB là một *môi trường toán học tính toán và mô phỏng* (computing–mathematics and simulation environment) có thể dùng để thực hiện nhiều phép tính toán, biến đổi toán học đối với các đại lượng vô hướng hay vector, mô hình hoá để phân tích, tính toán, thiết kế các hệ động học. Kết quả tính toán, mô phỏng có thể nhận được dưới dạng bảng các số liệu hay dưới dạng đồ thị, hình vẽ.

* MATLAB là một ngôn ngữ lập trình và chương trình được trình bày dưới dạng các lệnh của MATLAB (MATLAB's commands). Để giải một bài toán dùng MATLAB cần xuất phát từ miêu tả bài toán để hình thành thuật toán giải bài toán, tiếp theo là viết chương trình trên cơ sở thuật toán đó và cho chạy chương trình để lấy kết quả.

* MATLAB là một *môi trường mở* (an open environment), do đó người ta đã tạo ra nhiều *công cụ chuyên dụng* (specialized toolboxes) dùng để nghiên cứu, khảo sát, tính toán ở nhiều lĩnh vực kỹ thuật khác nhau: lý thuyết điều khiển tự động, xử lý tín hiệu, điều khiển bền vững, phân tích và tổng hợp μ (μ analysis and synthesis – μ tools), nhận dạng hệ thống, mạng nơron (neuron networks), đo lường hoá học (chemometrics), mô phỏng liên kết (simulink), v.v...

Để có các *chủ đề* (topics) và các *công cụ* (toolboxes) đã có trong MATLAB cần đánh lệnh *help.m* sau dấu nhắc ở *cửa sổ làm việc* (là cửa sổ xuất hiện trên màn hình PC sau khi vào chương trình của MATLAB).

Sơ qua lịch sử ra đời và phát triển của MATLAB

MATLAB ra đời ở Mỹ từ những năm 70 của thế kỷ XX, ban đầu như là một phần mềm (software) để thực hiện các phép biến đổi toán học, giải các phương trình toán học, v.v... Lúc đầu, phần mềm này có tên gọi là "MATHEMATIC LABORATORIES" (các thí nghiệm toán học) và do đó có tên gọi cho đến nay là MATLAB. Tuy nhiên vì các phép tính trong MATLAB thực hiện trên các ma trận (Matrix) nên có thể hiểu MATLAB là

chữ viết tắt của cụm từ MATRIX LABORATORIES. Ở các các năm tiếp theo, phần mềm này được hoàn thiện dần và bổ sung thêm các chức năng làm cho MATLAB ngày càng phong phú như hiện nay và có lẽ nó vẫn đang được bổ sung và hoàn thiện hơn ở các phiên bản sắp tới.

Phiên bản (version) tương đối hoàn chỉnh đầu tiên xuất hiện những năm cuối thập kỷ 80 và đầu thập kỷ 90 thế kỷ XX. Đó là phiên bản MATLAB 3.1, tiếp đó là MATLAB 3.2.

Các phiên bản tiếp theo là MATLAB 4.1, MATLAB 4.2. Sau năm 1995 ra đời các phiên bản MATLAB 5.0, MATLAB 5.1, MATLAB 3.1 MATLAB 5.2. MATLAB 5.3. Sau năm 2002 là các phiên bản MATLAB 6.1, 6.2 gần đây nhất (đầu năm 2005) xuất hiện các phiên bản MATLAB 7. Hàng năm, MATLAB đều được cập nhật bổ sung đều đặn để có các phiên bản tiếp theo.

Người ta còn phân biệt các phiên bản:

- Dùng cho sinh viên (Student Edition for MATLAB).
- Chuyên nghiệp (Professionnal MATLAB).

Phiên bản dùng cho sinh viên mang nhiều tính chất minh họa, giáo khoa phục vụ cho việc học tập, nghiên cứu, khảo sát, tính toán trong trường học. Dung lượng của nó không lớn phù hợp với việc sử dụng trong các trường học và với cấu hình không mạnh của các máy tính trước đây (như tốc độ, dung lượng bộ nhớ v.v...). Ví dụ như, MATLAB for students version 4.1 có dung lượng khoảng $70 \div 100\text{M}$. Phiên bản chuyên nghiệp phong phú hơn, có bổ sung nhiều hàm và công cụ đặc biệt cho phép mở rộng phạm vi nghiên cứu, tính toán trong nhiều lĩnh vực kỹ thuật, trong đó có lĩnh vực điều khiển. Hiện nay, do cấu hình của máy tính không còn là vấn đề nan giải, nên MATLAB gần đây không còn thấy phân biệt các phiên bản chuyên nghiệp hay cho sinh viên nữa. Dung lượng MATLAB 5.3 với các công cụ chủ yếu và cần thiết nhất khoảng 600M (được ghi trên một đĩa CD).

* Ban đầu MATLAB chạy trong môi trường DOS. Từ khi xuất hiện hệ điều hành WINDOWS đã được chuyển sang chạy trong môi trường WINDOWS. Ở môi trường WINDOWS, MATLAB giao tiếp với người sử dụng thông qua cửa sổ của MATLAB, trên đó người sử dụng lập trình bằng cách viết dãy các lệnh của MATLAB và sau đó cho chạy (thực hiện) chương trình, hoặc từ cửa sổ MATLAB đi tiếp vào các phần mềm là các công cụ chuyên dụng (Toolboxes) khác của MATLAB.

* Hiện có thể có các phiên bản khác nhau của MATLAB đang dùng. Tuy chúng có nhiều điểm giống nhau về nội dung, nhưng mỗi phiên bản cũng có các điểm khác nhau như: giao diện với người sử dụng, một số công cụ hoặc lệnh có ở phiên bản này nhưng không có ở phiên bản khác và còn phụ thuộc vào nội dung khi cài đặt chương trình (người cài đặt chọn các thư mục nào khi cài đặt). Nói chung, ở các phiên bản sau số lượng các công cụ, các lệnh phong phú hơn, giao diện với người sử dụng đơn giản hơn, hiện đại hơn. Dưới đây sẽ trình bày chủ yếu dựa vào những vấn đề có liên quan đến phiên bản gần đây nhất: MATLAB 5.3.

Vì vậy khi sử dụng, người sử dụng có thể cần xem phiên bản của MATLAB bằng cách dùng lệnh xem phiên bản của MATLAB: sau dấu nhắc trên của sổ MATLAB đánh lệnh *ver*. Mặt khác, khi có nghi ngờ hoặc điểm chưa rõ về công cụ hoặc lệnh cần dùng hay xem chúng có hay không có trong phiên bản đó, thì dùng các lệnh *help* (trợ giúp) hay lệnh *lookfor* (tìm kiếm) để có thông tin rõ thêm. Sau các lệnh này cần đánh tiếp tên công cụ hoặc tên lệnh.

Để có thông tin toàn diện về MATLAB, dùng lệnh *tour* và kích chuột vào các danh mục cần thiết xuất hiện ở cửa sổ *MATLAB tour*.

* Sau khi cài đặt MATLAB, biểu tượng của MATLAB sẽ xuất hiện trên nền màn hình của PC. Để khởi động MATLAB cần kích chuột vào biểu tượng đó (hoặc vào dòng MATLAB trong programs) trên màn hình của WINDOWS. Khi đó sẽ xuất hiện cửa sổ giao diện của MATLAB (cửa sổ MATLAB) với dòng chữ tiếng Anh và dấu nhắc *>>*:

To get started, type one of these: *helpwin*, *helpdesk*, or *demo*.

For product information, type *tour* or visit www.mathworks.com.

EDU *>>* (đối với version for students MATLAB 4.1).

Từ sau dấu nhắc chúng ta có thể bắt đầu làm việc với MATLAB bằng cách đánh các lệnh có trong MATLAB, lập trình hay vào các công cụ khác của MATLAB.

Để ra khỏi MATLAB cần đánh lệnh *quit* hoặc lệnh *exit* hoặc tắt cửa sổ của MATLAB. Khi đó, chúng ta sẽ trở lại màn hình nền của WINDOWS.

2. MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHUNG KHI SỬ DỤNG MATLAB

Dưới đây chỉ trình bày một số vấn đề có liên quan trực tiếp đến việc dùng MATLAB trong khảo sát, tính toán các hệ thống điều khiển tự động:

* Số thập phân trong MATLAB được biểu diễn bằng dấu "." thay cho dấu ",",

Ví dụ 1: 0.1023 được thay cho 0,1023

* Các biến sử dụng trong MATLAB có thể dùng chữ thường hoặc hoa, MATLAB không phân biệt. Biến có thể dùng kết hợp giữa ký tự chữ và ký tự số. Nhưng một khi đã dùng rồi thì không được thay đổi trong một chương trình.

Một số biến đặc biệt trong MATLAB:

j hoặc i chỉ $\sqrt{-1}$

pi chỉ $\pi = 3.1416$

inf chỉ ∞

NaN chỉ không xác định (not a number).

* Biểu diễn các phép tính số học và thứ tự thực hiện các phép tính trong một biểu thức ở MATLAB:

^ phép lấy lũy thừa.

* phép nhân.

/ hoặc \ phép chia.

+ phép cộng.

- phép trừ.

Các dấu so sánh: = dấu bằng; > dấu lớn hơn; < dấu nhỏ hơn

* Cách biểu diễn vector và ma trận trong MATLAB:

– Vector: Ví dụ vector a hoặc b (dưới dạng các ma trận hàng hoặc cột) gồm 4 số hạng 1, 2, 3, 4 được khai báo dưới dạng:

Ma trận hàng: $a = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ hoặc $a = [1,2,3,4]$.

Ma trận cột: $b = [1 \ 2 \ 3 \ 4]'$ hoặc $b = [1,2,3,4]'$

– Ma trận: Ví dụ ma trận A gồm 2 hàng 3 cột với các số hạng: hàng 1: 1, 2, 3 và hàng 2: 4, 5, 6 được khai báo dưới dạng:

$A = [1, 2, 3; 4, 5, 6]$. (các hàng được cách nhau bởi dấu chấm phẩy ;)

Để kiểm tra lại kết quả khai báo, sau khi khai báo ấn phím Enter, trên màn hình sẽ xuất hiện ma trận cần có.

* Biểu diễn sai số trong kết quả tính: biểu diễn dùng số mũ có cơ số e.

Ví dụ 2: $5.1e^{-1} = 5.1*0.0001$

* Cũng giống như đối với các biến, các lệnh (commands), tên các hàm, tên các files, các thư mục, các công cụ trong MATLAB khi dùng có thể đánh bằng chữ thường hay chữ hoa đều được.

Ví dụ 3: help, Lookfor, SIMULINK, SigSys (công cụ signals and systems).

* Sau một dòng lệnh trong cửa sổ MATLAB nếu ấn phím *enter* thì lệnh đó sẽ được thực hiện ngay.

Nếu sau dòng lệnh chúng ta đánh dấu “;” thì lệnh đó không thực hiện, mà khi đó con trỏ sẽ chuyển xuống dòng dưới, cho phép đánh tiếp dòng lệnh tiếp theo.

Nếu sau dấu nhắc của MATLAB hoặc sau dòng lệnh mà đánh dấu phần trăm “%”, thì tiếp theo có thể đánh một mệnh đề bất kỳ. Đó là dòng giải thích (hay bình luận – comment) về chương trình hay giải thích về lệnh đó và MATLAB không thực hiện dòng này. Các mệnh đề sau dấu % có thể bằng tiếng Anh hay tiếng Việt (nếu tiếng Việt thì dĩ nhiên đó là các mệnh đề không dấu). Mệnh đề sau dấu % ở đầu chương trình, chính là phần trợ giúp để có thể hiểu đó là chương trình gì, cách sử dụng chương trình đó, khi cần thiết có thể dùng lệnh help (tên chương trình) để hiện lại dòng mệnh đề này.

* Để có lại các dòng lệnh trước đó ở chương trình đang viết có thể dùng các phím lên xuống ↑↓ và để xóa, sao chép, dán các dòng lệnh có thể dùng tổ hợp các phím tắt tương ứng như trong phần mềm WORD: *Delete* hoặc *Ctrl + X* (delete), *Ctrl + C* (Copy), *Ctrl + V* (Paste) sau khi đã chọn (bôi đen) các dòng lệnh đó.

• Để có các thông tin trợ giúp hoặc tìm kiếm thông tin về các lệnh, về các công cụ trong MATLAB có thể dùng một số lệnh sau:

`>> ver % Lệnh xem phiên bản của MATLAB`

`>> help.m % Lệnh liệt kê các chủ đề (topics) có trong MATLAB`

`>>help general % Lệnh liệt kê các lệnh có mục đích chung (general purpose commands)`

`>>help “lệnh hoặc chủ đề hoặc công cụ” % Lệnh xem trợ giúp hoặc thông tin về cách dùng lệnh, thông tin về chủ đề hay công cụ`

Ví dụ : `>> help ops % Liệt kê các toán tử và ký tự đặc biệt`

(Operators and special characters)

`>> help elfun % liệt kê các hàm sơ cấp`

(Elementary math functions)

`>> help bode % Trợ giúp các dùng lệnh vẽ các đáp ứng tần số lôga (Biểu đồ Bode)`

>> *help simulink* % Thông tin về công cụ SIMULINK

>> *lookfor* “lệnh hoặc chủ đề hoặc công cụ” % Tìm kiếm xem lệnh hoặc chủ đề, công cụ đó có trong chương trình hay không ?

Nếu trong chương trình đã cài đặt không có lệnh hoặc chủ đề đó, thì khi ấn phím *enter* sẽ xuất hiện dòng chữ: “*Command hoặc topic* ” *not found* (“*Lệnh hoặc chủ đề* ” không tìm thấy).

3. MỘT SỐ LỆNH DÙNG CHUNG TRONG MATLAB KHI VẼ ĐỒ THỊ

Linspace (x1, x2) (Linearly spaced vector): % Tạo vector 100 điểm tuyến tính giữa 2 giá trị x1 và x2.

Logspace (d1, d2, N): % Tạo vector chia theo tỷ lệ lôgarit cơ số 10 (N điểm giữa 10^{d1} và 10^{d2}).

Clf (Clears the graphics window) % Xoá cửa sổ đồ thị.

Plot(x,y) % Vẽ đồ thị $y = f(x)$ là hàm có trong MATLAB, ví dụ các hàm $y = \sin(x)$, $y = \cos(x)$, v.v...

Grid on % Đưa lưới chia theo tỷ lệ lên hình vẽ.

xlabel % Dán nhãn cho trục x.

ylabel % Dán nhãn cho trục y.

Title % Đưa tiêu đề (tên) lên hình vẽ.

Disp (' string') % Hiện xâu 'string' lên màn hình, tức là dùng để hiện một dòng ký tự lên màn hình.

4. TẠO FILE VĂN BẢN (M – FILE HAY SCRIPT FILE) HOẶC HÀM M – FILE (M – FUNCTION) TRONG MATLAB

Khi lập trình trong MATLAB hoặc khi sử dụng MATLAB, nhiều khi ta có nhu cầu phải dùng lại các chương trình đã có hoặc cần tạo ra các hàm của riêng mình để sử dụng sau này (chương trình hoặc hàm được tạo ra từ các lệnh của MATLAB và từ các toán tử, các hàm, các phép tính, v.v...). Khi đó, để tránh việc đánh đi đánh lại chương trình hoặc có thể dùng lại chương trình hoặc hàm đó, hoặc khi cần thay đổi các biến số bên trong chương trình hoặc hàm đó để có kết quả mới, ta cần tạo ra M – file hay M – function.

* M – file (hay script file) và M – function đều là các file văn bản bên ngoài (external text file) được tạo ra bằng các chương trình soạn thảo văn bản (text editor) và một khi đã tạo ra, nếu cất giữ (save), sau khi đã được đặt tên, đều được tự động gán thêm đuôi mở rộng (.m). Ví dụ như, M – file

khi được đặt tên là example sẽ được cất giữ với tên đó có thêm đuôi .m, đó là *example.m*.

* M – file hoặc M – function đều được tạo ra bằng các bước sau:

Từ cửa sổ MATLAB vào thực đơn (menu) file, sau đó chọn New rồi vào M – file, (hoặc kích chuột trực tiếp vào biểu tượng New M – file trên thanh công cụ) sẽ xuất hiện cửa sổ soạn thảo văn bản.

Tiến hành soạn thảo chương trình hoặc tạo hàm trong cửa sổ soạn thảo.

Tiến hành Save (Cất giữ) và đặt tên cho file (chương trình hoặc hàm) vừa tạo ra. Khi đó M – file hoặc F – function sẽ được cất giữ trong folder WORK với đuôi .m trong MATLAB.

* Để gọi lại chương trình hoặc hàm đã tạo ra có thể có các cách sau:

Vào File trên cửa sổ trực tiếp MATLAB rồi chọn Open (hoặc trực tiếp kích chuột vào biểu tượng Open trên thanh công cụ) sẽ xuất hiện cửa sổ Open, trong đó liệt kê các file đã được cất giữ. Chọn tên file, kích chuột để gọi lại nội dung.

Hoặc từ cửa sổ MATLAB đánh tên file, sau đó ấn phím *Enter*.

* Để chạy chương trình viết trong M-file hoặc trong M-function khi đang ở cửa sổ M-file cần vào *Tool* trên thanh công cụ, sau đó nhấn chuột vào *run*. Còn nếu đang ở cửa sổ MATLAB thì đánh tên của file hoặc của hàm đã biết, sau đó ấn phím *Enter*.

* Cấu trúc thường có của M-file và M-function:

M – file	M – function
%Các dòng chú giải, bình luận (comment) về file %.	Function y = “tên hàm”(x) % Các dòng chú giải cần thiết về hàm % (về ý nghĩa, cách dùng, vv...).
<i>Nội dung của M – file</i>	<i>Nội dung của M – function</i>
(Gồm các dòng lệnh trong M – file, các dòng lệnh đều kết thúc bằng dấu “;”, sau đó xuống dòng mới).	(Gồm các lệnh, các toán tử, các hàm đã có trong MATLAB được dùng để tạo hàm mới. Các dòng lệnh phải kết thúc bằng dấu “;”, sau đó xuống dòng mới).

* Một số lệnh trong MATLAB có liên quan đến M-file cho phép liệt kê tên, xem và xoá các M-file, chỉ ra và thay đổi thư mục hoặc folder

Lệnh	Miêu tả lệnh
<i>what</i>	Liệt kê danh sách tất cả M – files trong thư mục hoặc folder.
<i>dir</i>	Danh sách tất cả các files trong thư mục hoặc folder hiện thời.
<i>ls</i>	Cũng như <i>dir</i> .
<i>type test</i>	Hiện thị M – files <i>test.m</i> ở cửa sổ lệnh.
<i>delete test</i>	Xoá M – files <i>test.m</i> .
<i>cd path</i>	Thay đổi thành thư mục hoặc folder bởi <i>path</i> .
<i>chdir path</i>	Cũng như <i>cd path</i> .
<i>cd</i>	Chỉ ra thư mục hoặc folder làm việc hiện thời.
<i>chdir</i>	Cũng như <i>cd</i>
<i>pwd</i>	Cũng như <i>cd</i>
<i>which test</i>	Hiện thị đường dẫn thư mục đến <i>test.m</i> .

5. SỬ DỤNG MATLAB (VERSION 5.3) ĐỂ MÔ TẢ, KHẢO SÁT, TÍNH TOÁN CÁC HỆ THỐNG ĐKTD.

5.1. Khai báo biểu thức hàm truyền của khâu động học hoặc của hệ thống ĐKTD

Nếu tính chất động học của một khâu động học hay của cả hệ thống ĐKTD đã được cho dưới dạng biểu thức hàm truyền $W(s) = N(s)/D(s)$, thì biểu thức đó có thể khai báo dưới dạng các vector hàng biểu diễn tử số và vector hàng biểu diễn mẫu số. Các vector này có thể được đặt tên bằng ký tự chữ bất kỳ, nhưng để thuận tiện và dễ nhớ, nên dùng các tên *num*, hoặc đơn giản hơn *n* (numerator– tử số) và *den*, hoặc đơn giản hơn *d* (denominator–mẫu số). Nếu có nhiều biểu thức hàm truyền thì có thể thêm các ký tự số để đánh dấu các biểu thức tử và mẫu số. Ví dụ như: *num1*, *den1*, *num2*, *den2*, vv....

Khi biểu thức tử số $N(s)$ và mẫu số $D(s)$ của hàm truyền đã được triển khai thành các đa thức bậc *m* và bậc *n*.

Cú pháp:

```
>> num = [ bm , b1 , b2 , . . . . ]; % Lệnh khai báo tử số hàm truyền;
>> den = [ a0 , a1 , a2 , . . . . ]; % Lệnh khai báo mẫu số hàm truyền;
```

Ở đây: b_i và a_j là hệ số của các đa thức $N(s)$ và $D(s)$.

Chú ý: Các hệ số của các đa thức $N(s)$ và $D(s)$ được khai báo theo thứ tự số mũ của s từ cao xuống thấp. Hệ số, ứng với các vị trí có số mũ tương ứng với 0, phải được khai báo với giá trị 0.

Ví dụ 4: Viết chương trình khai báo biểu thức hàm truyền

$$W = \frac{0.5s + 1}{2s^2 + 3s + 1}.$$

Chương trình MATLAB:

```
>> Num = [ .5 1]; % Khai bao da thuc tu so ham truyen
>> Den = [ 2 3 1]; % Khai bao da thuc tu so ham truyen.
```

Khi biểu thức tử số $N(s)$ và mẫu số $D(s)$ của hàm truyền cho dưới dạng tích các thừa số.

Để khai báo, dùng lệnh nhân 2 vector hàng.

Cú pháp: `>> c = conv(a,b)` % Vector c là tích của 2 vector a và b .

Chú ý: Vector a và b có thể có số phần tử là bất kỳ (Có nghĩa là chúng có các kích thước (hay độ dài – length) khác nhau).

Tuy nhiên, khi có phép cộng 2 vector có kích thước khác nhau cần chú ý bổ sung các phần tử 0, để chúng có cùng kích thước thì mới cho kết quả đúng (xem ví dụ 3 dưới đây).

Ví dụ 5: Viết chương trình khai báo biểu thức hàm truyền của hệ hở

$$W(s) = \frac{18(s + 20)}{(s + 15)(s + 25)(s + 0.4)}$$

Chương trình MATLAB dưới dạng M-file có tên là *HSTho.m*.

```
>> % Chuong trinh co ten HSTho
>> % Khai bao ham truyen dung lenh conv
>> N=18*[ 1 20];
>> D=conv(conv([ 1 15],[ 1 25]),[ 1 0.4]);
```

Ví dụ 6: Viết chương trình khai báo hàm truyền

$$W(s) = \frac{(0.5s + 1)}{(2s^2 + 1)(3s + 1) + 1}$$

Chương trình MATLAB:

```
>> Num = [ .5 1]; % Khai bao tu so ham truyen
>> Den = conv([ 2 0 1],[ 3 1]),[ 0 0 0 1]; % Khai bao mau so ham truyen
% co chu y den kích thước vector nhận được sau lenh conv.
```

Trong chương trình trên, dòng lệnh thứ hai có phép cộng hai vector có kích thước khác nhau, nên vector thứ hai phải bổ sung 3 số 0 để có cùng kích thước với vector thứ nhất là kết quả của phép nhân 2 vector bằng lệnh *conv*.

Lệnh chuyển từ khai báo hàm truyền từ dạng khai báo dưới dạng 2 đa thức $N(s)$, $D(s)$ riêng biệt thành dạng biểu thức $W(s)$ duy nhất.

Cú pháp: `>>W = tf(num,den);` % Lệnh chuyển sang khai báo
% hàm truyền dưới dạng biểu thức $W(s)$.

Nếu thực hiện lệnh này (ấn phím enter), trên màn hình sẽ xuất hiện biểu thức hàm truyền $W(s)$.

Nếu cần xem trên màn hình biểu thức hàm truyền $W(s)$, mà không dùng lệnh `tf(num,den)`, thì có thể trực tiếp dùng lệnh in và kiểm tra biểu thức hàm truyền.

Cú pháp: `>> printsys (Num, Den, 's')`

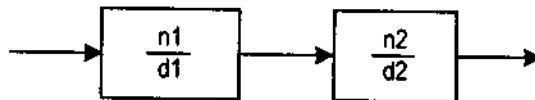
Khi thực hiện lệnh này, trên màn hình sẽ cho kết quả tỷ số giữa 2 đa thức tử số *Num* và mẫu số *Den* (đã được triển khai) dưới dạng:

$$\text{Num/Den} = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{\text{đa thức tử số (đã triển khai)}}{\text{đa thức mẫu số (đã triển khai)}}$$

5.2. Các lệnh nối ghép các khâu động học tạo mô hình cấu trúc và xác định hàm truyền tương đương của mô hình

Khi đã khai báo hàm truyền từng khâu theo các đa thức tử số và mẫu số.

1. *Lệnh series*: Xác định hàm truyền của 2 khâu mắc nối tiếp nhau (hình 1).

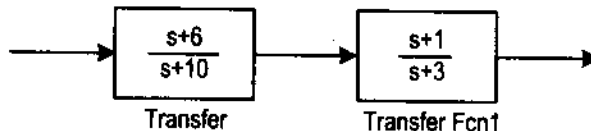


Hình 1. Mắc nối tiếp hai khâu động học

Cú pháp: `[ N,D] = series(n1, d1, n2, d2);`

Chú ý: lệnh này *chỉ dùng cho 2 khâu* mắc nối tiếp. Trường hợp có nhiều khâu mắc nối tiếp, cần dùng lặp nhiều lần lệnh `series` hoặc kết hợp với lệnh `conv`.

Ví dụ 7: Viết chương trình để xác định hàm truyền mạch nối tiếp sau:



Hình 2. Mạch mắc nối tiếp 2 khâu

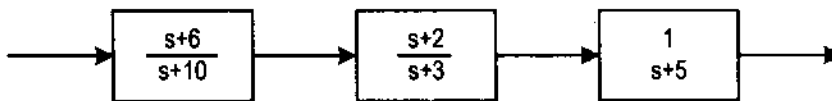
Chương trình MATLAB:

```
>> n1 = [ 1 6];
>> d1 = [ 1 10];
>> n2 = [ 1 1];
>> d2 = [ 1 3];
>> [N,D] = series(n1, d1, n2, d2);
>> printsys(N, D, 's')
```

Nếu thực hiện chương trình trên, trên màn hình sẽ cho kết quả:

```
num/den =      s^2 + 7 s + 6
             -----
             s^2 + 13 s + 30
```

Ví dụ 8: Viết chương trình xác định hàm truyền dưới dạng $W(s)$ của mạch sau:



Hình 3. Mạch mắc nối tiếp ba khâu động học

Chương trình MATLAB:

```
>> num1 = [ 1 6];
>> den1 = [ 1 10];
>> num2 = [ 1 2];
>> den2 = [ 1 3];
>> num3 = [ 1];
>> den3 = [ 1 5];
>> [N1,D1] = series(num1,den1,num2,den2);
>> [N,D] = series(N1,D1,num3,den3);
>> w = tf(N,D)
```

Nếu thực hiện chương trình, thì trên màn hình sẽ cho kết quả sau:

```
Transfer function:
      s^2 + 8 s + 12
      -----
      s^3 + 18 s^2 + 95 s + 150
```

Có thể thay lệnh cuối bằng lệnh `in` để biết biểu thức hàm truyền:

```
>> printsys(N,D, 's')
```

Chương trình MATLAB dùng kết hợp giữa lệnh *series* và *conv*:

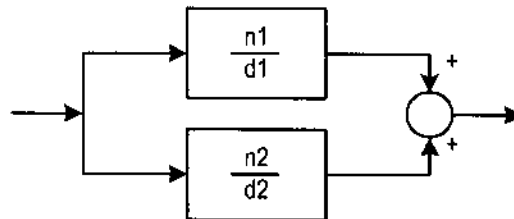
```
>> num1 = [ 1 6];
>> den1 = [ 1 10];
>> num2 = [ 1 2];
```

```
>> den2 = conv([ 1 3] , [ 1 5] );
>> [ N,D] = series(num1, den1, num2, den2);
>> w = tf(N, D)
```

2. Lệnh parallel: Xác định hàm truyền của 2 khâu động học mắc song song thuận chiều (hình 4).

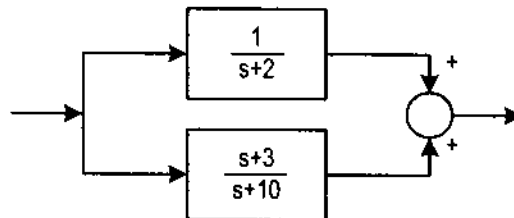
Cú pháp: `[ N,D] = parallel(n1, d1, n2, d2)`

Chú ý: Lệnh này chỉ áp dụng cho mạch song song thuận chiều gồm 2 khâu và với cơ cấu cộng ở đầu ra của mạch. Trường hợp có nhiều khâu, cần dùng lặp nhiều lần lệnh và nếu tín hiệu vào của cơ cấu cộng có dấu âm, thì cần thay đổi dấu các hệ số của đa thức hàm truyền tương ứng.



Hình 4. Mắc song song thuận chiều 2 khâu động học.

Ví dụ 9: Viết chương trình xác định và in trên màn hình hàm truyền của mạch song song thuận chiều sau (hình 5):

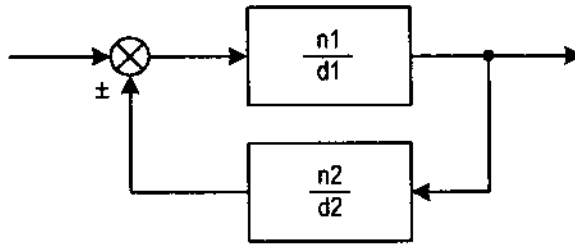


Hình 5. Mắc song song thuận chiều 2 khâu

Chương trình MATLAB

```
>> % Thí dụ chương trình khai báo và xác định hàm truyền của
>> % mạch song song thuận chiều
>> n1 = [ 1];
>> d1 = [ 1 2];
>> n2 = [ 1 3];
>> d2 = [ 1 10];
>> [ N,D] = parallel(n1, d1, n2, d2);
>> printsys(N, D, 's')
```

3. Lệnh feedback : Xác định hàm truyền của mạch song song ngược chiều (mạch có phản hồi hay hồi tiếp) (hình 6).

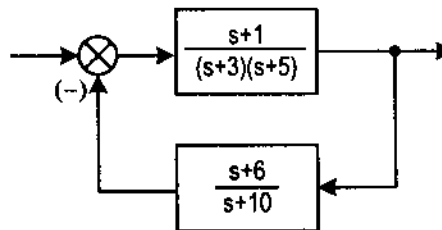


Hình 6. Mắc song song ngược chiều 2 khâu động học

Cú pháp: `[ N,D] = feedback(n1, d1, n2, d2, ±1)`

Chú ý: Trường hợp phản hồi dương thì trong lệnh ứng với +1, còn phản hồi âm thì trong lệnh ứng với -1. Tuy nhiên, nếu phản hồi âm, thì có thể bỏ qua và không đánh -1 trong dòng lệnh; khi đó MATLAB ngầm định hiểu là phản hồi âm.

Ví dụ 10: Viết chương trình khai báo và xác định hàm truyền của mạch hồi tiếp sau (hình 7).



Hình 7. Mạch có hồi tiếp (phản hồi).

Chương trình MATLAB:

```
>> % Thi du chuong trinh
>> % xac dinh HST mach hoi tiep
>> n1 = [ 1 1];
>> n2 = [ 1 6];
>> d2 = [ 1 10];
>> [ N,D] = feedback(n1, d1, n2, d2);
>> w = tf(N,D)
```

b) Khi đã có các biểu thức hàm truyền $W(s)$ của các khâu

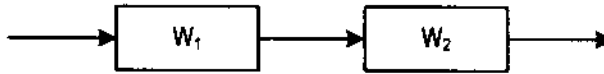
Giả sử có hai khâu động học có hàm truyền $w1$ và $w2$. Trong sơ đồ cấu trúc chúng có thể liên kết với nhau theo các mối liên hệ cơ bản: nối tiếp, song song thuận chiều, và song song ngược chiều (hình 1, 4, 6).

Trước khi dùng các lệnh nối ghép để xây dựng mô hình động học tương đương của các mạch liên hệ cơ bản trên, các biểu thức hàm truyền của từng khâu cần được khai báo bằng cách dùng các vector tử số và mẫu số $n1, d1, n2, d2$ đã được xét ở trên. Sau đó, để có các biểu thức hàm truyền của từng khâu, ta cần dùng các lệnh chuyển đổi

```
w1 = tf(n1, d1);
w2 = tf(n2, d2);
```

Sau đó, tùy thuộc vào mối liên kết của 2 khâu, có thể dùng các lệnh tương ứng sau để tìm hàm truyền tương đương w :

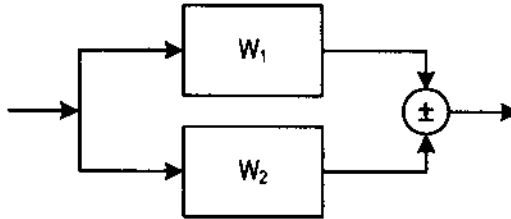
1. Mắc nối tiếp:



Hình 8. Mắc nối tiếp 2 khâu có hàm truyền w_1 và w_2

Cú pháp lệnh: $w = w_1 * w_2$

2. Mắc song song thuận chiều:



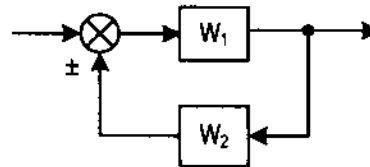
Hình 9. Mắc song song thuận chiều 2 khâu có hàm truyền w_1 và w_2

Cú pháp lệnh: $w = w_1 \pm w_2$

3. Mắc song song ngược chiều (hồi tiếp)

Cú pháp lệnh: $w = \text{feedback}(w_1, w_2, \pm 1)$

Chú ý: Dấu + ứng với hồi tiếp dương và dấu - ứng với hồi tiếp âm. Trường hợp hồi tiếp âm, có thể bỏ qua tham số - 1. Khi đó, MATLAB ngầm định hiểu là hồi tiếp âm.



Hình 10. Mắc song song ngược chiều 2 khâu có hàm truyền w_1 và w_2 .

5.3. Các lệnh dùng khi khảo sát, tính toán, tổng hợp các hệ thống ĐKTD

Các lệnh xác định điểm cực, điểm không và nhận hình vẽ phân bố (pole - zero plot) các điểm cực (pole), điểm không (zero) của biểu thức hàm truyền:

Lệnh xác định giá trị các pole và zero:

```
[p,z] = pzmap(num, den); % Tính và liệt kê giá trị các điểm cực
                        % và điểm không của biểu thức HST.
```

Lệnh vẽ hình phân bố các pole và zero trên mặt phẳng phức (Các điểm cực được đánh dấu bằng các dấu thập $\times$ và các điểm không được đánh dấu bằng các vòng tròn con o trên mặt phẳng phức).

```
pzmap(num,den); % Tạo hình vẽ phân bố điểm cực và điểm không,
                % khi khai báo tử và mẫu số HST
```

hoặc: `pzmap(w); % Tạo hình vẽ phân bố điểm cực và điểm không`

% khi đã có lệnh chuyển đổi sang biểu thức w

Các lệnh để vẽ các đáp ứng tần số của khâu hay của hệ thống ĐKTD.

– Lệnh vẽ đáp ứng biên độ – pha (hay đường cong Nyquist):

Nyquist(Num,Den); % Lệnh vẽ đáp ứng biên độ-pha khi

% khai báo tử số và mẫu số HST.

hoặc Nyquist(w); % Lệnh vẽ đáp ứng biên độ-pha khi đã có w.

Lệnh vẽ các đáp ứng tần số lôgarit $L(\omega)$ và $\varphi(\omega)$ (Biểu đồ Bode):

Bode(Num,Den); % Lệnh vẽ $L(\omega)$ và $\varphi(\omega)$ khi đã có Num,Den.

hoặc Bode(w); % Lệnh vẽ đáp ứng biên độ – pha khi đã có w.

Lệnh vẽ các đáp ứng biên độ – pha của hệ kín (Biểu đồ Nichols):

Nichols(Num,Den); % Lệnh vẽ $L(\omega)$ và $\varphi(\omega)$ khi đã có Num,Den.

hoặc Nichols(w); % Lệnh vẽ đáp ứng biên độ -pha khi đã có w.

Các lệnh vẽ đáp ứng quá độ $h(t)$ và đáp ứng quá độ xung $g(t)$:

Lệnh vẽ đáp ứng quá độ $h(t)$

Step(Num,Den); % Lệnh vẽ đáp ứng $h(t)$, khi đã có Num,Den.

hoặc: Step(w); % Lệnh vẽ đáp ứng quá độ $h(t)$ khi đã có w.

Lệnh vẽ đáp ứng quá độ xung $g(t)$

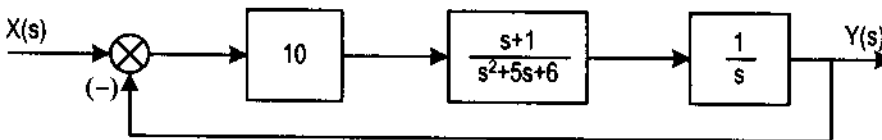
Impulsse(Num,Den); % Lệnh vẽ đáp ứng quá độ xung $g(t)$

% khi đã có Num,Den.

hoặc: Impulse(w); % Lệnh vẽ đáp ứng quá độ xung $g(t)$, khi đã có w.

5.4. Ví dụ tổng hợp viết chương trình dùng các lệnh trong MATLAB để khảo sát hệ thống điều khiển tự động

Ví dụ 10: Viết chương trình dùng các lệnh MATLAB để khảo sát quá trình quá độ $h(t)$ của hệ thống ĐKTD có sơ đồ cấu trúc sau (hình 11).



Hình 11. Sơ đồ cấu trúc hệ thống ĐKTD ở thí dụ 8

Chương trình MATLAB có thể như sau:

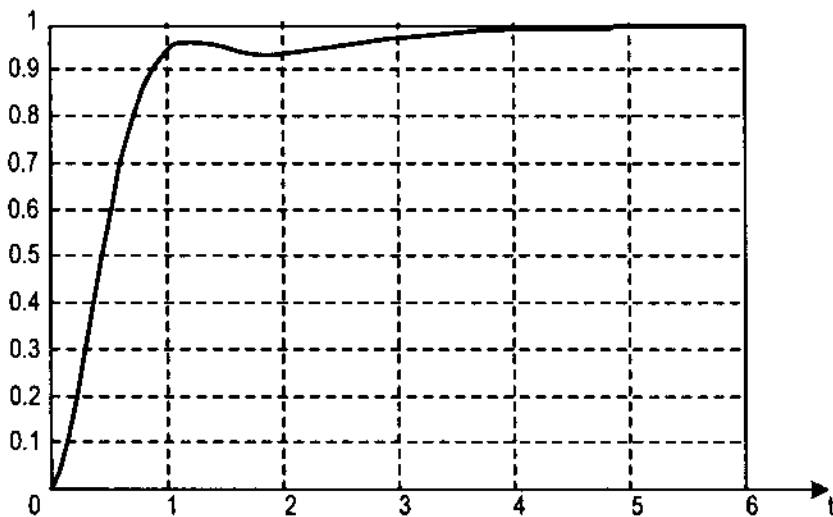
```
>> % Ví dụ khảo sát hệ thống ĐKTD dùng chương trình MATLAB
>> n1 = 10*[1 1];
>> d1 = [1 5 6];
```

```

>> n2 = [ 1] ;
>> d2 = [ 1 0] ;
>> [ N1,D1] = series(n1,d1,n2,d2);
>> n3 = [ 1] ;
>> d3 = [ 1] ;
>> [ N2,D2] = feedback(N1,D1,n3,d3);
>> W = tf(N2,D2)
Transfer function:
      10 s + 10
      -----
      s^3 + 5 s^2 + 16 s + 10
>> grid on %Lệnh đưa luoi chia lên đồ thị
>> step(W)

```

Kết quả chạy chương trình sẽ cho đường cong quá độ sau:



Hình 12. Đường cong quá độ của hệ thống trên hình 11

6. CÔNG CỤ SIMULINK TRONG MATLAB VÀ ỨNG DỤNG ĐỂ MÔ HÌNH HOÁ TRONG KHẢO SÁT, TÍNH TOÁN, THIẾT KẾ CÁC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

6.1. Những vấn đề chung về công cụ SIMULINK trong MATLAB và về mô hình hoá (mô phỏng) các hệ thống ĐKTD

Khảo sát, tính toán hệ thống ĐKTD bằng phương pháp trực tiếp dùng phương trình động học (hàm số truyền) và các lệnh của MATLAB xét ở phần trước đưa lại các kết quả cho phép đánh giá và xác định các tính chất

chung của toàn hệ thống ĐKTD. Các lệnh của MATLAB cho phép người lập trình chủ động tạo ra các chương trình, các M – function hay các M – file của riêng mình để sử dụng khi cần thiết. Tuy nhiên, phương pháp trên có các hạn chế sau đây:

- Chương trình viết để khảo sát một hệ thống ĐKTD được xây dựng trên cơ sở phương trình chung (HST) hay trên sơ đồ cấu trúc của hệ thống. Khi cấu trúc động học của hệ phức tạp, cần dùng nhiều lệnh và lồng ghép các lệnh phụ thuộc vào cấu trúc của hệ. Một khi chương trình đã viết xong, khó có thể kiểm tra tính đúng đắn của các mối liên hệ giữa các dòng lệnh. Mặt khác, nhìn vào chương trình không còn nhìn thấy cấu trúc toán học của hệ thống: hệ gồm các khâu gì, chúng liên kết với nhau như thế nào, v.v... Do đó, tính trực quan sơ đồ cấu trúc của hệ thống ĐKTD không còn nữa.

- Khi giải bài toán phân tích và tổng hợp các hệ thống ĐKTD, ở nhiều trường hợp xuất hiện yêu cầu phải thay đổi tham số của một khâu hoặc của một vài khâu để chọn các tham số đó, sao cho hệ thống ĐKTD thỏa mãn điều kiện về ổn định (độ dự trữ ổn định) hay chất lượng của hệ, tức là xét ảnh hưởng của các tham số đó đến tính chất của hệ. Nếu vấn đề này được thực hiện bằng cách dùng chương trình gồm các lệnh MATLAB, thì không thuận lợi, vì các tham số đó thường nằm chung trong nhiều hệ số của phương trình vi phân hay của biểu thức hàm truyền (tức là nằm trong các tham số của một hoặc nhiều lệnh). Do đó khó có thể đưa chúng vào tham số của các dòng lệnh để khảo sát và nếu đưa vào thì phải thay đổi nội dung bên trong của các lệnh, bằng cách thay đổi giá trị các hệ số của các đa thức $N(s)$ và $D(s)$ của nhiều khâu khi khai báo chúng.

Các hạn chế trên có thể khắc phục, nếu dùng công cụ (toolbox) SIMULINK trong MATLAB.

SIMULINK thực chất là một phẩm mềm chuyên dụng chạy trong môi trường MATLAB dùng để mô hình hoá (hay mô phỏng – simulation) các hệ thống ĐKTD theo sơ đồ cấu trúc với mục đích khảo sát, tính toán chúng.

Mô hình hoá hệ thống ĐKTD theo sơ đồ cấu trúc là một phương pháp phổ biến dùng khi phân tích và tổng hợp các hệ thống ĐKTD. Để mô hình hoá theo sơ đồ cấu trúc, trước đây người ta dùng máy tính điện tử tác động liên tục (hay còn gọi là máy tính điện tử tương tự – analog electronic computer). Ngày nay, với sự phát triển của máy tính PC, để mô hình hoá người ta đã thay thế máy tính tương tự bằng máy tính số PC. Các phần

mềm chuyên dụng viết cho máy tính PC cho phép mô hình hoá các hệ thống ĐKTD. Trong những năm 80 và đầu những năm 90 của thế kỷ XX đó là các chương trình (phần mềm): TUTSIM (Hà lan), DS 88 (Đức), SIAM (Nga). Với sự phát triển của MATLAB, phần mềm chuyên dụng SIMULINK ra đời đầu những năm 90 thực sự là một công cụ mạnh và thuận tiện để mô hình hoá các hệ thống ĐKTD.

SIMULINK thực chất là tập hợp các modul các chương trình con, các hàm được tạo ra từ các lệnh của MATLAB và hình vẽ đồ hoạ cho phép xây dựng sơ đồ mô hình của hệ thống ĐKTD, đặt, thay đổi các tham số cho mô hình và chạy mô hình để lấy các kết quả khảo sát, tính toán.

6.2. Khởi động phần mềm SIMULINK trong môi trường MATLAB

Chú thích: Đối với các phiên bản khác nhau của giao diện của MATLAB và SIMULINK với người sử dụng là khác nhau. Dưới đây, trình bày cho MATLAB version 5.3.

- Từ dấu nhắc của cửa sổ MATLAB đánh dòng lệnh simulink

```
>> simulink
```

- Hoặc trên thanh công cụ của cửa sổ MATLAB kích chuột vào biểu tượng “Simulink Library Browser” (Trình duyệt thư viện của SIMULINK) để vào công cụ SIMULINK.

Khi đó sẽ xuất hiện trình duyệt thư viện của SIMULINK:

```
Simulink  
Control System Toolbox  
Stateflow  
Simulink Extras
```

6.3. Tạo mô hình mô phỏng hệ thống ĐKTD để khảo sát và nghiên cứu

Ở đây ta chỉ dừng lại ở việc tạo mô hình của các hệ thống ĐKTD tuyến tính có tham số không đổi, dù rằng công cụ SIMULINK có thể dùng để mô hình hoá các hệ thống ĐKTD khác (như hệ phi tuyến, hệ xung – số, v.v...).

1. Kích đúp vào danh mục Simulink trong trình duyệt ở trên, theo sơ đồ hình cây, sẽ xuất hiện danh mục thư viện các khối mà Simulink có thể tạo ra:

Continuous (Tạo các phần tử liên tục)
 Discrete (Tạo các phần tử rời rạc)
 Functions & Tables (Các hàm và bảng)
 Math (Tạo các khối thực hiện các phép toán)
 Nonlinear (Tạo các phần tử phi tuyến)
 Signals & Systems (Các tín hiệu và hệ thống)
 Sinks (Tạo các khối hiển thị và quan sát kết quả)
 Sources (Tạo các khối nguồn hay các khối tạo tín hiệu vào)

Để xây dựng mô hình khảo sát các hệ thống ĐKTD tuyến tính, liên tục, ta chỉ cần quan tâm một số danh mục thư viện sau:

Continuous (Tạo các phần tử liên tục, trong đó thường dùng nhiều nhất là các khối tạo khâu tích phân – *Integrator* và khối tạo hàm số truyền – *Transfer Fcn*).

Math (Tạo các khối thực hiện các phép toán, trong đó hay dùng các khối khuếch đại – *Gain*, khối cộng–trừ – *Sum*).

Sinks (Tạo các khối hiển thị và quan sát kết quả. Để quan sát kết quả mô phỏng dưới dạng đồ thị thường dùng khối tạo dao động ký – *Scope*).

Sources (Tạo các khối nguồn hay các khối tạo tín hiệu vào. Để có đường cong quá độ $h(t)$ khi mô phỏng, có thể dùng khối tạo hàm bậc thang – *Step* hoặc khối tạo tín hiệu hằng số – *Constant*).

2. Kích chuột vào biểu tượng *Create a new model* (Tạo mô hình mới) dưới dạng tờ giấy có gấp mép trên thanh công cụ của cửa sổ “Simulink Library Browser” để tạo cửa sổ dùng cho việc lập mô hình của khâu hoặc của hệ thống ĐKTD cần khảo sát. Cửa sổ này chưa có tên chính thức, mà được ghi bằng tên *Untitled* (Chưa được đặt tên)

3. Dựa vào sơ đồ cấu trúc của khâu hoặc của hệ thống ĐKTD để xây dựng sơ đồ mô phỏng hệ:

- Lấy các khối cần thiết từ thư viện các khối đưa vào cửa sổ được tạo ra ở bước 2 bằng cách đặt trỏ chuột vào tên gọi của khối, sau đó rê trỏ chuột vào cửa sổ và thả chuột. Khi đó trong cửa sổ sẽ xuất hiện mô hình của khối đó.

Chú ý: Các khối trong cửa sổ cần được sắp xếp theo thứ tự giống như ở sơ đồ cấu trúc.

Nếu trong mô hình cần dùng nhiều lần một khối nào đó, thì có thể dùng các lệnh *Copy khối* bằng cách *chọn khối đó* (kích chuột vào khối), *ấn phím Ctr + chuột*, sau đó rê chuột rồi *nhả chuột ở vị trí cần thiết*. Khi đó, một lần nữa sẽ xuất hiện khối ở vị trí đó.

Nếu cần quay khối cho thuận chiều đầu ra và đầu vào phù hợp với sơ đồ cấu trúc, ví dụ như khâu ở các mạch hồi tiếp có đầu vào ở bên phải khối còn đầu ra ở bên trái khối, cần dùng *lệnh quay khối*: Sau khi chọn khối, chọn thực đơn *Format* trên thanh công cụ của sổ, chọn *Rotate Block* hoặc *dùng phím tắt Ctr + R*.

Khi đưa một khối nào đó vào cửa sổ để lập mô hình, SIMULINK tự động gán tên và đánh dấu theo thứ tự cho khối đó, ví dụ *Transfer Fnc 1*, *Transfer Fnc 2*, *Gain1*, v.v... Khi cần đổi tên cho khối, thì kích chuột vào dòng tên khối đó, xoá tên cũ và đánh tên mới theo ý của người lập trình.

- Nối các khối bằng các đường mũi tên. Để vẽ các đường mũi tên nối từ đầu ra của khối trước với đầu vào của khâu sau, đặt trỏ chuột ở đầu ra khâu trước. Khi mũi tên biến thành dấu thập, tiến hành rê chuột đến đầu vào của khâu sau và nhả chuột. Khi đó, đường nối dưới dạng mũi tên sẽ hình thành.

Nếu cần vẽ đường nối xuất phát từ một nút phân nhánh trên một đường nào (ví dụ đường của mạch hồi tiếp), cần *ấn phím Ctr*, sau đó đặt trỏ chuột vào vị trí nút phân nhánh và *ấn chuột*. Sau khi trỏ chuột biến thành dấu thập, rê trỏ chuột về hướng cần thiết sẽ hình thành đường nối.

- Đặt tham số cho các khối phù hợp với các tham số ở biểu thức hàm truyền trên sơ đồ cấu trúc theo thứ tự: chọn khối, kích đúp chuột vào khối đã chọn, sẽ xuất hiện cửa sổ giao tiếp (hộp thoại) của khối. Theo hướng dẫn trên hộp thoại, đặt tham số (parameters) cho khối. Kích chuột vào nút OK để chấp nhận đặt.

- Để khảo sát đường cong quá độ $h(t)$ của khâu hay của hệ thống, ở đầu vào của mô hình cần có khối tạo hàm $1(t)$ *Step* và ở đầu ra cần có khối ghi kết quả mô phỏng dưới dạng dao động ký *Scope*.

Tiến hành lấy các khối này từ thư viện khối và nối vào mô hình hệ thống để nhận được sơ đồ hoàn chỉnh mô phỏng hệ thống.

4. Tiến hành chạy mô hình để lấy kết quả mô phỏng:

- Chọn khối *Scope* bằng cách kích đúp vào khối *Scope* sẽ xuất hiện cửa sổ hệ tọa độ có lưới chia để hiển thị đường cong quá độ.

- Kích vào nút *Start/Pause Simulation* trên thanh công cụ hoặc vào thực đơn *Simulation – Start* (hoặc dùng tổ hợp phím *Ctr + T*), mô hình sẽ chạy và cho kết quả là đường cong quá độ $h(t)$ trên hệ tọa độ có lưới chia.

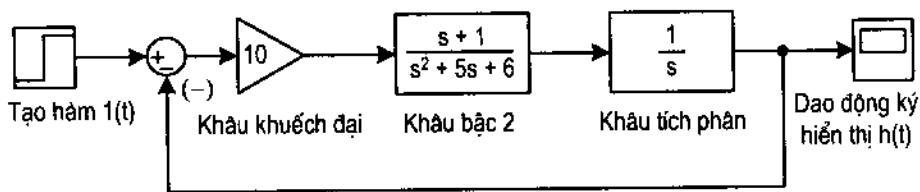
Khi cần thay đổi tham số mô phỏng (Simulation Parameters) cần vào *Simulation – Parameter* (hoặc dùng tổ hợp phím *Ctrl + E*) sẽ xuất hiện hộp thoại để chọn tham số mô phỏng cho Scope.

Chú thích: Nếu cần cất giữ sơ đồ mô phỏng tạo ra, thì dùng lệnh *Save*, sau đó cần đặt tên cho sơ đồ và sơ đồ sẽ được cất giữ trong *folder WORK* của MATLAB. Sơ đồ mô phỏng này sẽ được cất giữ dưới dạng file có đuôi *.mdl*. Khi cần gọi lại mô hình đó, cần kích chuột vào biểu tượng *Open a model* (Mở một mô hình) trên thanh công cụ của cửa sổ “Simulink Library Browser” sau đó kích chuột vào tên gọi của mô hình xuất hiện trong cửa sổ *Open Model*.

Ví dụ 11: Lập sơ đồ mô phỏng để khảo sát quá trình quá độ xảy ra trong hệ thống ĐKTD có sơ đồ cấu trúc trình bày trên hình 11.

Tiến hành các bước đã được trình bày ở trên, ta nhận được mô hình mô phỏng để khảo sát quá trình quá độ xảy ra trong hệ, như được trình bày trên hình 13.

Chạy mô hình, dao động ký sẽ ghi lại đường cong quá độ $h(t)$. Kết quả tương tự như trên hình 12, khi khảo sát hệ bằng cách lập trình dùng các lệnh MATLAB.



Hình 13. Sơ đồ mô hình hoá khảo sát quá trình quá độ của hệ thống ĐKTD trên hình 11.

Phụ lục 2. Một số hàm và lệnh thông dụng trong MATLAB

I. KHẢO SÁT, TÍNH TOÁN CÁC HỆ THỐNG ĐKTD LIÊN TỤC

A. Các hàm thông dụng

TT	Ký hiệu	Giải thích
1	sin(X)	Tính sin các phần tử của X
2	cos(X)	Tính cosin các phần tử của X
3	asin(X)	Tính arcsin các phần tử của X
4	acos(X)	Tính arccos các phần tử của X
5	tan(X)	Tính tan các phần tử của X
6	atan(X)	Tính arctan các phần tử của X
7	abs(X)	Lấy giá trị tuyệt đối của X
8	sqrt(X)	Tính căn bậc hai của X
9	imag(X)	Lấy phần ảo của X
10	real(X)	Lấy phần thực của X
11	conj(X)	Tạo phức liên hợp của X
12	log(X)	Lấy lôgarit cơ số e của X
13	log10(X)	Lấy lôgarit thập phân của X
14	exp(X)	Tính hàm mũ của X

B. Các lệnh thông dụng

TT	Ký hiệu	Giải thích
1	bode	Vẽ các đáp ứng tần số lôgarit (Biểu đồ Bode) của hệ thống
2	c2dm	Chuyển từ hệ tuyến tính liên tục sang hệ rời rạc
3	conv	Nhân hai vector kích thước bất kỳ
4	ctrb	Tính ma trận điều khiển được
5	disp	Lệnh để hiện dòng ký tự (xâu) lên màn hình
6	d2cm	Chuyển từ hệ tuyến tính rời rạc sang hệ liên tục
7	dstep	Vẽ đáp ứng quá độ của hệ rời rạc tuyến tính
8	eig	Tính giá trị riêng và vector riêng của X

9	feedback	Tạo hệ thống có liên hệ phản hồi
10	frd	Tạo hoặc biến đổi đáp ứng tần số thành mô hình hệ thống
11	grid	Đưa (grid on) hoặc xóa (grid off) lưới chia trên hình vẽ
13	impulse	Vẽ đáp ứng quá độ xung g(t) của hệ tuyến tính liên tục
14	inspace	Tạo vector không gian tuyến tính
15	margin	Tính độ dự trữ ổn định theo biên độ và theo pha của hệ
16	mesh	Tạo mặt cong ba chiều (3D)
17	ngrid	Tạo lưới chia trên biểu đồ Nichols
18	nichols	Vẽ biểu đồ Nichols (đáp ứng biên độ pha hệ kín)
19	nyquist	Vẽ đường cong Nyquist (đáp ứng biên độ pha của hệ)
20	obsv	Tính ma trận quan sát được
21	ones	Tạo ma trận 1 (ma trận đơn vị)
22	pade	Tạo hệ bậc n xấp xỉ cho một phần tử trễ
23	parallel	Tạo hệ thống từ các khâu nối song song thuận chiều
24	poly	Tạo đa thức từ nghiệm
25	plot	Tạo hình vẽ
26	printsys	In biểu thức hàm truyền trên màn hình cửa sổ MATLAB
27	pzmap	Tính, liệt kê hoặc vẽ hình phân bố các pole và zero của HT
28	rank	Tính hạng của ma trận
29	residue	Tính số dư phép chia hai đa thức
30	rlocfind	Tìm hệ số khuếch đại trên quỹ đạo nghiệm số
31	rlocus	Tính và vẽ quỹ đạo nghiệm số cho hệ tuyến tính liên tục
32	roots	Tìm nghiệm của một đa thức
33	series	Tạo hệ thống từ mạch mắc nối tiếp
34	ss2tf	Biến đổi từ không gian trạng thái sang hàm truyền
35	step	Vẽ đáp ứng quá độ của hệ tuyến tính liên tục
36	tf	Tạo hoặc biến đổi hàm truyền của hệ
37	tf2ss	Biến đổi từ hàm truyền sang không gian trạng thái
38	tf2zp	Tìm dạng điểm cực, điểm không của biểu thức hàm truyền
39	title	Đưa tiêu đề (tên) lên hình vẽ
40	who	Liệt kê các biến hiện thời
41	whos	Liệt kê các biến cùng các thông tin khác (kích thước, loại...)
42	zeros	Tạo ma trận 0
43	zpk	Tạo hệ thống từ các zero, pole và hệ số khuếch đại
44	zp2ss	Biến đổi từ mô hình poles, zeros sang không gian trạng thái
45	zp2tf	Biến đổi từ mô hình poles, zeros sang hàm truyền

C. Một số lệnh trong MATLAB có liên quan đến M-files

TT	Ký hiệu	Giải thích
1	what	Liệt kê danh sách tất cả M – files trong thư mục hoặc folder
2	dir	Danh sách tất cả các files trong thư mục hoặc folder
3	ls	Cũng như dir
4	type test	Hiển thị M – file <i>test.m</i> ở cửa sổ lệnh
5	delete tt	Xoá M – file <i>tt.m</i>
6	cd path	Thay đổi thành thư mục hoặc folder bởi <i>path</i>
7	chdirpath	Cũng như <i>cd path</i>
8	cd	Chỉ ra thư mục hoặc folder hiện thời
9	chdir	Cũng như <i>cd</i>
10	pwd	Cũng như <i>cd</i>
11	which tt	Hiện thị đường dẫn thư mục đến <i>tt.m</i>

II. KHẢO SÁT, TÍNH TOÁN CÁC HỆ THỐNG ĐKTD RỜI RẠC (SỐ)

TT	Ký hiệu	Giải thích
1	c2dm	Chuyển đổi các hệ thống liên tục LTI thành hệ rời rạc (số).
2	d2cm	Chuyển đổi các hệ thống rời rạc LTI thành hệ liên tục.
3	c2d	Chuyển đổi các mô hình thời gian liên tục thành mô hình hệ rời rạc.
4	d2c	Chuyển đổi các mô hình rời rạc LTI thành mô hình liên tục.
5	d2d	Thay đổi thời gian lấy mẫu (resample) của hệ rời rạc.
6	dbode	Vẽ biểu đồ Bode (các đáp ứng tần số lôga)
7	dnichols	Vẽ đáp ứng tần số biên độ pha của hệ rời rạc kín.
8	dnyquist	Vẽ đáp ứng tần số biên độ pha của hệ rời rạc hở.
9	dstep	Vẽ đáp ứng quá độ của hệ rời rạc
10	filter	Tạo bộ lọc tín hiệu số (1 chiều).
11	filter2	Tạo bộ lọc tín hiệu số (2 chiều).
12	feedback	Tạo hệ thống từ mắc song song ngược chiều 2 khâu
13	parallel	Tạo hệ thống từ mắc song song thuận chiều các khâu
14	poly	Chuyển đổi các nghiệm thành đa thức.
15	rlocus	Tính và vẽ quỹ đạo nghiệm số cho hệ
16	residue	Tính số dư của phép chia 2 đa thức.
17	roots	Tìm các nghiệm của một đa thức.
18	series	Tạo hệ thống từ mắc nối tiếp các khâu

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Phạm Công Ngô. *Lý thuyết điều khiển tự động*. NXB KH & KT, 2005.
2. Nguyễn Văn Hòa. *Cơ sở lý thuyết điều khiển*. NXB KH & KT, 2003.
3. Nguyễn Doãn Phước. *Lý thuyết điều khiển tuyến tính*. NXB KH & KT, 2004.
4. Nguyễn Thương Ngô. *Lý thuyết điều khiển tự động*. NXB KH & KT, 2002.
5. Chui, C. K and Chen, G. *Linear System and Optimal Control*. Springer Verlag. Heidelberg New York, London, Paris, Tokyo, 1989.
6. Doyle, J; Francis, B and Tannebaum, A. *Feedback control theory*, Macmillan Publishing C., 1979.
7. KATSUHIKO. OGATA. *Modern Control Engineering*. Prentice – Hall, 1997.
8. P.N. Paraskevopoulos. *Modern Control Engineering*. Marcel, Dekker, Inc, 2002.

Mục lục

Chương 1

TỔNG QUAN HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.1. Giới thiệu.....	4
1.2. Nhiệm vụ cơ bản của Lý thuyết điều khiển tự động.....	5
1.3. Lịch sử phát triển của Lý thuyết điều khiển tự động.....	6
1.4. Cơ sở hệ thống điều khiển tự động.....	8
1.5. Ví dụ một số hệ thống điều khiển tự động trong thực tế.....	10
1.6. Tóm tắt.....	17

Chương 2

KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CƠ SỞ TOÁN HỌC TRONG LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

2.1. Khái niệm về tín hiệu.....	18
2.2. Phép biến đổi Laplace.....	21
2.3. Biến đổi Fourier.....	27
2.4. Tín hiệu xung số và biến đổi Z.....	30
2.5. Các phép toán ma trận.....	34
Bài tập chương 2.....	42

Chương 3

MÔ TẢ TOÁN HỌC HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

3.1. Phương trình vi phân mô tả hệ thống.....	44
3.2. Mô tả hệ thống dưới dạng hàm truyền đạt.....	48
3.3. Đại số sơ đồ khối.....	56
3.4. Mô hình trạng thái.....	63
Bài tập chương 3.....	76

Chương 4

KHẢO SÁT ĐỘNG HỌC HỆ TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

4.1. Các đặc tính thời gian.....	79
4.2. Đặc tính tần số.....	82
4.3. Khảo sát động học của một số khâu động học cơ bản.....	86
4.4. Khảo sát động học của hệ thống điều khiển tự động.....	108
Bài tập chương 4.....	113

Chương 5

KHẢO SÁT TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

5.1. Khái niệm về ổn định hệ thống.....	115
5.2. Các tiêu chuẩn ổn định đại số.....	118
5.3. Các tiêu chuẩn ổn định tần số.....	125
5.5. Phương pháp quỹ đạo nghiệm số.....	134

Chương 6

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

6.1. Khái niệm về chất lượng của hệ thống.....	147
6.2. Các chỉ tiêu về chất lượng động (quá trình quá độ).....	150
6.3. Các chỉ tiêu chất lượng tĩnh (chế độ xác lập).....	151

Chương 7

TỔNG HỢP HỆ THỐNG

7.1. Bài toán tổng hợp hệ thống.....	153
7.2. Bộ điều khiển PID.....	155
7.3. Các phương pháp tổng hợp bộ điều khiển PID.....	165
7.4. Tổng hợp hệ thống trong không gian trạng thái.....	188
Câu hỏi và bài tập.....	196

Chương 8

HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG – SỐ

8.1. Đặc điểm lấy mẫu.....	198
8.2. Mô tả toán học hệ thống xung – số.....	200
8.3. Tính ổn định hệ thống xung số.....	205
8.4. Bộ điều khiển PID số.....	208
8.5. Tính điều khiển được và quan sát được của hệ thống xung số.....	210
Phụ lục.....	214

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung:

Chủ tịch HĐQT kiêm Giám đốc CTCP Sách ĐH-DN
TRẦN NHẬT TÂN

Biên tập nội dung và sửa bản in:

PHẠM THỊ PHƯƠNG

Biên tập mỹ thuật và trình bày bìa:

LƯU CHÍ ĐỒNG

Thiết kế sách và chế bản:

PHẠM ĐÌNH PHONG

GIÁO TRÌNH LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Mã số : 7B679Y8 – DAI

In 2.000 cuốn (QĐ : 64), khổ 16 x 24cm. In tại Công ty CP In Phú Thọ.

Địa chỉ : Phường Gia Cẩm, TP. Việt Trì, Phú Thọ.

Số ĐKKH xuất bản : 10 – 2008/CXB/51 – 2061/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2008.



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ

HEVOBCO

25 HÀN THUYỀN – HÀ NỘI

Website : www.hevobco.com.vn



VƯƠNG MIỆN KIM CƯƠNG
CHẤT LƯỢNG QUỐC TẾ

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|--|-------------------------|
| 1. Giáo trình Vật lý đại cương tập một | Lương Duyên Bình |
| 2. Giáo trình Vật lý đại cương tập hai | Lương Duyên Bình |
| 3. Bài tập Vật lý đại cương tập một | Lương Duyên Bình |
| 4. Bài tập Vật lý đại cương tập hai | Lương Duyên Bình |
| 5. Giáo trình Kỹ thuật xung số | Đặng Văn Chuyết (CB) |
| 6. Giáo trình Kỹ thuật lập trình C | Nguyễn Linh Giang (CB) |
| 7. Giáo trình Kỹ thuật mạch điện tử | Đặng Văn Chuyết (CB) |
| 8. Giáo trình Linh kiện điện tử | Nguyễn Viết Nguyên (CB) |
| 9. Giáo trình Lý thuyết điều khiển tự động | Phan Xuân Minh (CB) |
| 10. Giáo trình Xử lý số tín hiệu | Nguyễn Quốc Trung (CB) |
| 11. Giáo trình Vi xử lý và cấu trúc máy tính | Ngô Diên Tập (CB) |
| 12. Giáo trình Khí cụ điện | Phạm Văn Chới |
| 13. Lập trình C# từ cơ bản đến nâng cao | Phạm Công Ngô |
| 14. Cơ sở tự động điều khiển quá trình | Nguyễn Văn Hoà |

Bạn đọc có thể mua tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các Cửa hàng của Nhà xuất bản Giáo dục :

Tại Hà Nội : 25 Hàn Thuyên ; 187B Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 23 Tràng Tiền ;

Tại Đà Nẵng : Số 15 Nguyễn Chí Thanh ; Số 62 Nguyễn Chí Thanh ;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh : Cửa hàng 451B - 453, Hai Bà Trưng, Quận 3 ;

240 Trần Bình Trọng – Quận 5.

Tại Thành phố Cần Thơ : Số 5/5, đường 30/4 ;

Website : www.nxbgd.com.vn



819349801871324



Giá: 31.500 đ